

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen  
**Band:** 22 (1975)  
**Artikel:** Détermination de la température de ruine d'une structure hyperstatique  
**Autor:** Kruppa, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-19387>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## IV

**Détermination de la température de ruine d'une structure hyperstatique**

Bestimmung der Versagenstemperatur eines statisch unbestimmten Tragwerks

Evaluation of Collapse Temperature of Statically Indeterminate Structure

**J. KRUPPA**

Ingenieur, Département Etudes

Centre Technique Industriel de la Construction Métallique  
Puteaux/France**1 - INTRODUCTION.**

Dans leur contribution, parue dans le rapport introductif, Messieurs Beyer, Klingmüller et Thierauf utilisent une technique de programmation linéaire pour obtenir la charge de ruine d'une structure soumise à l'incendie.

S'appuyant sur la même technique, l'auteur se propose de décrire une formulation différente de celle de MM. Beyer, Klingmüller et Thierauf permettant de déterminer la température critique d'une structure hyperstatique.

Nous rappelons que le calcul de la résistance au feu d'une structure métallique s'effectue en deux étapes :

- D'abord, la recherche de la température de ruine de la structure,
- puis la détermination du temps nécessaire pour que la structure atteigne cette température critique.

L'objet de cette contribution concerne essentiellement l'étude du premier point.

La température critique d'une structure est la température de cette structure lorsqu'elle se ruine, c'est-à-dire lorsque la charge appliquée est égale à sa charge de ruine. Lors d'un incendie, la charge appliquée ne varie pas ; seule la charge de ruine, liée à la limite d'élasticité, décroît en fonction de l'élévation de température.

Après avoir exposé la formulation adoptée pour évaluer la température critique, nous comparerons les calculs à des résultats expérimentaux.

**2 - FORMULATION DU PROBLEME.**

Pour une poutre isostatique, il suffit qu'une rotule se forme dans la section la plus sollicitée pour avoir un système déformable. Ainsi, si  $M_{\max}$  est le moment maximal dû aux charges extérieures et  $M_p(\theta)$  le moment plastique en section variant avec la température, la ruine interviendra lorsque :

$$M_p(\theta_r) = M_{\max}$$

si la variation de  $M_p$  avec la température est connue ; il sera possible de dé-

terminer la température critique  $\theta_r$ .

Pour une structure hyperstatique, le problème est plus complexe car avant que la ruine intervienne, il faudra que plusieurs rotules plastiques se forment, entraînant à chaque fois une redistribution des moments fléchissants.

La ruine d'une structure est parfaitement caractérisée par la température critique, indépendamment de l'histoire de la déformée.

L'emploi d'une technique de programmation linéaire peut donc nous permettre de trouver cette température. Le problème se décompose alors comme suit :

- localiser les sections potentiellement critiques,
- noter pour chaque section que le moment dû aux charges extérieures et aux inconnues hyperstatiques doit être, en valeur absolue, inférieur ou égal au moment plastique à T °C.

Soit  $x_i$  les inconnues hyperstatiques,  
et  $P_j$  les charges appliquées.

Pour chaque section nous devons avoir :

$$\sum_i a_i x_i + \sum_j b_j p_j \leq [M_p(T)] \quad (1)$$

Le problème peut rester sous cette forme : on se fixe une température  $T_1$  - on connaît donc  $M_p(T_1)$  - et on calcule la charge de ruine  $p_1$  correspondante. Pour une charge d'utilisation  $p$  connue, la température de ruine de la structure sera égale à  $T_1$  lorsque :

$$p_1 = p$$

Cette démarche pourra parfois être assez longue et l'on sera, dans tous les cas, obligé d'effectuer plusieurs calculs avant d'aboutir à cette égalité.

Une formulation différente du problème permet d'obtenir directement la température de ruine. En effet, les  $p_j$  étant connus, l'équation (1) peut s'écrire :

$$\sum_i a_i x_i - [M_p(T)] \leq - \sum_j b_j p_j \quad (2)$$

avec comme fonction économique  $c = T$ . Pour  $n$  sections potentiellement critiques, il existera  $2n$  équations. Quelques approximations seront nécessaires, car  $M_p$  doit obligatoirement varier linéairement en fonction de  $T$ . Deux cas sont alors à distinguer :

a) La température peut éventuellement varier sur la longueur des barres mais reste homogène à l'intérieur d'une même section.

