Zeitschrift: Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel

Herausgeber: Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel

Band: 5 (1858-1861)

Artikel: Note sur les courants électriques dérivés et remarques sur l'etablissment d'un système d'horloges électriques

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-87965

NOTE

SUR LES

COURANTS ÉLECTRIQUES DÉRIVÉS

et remarques sur l'établissement

D'UN SYSTÈME D'HORLOGES ÉLECTRIQUES.

(Voir p. 517 du Bulletin).

Lorsqu'il s'agit d'établir un système d'horloges électriques, une des précautions principales à prendre, consiste à éviter qu'un dérangement produit dans une de ces horloges ne fasse cesser la marche de toutes les autres, et qu'on puisse au besoin ôter une pendule entièrement du circuit sans que les autres soient par celà influencées sensiblement. Les accidents variés qui peuvent arriver à des horloges publiques, et surtout les dérangements auxquels elles sont exposées de la part des particuliers, lorsqu'on veut combiner les horloges publiques avec des horloges dans les maisons privées, enfin le besoin de pouvoir nettoyer et réparer une des horloges sans compromettre la marche des autres, demandent impérieusement un arrangement tel, que les horloges ne fassent pas simplement partie du circuit général, mais que chaque horloge soit parcourue seulement par un courant dérivé, dont l'interruption ne fait pas cesser le courant principal. Dans la plupart des cas, on devra acheter cet avantage par une perte dans l'intensité du courant qui circule dans chaque horloge, d'abord parce qu'on divise et subdivise le courant fourni par la pile, et ensuite parce que les courants dérivés étant d'une force très-inégale dans les différentes horloges selon leur position par rapport à la pile, on sera obligé quelquefois d'intercaler dans les circuits des horloges des résistances additionelles pour obtenir dans toutes la même intensité du courant, ce qui est naturellement d'une grande importance pour la marche régulière des horloges.

Mais alors il s'agit de trouver par quelle manière de dérivation on s'expose à la moindre perte du courant, ou bien de trouver pour chaque cas donné le meilleur système qu'on puisse suivre. Il y a surtout deux manières différentes de combiner un système de courants dérivés, c'est de les coordonner ou bien de les subordonner. Dans le premier cas, le pôle positif de chaque circuit dérivé regagne le circuit principal avant qu'on en dérive le suivant; dans le second système au contraire, le pôle positif du premier courant dérivé ne regagne le circuit principal qu'après celui de tous les autres. On voit en outre qu'on peut combiner ces deux systèmes de bien des manières, en dérivant par exemple d'abord un circuit subordonné, dans lequel alors on intercale tout un système de courants coordonnés, etc.

Il serait donc intéressant et utile de trouver dans ces différents systèmes les formules générales pour l'intensité de chaque courant dérivé, qui permettraient de juger avec sûreté dans chaque cas donné, quel système serait le plus avantageux à employer; et ensuite quelles sont les résistances à ajouter dans chaque circuit dérivé, ou bien quelle construction il faut donner aux bobines des électro-aimants, pour obtenir dans toutes la même force. — Nous allons donc développer, en partant des lois d'Ohm, les formules générales pour un nombre quelconque de courants dérivés des différents systèmes, et en tirer quelques conséquences qui pourraient avoir leur utilité pratique.

1.

Il est bien connu que lorsqu'un courant électrique se divise en deux branches, les intensités dans ces dernières sont inversement proportionnelles aux résistances dans ces mêmes branches. On en déduit immédiatement que lorsque dans un circuit une partie est formée par deux fils parallèles, on peut exprimer la résistance de cette partie, si les résistances dans les deux fils sont $r_{,}$ et $r_{,,}$, par la fraction $\frac{r_{,}\,r_{,,}}{r_{,} + r_{,,}}$

Si l'on a maintenant un circuit avec une dérivation entre les points *a* et *b* (voir fig. 1) et que l'on appelle

E la force électro-motrice;

J l'intensité du *courant primitif* (sans dérivation);

$J_{,}$ » » *courant principal* (c'est-à-dire de tout le système du circuit primitif et dérivé);

i l'intensité du *courant partiel* (entre les points *a* et *b*);

$i_{,}$ » » *courant dérivé;*

et que R exprime la résistance du circuit primitif à l'exclusion de la partie *ab* et y comprise la résistance essentielle de la pile;

r la résistance de la partie *ab*, de sorte que R + *r* est la résistance du *circuit primitif*, enfin

