Sur le pendule compensé

Autor(en): **Weber, Robert**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel**

Band (Jahr): **15 (1884-1886)**

PDF erstellt am: **21.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-88237

SUR LE PENDULE COMPENSÉ

PAR M. LE D[r] ROBERT WEBER, PROF.

D'après la mécanique analytique, la longueur l du pendule simple, synchrone au pendule composé, se déduit de la formule

$$l = \frac{J}{S} = \frac{\text{moment d'inertie.}}{\text{moment statique.}}$$

Dans cette formule, J et S se rapportent à la masse du pendule composé.

Le moment d'inertie J est une somme de fonctions de la forme $\mathrm{M}d^2$, tandis que S est une somme d'un même nombre de termes de la forme $\mathrm{M}d$, en représentant par d la distance de l'élément de masse M à l'axe de rotation.

Ensuite d'un changement de température, les longueurs qui entrent dans ces fonctions éprouvent un changement proportionnel au cœfficient de dilatation $(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3 + \ldots)$

En général, le moment d'inertie sera une fonction de la température, et elle renferme en outre comme constantes les dimensions du pendule composé, sa masse, et des cœfficients qui caractérisent la nature physique du pendule.

La même remarque est à faire quant au moment statique S.

A deux températures différentes, un même pendule composé a des longueurs de pendules simples synchrones différentes, et si nous désignons par l_1 et l_2 les longueurs correspondant aux températures t_1 et t_2, on a

$$l_1 = \frac{\varphi_1}{M_1} \quad \text{et} \quad l_2 = \frac{\varphi_2}{M_2}$$

Le moment d'inertie J est une fonction de t^2 et de constantes, comme M en est une de t et des mêmes quantités constantes. Ecrivons

$$l_1 = \frac{J_1(t_1{}^2, m, c)}{M_1(t_1, m, c)} \qquad l_2 = \frac{J_2(t_2,{}^2 m, c)}{M_2(t_2, m, c)}$$

Un pendule sera dit compensé, si $l_1 = l_2$ pour toutes les valeurs de t. Autrement dit, il faut que

$$J_1(t_1{}^2, m, c) \,.\, M_2(t_2, m, c) = J_2(t_2{}^2, m, c) \,.\, M_1(t_1, m, c)$$

ou bien que

$$J_1 . M_2 - J_2 . M_1 = 0 \qquad (1)$$

Le développement de la fonction dans le premier nombre en série infinie et d'après les puissances croissantes $(t_2 - t_1)$, donnera l'équation sous la forme

$$A(t_2 - t_1)^0 + B(t_2 - t_1)^1 + C(t_2 - t_1)^2 + \ldots . = 0$$

D'après la nature du problème, le premier terme du premier nombre doit être identiquement nul, puisqu'il doit l'être pour $t_2 = t_1$; ce qui exige

$$A = 0.$$

La condition de la compensation sera ainsi exprimée par

$$B(t_2 - t_1) + C(t_2 - t_1)^2 + \ldots . = 0$$

pour toutes les valeurs de $(t_2 - t_1)$.. Cela revient à demander que simultanément

$$B = 0$$
$$C = 0$$

La compensation sera d'autant plus parfaite que le nombre d'équations auxquelles il a été satisfait est plus grand. Cependant, toutes ces équations n'ont pas le même degré d'importance. Celle-ci diminue plutôt d'une équation à l'autre dans la progression donnée par les coefficients des fonctions qui expriment la variabilité de dilatation avec la température, soit dans le rapport de

$$1 \text{ à } 10^4 \text{ à } 10^6 \text{ à } 10^8$$

Par la réalisation de la première équation de condition

$$B = 0$$

l'effet sera par conséquent environ 100 fois plus considérable que ne devient l'effet de second ordre, produit par la réalisation de

$$C = 0$$

etc.

Si nous désignons la réalisation de $B = 0$ comme « compensation usuelle », la réalisation de $B = 0$ et $C = 0$ serait une compensation faite sur la compensation usuelle; son effet n'est plus que d'environ $^1/_{100}$ de celui de la compensation usuelle.

Dans le cas de la « compensation usuelle », soit à mercure, soit à deux métaux différents, on ne réalise que l'une des équations, à savoir $B = 0$, car la compensation doit se faire par la variation d'*un seul* élément, soit par la variation de longueur du second métal, soit par la variation du volume du mercure.

Par le fait qu'il n'y a qu'une seule des équations de condition réalisée, la compensation ne peut pas être parfaite.

Si l'on veut obtenir une compensation plus parfaite que la compensation usuelle, on a à réaliser les deux équations

$$B = 0 \qquad \text{et} \qquad C = 0$$

Elles permettent de déterminer deux des quantités : longueur, masse, coefficient de dilatation dont dépend la durée d'oscillation du pendule composé.

Dans le cas où il s'agit de la construction réelle d'un pendule, il viendra toujours s'ajouter une autre condition aux conditions énumérées plus haut. En effet, le pendule devant avoir une durée d'oscillation fixe et déterminée, la longueur du pendule simple synchrone ne sera point arbitraire non plus.

Pour le pendule battant la seconde et décrivant une petite amplitude constante, on a les relations

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \, . \, C \qquad \text{et} \qquad l = \frac{\sum (J)}{\sum (S)}$$

d'où

$$C \pi^2 \sum (J) - g \sum (S) = 0 \qquad (2)$$

Les longueurs renfermant la température, on pourra développer les fonctions $\sum (J)$ et $\sum (S)$ suivant les puissances croissantes des températures.

$$A\,(t - t_0)^0 + B\,(t - t_0)^1 + \Gamma\,(t - t_0)^2 + \ldots\ldots = 0$$

Cette fonction, égalée à zéro, devant subsister pour toutes les températures, il faudra que chaque coefficient des $(t - t_0)$ s'annule. Dès lors les équations de condition seront

$$A = 0$$
$$B = 0$$
$$\Gamma = 0$$
$$\cdots\cdots$$

Suivant le degré de perfection à atteindre, on déterminera 2, 4, 6,.. des quantités qui entrent dans la construction du pendule composé, par le même nombre d'équations. Au double point de vue de l'exécution et de la théorie, il est désirable d'avoir un pendule de la forme la plus simple possible, et d'avoir un nombre d'équations le plus petit possible à résoudre. Les formes les plus simples sont les suivantes: 1° tige cylindrique pleine ; 2° cylindre creux rempli partiellement de liquide ; 3° cylindre creux portant un réservoir sphérique et rempli de liquide ; 4° cylindre creux porté par un tuyau cylindrique qui va jusqu'au fond du réservoir cylindrique, celui-ci contenant deux liquides.

Le calcul montre que, déjà dans ces cas, pour réaliser les résultats théoriques, les difficultés augmentent si rapidement que la précision voulue devient illusoire.