

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel  
**Herausgeber:** Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel  
**Band:** 15 (1884-1886)

**Artikel:** Nouvelle méthode pour déterminer le coefficient de dilatation des solides  
**Autor:** Weber, Robert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-88239>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# NOUVELLE MÉTHODE

## POUR DÉTERMINER LE

# COEFFICIENT DE DILATATION DES SOLIDES

PAR M. LE D<sup>r</sup> ROBERT WEBER, PROF.

---

Si nous suspendons un corps solide pour le faire osciller comme un pendule, la durée de ses oscillations dans le vide dépend de la forme du corps, de sa masse et de la distance des molécules à l'axe de rotation. A deux températures différentes, les distances des molécules à l'axe de rotation sont différentes, d'où il résulte une autre durée d'oscillation. Autrement dit, pour un corps quelconque donné, il y a une relation déterminée entre sa température  $u$ , le coefficient de dilatation  $\alpha$ , ses dimensions  $d$  et sa durée d'oscillation  $t$ .

On peut calculer la valeur du coefficient de dilatation  $\alpha$  des solides, en fonction de la température  $u$  et de la durée d'oscillation  $t$  par la marche suivante :

La durée d'oscillation du pendule composé est donnée par

$$t = \pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{I}{S}} \cdot \left\{ \sum_0^{\infty} n \left( \frac{1.3 \dots 2n-1}{2.4 \dots 2n} \right)^2 \cdot \sin^{\frac{2n}{2}} \frac{\alpha}{2} \right\}$$

En supposant que le pendule composé ne soit formé que de molécules de même nature, le moment d'inertie

tie J, dans cette formule, est un produit de la masse totale M du corps par une fonction homogène du second degré dans les dimensions  $d_i$  du pendule; tandis que S, le moment statique, est un produit de la même masse M par une fonction homogène du premier degré de ces mêmes dimensions.

$$\begin{aligned} \text{Soit} \quad & J = M.\varphi(d^2) \\ \text{et} \quad & S = M.\psi(d) \end{aligned}$$

En rapportant la durée d'oscillation à une autre température que celle de la glace fondante, chacune des dimensions des fonctions  $\varphi$  et  $\psi$  prend le facteur  $(1 + au)$ , et comme les fonctions sont homogènes et le corps de même nature en toutes ses parties, ce facteur  $(1 + au)$  vient devant les fonctions  $\varphi$  et  $\psi$ , en sorte que

$$\begin{aligned} J &= M.\varphi(d^2).(1 + au)^2 \\ S &= M.\psi(d).(1 + au) \end{aligned}$$

Il sera donc à la température  $u$  :

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{\varphi(d_i^2).(1 + au_1)}{\psi(d_i)}} \cdot \sum_0^{\infty} n \left( \frac{1.3...2n-1}{2.4...2u} \right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

Divisant cette expression pour  $t_1$  par l'expression donnant  $t_2$  en fonction de  $u_2$ , et en supposant pour les deux oscillations une même amplitude  $\alpha$ , on trouve

$$t_1 : t_2 = \sqrt{1 + au_1} : \sqrt{1 + au_2}$$

ou bien

$$a = \frac{t_2^2 - t_1^2}{u_2 t_1^2 - u_1 t_2^2} \quad (\text{A})$$

Pour arriver à une grande exactitude pour la durée d'oscillation  $t_i$ , il faut remplacer le  $t_i$  de la formule précédente par la valeur moyenne d'un très grand nombre  $N_i$  d'oscillations. Dans ce cas, l'expression pour  $t_1$  sera

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{\varphi(d_i^2) \cdot (1 + au)}{\psi(d_i)}} \cdot \frac{1}{N_i} \sum_{\alpha_1}^{\alpha_2} \alpha \sum_0^{\infty} n \left( \frac{1 \cdot 3 \dots 2n-1}{2 \cdot 4 \dots 2n} \right)^2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

La  $\Sigma \Sigma$  dans l'expression pour  $t_2$  est tout à fait analogue, et, de plus, en supposant les limites  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  ou les nombres  $N_1$  et  $N_2$  égaux pour les deux déterminations de  $t_i$ , prendra la même valeur. Par suite, la division indiquée fera disparaître cette  $\Sigma \Sigma$ , et la formule donnant  $a$  restera celle déduite en (A).

Pour déterminer la durée d'oscillation  $t_i$ , je suppose donnée une horloge de précision dont la marche est contrôlée par des observations astronomiques, et qui ferme un circuit électrique à chaque minute. Il est mécaniquement réalisable qu'un pendule oscille pendant 18 heures ou 24 heures sans recevoir une nouvelle impulsion; il suffira cependant de déterminer  $t_i$  du nombre d'oscillations  $N_i$  qui s'opèrent dans un intervalle de temps de 6 heures environ. On choisira comme commencement de cet intervalle le moment où le pendule passe une première fois par la verticale du point de suspension; la fin de l'intervalle sera définie de la même manière. Le commencement de l'intervalle sera rattaché à la dernière minute de l'horloge à l'aide du chronoscope de M. Hipp, en arrangeant les appareils de façon que le même courant qui annonce la « dernière » minute commande également les aiguilles du chronoscope pour les mettre

en marche, et que ces mêmes aiguilles s'arrêtent au moment où le pendule passe par la verticale. Par le même arrangement, le moment du dernier passage du pendule sera rattaché à la dernière minute correspondante, et cela à 0,001 sec. près.

