

Zeitschrift: IABSE reports = Rapports AIPC = IVBH Berichte
Band: 48 (1985)

Artikel: Théorie non linéaire des poutres mixtes
Autor: Lachance, Luc / Picard, André / Michaud, Yvon
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-37470>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

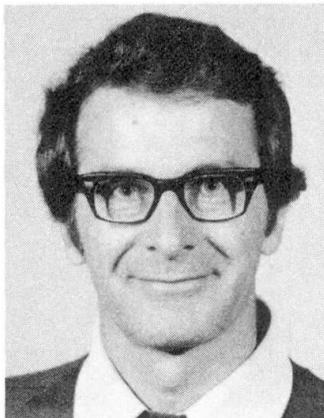
Théorie non linéaire des poutres mixtes

Nicht-lineare Theorie von Verbundbalken

Non-Linear Theory of Composite Beams

Luc LACHANCE

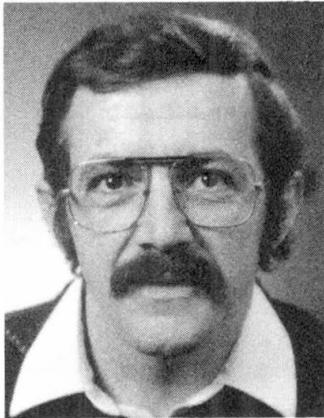
Professeur titulaire
Université Laval
Québec, PQ, Canada



Luc Lachance obtient son diplôme d'ingénieur civil de l'Université Laval en 1958. Boursier Athlone en 1958-60, il obtient un MSc de l'Imperial College, Londres. En 1973, il obtient un doctorat de l'Université Laval. Il est l'auteur d'une vingtaine d'articles scientifiques dans le domaine du béton armé.

André PICARD

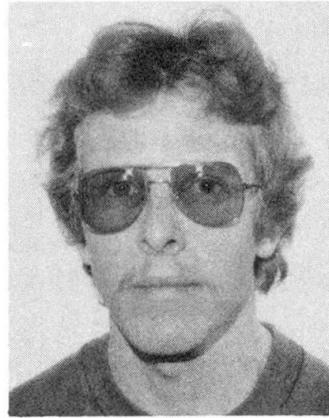
Professeur titulaire
Université Laval
Québec, PQ, Canada



André Picard obtient son diplôme d'ingénieur civil et sa maîtrise de l'Université Laval en 1967 et 1969, et son PhD de l'Université de Londres en 1971. Il est l'auteur d'une vingtaine d'articles scientifiques et des volumes «Béton Précontraint» et «Calcul aux états limites des charpentes d'acier».

Yvon MICHAUD

Etudiant gradué
Université Laval
Québec, PQ, Canada



Yvon Michaud obtient son diplôme d'ingénieur civil et sa maîtrise de l'Université Laval en 1982 et 1984. Présentement, il poursuit ses études dans le domaine des poteaux mixtes en vue d'obtenir un doctorat.

RÉSUMÉ

Une théorie non linéaire des sections mixtes, tenant compte rigoureusement des courbes contrainte-déformation des matériaux, est utilisé pour vérifier les moments et les flèches à la rupture de huit poutres mixtes mises à l'essai. En modifiant raisonnablement la courbe de comportement du béton mesurée sur des cylindres de contrôle, il est possible d'obtenir un moment théorique identique au moment expérimental, et une flèche environ 10% plus faible.

ZUSAMMENFASSUNG

Eine nicht-lineare Theorie für Verbundquerschnitte, welche die Spannungs-Dehnungsdiagramme der Materialien streng berücksichtigt, wird angewandt, um die Momente und Durchbiegungen zum Zeitpunkt des Bruchs im Versuch mit 8 Verbundträgern nachzuweisen. Durch die angemessene Anpassung der Spannungs-Dehnungskurve des Betons, bestimmt am Prüfzylinder, ist es möglich, eine Übereinstimmung des theoretischen und experimentell bestimmten Momentes und eine 10% kleinere Durchbiegung zu erhalten.