Pour une section,  $M_p$  est donné par :

$$M_p(T) = Z_p \cdot \sigma_e(T)$$

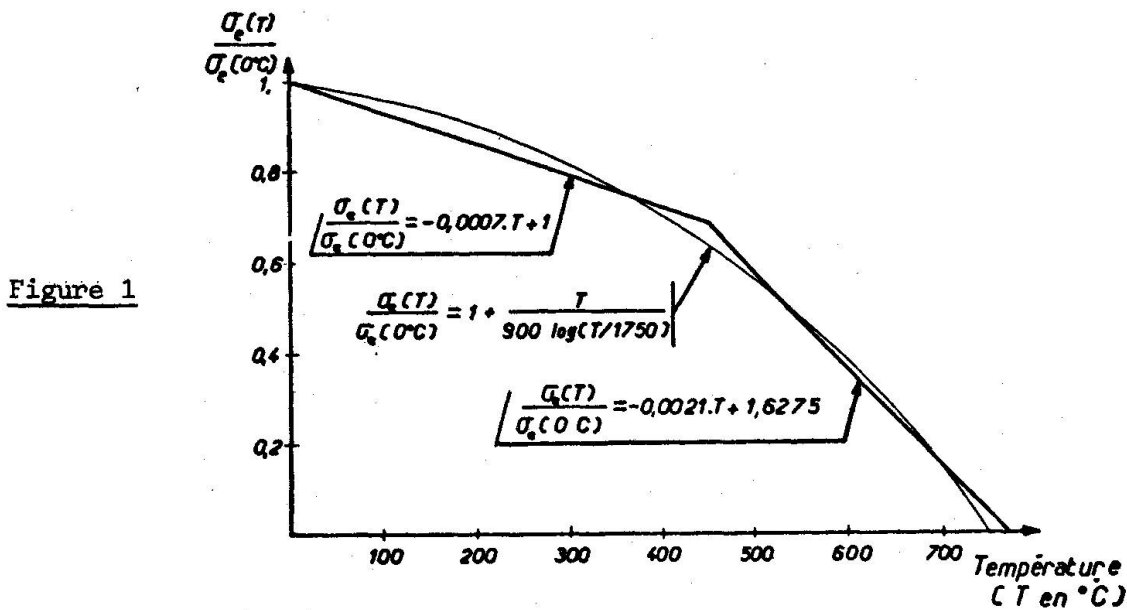
avec  $Z_p$  : module d'inertie plastique de la section considérée,

$T$  : température de cette section,

$\sigma_e(T)$  : limite d'élasticité à T °C pouvant être représentée par la formule :

$$\sigma_e(T) = \sigma_e \left[ 1 + \frac{T}{900 \log \left( \frac{T}{1750} \right)} \right]$$

Afin d'avoir  $M_p = aT + b$ , il est nécessaire d'approximer la fonction  $\sigma_e(T)$  par deux segments de droite (Figure 1).



Si l'on désire avoir des résultats plus précis, il faudra utiliser trois ou quatre segments, mais ceci majore d'autant le nombre d'équations à traiter ( $3 \times 2n$  ou  $4 \times 2n$ ).

Si les températures varient sur la longueur des barres, elles devront cependant être homothétiques. C'est-à-dire que la température dans une section  $k$  sera égale à  $d$  fois la température dans la section  $k + 1$ ,  $d$  pouvant prendre n'importe quelle valeur mais restant constant quelle que soit la température de ruine.

b) La température peut éventuellement varier sur la longueur des barres et est hétérogène dans une même section. Cependant, la variation de la température ne se fait que parallèlement à l'âme (figure 2).

Dans ce cas, on est obligé d'effectuer des calculs systématiques de  $M_p$  en fonction de la température, du rapport  $T_2/T_1$  et de la variation de la température.

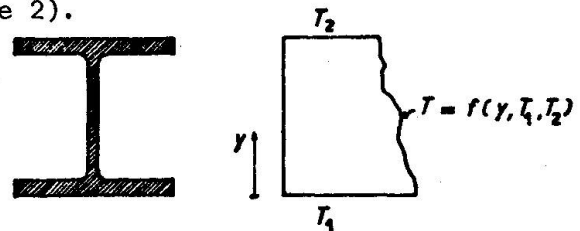


Figure 2

Par exemple, pour un HEB 200, avec une répartition de température linéaire, la variation de  $M_p(T)/M_p(0^\circ\text{C})$  est représentée sur la figure 3.

