

Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 19 (1974)

Rubrik: Session IV: Thick arch - gravity concrete dams

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SESSION IV

SITZUNG IV

SESSION IV

Barrages voûte — poids épais

Dicke Bogen- und Schwerkraftstaumauern

Thick Arch — Gravity Concrete Dams

CHAIRMAN: Dr. Ing. G. Lombardi, Locarno, Switzerland

CO-CHAIRMAN: Prof. A. Berio, University Cagliari, Italy

Leere Seite
Blank page
Page vide

Détermination des contraintes dans la console et les arcs du barrage de Frera moyennant témoins sonores placés dans des cubes de béton préalablement soumis à étalonnage triaxial

Calculation of the Stresses on the Console and on the Arches of the Frera dam by means of Electro-Acoustic Strain Guages placed within cubes of concrete tri-axially calibrated previously

Feststellung der Beanspruchungen im Kragstein und in den Bögen des Frera-Staudammes mittels Elektroakustischen Dehnungsmessern, die in Vorher Dreiaxialig Geeichten Beton-Wuerfeln untergebracht Wurden

Luigi CARATI, ex-Directeur
du Service Electrique de la
Sté. - Falck

Note rédigée sur la base du mémoire R 36 de la Question n. 29,
présenté au VIII^e Congrès des Grands Barrages - Edimbourg,
mai 1964 - Vol. II au nom de: L. Carati et E. Del Felice

Une intéressante application des mesures triaxiales a été menée à bien sur des cubes de béton plus tard noyés dans la maçonnerie du barrage de Frera, des "Acciaierie e Ferriere Lombarde Falck".

Ce barrage, construit dans la province de Sondrio de 1956 à 1959, est du type poids-voûte. Sa hauteur atteint 137 m, entre les cotes 1348,00 et 1485,00; sa longueur développée en crête, 315 m; son épaisseur, 33 m à la base et 5 m en crête; son cube de béton, approximativement 400.000 m³.

L'ouvrage en question (cf. Fig. 1) a été calculé par la méthode de Tölke et contrôlé sur des modèles à l'échelle de 1:70 et de 1:40, représentant l'ensemble du massif ainsi que la console principale et des arcs isolés.

En vue d'un contrôle ultérieur des valeurs fournies par le calcul et les modèles, un nombre considérable d'appareils de mesure ont été installés dans le massif du barrage, aux fins de l'évaluation des contraintes effectivement exercées sur l'ouvrage par les accumulations, les vidanges, les variations thermiques et autres actions extérieures éventuelles.

L'installation de cet ensemble d'appareillages est indiquée par la Fig. 2, où chaque instrument est représenté conformément à la symbologie internationale.

2.

Les appareils installés s'énumèrent comme suit: 3 pendules spatiaux - 3 alignements de collimation du couronnement - 3 clinomètres et 4 chaînes clinométriques; - 2 stations photoclinographiques - 34 dilatomètres mécaniques et électriques - 38 thermomètres électriques - 41 piézomètres - enfin 32 points de mesure pour l'enregistrement des "variations des déformations élastiques locales" qui se manifestent, en ces points, sous l'effet des variations de température, mais surtout sous l'effet des variations de contraintes dérivant à leur tour de la variation de la charge hydrostatique causée par les alternatives d'accumulation et de vidange du réservoir, ainsi que pour l'évaluation des contraintes résultantes. Ces points de mesure ont été réalisés moyennant installation de trois témoins sonores susceptibles d'enregistrer de 1 à 2 millièmes de mm sur la longueur de la corde incorporée et sur la longueur de base de 200 mm. Les appareils en question ont été disposés dans la masse de l'ouvrage, l'un vertical, l'autre tangentiel - autrement dit parallèle aux parements - et le troisième normal aux deux premiers, et par conséquent axial vis-à-vis des arcs du barrage.

Deux autres extensomètres, placés de façon à former avec les autres un angle de 45°, ont été installés auprès de quelques-uns de ces points de mesure, à des fins de contrôle. On dispose ainsi, dans l'ensemble, de plus de 100 extensomètres.

Un réseau semblable d'instruments avait été déjà réalisé dans trois autres barrages, précédemment construits par la Société Falck. Là, toutefois, les appareils avaient été directement noyés dans la coulée de béton - toujours conformément aux modalités nécessaires - au moment où le bétonnage atteignait le point prévu pour leur pose.

Les résultats obtenus par les instruments ainsi installés avaient toutefois donné des valeurs entachées de plusieurs incertitudes et même de quelques contradictions. Cette situation a été imputée à une incorporation imparfaite de l'appareil dans la masse du béton et, de ce fait, à une signalisation irrégulière, de la part de l'appareil, des microdéformations de la masse sous l'effet des variations des conditions de charge ou de température du barrage.

Vu ces résultats décourageants, la décision a été prise de procéder différemment pour le barrage de Frera: à savoir, de positionner d'abord les instruments dans des cubes de béton d'un mètre de côté, d'étalonner ces instruments une fois mis en place dans les cubes et d'installer enfin les cubes ainsi préparés dans le béton frais, à l'endroit préalablement fixé.

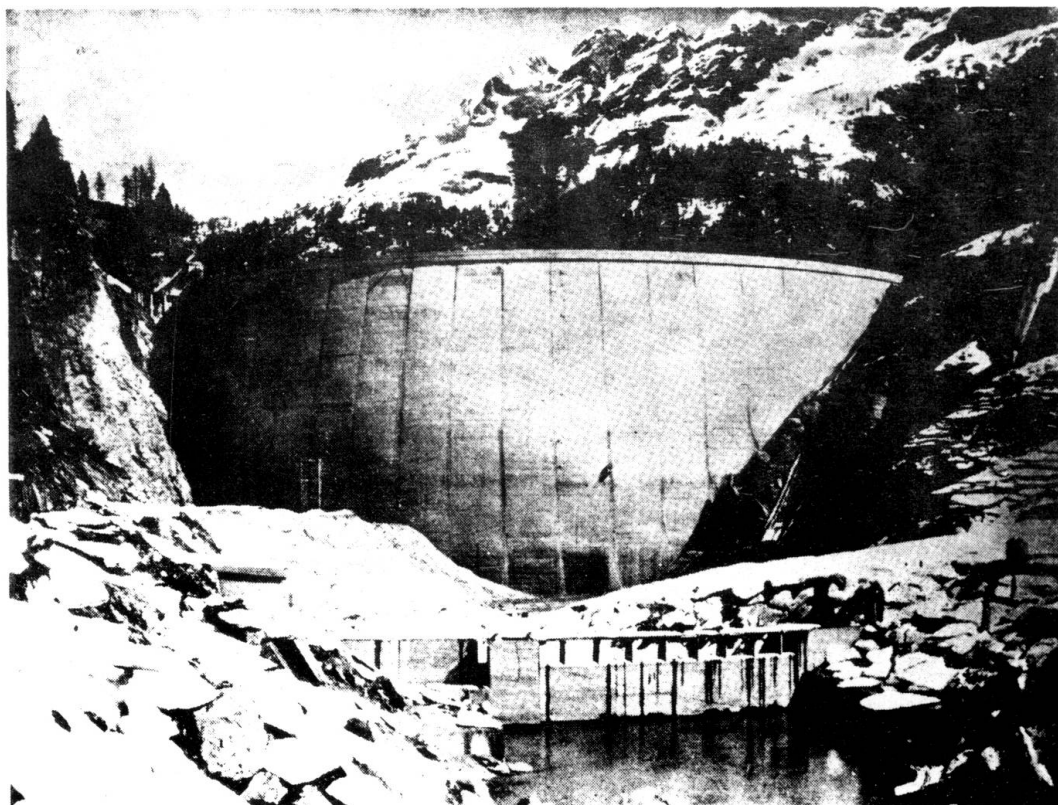


FIG. 1

Le barrage de Frera, vu d' amont. - View of the Frera dam from the hill.
 Ansicht des Frera-Staudammes vom Berg.

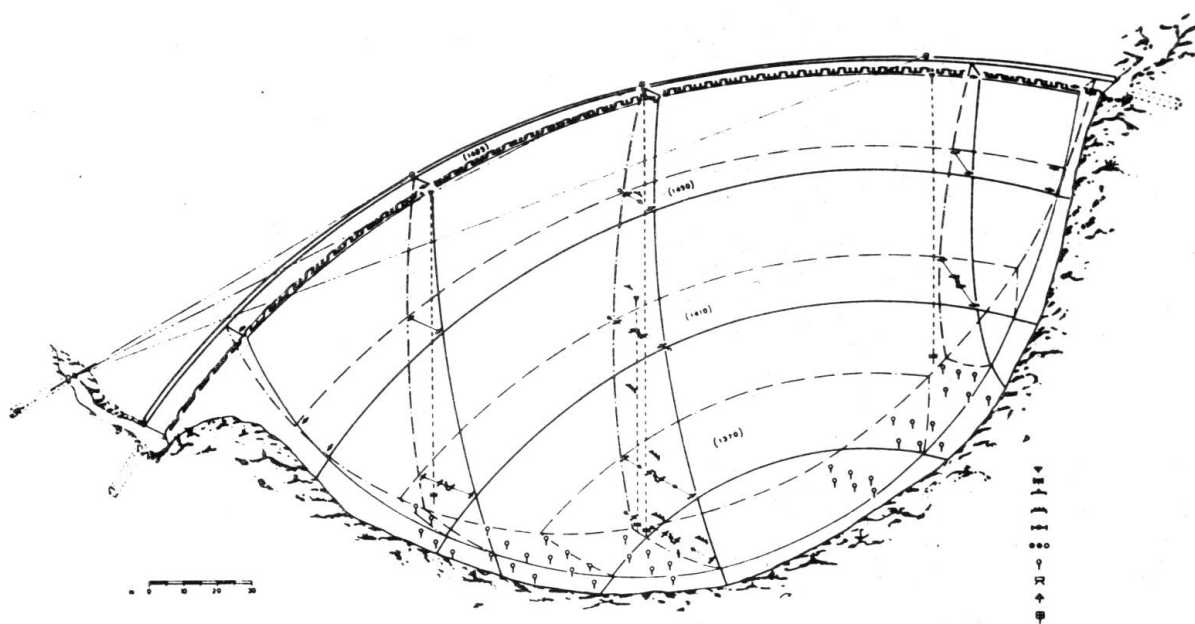


FIG. 2

Vue axonométrique du barrage, avec indication des instruments de mesure positionnés pour les observations. - Axonometric view of the dam indicating the measuring instruments for the observations. - Axonometrische Ansicht des Staudammes mit Hinweis auf die untergebrachten Messgeräte.

4.

Les cubes en question ont été construits au laboratoire du chantier du barrage, avec emploi d'un béton identique à celui de l'ouvrage comme composition, dosage, vibrage, etc. Une fois réalisés, ils ont été envoyés à l'ISMES^(°), où les instruments ont été étalonnés en soumettant chaque face du bloc à une charge unitaire jusqu'à 40 kg/cm², moyennant une presse de 2000 tonnes.

On a ensuite obtenu, pour chacun des trois ou des cinq appareils noyés dans le bloc, la courbe représentant les variations des déformations élastiques en fonction de la variation de la charge et, plus directement, les variations lues à la station extensométrique au fur et à mesure des variations de la charge, sans passer par le module d'élasticité du béton.

Notre Fig. 3 reproduit, à titre d'exemple, le graphique de ces courbes. On a plus tard employé, pour les mesures sur l'ouvrage, une station extensométrique identique à celle de l'ISMES, avec contrôle répété de la parfaite identité d'étalonnage des deux stations.

Les cubes étalonnés ont été mis en oeuvre - nous l'avons dit - dans la masse du béton, au point prévu, et attentivement incorporés à l'intérieur de cette masse, compte tenu de toutes les précautions estimées nécessaires afin d'obtenir une adhérence parfaite entre cube et béton frais. A cet effet, des clapets et des tuyaux en fer pour injections ont été prévus tout autour du cube, et des injections répétées de coulis de ciment ultra-fluide ont été exécutées sur chaque face par étapes progressives, avec contrôle de l'adhérence au bétonnage frais.

La Fig. 4 représente, justement, cette installation mise en oeuvre dans le barrage en construction.