$r_{,}$ la résistance du *circuit dérivé*, alors l'on a

$$J = \frac{E}{R + r} \qquad J_{,} = \frac{E}{R + \frac{r\, r_{,}}{r + r_{,}}} = \frac{E\,(r + r_{,})}{R\,(r + r_{,}) + r.\, r_{,}}$$

et puisque $i : i_{,} = r_{,} : r$

$$i + i_{,} : i = r_{,} + r : r_{,}$$

$$i = (i + i')\,\frac{r_{,}}{r + r_{,}} = J_{,}\,\frac{r_{,}}{r + r_{,}} = \frac{E.\ r_{,}}{R\,(r + r_{,}) + r.\, r_{,}}$$

$$i_{,} = (i + i_{,})\,\frac{r}{r + r_{,}} = J_{,}\,\frac{r}{r + r_{,}} = \frac{E.\ r}{R\,(r + r_{,}) + r.\, r_{,}}$$

2. — Courants dérivés coordonnés.

Si l'on applique ces formules au cas de plusieurs courants dérivés coordonnés, que nous appellerons U_1 U_2 U_3..... et pour lesquels i_1 r_1; i_2 r_2; i_3 r_3...... représentent les intensités et les résistances, tandis que w_1 w_2 w_3.... expriment les résistances des circuits partiels compris entre les points de dérivation a_1 b_1; a_2 b_2; a_3 b_3.....

Si ensuite on appelle J_1 J_2 J_3..... les intensités du courant principal dans le cas de 1, 2, 3,..... courants dérivés, L_1 L_2 L_3 les résistances de tout le circuit primitif à l'exception des parties comprises entre les points de dérivation, l'on a d'abord :

1° Dans le cas d'un seul courant dérivé (voir fig. 2).

$$J_1 = \frac{E.\,(r_1 + w_1)}{L_1\,(r_1 + w_1) + r_1\, w_1}; \qquad i_1 = E.\,\frac{w_1}{L_1\,(r_1 + w_1) + r_1\, w_1}$$

2° Dans le cas de deux courants dérivés (voir fig. 3) :

$$J_1 = \frac{E}{L_2 + \frac{r_1\, w_1}{r_1 + w_1} + \frac{r_2\, w_2}{r_2 + w_2}}$$

$$i_1 = \text{E}.\ \frac{w_1\ (r_2 + w_2)}{\text{L}_2\ (r_1 + w_1)\ (r_2 + w_2) + r_1\, w_1\ (r_2 + w_2) + r_2\, w_2\ (r_1 + w_1)}$$

$$i_2 = \text{E}.\ \frac{w_2\ (r_1 + w_1)}{\text{L}_2\ (r_1 + w_1)\ (r_2 + w_2) + r_1\, w_1\ (r_2 + w_2) + r_2\, w_2\ (r_1 + w_1)}$$

En continuant ainsi, il est facile d'entrevoir la loi de ces formules pour le cas général de n circuits dérivés. Si l'on met pour abréger

$$\frac{r_1\, w_1}{r_1 + w_1} + \frac{r_2\, w_2}{r_2 + w_2} + \cdots\cdots \frac{r_n\, w_n}{r_n + w_n} = \sum_1^n \frac{r.\, w}{r + w}$$

on peut écrire l'intensité du courant principal

$$\text{J}_n = \text{E}.\ \frac{1}{\text{L}_n + \sum_1^n \frac{r.\, w}{r + w}} \qquad (1)$$

et l'intensité dans le circuit dérivé du rang k

$$i_k = \text{J}_n\ \frac{w_k}{r_k + w_k} \qquad (2)$$

On voit que pour obtenir la même intensité dans tous les circuits dérivés, il suffit d'avoir partout le même rapport $\frac{r_k}{w_k}$ entre les résistances dérivée et partielle.

Mais si l'on suppose partout la même résistance dans les circuits dérivés, alors il faut, pour que l'intensité y soit également partout la même, adopter aussi partout la même résistance partielle. Si l'on appelle ces résistances r et w, on peut écrire alors

$$\text{J}_n = \text{E}.\ \frac{r + w}{\text{L}\ (r + w) + n.\, r\, w} \cdots\cdots \qquad (3)$$

$$i_1 = i_2 = i_3 \ldots\ i_n = \text{E}.\frac{w}{\text{L}\ (r + w) + n.\, r\, w} \qquad (4)$$

3. — Horloges dans des circuits coordonnés.