Le calcul fournit la preuve que l'exactitude à laquelle on arrive par cette méthode en opérant dans le vide est, suivant la perfection des horloges, de  $\frac{7}{5} \text{ } ^0\text{/}_{00}$ . — Les excellentes déterminations de coefficients de dilatation faites par M. Benoit <sup>1</sup> sur les règles étalon ont une exactitude de  $\frac{9}{10} \text{ } ^0\text{/}_{00}$ , et celles de M. Fizeau <sup>2</sup> une exactitude de  $\frac{1}{6} \text{ } ^0\text{/}_{00}$ .

La formule (A) demande la détermination de deux durées d'oscillations  $t_1$  et  $t_2$  et de deux températures constantes  $n_1$  et  $n_2$ . Fixons comme valeur de ces températures  $n_1 = 0^\circ$  et  $n_2 = 30^\circ$ ;  $n_1$  pouvant être la température de l'air au dehors en hiver, et  $n_2$  celle de l'air en été, par exemple. Par là, on éviterait la construction de bains spéciaux, et l'on serait plus sûr de la constance de la température pendant un intervalle de temps assez long que si l'on n'employait que de la glace.

Toutefois, il sera plus difficile de maintenir cette température absolument constante que de la mesurer à  $\frac{1}{500}$  de degré près. Voici comment je me propose de mesurer cette température avec des piles thermo-électriques : deux couples aussi identiques que possible sont intercalés alternativement dans le circuit d'un galvanomètre apériodique à miroir. La sensibi-

<sup>1</sup> Mémoires du bureau international des poids et mesures, t. II, p. C. 145.

<sup>2</sup> Comptes rendus, t. LXII, p. 1136 et 1140.

lité et la distance de l'échelle au miroir sera telle que, pour une différence de température de  $18^{\circ}$  environ, le miroir embrasse toute l'échelle de 100 cm. Une soudure du premier couple plonge constamment dans de la glace fondante, l'autre soudure dans un bain que l'on maintient à une température de  $14^{\circ}$  à  $16^{\circ}$ . La première soudure du second couple plonge constamment dans ce même bain de  $14^{\circ}$  à  $16^{\circ}$ , et l'autre soudure est fixée dans le voisinage du pendule. Les déviations produites par les deux couples doivent se lire immédiatement l'une après l'autre. La connaissance exacte des constantes des couples thermo-électriques pour un intervalle de température constant et la possibilité de lire avec la lunette jusqu'aux dixièmes de millimètres de l'échelle permettent bien d'arriver à l'exactitude de  $\frac{1}{300}$  de degré.

Pour déterminer  $t_1$  on fera osciller le pendule dans le vide pendant un intervalle de 6 heures environ, soit pendant 21600 secondes. Supposons que le pendule à froid batte la seconde, que  $t_1 = 1$ , et que les amplitudes initiale et finale soient aussi grandes que possible. La durée d'oscillation  $t_2$  sera un peu plus grande qu'une seconde, mais les amplitudes initiale et finale seront les mêmes que celles qu'on a eues en déterminant  $t_1$ .

L'intervalle de 6 heures, duquel se déduit la valeur de  $t_1$  en divisant par 21600, sera affectée d'une première erreur provenant de la marche de l'horloge de précision et de la détermination de l'heure. Pour cette horloge de précision (pendule électrique Hipp), on peut supposer que sa marche soit parfaitement constante pendant 10 jours, par exemple, et pour la détermination de l'heure on pourra admettre une erreur

moyenne de  $0^s,03$ . L'incertitude de la marche diurne devient ainsi  $\frac{1}{10} \cdot 0,3 \cdot \sqrt{2} = 0,^s0042$  et l'erreur par intervalle de 6 heures sera  $\frac{6}{24} \cdot 0,0042 = 0^s,00105$ . A cette incertitude il vient s'ajouter  $0^s,01$  au commencement de l'intervalle de temps et  $0^s,001$  à la fin de cet intervalle par l'emploi du chronoscope Hipp, de sorte que l'erreur sera  $0^s,00305$  pour l'intervalle de  $6^h$ , soit de  $0^s,142 \cdot 10^{-6}$  par oscillation du pendule à seconde. La durée d'oscillation entrant à la deuxième puissance dans la formule (A), l'erreur peut devenir  $2 \cdot 0,142 \cdot 10^{-6}$  et comme le numérateur est une différence de deux durées d'oscillations au carré, l'erreur probable pour ce numérateur sera de  $\sqrt{2} \cdot 0,284 \cdot 15^6 = \pm 4 \cdot 10^{-7}$ . La valeur absolue du numérateur sera environ de  $0^s,0003$ . Le rapport donnant  $a$  prend donc les valeurs de l'ordre de

$$\frac{0,0003 \pm 4 \cdot 10^{-7}}{30 \pm 0,002} = 0,000010 \pm 14 \cdot 18^{-9}$$

d'où il résulte que l'exactitude cherchée est de  $0,0014$ .