Pour avoir  $M_p$  linéaire en fonction de  $T$ , il faut aussi décomposer ces courbes en deux ou trois segments de droite et ce pour chaque valeur possible de :

$$\alpha = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Des formules générales peuvent, toutefois, être trouvées. Par exemple pour le HEB 200 cité ci-dessus,  $M_p(T)/M_p$  est donné, pour une décomposition en deux segments, par :

$$\frac{M_p(T)}{M_p(0^\circ\text{C})} = (3,2 \alpha^2 - 0,3 \cdot \alpha + 3,6) \frac{T}{10000} + 1$$

et :

$$\frac{M_p(T)}{M_p(0^\circ\text{C})} = (-3,58 \cdot \alpha^2 + 5,48 \alpha + 17,5) \frac{T}{10000} + (-0,35 \cdot \alpha^2 + 0,31 \alpha + 1,55)$$

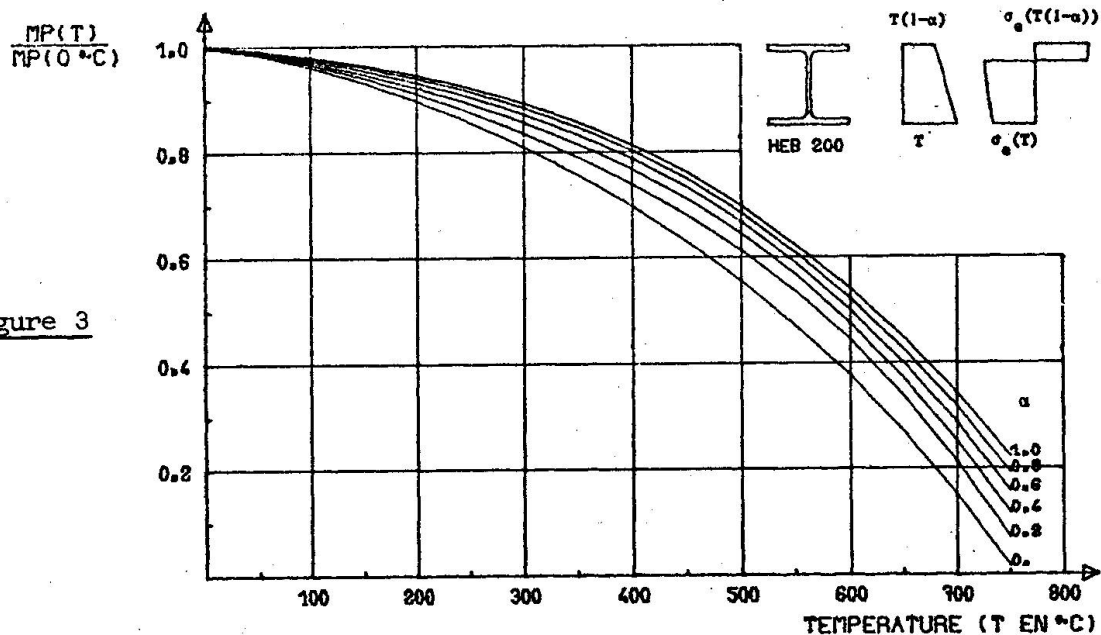


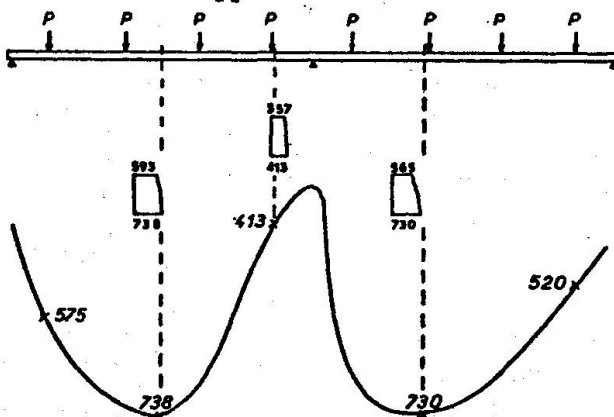
Figure 3

La validité de la méthode de calcul, donnée par l'équation (2) a été testée pour des poutres continues, essayées à la Station Expérimentale au Feu du C.T.I.C.M. à Maizières-lès-Metz (France).