Les résultats ont été, nous le verrons, vraiment satisfaisants.

Passons maintenant à l'examen des résultats obtenus par cette installation d'extensomètres dans le barrage, sans illustrer ici les données fournies par les autres instruments, données pour lesquelles nous renvoyons à la publication R 36, Q. 29 déjà citée.

Tous les appareillages ont régulièrement fonctionné dès le début de leur installation à l'intérieur de la masse de

(°) ISMES: Istituto Sperimentale Modelli e Strutture, Bergamo

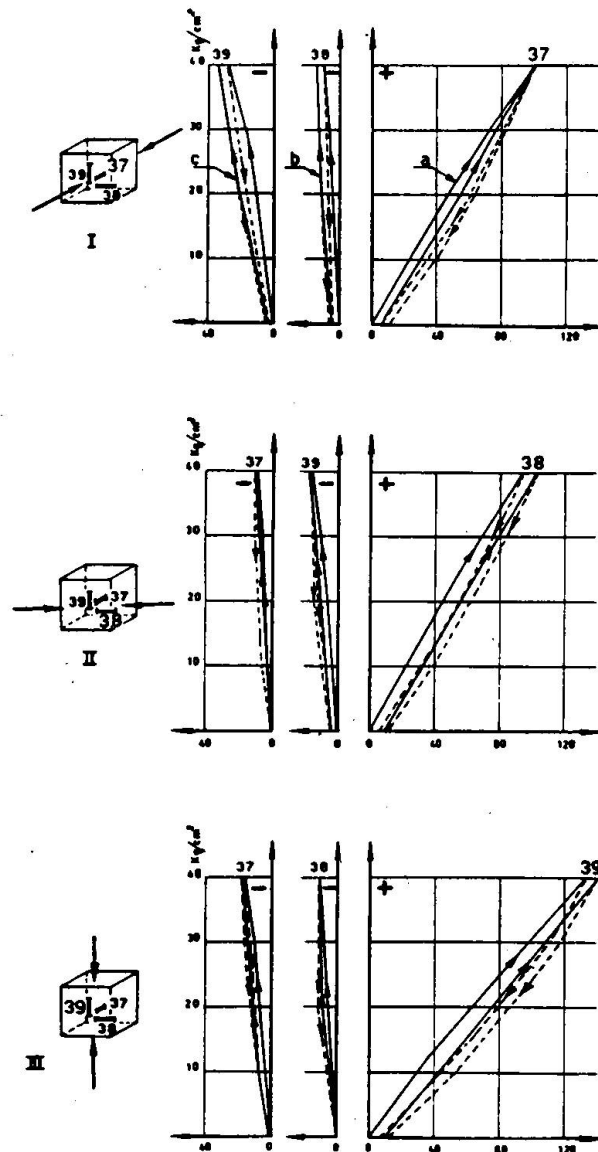


FIG. 3

Exemple de cube avec trois extensomètres électroacoustiques (témoins sonores):
An example of a cube with three electro-acoustic strain gauges:
Beispiele eines Würfels mit drei elektroakustischen Dehnungsmessern:

- I étalonnage avec charge dans la direction de l'instrument n. 37 - calibration with the load in the direction of the no. 37 strain gauge - Eichung mit Belastung in Richtung des Messgerätes Nr. 37
- a) courbe de l'instrument n. 37 - curve of the no. 37 instrument - Kurve des Messgerätes Nr. 37
 - b), c) courbes des extensomètres n. 38 et 39 dans la direction normale à celle de l'extensomètre n. 37 - curves of the no. 38 and 39 strain gauges in the normal direction, and that of the no. 37 strain gauge - Kurve der Dehnungsmessern Nr. 38 und Nr. 39 in normaler Richtung und Kurve des Dehnungsmessers Nr. 37
- II étalonnage avec charge dans la direction de l'instrument n. 38 - calibration with the load in the direction of the no. 38 strain gauge - Eichung mit Belastung in Richtung des Dehnungsmessers Nr. 38
- a) courbe de l'instrument n. 38 - curve of the no. 38 instrument - Kurve des Messgerätes Nr. 38
 - b), c) courbes des extensomètres n. 37 et n. 39 dans la direction normale à celle de l'extensomètre n. 38 - curves of no. 37 and no. 39 strain gauges in the normal direction, and that of the no. 38 strain gauge - Kurve der Dehnungsmessern Nr. 37 und Nr. 39 in normaler Richtung und Kurve des Dehnungsmessers Nr. 38
- III étalonnage avec charge dans la direction de l'instrument n. 39 - calibration with the load in the direction of the no. 39 strain gauge - Eichung mit Belastung in Richtung des Dehnungsmessers Nr. 39
- a) courbe de l'instrument n. 39 - curve of the no. 39 instrument - Kurve des Messgerätes Nr. 39
 - b), c) courbes des extensomètres n. 38 et n. 37 dans la direction normale à celle de l'extensomètre n. 39 - curves of the no. 38 and no. 37 strain gauges in the normal direction and that of the no. 39 strain gauge - Kurve der Dehnungsmessern Nr. 38 und Nr. 37 in normaler Richtung und Kurve des Dehnungsmessers Nr. 39

l'ouvrage. En particulier, les extensomètres ont enregistré les dilatations dues au développement de chaleur résultant de la prise du béton et de son refroidissement ultérieur, l'augmentation de poids motivée par l'élévation des plots au fur et à mesure des progrès du bétonnage, etc.

Ce n'est qu'à partir de 1960 qu'on a estimé que la masse de l'ouvrage avait atteint son équilibre général et que, par conséquent, les données obtenues étaient désormais exemptes de l'influence des effets secondaires indiqués - d'où la possibilité d'enregistrer isolément l'effet dû aux variations de la charge hydrostatique par suite de l'accumulation et de la vidange du réservoir.

Il serait intéressant de pouvoir examiner ici toutes les données enregistrées par les instruments incorporés, et analyser de ce fait séparément - selon notre intention de départ - le comportement de la console principale et des arcs aux cotes 1495-1450-1410-1370-1357, ainsi que les effets sur les parements amont et aval.

Les limites de la présente note nous imposent de nous borner à illustrer ici en détail un seul cycle complet d'accumulation et de vidange, et précisément le cycle allant d'avril 1960 à avril 1961, et de ne considérer en outre que les données intéressant la console principale et l'arc à la cote 1410.

Nous reproduisons justement, à titre d'exemple (Fig.5), le graphique des valeurs lues aux extensomètres installés au point de rencontre entre console et arc à la cote citée, avec indication, pour chaque extensomètre, des valeurs des écarts Δ lus à la station extensométrique entre le début et la fin de l'accumulation et entre le début et la fin de la vidange.

Après élaboration relative, les valeurs des contraintes résultant de la seule charge hydrostatique motivée par la seule accumulation et par la seule vidange ont été groupées dans le tableau ci-après, exprimées en kg/cm² et affectées du signe - pour les efforts de compression et du signe + pour les efforts de traction:

A) Dans la console principale (selon l'allure indiquée par la Fig. 6), nous avons:

cote	valeurs constatées en phase d'accum.		valeurs constatées en phase de vidange		val.moyennes	
	parement		parement		parement	
	amont	aval	amont	aval	amont	aval
1485		19.6		16.3		17.9
1450	-8.5	+11.3	-10.8	+7.2	-9.6	+9.2
1410	-13.3	+1.2	-8.0	+7.5	-10.6	+4.3
1370	+1.4	-11.3	+4.7	-6.7	+3.0	-9.0
1357	+8.8	-14.9	+7.5	-11.0	+8.1	-12.9

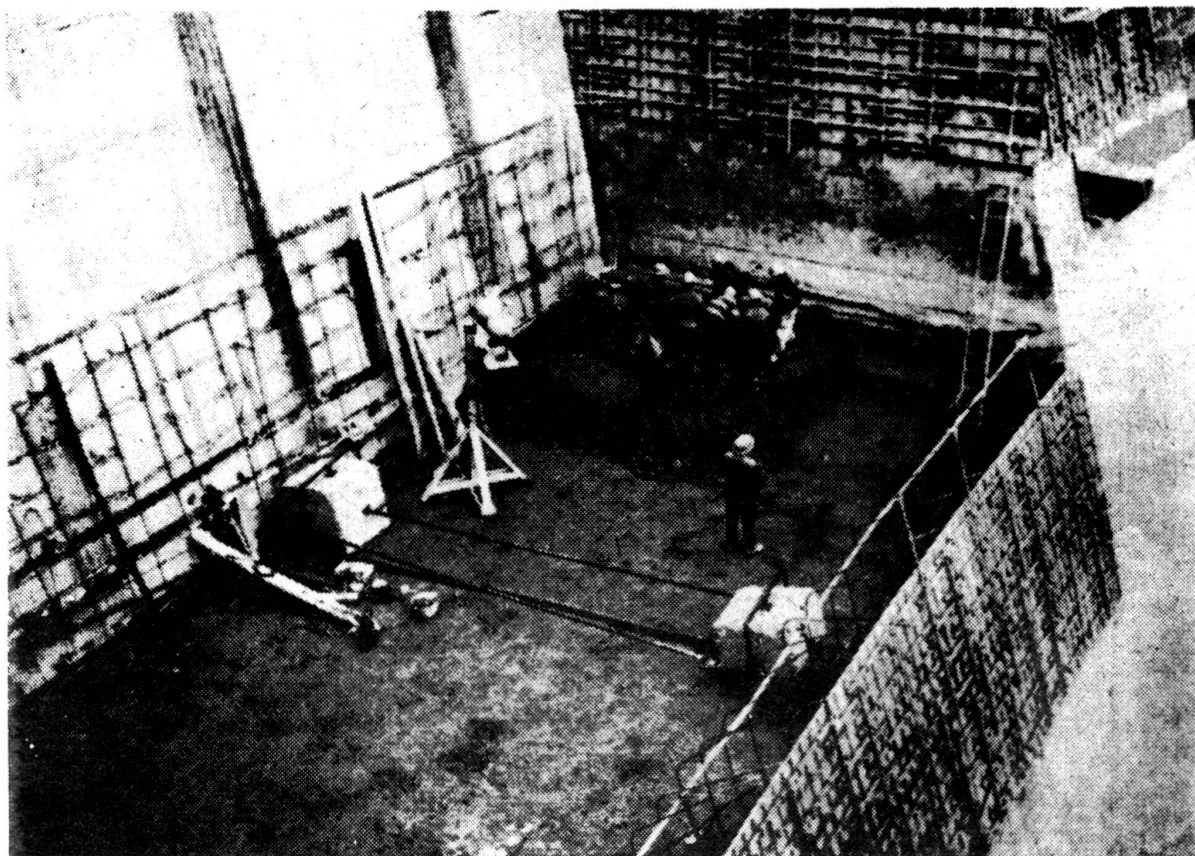


FIG. 4

Mise en oeuvre de deux cubes dans le massif du barrage; on apperçoit clairement les tuyaux et les clapets servant aux injections de ciment autour du cube. - Two cubes in the body of the dam are set running: the tubes and valves for the injection of concrete around the cubes are clearly seen. - Installation von zwei Würfeln im Staudammkörper. **Man** sieht eindeutig die Leitungen und die Ventile für die Zementeinspritzung um den Würfel.