SUMMARY

A composite section non-linear theory which takes into account actual concrete and steel stress-strain curves is used to predict ultimate moments and deflections of eight composite beams. By adequately adjusting the concrete stress-strain curve measured on control cylinders, we obtain theoretical moments identical to experimental ones, and deflections about 10% smaller.



1. INTRODUCTION

Ce sont des événements tels que les tremblements de terre qui ont permis de constater la supériorité des bâtiments utilisant des pièces composites sur les bâtiments en acier ou en béton armé [8, 14]. Ces constatations stimulèrent l'intérêt des chercheurs pour les pièces mixtes (aussi appelées pièces composites) constituées de profilés d'acier enrobés entièrement de béton, renforcés ou non par des barres d'armature longitudinales et des étriers transversaux.

Dans un récent rapport, "Planning and Design of Tall Building" [2], un groupe de chercheurs de plusieurs pays ont fait le point sur tout ce qui concerne la construction de bâtiments multi-étages. Il est question entre autres des poutres mixtes qui, selon ces chercheurs, constituent dans bien des cas un très bon choix, même dans les régions non-sujettes aux tremblements de terre.

La présente étude sur les poutres composites est le début d'une série de recherches qui s'effectueront à l'Université Laval dans le domaine des constructions mixtes. Les résultats obtenus sur une poutre mixte rectangulaire en flexion serviront de base pour étudier la composante de flexion d'un poteau mixte.

Si on fait exception des études faites au Japon [14, 15], peu de recherches ont été effectuées sur les poutres composites. Les chercheurs qui se sont intéressés à ces poutres avaient pour objectif de démontrer que le béton collabore avec l'acier du profilé lors de la flexion. Une fois que l'action composite fut démontrée, il ne semble pas qu'il y ait eu beaucoup d'autres recherches sur les poutres mixtes.

2. ETUDE THEORIQUE

Dans cet article, nous utiliserons une méthode d'analyse théorique des poutres ou poteaux mixtes, mise au point par Lachance [3, 5] et Lachance and Hays [4], qui tient compte de la non-linéarité des matériaux constituant la pièce mixte. Cette théorie permet de connaître la distribution des contraintes dans une section quelconque composée de trois matériaux et travaillant en flexion biaxiale. Avec cette théorie, nous pouvons analyser aussi bien une poutre mixte fléchie uniaxiallement, qu'un poteau mixte soumis à de la flexion composée biaxiale. Nous étudierons principalement, à l'aide de cette théorie, le moment de flexion et la flèche à la rupture.

Nous pouvons connaître le moment de flexion et la courbure d'une section en fixant la déformation unitaire d'une fibre d'un des matériaux constituant la pièce. Le nombre de tronçons de la courbe moment-courbure est relié directement à la déformation maximale de chacun des matériaux lors du chargement de la poutre. Pour bien comprendre comment est divisée cette courbe, prenons un cas rencontré fréquemment avec les poutres mixtes, où la rupture survient lorsque le béton atteint sa déformation relative ultime. A ce moment, les barres longitudinales inférieures ont atteint depuis un certain temps la limite élastique, sans cependant

parvenir à l'écrouissage de l'acier. Il en est de même pour le profilé dont les fibres inférieures ont atteint la limite élastique. Par conséquent, la courbe moment-courbure possède six tronçons différents (réf. 6), chacun se terminant lorsqu'un des trois matériaux entre dans une nouvelle phase de comportement. Lorsqu'on connaît les coordonnées du début et de la fin de chaque tronçon de la courbe moment-courbure, nous calculons un certain nombre de points intermédiaires, de façon à pouvoir faire une approximation polynomiale valable pour chacun des tronçons.

Si on veut connaître la flèche en un point quelconque d'une poutre, on utilise la théorie de la poutre conjuguée, selon laquelle la flèche en un point de la poutre est égale au moment fléchissant en ce même point, produit par un chargement fictif M/EI . La courbe moment-courbure est utilisée pour déterminer ce chargement fictif, puisque M/EI est égal à la courbure, aussi bien dans le domaine linéaire que non linéaire.