Les deux conditions dont nous venons de parler, sont tout naturellement remplies dans le cas des horloges électriques, si l'on suppose ce que des considérations pratiques paraissent conseiller dans la plupart des cas, que toutes les horloges ont des bobines de même nature. Ainsi, en employant des courants dérivés coordonnés, on n'a pas besoin d'introduire des résistances artificielles pour avoir la même force dans toutes les horloges. Mais il y a une autre raison qui y oblige. Car on comprend que si l'on voulait, pour ainsi dire, accrocher tout simplement les pendules à la ligne, il n'y aurait qu'une très-faible partie du courant de la pile qui passerait par les horloges. En effet, si l'on écrit la formule (4) sous la forme

$$i_n = E. \frac{1}{L + n.r + L.\frac{r}{w}} \qquad (5)$$

on voit que si r est beaucoup plus fort que w, ce qui aurait lieu dans le cas où l'on procéderait de la manière mentionnée, le terme du dénominateur $L\frac{r}{w}$ deviendrait fort considérable, et la valeur de i serait très-petite. — En général, le courant dérivé deviendra d'autant plus fort que w est grand, et il atteindra son maximum lorsque $w = \infty$, c'est-à-dire s'il n'y a pas de conducteur du tout entre les points a et b, ou bien qu'il n'y a point de dérivation; dans ce cas i devient $= \frac{E}{L + n\,r}$, comme cela doit être.

En introduisant entre les points a et b une résistance variable, une espèce de rhéostate, on pourrait toujours régler l'intensité du courant de chaque pendule selon les besoins; ordinairement on tiendra cette résistance assez grande par rapport à r; mais dans le cas où le courant ne circulerait plus dans une pendule, ou qu'on serait obligé de la sortir du circuit, on rendrait la résistance artificielle aussi petite que possible. Ces rhéostates auraient pour ainsi dire la fonction des robinets dans nos conduits de fontaine ou de gaz.

Il conviendra souvent de rendre la résistance artificielle égale à celle de l'horloge; on obtient alors

$$J^n = \frac{2.\,E}{2\,L + n\,r} \quad \text{et } i_n = \frac{E}{2\,L + n.\,r} \qquad (6)$$

c'est-à-dire dans ce cas on aurait dans les horloges une intensité de courant égale à celle qui s'y trouverait, lorsqu'elles feraient directement partie de la ligne sans aucune dérivation, mais que la ligne aurait la double résistance. Au lieu de mettre une résistance artificielle entre les points de dérivation, égale à celle d'une horloge, il sera souvent plus rationnel d'y mettre une seconde horloge (voir fig. 4). Car il n'est pas très-probable que deux horloges qui seraient ainsi accouplées, cesseront à la fois de conduire le courant, surtout si l'une d'elles au moins est une horloge publique, accessible seulement aux employés. On pourrait adopter cette combinaison avec toute sûreté dans un des circuits dérivés subordonnés, car si même toutes les deux horloges ne conduisaient plus le courant, il n'arriverait pas moins à toutes les autres.

La formule (6) prouve, en outre, que si l'on combine n horloges de résistance égale, de sorte que deux se trouvent toujours accouplées en deux circuits dérivés parallèles (voir fig. 5), on obtient dans ces pendules la même intensité du courant, qu'on aurait en intercalant la moitié de ces pendules tout simplement dans une ligne qui aurait la double longueur de celle du cas précédent.

4. — Courants dérivés subordonnés.

Nous conserverons la même notation qu'auparavant, et nous appellerons s_1 s_2 s_3..... les intensités des circuits partiels, correspondant aux résistances w_1 w_2 w_3... Ensuite pour rendre les formules plus claires, nous représenterons par U_n U_{n+1} la résistance de la partie de la ligne située entre les circuits dérivés U_n et U_{n+1}; dans ce sens que lorsque la ligne est double (sans qu'on fasse revenir le courant par la terre)

$$U_1\,U_2 = a_1\,a_2 + b_1\,b_2 = 2.\,a_1\,a_2$$
$$U_2\,U_3 = a_2\,a_3 + b_2\,b_3 = 2.\,a_2\,a_3$$

et que dans le cas contraire, où l'on aurait réuni les points b_1 b_2..... à la terre,

$$U_1\,U_2 = a_1\,a_2;\quad U_1\,U_3 = a_1\,a_2 + a_2\,a_3.$$

Enfin on exprime par $P\,U_1$ la résistance de la ligne à partir de la pile jusqu'au premier circuit dérivé, y comprise la résistance de la pile même ; alors on trouve d'abord dans le cas de