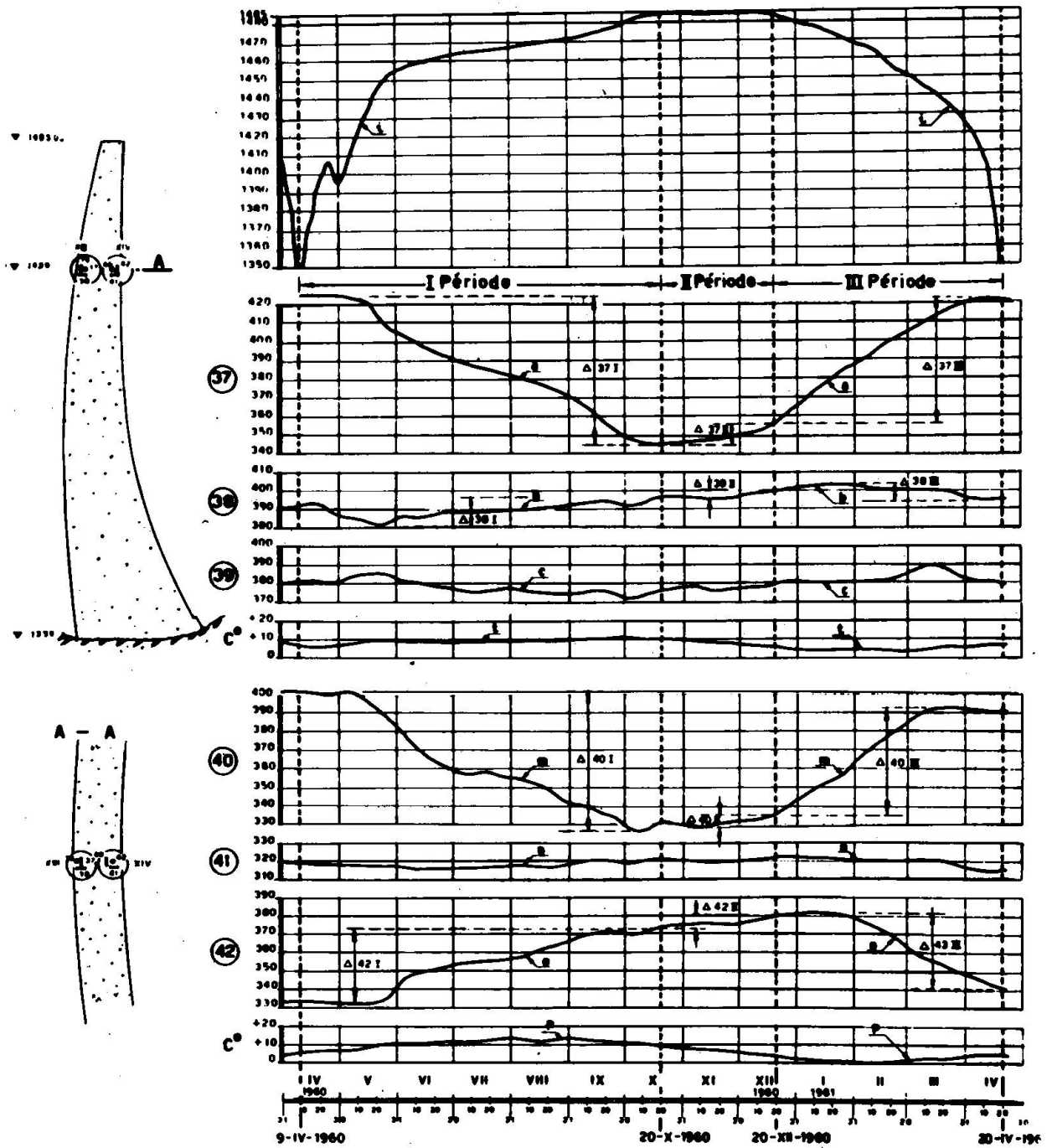


FIG.5

Diagrammes des extensomètres placés dans les cubes XIII et XIV, d' avril 1960 à avril 1961.

Diagrams of the strain gauges attached to cubes XIII and XIV from April 1960 to April 1961.

Diagramme der Dehnungsmessern, die vom April 1960 bis zum April 1961 in den Würfeln XIII und XIV untergebracht wurden.

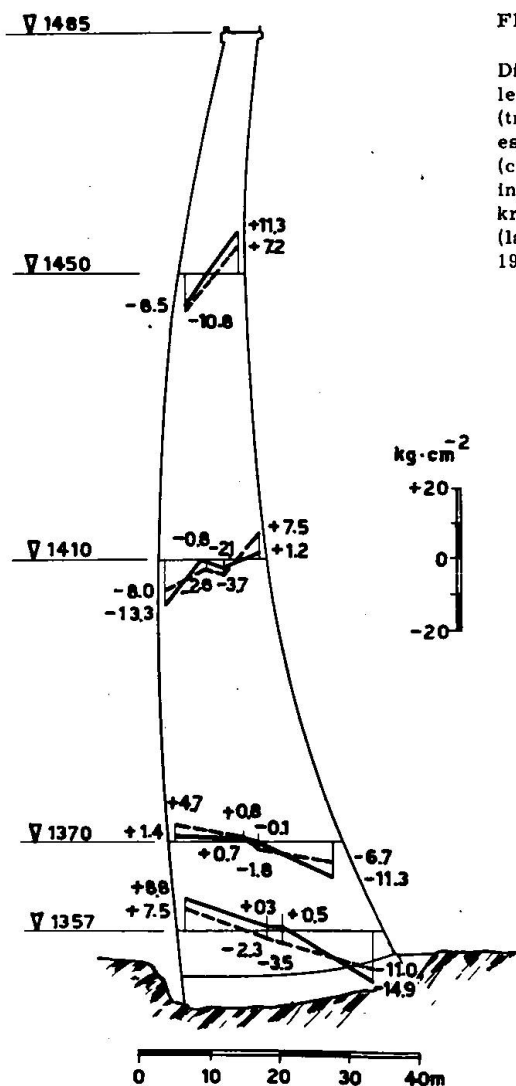


FIG. 6

FIG. 6

Diagramme des efforts mesurés à l'aide des appareils dans la console principale et dus à l'accumulation (trait continu) et à la vidange (trait interrompu) - Période 1960-1961. - Diagrams of the stresses measured by the instruments in the main console due to the sliding (continuous stretching) and the counter-sinking (intermittent stretching) made in 1960-1961. - Diagramme der mit den im Hauptkragstein untergebrachten gemessenen Ansprüchen bei der Stauung (laufende Linie) und bei der Entleerung (unterbrochene Linie), die 1960-1961 durchgeführt wurden.

FIG. 7

Diagramme des efforts dans l'arc à la cote 1410, par suite de l'accumulation (trait continu) et de la vidange (trait interrompu) - Période 1960-1961. - Diagrams of the stresses on the arch at level 1,410 due to the sliding (continuous stretching) and the counter-sinking (intermittent stretching) made in 1960-1961. - Diagramme der Beanspruchungen im Bogen in Höhe 1410 durch die Stauung (laufende Linie) und Entleerung (unterbrochene Linie), die 1960-1961 durchgeführt wurden.

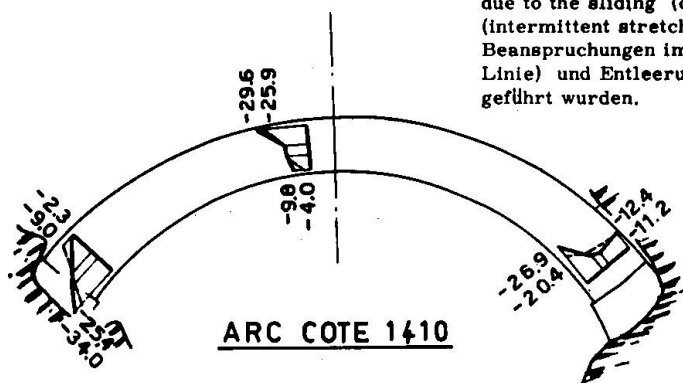


FIG. 7

10.

B) et dans l'arc à la cote 1410 (selon l'allure indiquée par la Fig. 7) nous avons:

	a) en phase d'accumul.		b) en phase de vidange		c) valeurs moyennes	
	amont	aval	amont	aval	amont	aval
rive droite	-2.3	-34.0	-9.0	-25.4	-16.0	-29.7
axe médian	-29.6	-9.8	-25.9	-4.0	-27.7	-6.9
rive gauche	-12.4	-26.9	-11.2	-20.4	-11.6	-23.6

Les différences entre valeurs obtenues en phase d'accumulation et valeurs obtenues en phase de vidange trouvent leur justification dans la valeur différente de la température de l'ouvrage entre le début et la fin des deux phases.

Comme déjà précisé, nous n'avons indiqué que les données concernant la console principale et l'arc à la cote 1410; néanmoins, tous les autres résultats obtenus sur les arcs aux cotes 1485, 1450, 1370 et 1357 ont été logiques et dignes de foi, ce qui a permis une comparaison effective avec les valeurs fournies par le calcul et les modèles.

Après les constatations satisfaisantes dérivant de l'élaboration des données recueillies en 1960-61, les mesures ont été poursuivies et continuent encore actuellement.

A titre d'exemple, nos Fig. 8 et 9 donnent les diagrammes des lectures effectuées pour les appareils intéressant la console principale et l'arc à la cote 1410, considérés plus haut.

Ces graphiques confirment notamment la régularité des observations et le fonctionnement satisfaisant de toute l'installation - bien que certains appareils aient été mis hors d'usage.

Parmi les valeurs en question, nous avons estimé opportun d'élaborer celles qui concernent l'accumulation et la vidange de la période 1969-1970, à l'instar de ce qui avait été fait pour 1960-1961.

En appliquant l'échelle définie au cours de cette dernière période pour le rapport divisions lues à la station de mesure (déformations) - contraintes, et en établissant, pour simplifier, la moyenne entre les valeurs collectées pendant la phase d'accumulation et celles de la phase de vidange, nous obtenons les valeurs suivantes de contraintes:
A) dans la console principale (selon l'allure indiquée par la

Fig. 11 - valeurs en kg/cm^2):

<u>cotes</u>	<u>amont</u>	<u>aval</u>
1485		(°)
1450	-3	+5.5
1410	-3	(°)
1370	+4.5	-7.0
1357	+8.1	-10.5

(°) appareil reconnu hors de service

B) dans l'arc à la cote 1410 (selon l'allure indiquée par la Fig. 12 - valeurs en kg/cm^2)

	<u>amont</u>	<u>aval</u>
rive droite	-3	-1.8
axe médian	-14.5	-5.5
rive gauche	-7	-13

Ces valeurs concernent, nous l'avons dit, l'étalonnage effectué en 1956 pendant la construction du barrage, au cours de laquelle il a été déterminé que le module d'élasticité du béton atteignait, au moment de l'étalonnage des blocs, 230.000 kg/cm^2 . (Fig. 10).

Quatre éprouvettes cylindriques de 50 cm de hauteur et de 20 cm de diamètre, prélevées en 1971 dans le béton du barrage, ont accusé une valeur moyenne du module d'élasticité de 360.000 kg/cm^2 .

En corrigeant les valeurs indiquées ci-dessus selon le rapport entre les modules, nous obtenons pour les contraintes citées les valeurs suivantes:

A) dans la console:

<u>cote</u>	<u>amont</u>	<u>aval</u>
1485		(°)
1450	-4.8	+8.6
1410	-4.8	(°)
1370	+7.0	-10.9
1357	+12.6	-16.5

B) dans l'arc à la cote 1410:

	<u>amont</u>	<u>aval</u>
rive droite	-4.6	-28.0
axe médian	-22.8	-8.6
rive gauche	-10.9	-20.2

Les indications des instruments placés dans les autres arcs ont également fourni, même après 10 ans de service, des éléments logiques d'évaluation, dignes de foi et analogues à ceux que nous venons de mentionner.