### 3 - COMPARAISON ENTRE RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX.

La figure 4 ci-dessous, donne un exemple de variation de la température à la ruine pour une poutre sur trois appuis.

Figure 4



Les résultats entre températures de ruine mesurées et calculées sont réunis dans le tableau 1.

Tableau 1

Poutre n°	Température à la ruine dans la semelle inférieure, en milieu de travée	
	mesurée	calculée
1	725	683
4	643	684
5	643	625
6	700	660
Température homogène dans la poutre		582

Des comparaisons ont aussi été établies pour des poutres avec cinq appuis, dont les températures étaient également très hétérogènes (figure 5)(tableau 2).

Figure 5

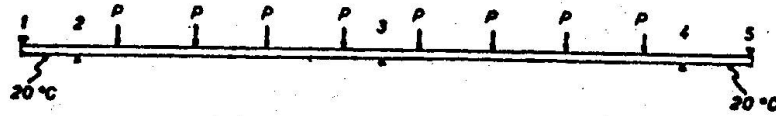


Tableau 2

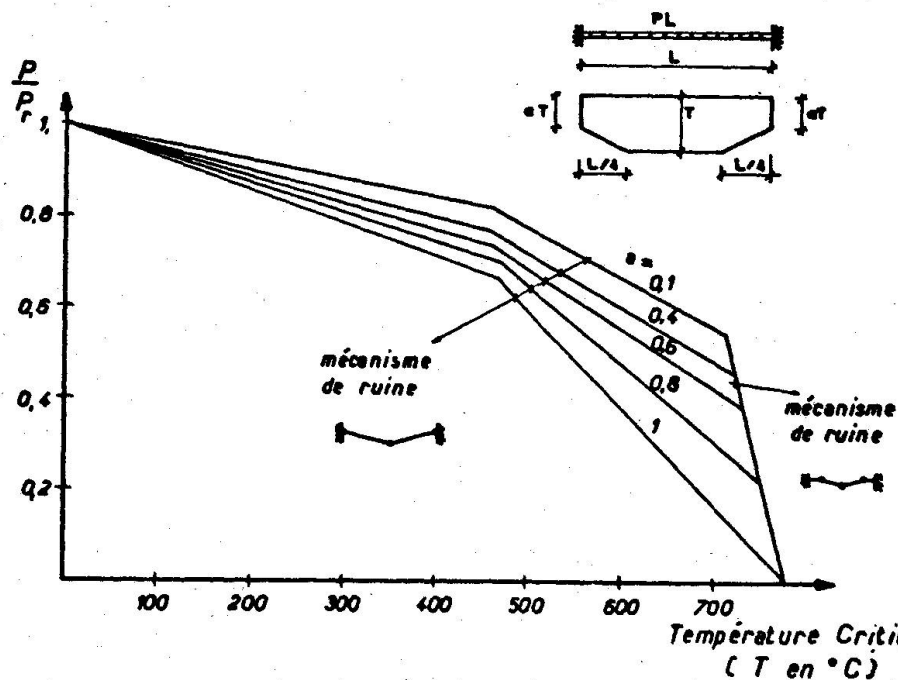
Poutre n°	Température à la ruine		Réaction aux appuis 1 et 5	
	mesurée	calculée	mesurée	calculée
7	785 °C	749 °C	19 t	19 t
9	750 °C	740 °C	20,5 t	21,32 t

A la lumière de ces résultats, il apparaît donc que la méthode de calcul proposée est relativement fiable et pourra permettre d'acquérir de plus grandes connaissances sur les conditions de ruine des structures métalliques soumises à des incendies.

Afin d'illustrer les possibilités offertes par cette méthode, les figures 6 et 7 ci-après, donnent la variation de la température critique d'une poutre encastrée, en fonction de différentes répartitions de la température.

La figure 6 est relative à une variation de la température sur la longueur de la poutre, la figure 7 à une température variable dans les sections.