1° *Deux circuits dérivés*:

$$w_1 = r_2 + U_1\,U_2$$

$$i_1 = E.\,\frac{w_1}{P\,U_1\,(r_1 + w_1) + r_1\,w_1}$$

$$= E.\frac{r_2 + U_1\,U_2}{r_1\,r_2 + r_1.\,P\,U_2 + r_2.\,P\,U_1 + P\,U_1.\;U_1\,U_2}$$

$$i_2 = s_1 = E.\frac{r_1.}{r_1\,r_2 + r_1.\,P\,U_2 + r_2.\,P\,U_1 + P\,U_1.\;U_1\,U}$$

2° *Trois courants dérivés.*

Il est d'abord facile à voir que les résistances partielles peuvent être exprimées ainsi (voir fig. 6)

$$w_2 = r_3 + U_2\,U_3$$

$$w_1 = U_1\,U_2 + \frac{r_2\,w_2}{r_2 + w_2}$$

$$= \frac{r_2\,r_3 + r_2.\,U_1\,U_3 + r_3.\,U_1\,U_2 + U_1\,U_2.\,U_2\,U_3}{r_2 + r_3 + U_2\,U_3}$$

Si l'on substitue ces valeurs dans les formules

$$i_1 = E.\frac{w_1}{P\,U_1\,(r_1 + w_1) + r_1\,w_1}$$

$$s_1 = E.\frac{r_1}{P\,U_1\,(r_1 + w_1) + r_1\,w_1}$$

on trouve après quelques développements

$$i_1 = E.\frac{r_2\,r_3 + r_2.\,U_1\,U_3 + r_3.\,U_1\,U_2 + U_1\,U_2.\,U_2\,U_3}{D}$$

$$s_1 = E.\frac{r_1\,r_2 + r_1\,r_3 + r_1.\,U_1\,U_2}{D}$$

en désignant par D le dénominateur suivant :

$$D = r_1\,r_2\,r_3 + r_1\,r_2.\,PU_3 + r_1\,r_3.\,PU_2 + r_2\,r_3.\,PU_1 + r_1.PU_2.\,U_2\,U_3$$
$$+ r_2\,P\,U_1.\,U_1\,U_3 + r_3\,P\,U_1.\,U_1\,U_2 + P\,U_1.\,U_1\,U_2.\,U_2\,U_3$$

Lorsqu'on se rappelle maintenant que l'on a

$$i_2 = s_1\,\frac{w_2}{r_2 + w_2} = s_1\,\frac{r_3 + U_2\,U_3}{r_2 + r_3 + U_2\,U_3}$$

$$s_2 = i_2.\,\frac{r_2}{w_2}$$

On obtient

$$i_2 = E. \frac{r_1 r_3 + r_1 . U_2 U_3}{D}$$

$$s_2 = i_3 = E. \frac{r_1 r_2}{D}$$

En continuant ainsi à développer les formules pour quatre et plus courants dérivés, on parvient à en trouver la loi générale que l'on peut formuler ainsi :

« Si dans un circuit électrique il y a n circuits dérivés subordonnés, on obtient l'intensité du courant dans chacun de ces circuits, en multipliant la force électro-motrice par des fractions qui ont toutes le même dénominateur, formé d'après la loi suivante :

Le *dénominateur a* 2^n *termes,* dont chacun est composé de n *facteurs.*

Le *premier terme* est le produit des résistances de tous les circuits dérivés.

Viennent ensuite *n termes,* dont chacun est le produit d'une combinaison des résistances de $(n\text{-}1)$ circuits dérivés, multipliée par les résistances des parties de la ligne, dans lesquelles celle-ci serait divisée, si les $(n\text{-}1)$ circuits dérivés de la combinaison en question n'existaient pas.