Cette méthode, bien que très simple, en principe, ne manque pas de se compliquer dès qu'on demande un haut degré de précision ; et à ce point de vue elle partage le sort de toutes les méthodes. Elle présente cependant quelques avantages marqués, qui découlent du fait que la formule (A) est homogène : la connaissance de  $a$  n'exige pas la mesure de la longueur du corps ; tout ce qui influe au même degré sur le pendule à chaud et à froid n'a aucune influence sur la valeur de  $a$  ; et la forme du pendule est, en principe, arbitraire.

Pour la mesure des températures, les couples thermo-électriques sont tout indiqués, pouvant donner par des lectures très commodes une exactitude supérieure à celle des thermomètres à mercure. En effet, en graduant provisoirement le couple à l'aide d'un bon thermomètre à mercure pour un intervalle de 20° environ, et en s'appuyant ensuite sur quatre températures intermédiaires et constantes, distantes l'une de l'autre de 20° environ, on parvient aisément à rattacher les indications du thermomètre électrique aux températures fixes de la glace fondante et de la vapeur d'eau bouillante, et d'éliminer par là les erreurs introduites par le thermomètre à mercure.

En faisant osciller le corps dans l'air, on peut encore déterminer la durée d'oscillation avec une grande exactitude. La densité de l'air a une influence notable sur la durée d'oscillation, soit 0,002 à 0,003 par atmosphère; mais on remarque que son influence disparaît de la formule (A) si la densité reste constante. La densité dépend de la pression atmosphérique et de la température. Soit  $\delta_1$  la densité de l'air à la température  $u_1 = 0^\circ$  et 760<sup>mm</sup> de pression, soit  $\delta_2$  la densité à  $u_2$  degrés et à la même pression; alors

$$\delta_2 = \delta_1 \cdot \frac{1 + au_1}{1 + au_2}$$

On arrive à la même densité en supposant la température constante =  $u_1$ , et en prenant la pression  $p_2$  telle que  $\delta_2 = \delta_1 \cdot \frac{p_2}{p_1}$ . De ces deux expressions on peut déduire la valeur de la pression  $p_2$  pour laquelle la densité est la même pour les deux températures  $u_1$  et  $u_2$ . Ainsi, en posant par exemple  $u_2 = 20^\circ$  il vient

$\delta_2 = \frac{273}{293}$  et la pression  $p_2 = 708^{\text{mm}},1$  correspondra à la pression de  $p_1 = 760^{\text{mm}}$ . L'influence de la variation de densité du milieu dans lequel le pendule oscille sera donc éliminé quand on détermine

$t_1$  à  $0^\circ$  et  $708^{\text{mm}},1$ , le  $t_2$  ayant été déterminé à  $+20^\circ$  et  $760^{\text{mm}}$ ,  
ou

$t_1$  à  $0^\circ$  et  $689^{\text{mm}},5$ , » » »  $740^{\text{mm}}$ ,  
ou

$t_1$  à  $0^\circ$  et  $670^{\text{mm}},8$ , » » »  $720^{\text{mm}}$ ,  
etc.

Comme on ne tombera guère par hasard sur deux des pressions barométriques correspondantes en déterminant  $t_1$  et  $t_2$ , il faudra faire deux déterminations de  $t_1$ , les deux à  $0$  degré, mais à des pressions barométriques aussi différentes que possible. En établissant une proportion on trouve la valeur de  $t_1$  qui correspond à la pression atmosphérique que l'on a eue en déterminant  $t_2$ . Il en résulte qu'il faudra trouver

$t_1'$	à la températ.	$u_1$ ( $= 0^\circ$ )	et à la pression (basse)	$p_1'$
$t_1''$	»	$u_1$ ( $= 0^\circ$ )	»	(haute) $p_1''$
$t_2$	»	$u_2$ ( $= 20^\circ$ )	»	(haute) $p_2$

Partant de la valeur de  $p_2$ , la considération présentée plus haut donne la valeur correspondante de  $p_1$ ; pour celle-ci on déduit la valeur de  $t_1$  en établissant la dite proportion entre les quantités  $t_1'$ ,  $t_1''$ ,  $t_1$  et  $p_1''$ ,  $p_1'$ ,  $p_1$ .

En faisant osciller le corps dans l'air, il reste une

petite inexactitude malgré la correction de la variation de densité, car en élevant la température on fera varier non seulement la densité de l'air, mais encore les dimensions du pendule. Celui-ci présentera à l'air une surface plus grande, qui tendra à augmenter d'une quantité négligeable la durée d'oscillation  $t_2$ .

NOTA. — Cette notice a paru dans les publications suivantes :

*Comptes rendus* de l'Académie des sciences, tome CIII, p. 553 et *Archives de Genève*, 15 septembre 1886, p. 205. M. Ch.-Ed. GUILLAUME a publié quelques considérations sur le degré d'exactitude de la méthode dans *Comptes rendus*, tome CIII, p. 689 et *Archives*, 15 octobre 1886, p. 393.