3. ETUDE EXPERIMENTALE

Le but premier des essais est de vérifier expérimentalement si on peut prédire de façon adéquate le comportement en flexion des pièces mixtes, en utilisant une théorie non linéaire qui fait appel à l'hypothèse selon laquelle le comportement du béton dans la zone en compression des poutres fléchies suit une relation similaire au béton du cylindre de contrôle en compression.

Les mesures effectuées lors des essais sur les poutres permettront de vérifier ces hypothèses, afin de pouvoir les corriger, s'il y a lieu, dans la théorie non linéaire.

Quatorze poutres ayant une longueur de 4100 mm et une section rectangulaire de 250x300 mm, ont été fabriquées en laboratoire [6]. La figure 1 illustre l'arrangement de l'armature à l'intérieur des poutres. Un profilé d'acier M100x19 (ayant une profondeur nominale de 100 mm et une masse linéique de 19 kN/m), d'une longueur de 4060 mm, fut placé au centre du coffrage, son axe fort coincidant avec l'axe fort de la poutre. Quatre barres d'armature no. 15, d'une longueur de 4060 mm chacune, furent disposées aux quatre coins de la section et entourées par 34 étriers fermés no. 15 uniformément répartis le long de la poutre. Le pourcentage d'armature longitudinale, i.e. le profilé et les quatre barres, est de 4,3%.

Des quatorze poutres fabriquées, huit ont été conçues pour être fléchies par rapport à l'axe fort et les six autres par rapport à l'axe faible. Tel que rapporté par Michaud [6], la technique de fabrication des poutres fut légèrement différente selon l'essai effectué. Afin de ne pas confondre les deux séries de poutres, celles qui ont été fabriquées pour être fléchies par rapport à l'axe fort sont dénommées type A, et les autres type B. Les poutres de type B ont été fabriquées pour étudier la composante de flexion par rapport à l'axe faible des poteaux mixtes. Dans le présent article, il n'est question que des poutres de type A.

Pour limiter le glissement entre le béton et le profilé d'acier on a utilisé des goujons ou des plaques d'acier dans certaines des huit poutres de la série A. Sur quatre profilés, nous avons soudé

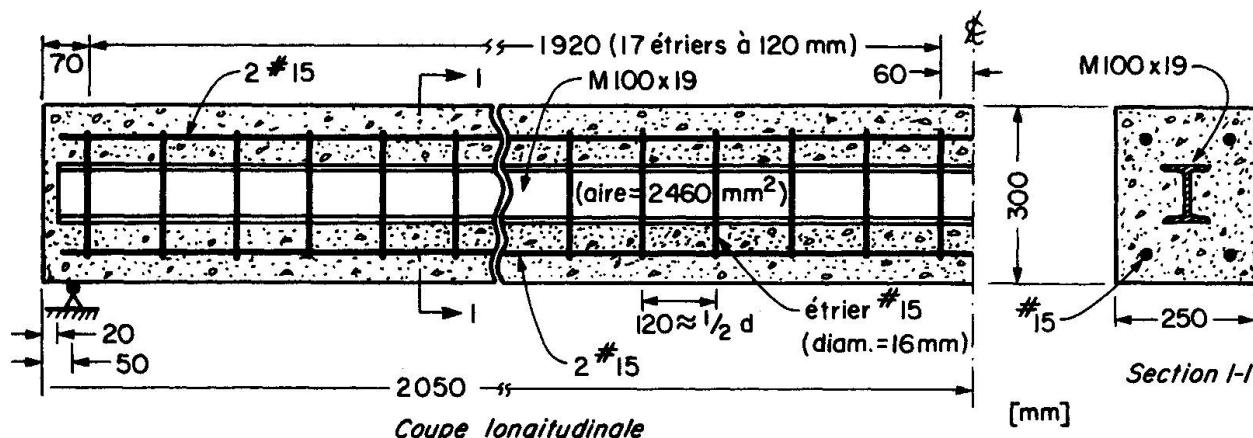


Fig. 1—Armature des poutres composites.