Suivent alors $\frac{n.\ n\text{-}1}{1.\ 2}$ *termes*, dont chacun est le produit d'une combinaison des résistances de $n\text{-}2$ circuits dérivés, multipliée par les résistances des parties de la ligne, dans laquelle cette dernière serait divisée, si les $(n\text{-}2)$ circuits dérivés de la combinaison en question n'existaient pas, etc.

n termes dont chacun est le produit de la résistance d'un circuit dérivé avec toutes les parties de la ligne, dans lesquelles cette dernière serait divisée, si le circuit dérivé en question n'existait pas.

Enfin, *le dernier terme* est le produit des résistances de toutes les parties de la ligne, en lesquelles elle se trouve divisée par tous les circuits dérivés.

Les *numérateurs* des fractions avec lesquelles il faut multiplier la force électro-motrice pour obtenir l'intensité des courants dérivés, ont des termes de n-1 facteurs; et le numérateur du circuit de l'ordre k a 2^{n-k} de ces termes, de sorte que si l'on commence à compter les circuits dérivés à partir de la pile, les numérateurs des expressions pour i_1 i_2 i_3 ... i_k ... i_n ont 2^{n-1}, 2^{n-2},... 2^{n-k}.... 2^0 termes.

On forme ensuite le numérateur de i_k en supprimant dans le dénominateur commun d'abord dans tous ses termes la résistance de la partie de la ligne qui commence de la pile. Parmi les termes du dénominateur ainsi réduits, on supprime alors tous ceux qui contiennent comme facteur la résistance du circuit dérivé en question (r_k), ensuite tous les termes qui contiennent la résistance d'une partie quelconque de la ligne qui soit située en deçà (c'est-à-dire vers la pile) du circuit dérivé U_k. — Les termes restants du dénominateur forment les termes du numérateur.

5. — Horloges dans des circuits dérivés subordonnés.

On voit que dans ce cas les intensités dans les circuits dérivés sont loin d'être égales sous toutes les conditions. Mais lorsqu'il s'agit de faire marcher un système d'horloges électriques, il importe beaucoup d'avoir la même force dans toutes les bobines, et si l'on suppose celles-ci construites partout de la même manière, il faudrait alors intercaler dans chaque circuit une telle quantité de résistance artificielle, que l'intensité du courant devient partout la même. Il s'agit donc de déterminer pour chaque circuit dérivé la quantité de résistance qu'il faut intercaler, c'est-à-dire de trouver sous quelles conditions $i_1 = i_2 = i_3 \ldots.$ Comme ces expressions ont un dénominateur commun, il faut égaler leurs numérateurs, par exemple dans le cas de 3 horloges, mettre

$$\begin{aligned} r_1 r_2 &= r_1 r_3 + r_1 . U_2 U_3 \\ &= r_2 r_3 + r_2 . U_1 U_3 + r_3 . U_1 U_2 + U_1 U_2 . U_2 U_3 \end{aligned}$$

d'où l'on tire facilement

$$\begin{aligned} r_2 &= r_3 + U_2 U_3 \\ r_1 &= r_2 + 2 U_1 U_2 = r_3 + U_2 U_3 + 2 U_1 U_2 \end{aligned}$$

En généralisant on trouve pour le cas de n courants dérivés

$$\begin{aligned} r_{n-1} &= r_n + U_{n-1} U_n = r_n + U_{n-1} U_n \\ r_{n-2} &= r_{n-1} + 2 U_{n-2} U_{n-1} = r_n + U_{n-1} U_n + 2 . U_{n-2} U_{n-1} \\ r_{n-3} &= r_{n-2} + 3 U_{n-3} U_{n-2} = r_n + U_{n-1} U_n + 2 . U_{n-2} U_{n-1} + 3 . U_{n-3} U_{n-2} \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ r_1 &= r_2 + (n-1) U_1 U_2 \\ &= r_n + U_{n-1} U_n + 2 U_{n-2} U_{n-1} + 3 U_{n-3} U_{n-2} + \ldots. + (n-1) U_1 U_2 \end{aligned}$$

Il est d'ailleurs facile de vérifier ces formules directement. Car prenons un système de n horloges, il est clair que pour voir le courant se partager en a_{n-1} (voir fig. 7) en égales parties, il faut que $r_{n-1} = r_n + U_{n-1} U_n$. Ensuite pour qu'au point a_{n-2} on ait d'abord dans les deux branches la même résistance, il faudra que

$$r_{n-2} = U_{n-2} U_{n-1} + \frac{r_{n-1}}{2}$$

Mais comme il y a dans une des branches une nouvelle bifurcation, il faut pour que l'intensité soit la même en U_{n-2} qu'en U_{n-1} et U_n, que $r_{n-2} = 2\left(U_{n-2}\, U_{n-1} + \frac{r_{n-1}}{2}\right) = r_{n-1} + 2\, U_{n-2}\, U_{n-1}$, et ainsi de suite. On retrouve donc les mêmes formules.