Figure 6

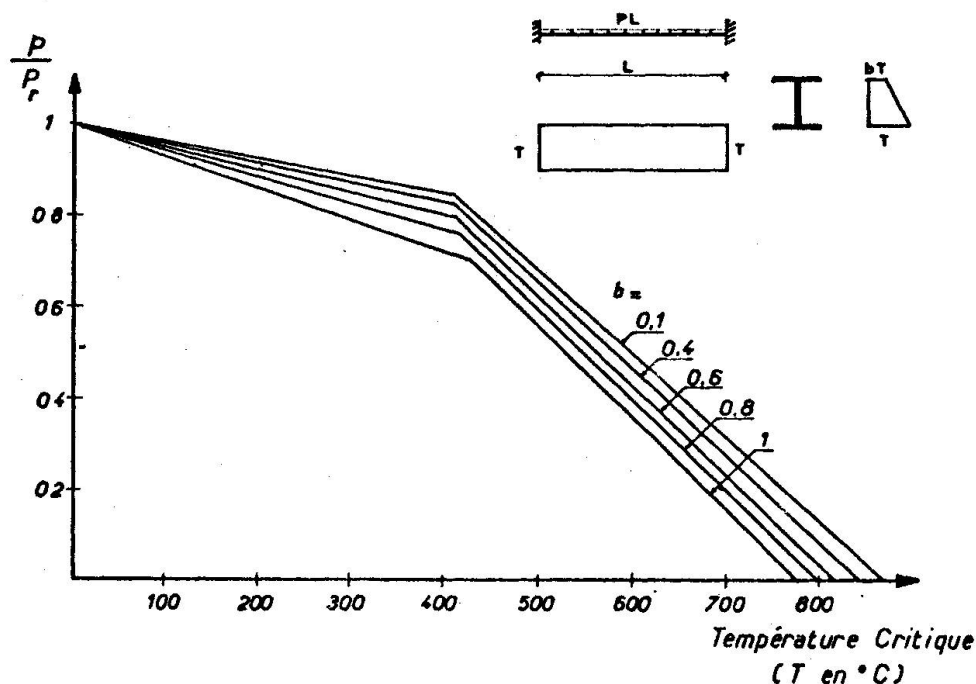


Il est bien entendu possible de prendre en compte plusieurs autres combinaisons entre les températures des diverses sections.

Cette méthode de calcul a donc un champ d'utilisation très étendu. Elle permet de déterminer la température critique d'une structure en acier quelconque pour des échauffements très variables.

Aussi, sera-t-il possible d'adopter des protections partielles pour les profilés et de choisir des systèmes constructifs présentant un maximum de sécurité.

Figure 7



Cette méthode doit encore être développée afin d'apporter aux ingénieurs et constructeurs des renseignements complémentaires sur la résistance au feu des structures, sujet qui n'a été, jusqu'à présent, abordé que de façon parcellaire.

#### BIBLIOGRAPHIE

- 1 - C.T.I.C.M. - Méthodes de calcul aux états limites des structures à barres - Séminaire du 14 au 17 Novembre 1972 - Puteaux, France.
- 2 - P. ARNAULT - Résistance au feu des systèmes hyperstatiques en acier -  
H. EHM Documentation C.E.C.M. 3 - 74/6 F -  
J. KRUPPA Mai 1974.

#### RESUME

Cet article présente une méthode basée sur une technique de programmation linéaire permettant de calculer la température de ruine d'une structure hyperstatique. Dans le calcul on peut tenir compte des variations de la température dans les sections d'un profil ou sur la longueur. Des comparaisons sont effectuées entre les résultats théoriques et les résultats d'essais sur poutres continues.

#### ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Beitrag legt eine Methode auf der Grundlage einer linearen Optimierungstechnik vor, die die Berechnung der Versagenstemperatur eines statisch unbestimmten Tragwerks erlaubt. Bei der Berechnung kann man die Temperaturunterschiede im Querschnitt oder längs eines Stabes berücksichtigen. Es werden Vergleiche zwischen Berechnungs- und Versuchsergebnissen für durchlaufende Träger gezeigt.

#### SUMMARY

This paper presents a method based on a linear programming technic for computing the collapse temperature of a statically indetermined structure. In the computation work, it is possible to take into account the temperature variations across a section or along length of a profile. Comparisons are made between the results obtained by computation and test results on continuous beams.