Tableau 1. Comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques pour différentes courbes contrainte-déformation du béton

Déformation unitaire ultime 10^{-3}	Moment ultime		Rapport col.(3) col.(2)	Flèche ultime		Rapport col.(6) col.(5)
	Expéri-mental (1)	Théorique (2)		Expéri-mentale (5)	Théorique (6)	
3,0	Valeur moyenne de la 1re coulée:	113,14	0,89	Valeur moyenne de la 1re coulée:	30,02	0,62
4,5		124,02	0,98		40,21	0,83
5,0	126,5	126,17	1,00	48,2	42,69	0,89
5,5		127,90	1,01		44,95	0,93
<hr/>						
3,0	Valeur moyenne de la 2me coulée:	112,02	0,93	Valeur moyenne de la 2me coulée:	29,55	0,62
4,5		122,66	1,02		39,17	0,82
5,0	120,3	124,46	1,03	47,8	41,28	0,86
5,5		125,91	1,05		43,21	0,90

des goujons sur l'âme. Sur deux profilés, dont un n'ayant pas de goujons, une plaque d'acier a été soudée à chaque extrémité, dans le but d'empêcher le glissement global du profilé.

Pour fléchir les poutres on a appliquée une charge concentrée à la mi-portée. Pour la mesure des flèches on a utilisé quatre potentiomètres linéaires, appelés aussi deflectomètres électroniques, disposés dans la zone centrale de la poutre. Les déformations unitaires du profilé d'acier ont été mesurées par huit jauge électriques collées sur les ailes du profilé, à la section centrale de la poutre. Les déformations unitaires moyennes ont permis de calculer la position de l'axe neutre et la courbure de la section d'acier. Des jauge électriques, servant à mesurer les déformations unitaires du béton, ont été collées à la mi-portée des poutres à 20 mm et 80 mm de la fibre supérieure, de chaque côté de la poutre. Ces jauge ont permis de calculer la déformation unitaire des fibres supérieures, ainsi que la position de l'axe neutre et la courbure de la section.

Trois cylindres de 150x300 mm ont été prélevés pour chacune des poutres, afin de déterminer la résistance en compression du béton. La courbe contrainte-déformation est obtenue grâce à un deflectomètre électronique installé sur le cylindre. La charge appliquée et la déformation sont automatiquement enregistrées par le système d'acquisition des données. La résistance en traction du béton est obtenue par un essai brésilien sur trois cylindres de 100x200 mm pour chaque poutre.

Lors de la commande des barres d'armature servant à la fabrication des poutres, nous avons exigé que toutes les barres proviennent du même lot. Il en a été de même pour les profilés. La courbe contrainte-déformation de l'acier est mesurée sur des éprouvettes en traction et on suppose que cette courbe est identique en compression. De plus, on a admis que le module d'élasticité de l'acier est égal à 200000 MPa.

4. COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX

Si on compare les valeurs théoriques du moment de flexion ultime et de la flèche à la rupture, avec les valeurs moyennes de ces paramètres obtenues expérimentalement, on constate que la théorie sous-estime d'environ 10% le moment ultime et d'environ 38% la flèche à la rupture des poutres mises à l'essai. Ces résultats théoriques sont obtenus en utilisant, pour l'analyse non linéaire, la courbe contrainte-déformation du béton obtenue à partir des cylindres de contrôle. Cependant, nous savons que le taux de déformation, le gradient de déformation et le confinement par l'armature modifient de façon significative le comportement du béton en compression, de sorte que la courbe contrainte-déformation, mesurée sur des cylindres en compression uniforme, peut être différente de celle d'une fibre en compression d'une poutre fléchie.

4.1 Comportement du béton en fonction du taux de déformation

Rüsch [9] a étudié l'influence de la vitesse de chargement sur la courbe contrainte-déformation du béton. Ses résultats montrent qu'après avoir atteint 30% de la contrainte ultime, plus le taux



de déformation est lent, plus la déformation unitaire est grande pour une même charge et plus la contrainte ultime supportée par le béton est faible.

Sargin [10] conclut, à la suite de ses essais, qu'en diminuant le taux de déformation, on augmente la déformation unitaire ultime, tandis qu'on diminue la contrainte correspondante et le module d'élasticité initial.