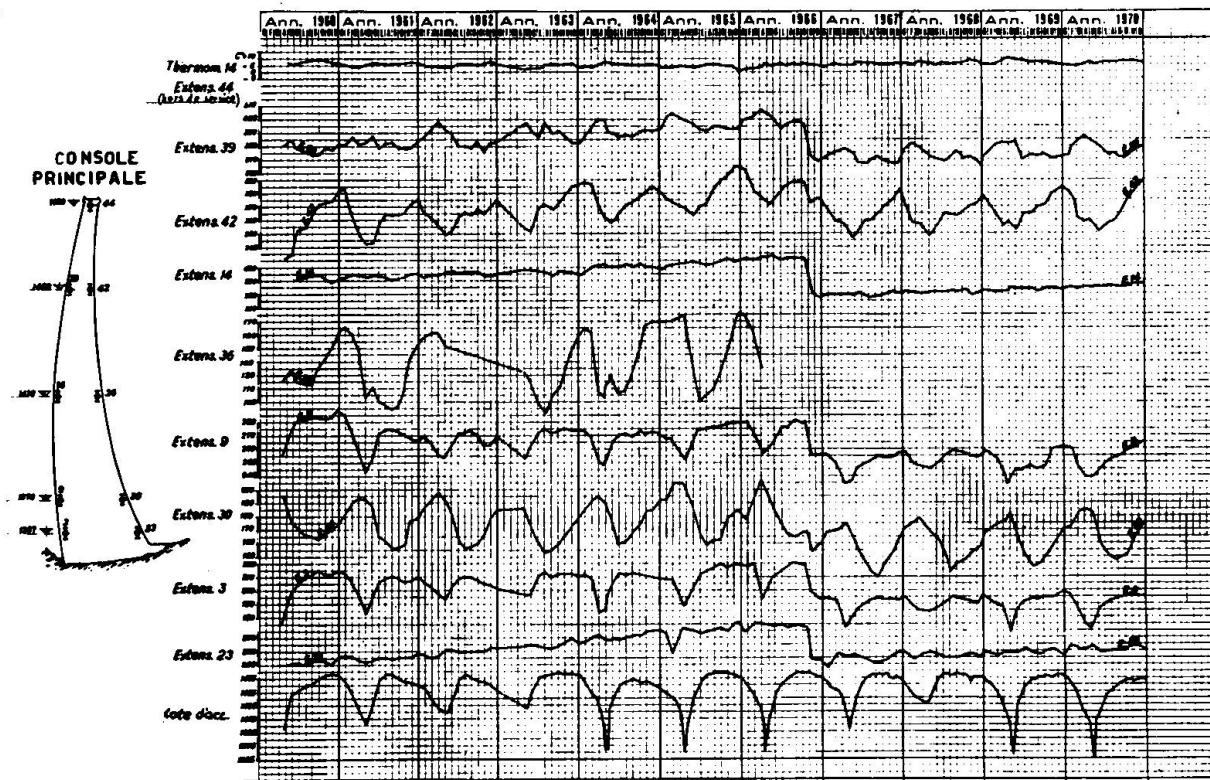


FIG. 8

Diagramme des lectures effectuées à la station extensométrique sur les appareils intéressant la console, pendant la période 1960-1970. - Diagrams of the readings taken in the strain gauge station of the instruments pertaining to the console during the period 1960-1970. - Diagramme der an den Dehnungsmessstation erhaltenen Lesungen der während dem Zeitraum 1960-1970 in Kragstein untergebrachten Geräten.

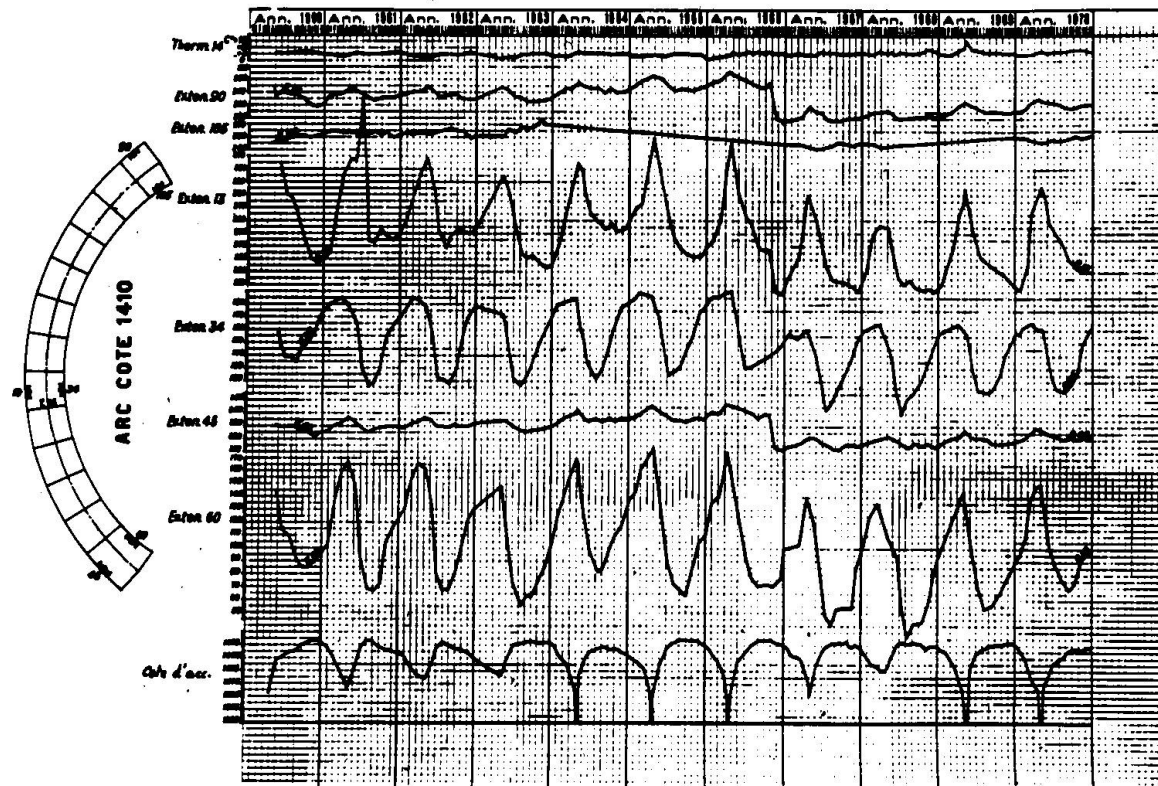


FIG. 9

Diagrammes des lectures effectuées à la station extensométrique sur les appareils intéressant l'arc A la cote 1410, pendant la période 1960-1970. - Diagrams of the readings taken at the strain gauge station of the instruments pertaining to the arch at level 1,410 during 1960-1970. - Diagramme der an den Dehnungsmessstation erhaltenen Lesungen der während dem Zeitraum 1960-1970 im Bogen in Höhe 1410 untergebrachten Geräten.

DIAGRAMMES EXTENSOMETRE

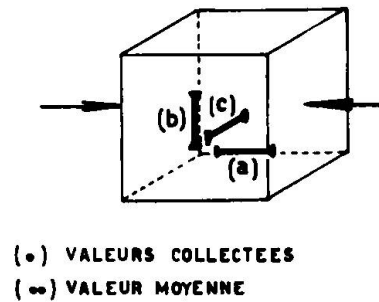
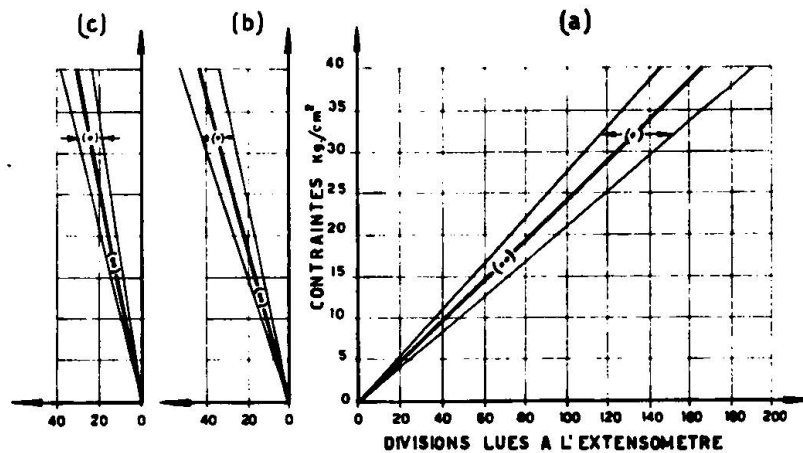
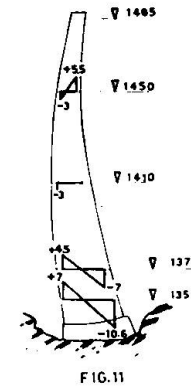


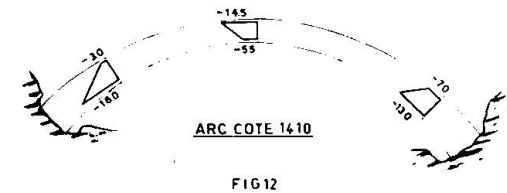
FIG.10

Rapport divisions lues à la station extensométrique = contraintes kg/cm² pour un vieillissement de 90 jours (module d'élasticité E = 210,000 kg/cm²).
Ratio of the indexes read at the gauge station in kg/cm² at a distance of 90 days (modulus of elasticity E = 210,000 kg/cm²).

Divisionsverhältnis in kg/cm² bei einer Dauer von 90 Tagen (elastisches Modul E = 210,000 kg/cm²), dann an der Dehnungsmessstation gelesen wurde.



Diagrammes des efforts mesurés sur les appareils existant dans la console principale, pendant la période d'accumulation et de vidange 1969-1970.
Diagrams of the stresses measured with the existing instruments in the main console in the sliding and counter-sinking period 1969-1970.
Diagramme der Beanspruchungen in dem Hauptkragstein, die mit den Geräten während der Stauung und Entleerung 1969-1970 gelesen wurden.



Diagrammes des efforts mesurés sur les appareils existant dans l'arc à la cote 1410 pendant la période d'accumulation et de vidange 1969-1970.

Diagrams of the stresses measured with the existing instruments in the arc at level 1,410 in the sliding and counter-sinking period 1969-1970.

Diagramme der Beanspruchungen im Bogen bei Höhe 1410, die mit den Geräten während der Stauung und Entleerung 1969-1970 gelesen wurden.

Nous ne prétendons pas avoir résolu par les observations et considérations citées, le problème de la mesure des efforts à l'intérieur d'un barrage, mais nous avons néanmoins signalé un système qui a donné, à notre avis, des résultats positifs.

R E S U M E

Après avoir décrit l'installation des instruments dans le massif du barrage de Frera, l'Auteur illustre, en particulier, le positionnement des témoins sonores installés en vue d'enregistrer les contraintes qui se produisent dans cinq arcs et dans la console principale de l'ouvrage par suite du remplissage et de la vidange du réservoir.

Pour la première fois, les extensomètres ont été préalablement noyés dans des cubes de béton, puis étalonnés triaxialement, c'est-à-dire dans les trois directions spatiales.

Une fois noyés dans le bétonnage, les cubes ont été soigneusement injectés.

Les instruments ainsi installés ont enregistré des valeurs qui se sont avérées logiques, réelles et dignes de foi, dans toute la mesure permise par une installation de ce genre.

A titre d'exemple, l'Auteur mentionne les contraintes constatées, dans la console principale et dans l'arc à la cote 1410, lors de l'accumulation et de la vidange effectuées en 1960-1961, ainsi que pendant l'accumulation et la vidange de neuf ans plus tard.

L'installation décrite est encore en service à l'heure actuelle.

S U M M A R Y

The author, after having described the positioning of the instruments into the body of the Frera dam, illustrates, in detail, the positioning of the electro-acoustic strain gauges, put there for the purpose of recording the stress that is produced on five arches and on the main console, due to the effect of fillings and emptying the reservoir.

For the first time, in this dam, the strain gauges had been placed beforehand in cubes of concrete; then calibrated in the three spacial directions i. e. tri-axially.

The cubes were immersed in the dam's stream and accurately impregnated.

These instruments recorded logical, expected, actual resulting values, in so far as could be hoped for from a similar installation.

As an example the resulting strains on the main console and on the arch at level 1,410 are reproduced, for sliding and counter-sinking which came out in 1960-1961 and for the same, repeated nine years later.

The installation is still functioning.

ZUSAMMENFASSUNG

Nachdem der Schriftsteller die Installation der Messgeraete in Körper des Frera-Staudammes erklärt hat, beschreibt er hauptsächlich die Installation der elektroakustischen Dehnungsmessern, die zur Registrierung der Beanspruchungen bei dem Füllen und Leeren der Behälter in den Haupt-

kragstein und in den 5 Bögen dienen.

Zuerst wurden die Dehnungsmesser in Beton-Würfel eingetaucht, die dann dreiachsig geeicht wurden. Daraufhin wurden die Würfel in Staudammguss eingesenkt.

Diese Messgeräte haben logische Resultate registriert, wie von einer derartigen Installation erwartet werden konnte.

Beispielsweise wurden die erreichten Beanspruchungen in dem Hauptkragstein und in den Bögen bei einer Höhe von 1410 während der 1960-1961 durchgeführten Stauung und Entleerung angegeben, die neun Jahre später wiederholt wurde.