Il est facile à voir, que si la résistance essentielle de toutes les horloges est supposée égale, que les résistances artificielles à y ajouter pour obtenir partout la même force du courant, sont pour les horloges dans leur ordre à partir de la plus éloignée de la pile,

pour l'horloge		la résistance artificielle est	
U_n	. . . .	0	
U_{n-1}	. . . .	$U_{n-1}\, U_n$	
U_{n-2}	. . . .	$U_{n-1}\, U_n + 2\, U_{n-2}\, U_{n-1}$	(7)
U_{n-3}	. . . .	$U_{n-1}\, U_n + 2\, U_{n-2}\, U_{n-1} + 3\, U_{n-3}\, U_{n-2}$	
.		. . .	
.		. . .	
.		. . .	
U_1	. . . .	$U_{n-1}\, U_n + 2\, U_{n-2}\, U_{n-1} + \ldots\ldots + (n-1)\, U_1\, U_1$	

Maintenant si l'on intercale réellement ces résistances et qu'on obtient dans toutes les horloges la même force du courant, quelle sera cette force ?

Si nous remplaçons, par exemple dans les formules données plus haut (voir p. 9) pour les intensités des courants dans le cas de trois horloges, les valeurs que nous venons de trouver pour r_1 et r_2 (voir p. 12), nous trouvons après quelques transformations, et en divisant le dénominateur par le numérateur

$$i_3 = i_2 = i_1 = \frac{E}{3\, P\, U_1 + 2\, U_1\, U_2 + U_2\, U_3 + r}$$

et en opérant de même pour le cas général de n horloges, l'intensité du courant, lorsqu'elle est rendue la même dans toutes, est

$$i = \frac{E}{r + U_n U_{n-1} + 2 U_{n-1} U_{n-2} + 3 U_{n-2} U_{n-3} + \dots + (n-1) U_2 U_1 + n P U_1} \quad (8)$$

6.

Pour appliquer ces formules à un exemple, supposons qu'on ait 5 horloges, chacune avec une résistance essentielle de 5000, et placées à des distances (à partir de la pile), dont les résistances exprimées dans la même unité sont 300, 3000, 1000, 2000 et 400. La résistance essentielle de la pile soit de 200, de sorte que $PU_1 = 500$. On suppose encore que le courant est reconduit par la terre. En coordonnant les courants dérivés et en intercalant entre les points de dérivation des résistances égales à celle d'une horloge, on trouve d'après la formule (6) l'intensité du courant dans chaque pendule $i = E \frac{1}{38800}$ tandis que, si les pendules faisaient directement parties du circuit principal, la force serait $i = E \frac{1}{31900}$.

On aurait donc acheté la sûreté de la marche, en augmentant la résistance dans la proportion de 69 sur 319, ou bien en diminuant l'intensité du courant dans la proportion de 388 : 319, c'est-à-dire à peu près de 5 : 4.

Si l'on subordonne les courants, il faut, pour rendre la force partout la même, ajouter aux horloges à partir de l'avant-dernière, les résistances artificielles suivantes: 400, 4400, 7400 et 19400 et on obtient alors d'après la formule (8) l'intensité dans toutes les horloges $1 = E \frac{1}{26900}$.

Ainsi dans notre exemple le second système est de beaucoup préférable, puisque la force du courant dans les horloges se trouve plus grande que dans l'autre système dans la proportion de 388 : 269, ou bien de 13 : 9. Il n'en sera pas toujours ainsi ; et les données de chaque cas particulier doivent décider à quel système il faudrait donner la préférence.

Toutes les fois où la résistance artificielle, qu'il faut intercaler pour obtenir l'égalité du courant, devient plus grande que la résistance d'une bobine, il convient apparemment de lui substituer une horloge. Dans l'exemple ci-dessus cela aurait lieu pour les 3 premiers circuits dérivés, auxquels il faut ajouter 19400, 7400, 4400 de résistance. On pourrait donc introduire dans le premier circuit encore 4 horloges, dans le second d'abord 2 horloges accouplées, comme il a été dit (voyez page 595), ce qui donnera 2500 de résistance, et encore une horloge simple ; enfin dans le troisième on introduirait *une* horloge.