4.2 Comportement du béton soumis à un gradient de déformation

Plusieurs chercheurs ont voulu déterminer l'influence d'un gradient de déformation sur la courbe contrainte-déformation du béton. Cet intérêt vient du fait qu'on avait noté que le béton en flexion se rupture à des déformations unitaires plus grandes que le béton en compression uniforme.

Sturman et al. [12] ont trouvé qu'un gradient de déformation en flexion a pour effet de retarder la propagation des fissures dans le béton. Par une approche combinant l'expérimentation et une méthode statistique, ils ont trouvé que la contrainte maximale en flexion est 20% plus élevée et correspond à une déformation unitaire 50% plus grande que la valeur trouvée en compression uniforme. D'après leurs résultats, la courbe contrainte-déformation du béton dans une poutre en flexion, est similaire à la courbe trouvée à l'aide d'un prisme chargé excentriquement.

Les recherches pour déterminer l'effet du gradient de déformation n'ont pas donné les mêmes résultats d'un chercheur à l'autre, de sorte qu'il est difficile à l'heure actuelle de déterminer la courbe contrainte-déformation du béton dans une poutre, à partir de la courbe obtenue en compression uniforme.

4.3 Comportement du béton confiné par l'armature

Plusieurs chercheurs ont tenté de calculer ou de mesurer l'effet de confinement du béton causé par l'armature transversale et longitudinale, à l'intérieur des poutres et des poteaux. Priestley et al. [7] qui ont mesuré l'effet du confinement dans des poteaux de béton, armés de spires hélicoïdales, ont démontré que la résistance du béton augmente grandement et que sa déformation ultime est trois à cinq fois plus grande. Ahmad et Shah [1] qui ont fait le même genre d'essais ont obtenu un béton jusqu'à 25% plus résistant, avec une déformation ultime deux à trois fois plus grande, selon la distance entre les spires.

Szulczynski et Sozen [13] ont fait des essais sur des prismes de béton armé transversalement par des étriers rectangulaires et soumis à une compression uniforme. Leurs résultats indiquent que la ductilité du béton est considérablement accrue par la présence d'étriers.

Soliman et Yu [11] sont d'avis que l'effet de confinement par les étriers dans une pièce de béton en flexion est différente et plus difficile à déterminer que dans une pièce en compression uniforme. Dans une pièce en flexion, les déformations latérales sont plus importantes dans les fibres extrêmes en compression et

pratiquement nulles près de l'axe neutre. Conséquemment, l'effet du confinement latéral est irrégulier sur la profondeur en compression.

4.4 Modification des courbes contrainte-déformation du béton

En tenant compte des résultats des principaux travaux de recherche, nous avons été en mesure de modifier de façon réaliste les courbes contrainte-déformation mesurées sur les cylindres de béton.

Dans le tableau 1, on compare les résultats théoriques avec les résultats expérimentaux moyens. Pour les poutres de la première coulée, l'erreur sur le moment ultime théorique, qui est de -11% en utilisant sans modification la courbe contrainte-déformation du béton mesurée sur des cylindres, devient nulle si on utilise la courbe modifiée avec une déformation unitaire ultime égale à 0,005, tandis que l'erreur correspondante sur la flèche à la rupture passe de -38% à -11%. Pour la deuxième coulée, les mêmes comparaisons montrent que l'erreur sur le moment ultime est réduite de -7% à +3%, tandis que l'erreur sur la flèche à la rupture passe de -38% à -14%.

Il est donc possible d'obtenir de bons résultats en modifiant la courbe contrainte-déformation du béton mesurée sur des cylindres en compression uniaxiale. Cependant, l'état actuel des connaissances sur le comportement du béton ne permet pas d'effectuer avec précision ces modifications.