Die Installation ist noch heutzutage in Betrieb.

Elaboration of triaxial extensometer data on arch dams

*Elaboration des données d'extensomètre à trois dimensions
placées en des barrages voûte*

Verarbeitung triaxialer Dehnungsmessungen in Bogenmauern

ENEL - Direzione delle Costruzioni (*)
Roma - Italia

1) GENERAL

Only two of ENEL's arch and gravity-arch dams now in service, the Vaiont and the Val Gallina dams, are equipped with a set of triaxial strain gauges in addition to ordinary instrumentation. The Place Moulin dam on the river Buthier, Val d'Aosta, is also equipped with four sets, each of which consists of seven strain gauges. But since the instruments were installed only in the radial and the tangential planes, the measurements cannot be very useful in determining stresses in three dimensions.

Both the Vaiont and the Val Gallina dams are part of the Piave-Boite-Vaiont hydroelectric development.

The Vaiont dam, which spans a deep gorge immediately upstream of the confluence of the river Vaiont and the river Piave, was completed in 1961. It is 261.5 m high, its thickness at the crown section varying from 21.50 m at the base to 3.40 m at the top.

The Val Gallina dam, which was constructed in a mountainous formation on the left bank of the river Piave, forms a weekly compensating reservoir for the regulation of the water used by the Soverzene power station, and is therefore subject to frequent, though partial, fill-ups and

(*) A. REBAUDI, former Director of «Centro Progettazione e Costruzione Idraulica ed Elettrica» - Venice

drawdowns. The structure, which was completed in 1952, is 92 m high. Its thickness at the crown section varies from 15.24 m at the base to 2.54 m at the top.

The two triaxial sets were installed along the centre lines of the crown sections of the two dams. The set in the Vaiont dam is located at one third of the total height of the structure where thickness is 14.00 m. The set in the Val Gallina dam is located in the upper part of the plug where thickness is 15.00 m.

Whereas the positions of the two sets in the structures are almost analogous, the layout and the sensitivity of the instruments vary considerably, which results in the measurements having a different degree of reliability.

2) Layout of the strain gauges in the sets

The Val Gallina set consists of six electroacoustic strain gauges, three of which lie on the edges of a cube while the other three are inclined in the direction of the diagonals of the faces.

Thus the number of instruments is the least required for the determination of stresses in three dimensions.

The Vaiont set consists of seven electroacoustic strain gauges, three of which lie on the edges of a cube while the other four are inclined in the direction of the diagonals.

This particular layout enables an immediate check to be made of the theoretical condition requiring the sum of the stresses on the axes to be equal to $3/4$ of the sum of the stresses on the diagonals.

For this reason as well as for the higher sensitivity of the instruments, the information obtained from the Vaiont strain gauge set was handled before the data from the Val Gallina strain gauge set, to which all the devices that emerged in the process were equally applied.

3) Theoretical determination of the results

The data furnished by the two strain gauge sets continuously in time were handled following the procedures suggested by the theory of elasticity for the purpose of determining:

- the principal stresses in three dimensions and their time variations;
- the secondary stresses in the three planes and their time variations.

By these procedures (1) the above results can generally be achieved only after the stresses σ_x , σ_y and σ_z on the coordinate axes and the shear stresses τ_{xy} , τ_{yz} and τ_{zx} have been determined. In the present case these six values were derived from the information obtained from the strain gauges of known orientation by application of the necessary geometric properties. (2)

4) Adaptation of measurements to theory

As strain gauges are instrument for measuring lengths and not stresses, the corresponding $\frac{\sigma}{E}$ were substituted for the stresses σ and τ . These values were derived from the strains Δl taking into account lateral contraction for which Poisson's ratio was assumed to be equal to 0.2.

This substitution will be implied whenever the stresses σ or τ are mentioned hereunder.

In expressing the change in length Δl the substitution of lengths for stresses is possible if $\Delta l = l_t - l_0 - \Delta l_c$ where l_t = length measured at time t ;

l_0 = length at zero stress;

Δl_c = change in length due to anelastic phenomena.

These phenomena include shrinkage, free thermal expansion and thermal effect on instruments, which are generally comprised in the measurements made with a specimen instrument incorporated in a small concrete block "isolated" from the structure.

With regard to the values of l_0 , they are necessary for determining the absolute origin of magnitudes and consequently the meaning of non-linear functions, especially of angles.

When determining these values no direct reference can be made to the measurements carried out in the initial stage when anelastic and especially non-isotropic changes occur which practically invalidate the measurements. This initial anelastic stage, however, was considered through examination of the daily data starting from the time of installation of the instruments for the purpose of establishing when the elastic phenomenon had begun. Admittedly, if a phenomenon is elastic and its

-
- (1) Obert Duvall: Rock Mechanics and the Designer of Structures in Rock - "Wiley & Sons".
 - (2) C. Bellucci: Determination of Strains by Means of a Triaxial Strain Gauge Rosette. Energia Elettrica, Vol. XL, 1963

anelastic components are isotropic the value $\Delta s = \sum \Delta l$ axes - $-\frac{3}{4} \sum \Delta l$ inclined gauges, should equal zero or, if the values of l_0 are not known, should remain constant in time. (*)

The period immediately following the setting-in of the elastic phenomenon is characterized by significant load variations due to the concreting of the overlying lifts and by measurement variations that can be correlated with the load.

Based on these correlations and assuming the existence of a single force vertically directed (a reasonable assumption considering the pronounced verticality of the part of structure that was concreted during the short period under investigation) it was eventually possible to determine the values of l_0 .

With these values the phenomenon investigated will conform to theory if the values of Δs defined above remain equal to zero.

Yet, considering the experimental nature of the data, random and systematic errors might be encountered in time. Whereas random errors are due to measurement errors inherent in the instrumentation, systematic errors can be imputed to non-isotropic anelastic phenomena. In this respect, it should be kept in mind that, being applied equally to all instruments, compensation for anelastic phenomena (Δl_c) is valid only where the phenomena are isotropic. In any case, original data should always be modified so as to verify the condition $\Delta s = 0$.

Similarly, for the theorems to be applicable the sum of the angles measured in a triangle should be made equal 2π . If the difference is noticeable the measurement is meaningless; if it is negligible, any compensation principle may be acceptable. In the case in hand Δs was made to equal zero by assuming the sum of the modified data to be equal to the sum of the original data.

The standard deviation of the modified data from the original data was considered as "error in the data" (ϵ_v) inherent in the instrumentation and hence the same for all the individual components. As will be seen further on, this value is of primary importance for the determination of the uncertainty in the results (ϵ_R). (**)

(*) In the present case this condition occurred with good approximation a few days after installation.

(**) During the period investigated the value of ϵ_v never exceeded 8×10^{-6} .

5) Computation of the results

As the numerical elaboration of the measurements involved, among other things, the solution of a cubic equation and a number of inverse functions for each set of data, recourse was had to a computer.

The input data of the programme were the readings from the seven strain gauges and the data obtained from the isolated one, associated with the instrument constants so as to obtain the strains.

The first part of the programme determined the values of σ and τ in relation to the location of the individual instruments in the set.

The second part of the programme, of a more general nature, calculated the following results, σ and τ being known:

- principal stresses in algebraic order (maximum, intermediate, minimum);
- angles of each of the principal stresses with respect to the x, y and z axes;
- secondary stresses (maximum and minimum) in the xy, yz and zx planes;
- angles of the secondary stresses in each plane.

6) Uncertainty in the results

It is to be noted that, though the results of this procedure are always real, the resulting values are reliable to a different degree depending on the error in the data and on the way the data contribute to the results. Hence, it is essential that the uncertainty in the results be determined as an indication of the accuracy with which the phenomenon can be expressed by the instrumentation.

If we apply the theory of errors in the present case, the seven input data will be the variables V_i with uncertainty ϵ_v ; and the uncertainty in a result R will be expressed by

$$\epsilon_R^2 = \epsilon_v^2 \sum_{i=1}^7 (\partial R / \partial V_i)^2$$

To avoid conceptual errors when formulating the partial derivatives, these were determined numerically (incremental ratio) using a loop for each variable which is incremented only once.

Not to complicate computation unnecessarily, this iterative method was applied only to the determination of

stresses and angle components. The error for each angle was obtained analytically as a function of the errors in the components and of the partial derivatives of their inverse function, which was easy to formulate.

It should be observed that the error in the data (ϵ_v) was defined and employed as a random value while it was partly systematic. It follows from this that the trend of the results in time often appears to be more regular than indicated by the band of uncertainties (ϵ_R).

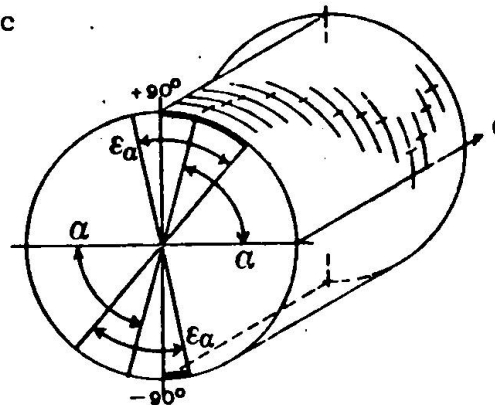
7) Graphical presentation of the results

The output data, in a graphical form, are a function of time. All the values are denoted by crosses whose upward strokes, symmetrical with the resulting values, represent their uncertainty.

For the hydraulic load, the scale is in metres and has an arbitrary origin.

For the stresses σ , the scale is in units $\frac{\sigma}{E} = 10^{-5}$, the negative cartesian direction indicating compression.

For the angles α representing the direction of a generic σ with regard to an axis, the graph should be regarded as the development of a semicylinder whose length is the time abscissa, while the extremity of a diameter of the cylinder rotated by the angle α is plotted as the ordinate.



The diameter is symmetrically bounded by two opposed circular sectors with openings equal to the uncertainty ϵ_α whose development is also represented by the ordinate.

With regard to the layout of the strain gauge set in the dam, the coordinated axes are oriented in the following directions:

- x : lateral (left-right)
- y : radial (downstream-upstream)
- z : vertical (base-top)

The positive cartesian direction of the axes is given by the second indication. ("Left-right" refers to the structure

seen from downstream).

For the secondary σ in the plane, the angle α represents the direction of $\sigma_{\max}$ (algebraically maximum) in respect of the axis relating to the first of the two indices that define the plane. $\sigma_{\min}$ is at right angles to $\sigma_{\max}$.

8) Results of the Vaiont strain gauge set

The period investigated goes from the date of installation of the instruments (June 1959) to September 1963. For each month in this period a measurement was considered which was the mean of the most significant data obtained in that month and was compared with the average hydraulic load.

The results, in a graphical form obtained directly from the plotter (see par. 7), can be seen in Tables 1) and 2).

Table 1 - Vaiont strain gauge set

Stresses in three dimensions

Q = hydraulic load (m)

σ_n = principal stresses in algebraic order (maximum, intermediate, minimum for $n = 1, 2, 3$)

$\alpha_{n\xi}$ = angle between σ_n and the ξ axis ($\xi = x, y, z$)

It will be convenient first to define as minimum hydraulic load the one active in March 1960, when the dam had virtually been completed, which scarcely exceeded the elevation of the strain gauge set.

The value of σ appear to be correlated with the hydraulic load. A small sinusoidal component with an annual period was probably due to thermal stress.

The variation of σ_3 (maximum compression) in the initial stage during which concreting was in progress, is notable and so is the trend of σ_2 which appears to be strictly correlated with the hydraulic load. Its values approximate those of σ_1 at minimum hydraulic load and those of σ_3 at maximum hydraulic load.

With regard to the trend of the angles α , all the show a tendency towards following the directions of the axes ($\alpha = 0^\circ$ or $\pm 90^\circ$). In particular, one at least of the σ always lies on one of the axes.

As the trend of the angles is not linear, it will be well to examine some of the most significant situations of the hydraulic load.

At minimum hydraulic load, σ_3 (maximum compression) is markedly vertical ($\alpha_{3z} \approx 90^\circ$). Hence, the plane on which σ_1 and σ_2 lie is concurrent with the horizontal xy plane to a considerable extent.