D'après les circonstances de chaque cas donné on pourra toujours trouver les combinaisons les plus avantageuses d'après les formules que nous venons d'établir.

7.

Si les convenances de fabrication et du service ne demandaient pas l'uniformité des bobines, il serait certainement préférable, d'utiliser la résistance artificielle, qui ne serait pas assez grande pour être remplacée par une horloge, en la faisant faire partie de la bobine même, au lieu de l'ajouter extérieurement et par conséquent sans effet utile direct.

Lorsqu'on admet des différences de construction pour les bobines d'un système d'horloges, on peut même envisager le problème sous un autre point de vue plus exact.

Car en effet ce qu'il s'agit d'obtenir, ce n'est point la même intensité du courant électrique dans toutes les horloges, mais bien le même moment magnétique, pour que l'armature des électro-aimants soit attirée partout avec la même force. Or ce moment magnétique ne dépend pas seulement de la force du courant qui circule dans la bobine, mais aussi du nombre des spires qui la forment. Si ce nombre est appellé p et que m signifie le moment magnétique, l'on a $m = p \times i$, et il s'agirait maintenant de déterminer les conditions, dans lesquelles ces quantités m deviennent égales dans un système de n horloges, pour lesquelles les intensités i du courant seraient données par les formules du § 4. En d'autres termes, il faudrait trouver les valeurs de p, qui satisfassent aux conditions $m_1 = p_1\, i_1 = m_2 = p_2\, i_2 = m_n = p_n\, i_n$.

On aurait donc $n - 1$ équations de condition pour déterminer les n quantités $p_1\, p_2\, p_3 \ldots p_n$, de sorte que *un* des nombres p resterait indéterminé, comme cela doit être. On le déterminerait de manière à ce que l'effet magnétique m dépasse le minimum de force mécanique, nécessaire pour faire fonctionner les horloges avec sûreté.

Mais si l'on considère, qu'en réalité les seules constantes du problème sont les distances des horloges, c'est-à-dire des quantités que nous avons désignées par $P\,U_1$, $U_1\,U_2$, $U_2\,U_3\ldots$, que les résistances des bobines

r_1 r_2 r_3... sont également à déterminer et sont en même temps liées aux nombres p_1 p_2 p_3.... des spires, on voit qu'il y a en effet 2 (n – 1) quantités à déterminer, tandis qu'il n'y a que n – 1 équations de condition.

Le problème est donc complètement indéterminé et théoriquement on peut obtenir l'égalité de l'effet magnétique par un grand nombre de combinaisons. Cependant la pratique restreint cette diversité, puisqu'on ne peut pas dépasser certaines limites dans les dimensions des électro-aimants. En général, comme l'intensité du courant diminue à mesure qu'on s'éloigne de la pile, il conviendrait de donner aux bobines des horloges, voisines de la pile, beaucoup de résistance et peu de spires; les aimants seraient courts et les bobines d'un fil très-mince, auraient un grand diamètre intérieur. Le contraire aurait lieu pour les dernières horloges; là on choisirait un fil fort, pour diminuer la résistance et on augmenterait le nombre des spires; les aimants seraient longs et les bobines d'un faible diamètre intérieur. Dans la pratique il y aura toujours des limites pour les deux bobines extrêmes, pour la première faible et à grande résistance et la dernière forte et à petite résistance. Connaissant dans chaque cas donné les distances des horloges et les limites de construction pour les deux bobines extrêmes, on pourra toujours déterminer, d'après les formules données, le nombre de spires et la résistance de chaque bobine, de telle sorte qu'en augmentant à partir de la première le nombre de spires et en diminuant la résistance, on obtienne partout le même effet magnétique.

Il y a cependant une considération, qui porte à obtenir cet effet seulement approximativement et de préférence par l'augmentation de la résistance dans les premières bobines, sans en diminuer le nombre des spires, de sorte que l'on obtienne une légère décroissance de la force magnétique pour chaque horloge suivante, et qu'elle soit la plus faible pour la dernière. Car en plaçant celle-ci à la fin du contour près de la pile, l'employé chargé de la surveillance serait presque assuré que toutes les horloges ont assez de force, si cette dernière marche avec sûreté.