5. CONCLUSIONS

Huit poutres ont été mises à l'essai, dont quatre avec goujons ou plaques soudés sur le profilé d'acier dans le but de limiter son glissement à l'intérieur de la poutre de béton. Les essais de flexion de ces huit poutres mixtes et l'analyse théorique non linéaire ont permis d'obtenir les renseignements suivants:

1. Le comportement global des poutres mixtes ne fut aucunement influencé par les modifications que nous avons apportées à certains profilés dans le but d'en limiter le glissement dans la poutre (addition de goujons ou plaques).
2. Les recherches rapportées par plusieurs auteurs et les essais sur les cylindres de béton ont permis de modifier raisonnablement la courbe contrainte-déformation du béton obtenue de l'essai standard, de façon à mieux représenter le comportement du béton à l'intérieur de la poutre fléchie.
3. L'utilisation d'une théorie tenant compte de la non-linéarité des contraintes dans les matériaux constituant les poutres mixtes a permis d'obtenir des résultats numériques qui se rapprochent d'une façon satisfaisante des résultats expérimentaux.

6. BIBLIOGRAPHIE

1. AHMAD, S.H., and SHAH, S.P., "Stress-Strain Curves of Concrete Confined by Spiral Reinforcement", Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, Vol. 79, No. 6, Nov.-Dec.,

- 1982, pp. 484-490.
- 2. KHAN, F.R., and RANKINE, J., "Tall Building Systems and Concepts", Monograph of the Council on Tall Buildings and Urban Habitat, ASCE and Council Headquarters of the Fritz Engineering Laboratory, Vol. SC, New York, 1980, pp. 31, 32, 406.
 - 3. LACHANCE, L., "Stress Distribution in Reinforced Concrete Sections Subjected to Biaxial Loading", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 77, No. 2, March-April, 1980, pp. 116-123.
 - 4. LACHANCE, L., and HAYS, Clifford O., "Accuracy of Composite Section Nonlinear Solutions", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST11, Proc. Paper 15801, Nov., 1980, pp. 2203-2219.
 - 5. LACHANCE, L., "Ultimate Strength of Biaxially Loaded Composite Sections", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST10, Proc. Paper 17420, Oct., 1982, pp. 2313-2329.
 - 6. MICHAUD, Yvon, "Etude théorique et expérimentale de poutres mixtes rectangulaires simplement appuyées soumises à de la flexion uniaxiale selon l'axe majeur", Thèse de maîtrise, Département de génie civil, Université Laval, Québec, Canada, 1984.
 - 7. PRIESTLEY, M.J.N., PARK, R., and LU, F.P.S., "Moment-Curvature Relationships for Prestressed Concrete in Constant Moment Zones", Magazine of Concrete Research, Vol. 23, No. 75-76, June-September, 1971, pp. 69-78.
 - 8. PROCTER, A.N., "Composite Construction", The Consulting Engineer, Vol. 33, No. 2, Feb., 1969, pp. 48, 50, 52, 54.
 - 9. RÜSCH, H., "Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 57, No. 1, July, 1960, pp. 1-28.
 - 10. SARGIN, M., "Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections", Study No. 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1972, 167 pages.
 - 11. SOLIMAN, M.T.M., and YU, C.W., "The Flexural Stress-Strain Relationship of Concrete Confined by Rectangular Transverse Reinforcement", Magazine of Concrete Research, Vol. 19, No. 61, Dec., 1967, pp. 223-238.
 - 12. STURMAN, G.M., SHAH, S.P., and WINTER, G., "Effects of Flexural Strain Gradients on Microcracking and Stress-Strain Behavior of Concrete", Journal of the American Concrete Institute, Vol. 62, No. 7, July, 1965, pp. 805-822.
 - 13. SZULCZYNSKI, T., and SOZEN, M.A., "Load-Deformation Characteristics of Reinforced Concrete Prisms with Rectilinear Transverse Reinforcement", Structural Research Series No. 224, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana, September, 1961, 54 pages.
 - 14. WAKABAYASHI, M., NAKA, T., and KATO, B., "Elasto-plastic Behavior of Encased Structures", ASCE-IABSE Proceedings of International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Vol. A, August, 1972, pp. 233-252.
 - 15. WAKABAYASHI, M., "Recent Japanese Developments in Mixed Structures", Proceedings of the National Structural Engineering Conference on Methods of Structural Analysis, ASCE, Vol. 1, 1976, pp. 497-515.