The scalar values of σ_1 and σ_2 are very near, which sometimes gives rise to uncertainties (*) as to their direction in the plane. In any case, σ_1 (minimum compression) clearly follows the lateral direction (x axis).

At a slightly higher hydraulic load σ_1 and σ_2 rotate by 90° on the horizontal plane. Hence, σ_1 lies in the radial direction while σ_2 lies in the lateral direction. The situation remains practically unchanged till the hydraulic load becomes intermediate.

When the hydraulic load rises from intermediate to maximum, σ_2 and σ_3 rotate in a plane near the vertical-lateral zx plane, which is clearly defined by the constant and precise value of the angle $\alpha_{1y} \approx 0$. On the other hand, the values of the angles in this plane are more uncertain owing to the nearness of the scalar values of σ_2 and σ_3 (*). Anyhow, at maximum hydraulic load the directions of σ_2 and of σ_3 are nearly vertical and nearly lateral respectively.

Table 2 - Vaiont strain gauge set

Stresses in the planes ($\frac{\sigma}{E} 10^{-5}$)

Q = hydraulic load (m)

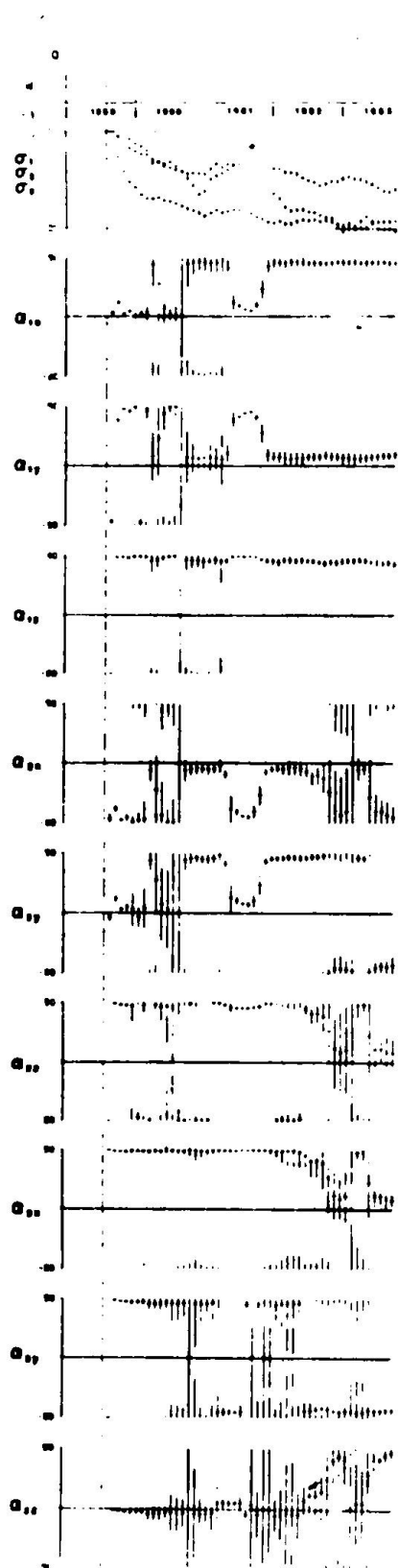
σ_ξ = stress on the ξ axis ($\xi = x, y, z$)

$\sigma_{\xi' \xi''}$ = maximum and minimum stresses in algebraic order in the $\xi' \xi''$ plane ($\xi', \xi'' = x, y, z$)

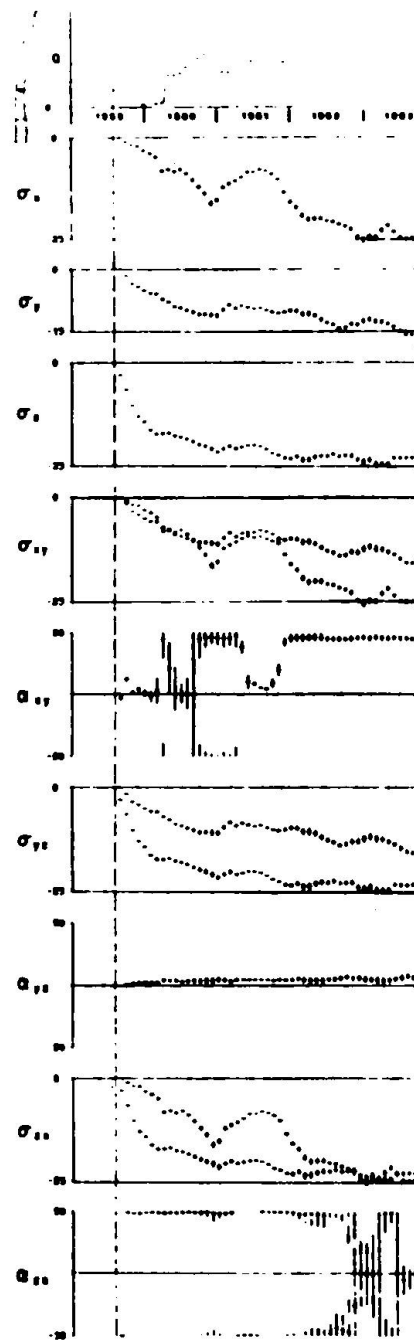
$\alpha_{\xi' \xi''}$ = angle between the maximum stress and the ξ' axis (or between the minimum stress and the ξ'' axis).

The σ on the axes are markedly concurrent with the principal stresses in three dimensions. Hence, the trend of the principal stresses in three dimensions taken by pairs is

(*) When the scalar values of a pair of σ are very near, the quadratic surface of the stresses in the plane containing the pair of σ tends towards a circle. Thus, if the two are equal their direction in the plane is indeterminate. Generally speaking, the uncertainty in the direction is a function of the probability of the two σ being equal as a consequence of their scalar uncertainty. By definition, however, they remain perpendicular to each other.



TAB. 1



TAB. 2

the same as the trend of the secondary stresses in the planes. Here, however, uncertainties are fewer and the interpretation is more immediate.

In the horizontal xy plane:

- at minimum hydraulic load the minimum compression ($\sigma_{\max}$) is lateral;
- at a slightly higher hydraulic load the pair $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ rotate by 90° and remain there till the maximum hydraulic load sets in.

In the radial-vertical yz plane:

- the maximum compression ($\sigma_{\min}$) is always vertical.

In the vertical-lateral zx plane:

- the maximum compression ($\sigma_{\min}$), which is vertical till intermediate hydraulic load, becomes lateral at maximum hydraulic load.

9) Results of the Val Gallina strain gauge set

As was mentioned above, for the Val Gallina strain gauge set it was impossible to ascertain whether measurements corresponded with theory. Consequently, no compensation could be introduced.

Moreover, the behaviour of the isolated strain gauge was found to be unreliable, which prevented the compensation of anelastic phenomena.

An attempt, however, was made to compensate that part of the anelastic component Δl_0 that is a function of temperature. To this purpose, a coefficient was derived from the strain-temperature correlation for the other isolated strain gauges in the dam. The values of l_0 were determined almost at random, as the data obtained after the installation of the instruments do not seem to indicate any trend that could be correlated with the increase in dead weight. Most probably, this trend was concealed by other concurrent effects that were not compensated.

Thus, for l_0 conventional values were assumed that were the means of observations made from the fifteenth to the thirtieth day after installation.

Of course, the assumption of incorrect values for l_0 and Δl_0 may have had some consequences on the results. Whereas an error in l_0 , which is an initial reference, does not affect the time variations of the results, which are linear functions of the data, it affects non-linear functions, espe-

ally angles. An error in Δl_c , which is a value variable with time, affects the time variations of the linear results but does not affect the angles whose determination is independent of this value.

As to the error in the data (ϵ_v) an estimated value $\epsilon_v = 10^{-5}$ was assumed for it.

The results can be seen in Tables 3 and 4 which are very similar to Tables 1 and 2.

The first period investigated goes from the date of the installation of the instruments to about three years later. The second period starts about ten years later and coincides with the only total drawdown of the reservoir.

Apart from the tension values imputable to an error in the formulation of the initial values and in the subsequent thermal compensations, the interpretation of these results is far from being easy. From January to May 1951, when concreting was stationary, compression appears to have decreased. A greater decrease in compression occurred from February to April 1953 when the reservoir level was drawn down, but the successive fill-up did not produce the contrary effect.

Ten years later a creep towards compression can be observed together with a better correlation with the hydraulic load.

It is to be noted, however, that the scalar values of σ do not differ from one another very much. In this situation the quadratic surface of the stresses tends towards a spherical form: hence, the uncertainty in the angles is considerable.

A slight tendency of σ_3 towards the z axis can also be inferred, and this is perhaps the least baffling aspect of the whole phenomenon.

At any rate, it is reasonable to believe that for this strain gauge set the elastic theory was applied to phenomena that were mostly anelastic.

10) Considerations

All the results of this investigation seem to point out how important it is that each result should be associated with its own uncertainty. Among other things, uncertainties indicate which results are not sufficiently reliable and should be discarded before interpretation.

The values of the errors in the data, on which the uncertainty in the results depends, can either be estimated or, as for the Vaiont strain gauge set, be derived from a comparison of measurements with theory.

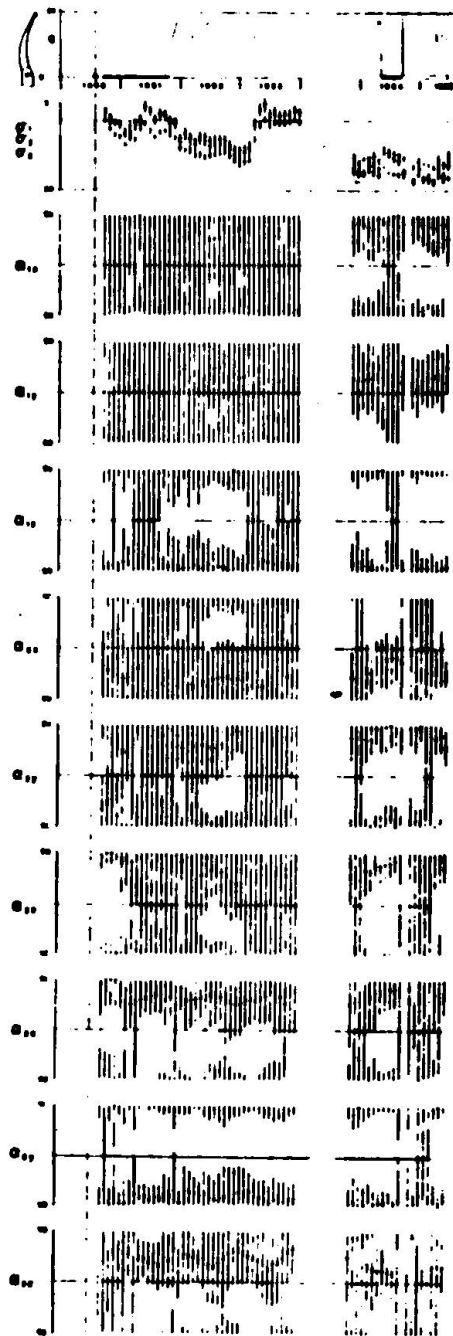
With regard to instrumentation, the investigation has stressed the importance of a reliable isolated instrument or any other means for the compensation of anelastic components. That applies not only to the time during which the phenomenon is in progress, but also to the initial stage when these components are prevailing and the determination of the lengths at zero stress depends on the determination of the elastic behaviour of the structure. As noted, these values enable an absolute origin to be established for the scalar and angular values.

Owing to the lack of means necessary for fulfilling these conditions, the Val Gallina strain gauge set has failed to yield satisfactory results. The results achieved at the Vaiont dam, on the other hand, may be regarded not only as reliable, but also as corresponding with the actual behaviour of the structure.

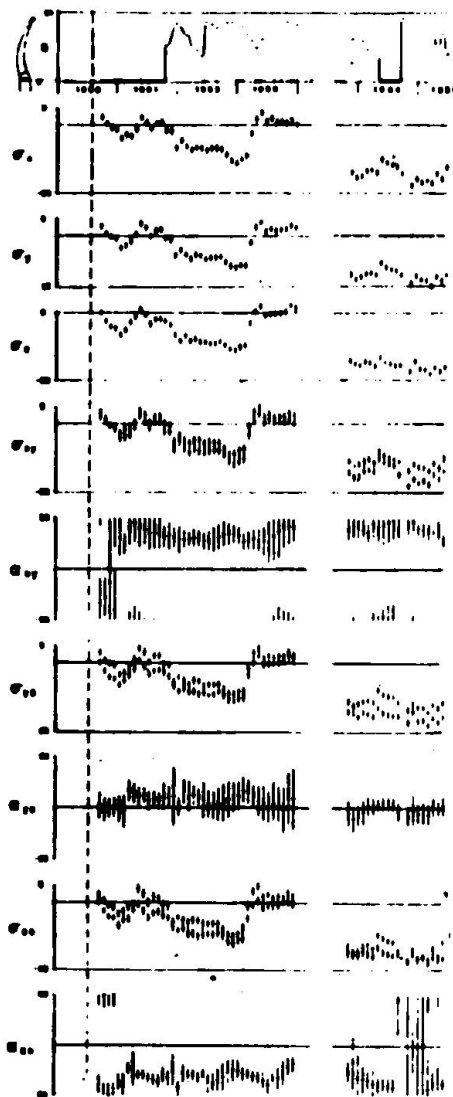
Examination of these results shows that one at least of the principal stresses in three dimensions lies in the direction of one of the axes. Under these conditions the phenomenon can be represented almost as thoroughly by the secondary stresses in three dimensions.

Moreover, the results reveal that τ is sensibly equal to zero in the $x y$ plane.

If this assumption were extended to the Place Moulin dam which, as was mentioned at par 1), is also equipped with strain gauge sets, the procedure for the determination of stresses in three dimensions could be applied also to this structure.



TAB. 3



TAB. 4

Summary

As a preliminary remark, it is noted that the available experimental data are limited to the strain measurements furnished by two spacial sets respectively of 6 and 7 strain gauges, every set being installed in an arch dam.

After the correction of the experimental data, which is permitted by the 7 strain gauge set, to obtain correspondance between phenomena and theory, the value and the direction of the principal stresses are determined.

The research is also extended to the determination of the value and direction of the secondary stresses in the three planes established by the reference axes.

After stressing the importance of knowing the reliability of results, which is a function of the errors through which gauges can express physical phenomena, the uncertainty in every result is calculated.

The values obtained are represented in a series of graphs as a function of time and compared with the hydraulic load.

Considerations on the triaxial measurements and comparisons with the measurements in the planes are made.

Résumé

On relève, d'abord que la disponibilité des données expérimentales est limitée aux mesures de déformation fournies par deux groupes à trois dimensions de six et sept extensomètres placés chacun dans un barrage-voûte.

Après avoir corrigé les données expérimentales pour obtenir la correspondance entre phénomène et théorie, (ce qui est permis par le seul groupe de sept extensomètres) on va déterminer la valeur et la direction des contraintes principales.

La recherche est aussi élargie à la détermination de la valeur et de la direction des contraintes secondaires situées dans les trois plans, indiqués par les axes coordonnées.

Après avoir relevé l'importance de connaître la précision des résultats, fonction de l'erreur par la quelle la instrumentation est à même d'exprimer le phénomène physique, on procède à la valuation de l'erreur que chaque résultat comporte.

Les résultats obtenus sont représentés en diagrammes en fonction du temps et comparés à la charge hydrostatique.

On déduit ensuite quelques considérations sur les mesures à trois dimensions et des comparaisons de ces mesures avec celle qui sont dans les plans.

Zusammenfassung

Es wird vorausgesetzt, dass die Verfügbbarkeit experimentaler Werte auf die Dehnungsmessungen zwei räumlicher Messergruppen beschränkt ist, denen die eine aus 6 und die andere aus 7 Messern besteht; die zwei Gruppen sind in zwei verschiedenen Bogenmauern verlegt.

Nach der Korrektur der experimentalen Werte (die durch die 7 - Messer-Gruppe ermöglicht ist) werden Grösse und Richtung der Hauptspannungen ermittelt, um die Übereinstimmung zwischen Phänomen und Theorie zu erhalten.

Die Forschung ist überdies auf die Bestimmung von Grösse und Richtung der Sekundärspannungen erweitert die auf den drei durch die Bezugachsen ermittelten Ebenen liegen.

Nachdem bemerkt wird, wie wichtig es ist, die Zuverlässigkeit der Ergebnisse zu kennen - sie ist eine Funktion des Fehlers, mit welchem die Geräte das physikalische Phänomen wiedergeben - wird die Messunsicherheit für jedes einzelne Ergebnis berechnet.

Die erhaltenen Werte werden in einer Reihe von Diagrammen als Funktion der Zeit und mit Bezug auf den hydrostatischen Druck dargestellt.

Es werden daraus Betrachtungen über die räumlichen Messungen und Vergleiche mit den Messungen auf einzelnen Ebenen gezogen.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Desing and Structural Behavior of Nagawado Dam

Le calcul et le comportement structural de Barrage de Nagawado

Entwurf und Gefügeverhalten von Nagawado Talsperre

TATSUO MIZUKOSHI
Dr. Eng. Managing Director,
Tokyo Electric Power Co. Inc.

SEIZO MIMURA, General
Manager of Construction Dept.,
Tokyo Electric Power Co. Inc.

No. 1-3, 1-chome
Uchisaiwai-cho, Chiyoda-ku
Tokyo, Japan

1. Preface

Nagawado Dam, located on the Azusa River - the name given to the upper reaches of the Shinano River which flows through the central part of Japan into the Japan Sea - was completed in 1969. It is an arch dam, 155 m high above the bedrock and built from about $66 \times 10^6 \text{ m}^3$ of concrete.

Three arch dams were constructed across the Azusa River by Tokyo Electric Power Company, Inc. in order to generate 900 MW of electric power, including pumped storage generation, to meet the load demand of the Tokyo metropolitan area.

Nagawado Dam is the main structure of the scheme and is the uppermost of three dams, creating a reservoir with a total storage capacity of $123 \times 10^6 \text{ m}^3$. This reservoir stores and regulates the flow of river water and also serves as the upper reservoir of the pumped storage power plant.

This paper is to observe and compare the results of theoretical analyses - both trial load and finite element methods were applied -, of model tests using plaster models and of observations of the actual dam after filling, in order to determine guide lines for future structural design.

2. Stress Analysis

2-1 General Features of dam

Nagawado Dam is a double curvature arch dam and the horizontal cross section is formed by a single-centered circular curve on the upstream face, and a three-centered circular curve on the downstream face, provided with fillets at the abutments.

The main dimensions of Nagawado Dam are as follows:

height: 155 m

crest length: 356 m

crest thickness: 5 m (theoretical), 10 m (actual)

2.

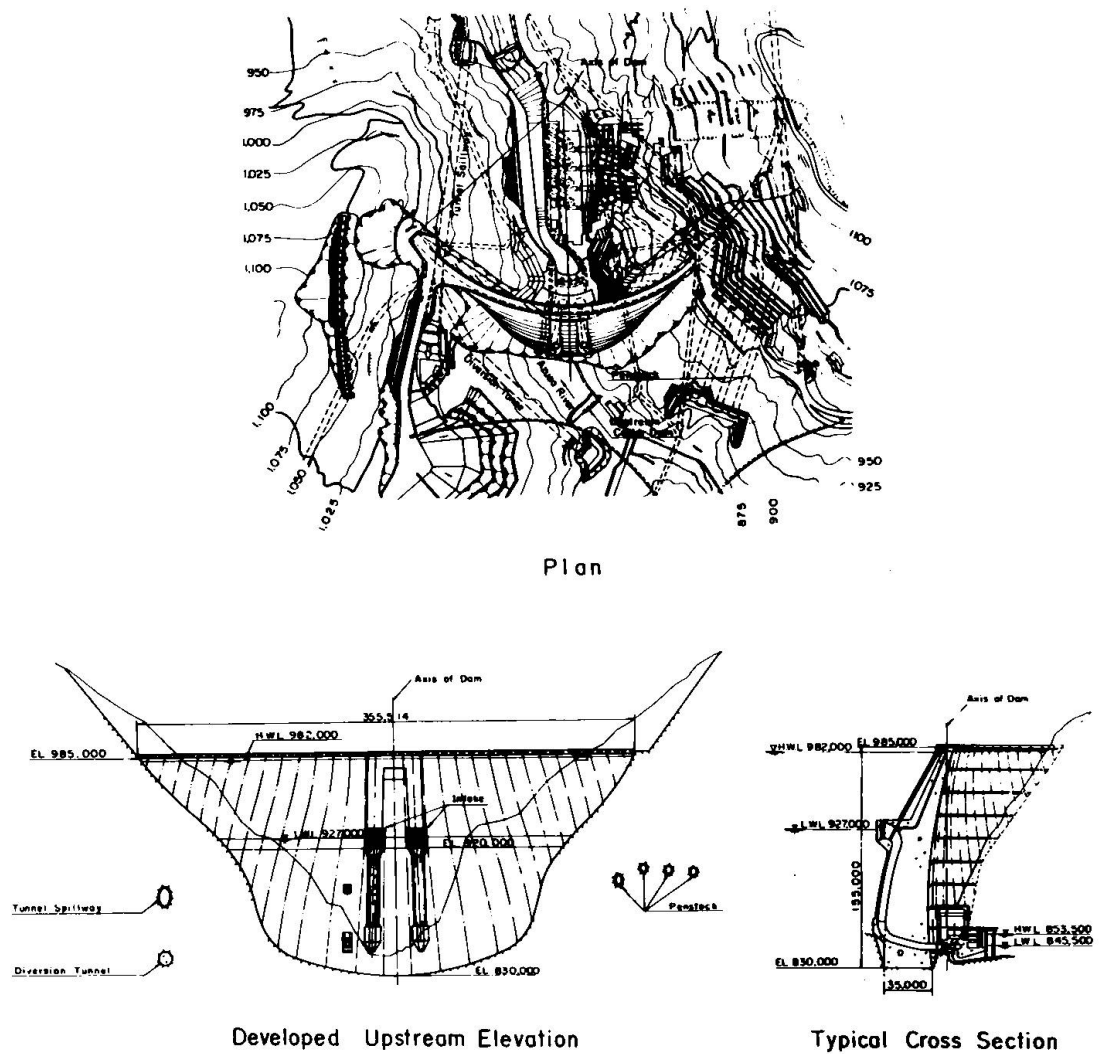
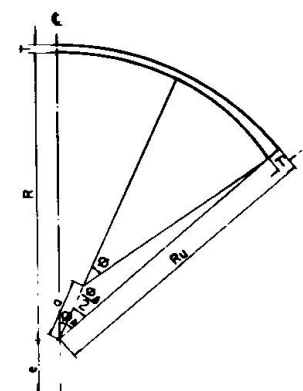


Fig.1 Features of Nagawado Dam

Arch						Fillet			
EL.	Ru	Tu	T	Φ_A	e	Left side		Right side	
985	210.000	0.000	5.000	50°-00'-00"	0.000	42.652	10.000	42.652	10.000
970	190.716	-8.579	9.240	51°-26'-56"	27.863	35.448	13.566	75.785	22.000
950	162.922	-18.607	14.402	53°-00'-00"	65.685	28.620	18.091	70.672	28.500
930	137.023	-27.023	13.000	54°-06'-39"	100.000	19.006	21.458	54.420	29.970
910	117.678	-33.825	23.033	54°-46'-40"	126.147	6.808	23.852	39.137	30.421
890	108.002	-39.014	26.500	55°-00'-00"	141.012	0.000	26.500	24.928	30.500
870	101.327	-42.591	29.292	55°-00'-00"	151.264	—	29.292	11.704	30.857
850	95.555	-44.555	31.875	49°-30'-00"	159.000	—	31.875	2.775	32.141
830	89.906	-44.906	35.000	00°-00'-00"	165.000	—	35.000	0.000	35.000



Tab.1 Dimensions of Nagawado Dam

base thickness: 35 m
 concrete volume: $66 \times 10^6 \text{ m}^3$
 high water level: EL.982 m
 low water level: EL.927 m
 total storage capacity: $123 \times 10^6 \text{ m}^3$
 effective storage capacity: $94 \times 10^6 \text{ m}^3$

The foundation rock of the dam consists mainly of biotite granite, and hornfels over it. Dikes of lamprophyre also exist at some places. The foundation rock is generally sound, and the modulus of elasticity (E_R) was assumed to be from 30×10^3 to $100 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ corresponding to the position from the crest to the bottom of the dam. Because of a gentle slope fault in the right abutment around EL.950 m, an open joint was provided at the upper right side of the dam, so that the arch thrust would not be carried directly to the part above the fault. Therefore, the upper half of the right abutment was made thicker than that of the left part of the dam, so that the stability of the dam and foundation of both banks would be balanced.

Since a group of faults almost parallel with the river course existed in the foundation rock of both banks, foundation treatment work was carried out on a large scale by means of replacing with concrete, grouting the surrounding rocks, and prestressing with steel rods.

General plan, developed upstream elevation, typical cross section, and dimensions of Nagawado Dam are shown in Fig.1 and Tab.1.

2-2 Trial Load Analysis

In analysing by the trial load method, a conventional analysis of an arch dam, five arch elements and eleven cantilever elements were used (see Fig.3); three adjustments of the assymmetrical, three-centered, variable thickness arch dam were carried out by radial displacement, tangential displacement, and rotation about the vertical axis.

The load division to the arch and cantilever elements was not obtained by trial and error method, so called trial load procedure, but by simultaneous linear equations of many unknowns expressing the load distribution.

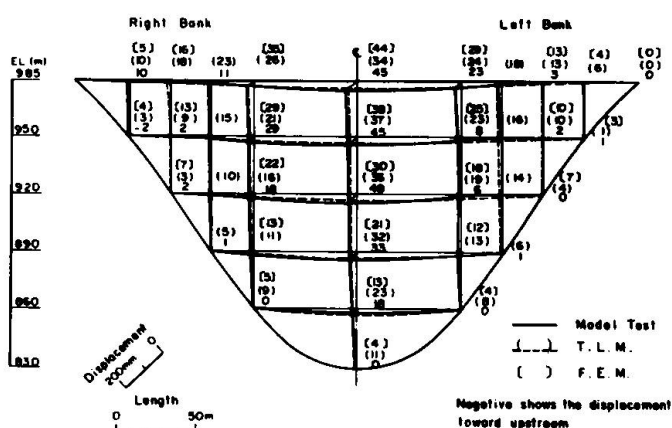


Fig.2 Displacement (Static Load)

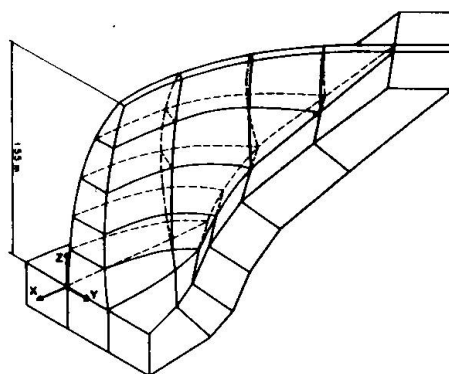


Fig.4 Subdivision
 of Nagawado Dam by F.E.M.

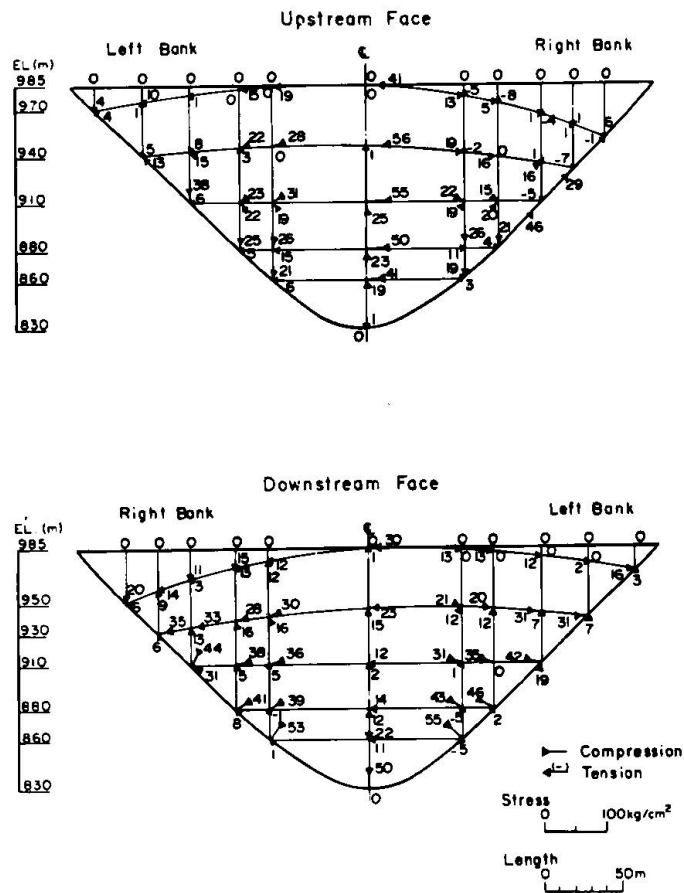


Fig.3 Principal Stress by T.L.M. (Static Load)

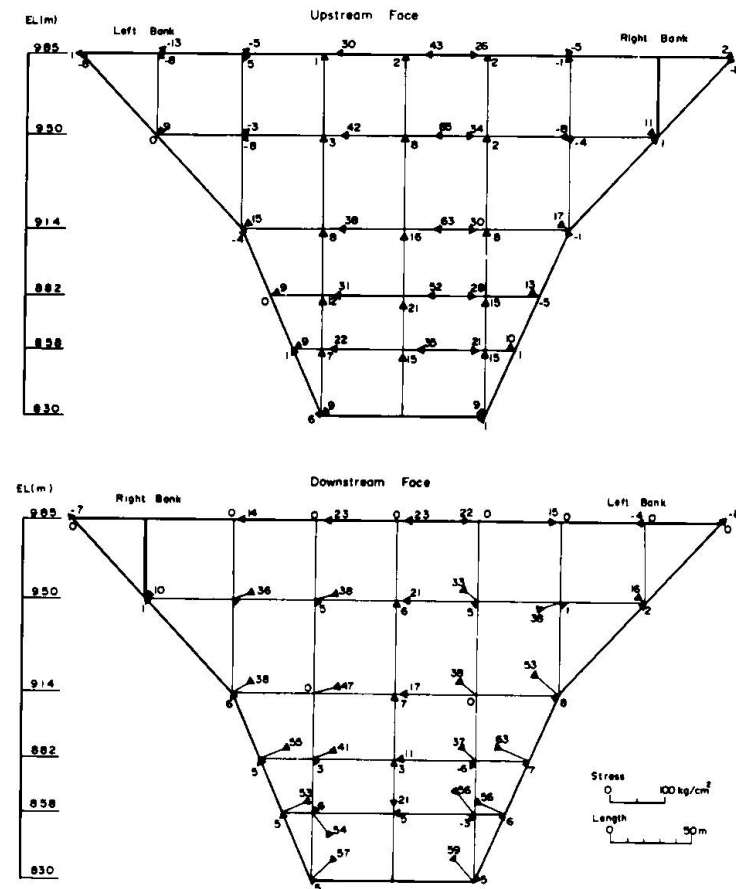


Fig.5 Principal Stress by F.E.M. (Static Load)

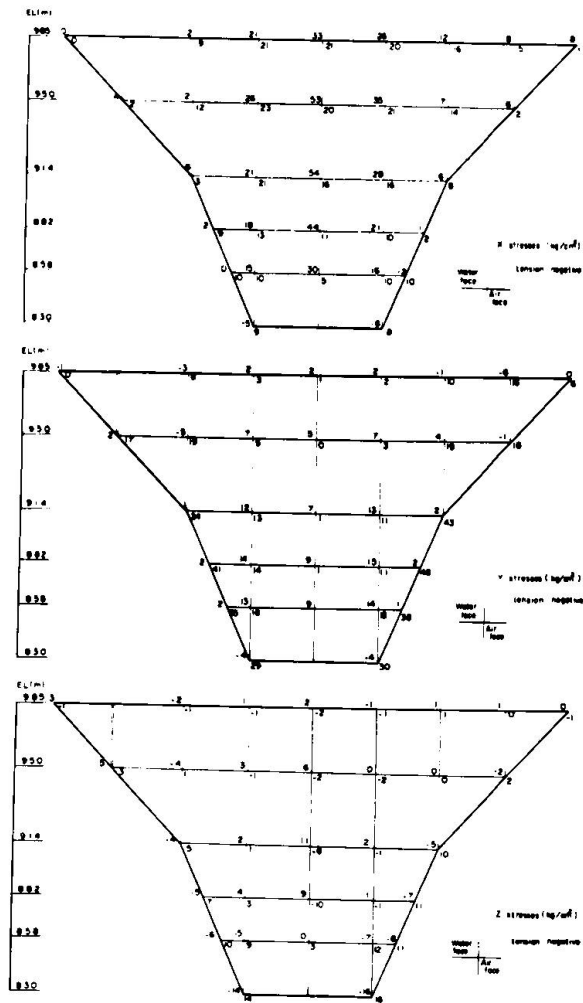


Fig.6 Tri-axial Stress by F.E.M. (Static Load)

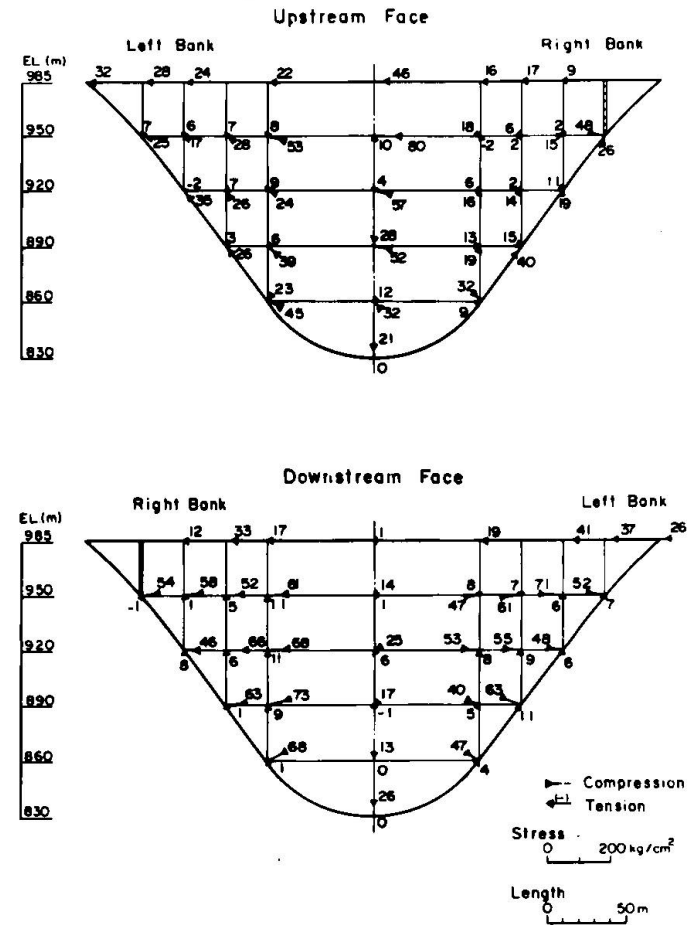


Fig.7 Principal Stress by Model test (Static Load)

The upper arch elements were chosen, taking into consideration the design conditions imposed to avoid carrying arch thrust to the right bank higher than EL.950 m. Radial displacement and principal stress obtained from this analysis, using $E_c = 250 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.2$, are shown in Fig 2,3.

2-3 Finite Element Analysis

In the finite element analysis, two types of isoparametric curved elements were used, a hexahedron and a pentahedron. The number of the elements were 65 - 26 in the dam, 39 in the foundation - as shown in Fig 4.

Radial displacement and principal stress obtained from this analysis based on the above-mentioned design conditions are shown in Fig.2,5.

2-4 Model Test

Model tests using plaster models, scale 1/300, were carried out. The model was made from a mixture of plaster of Paris, diatom earth, and water. The proportion of plaster of Paris, diatom earth, and water was varied to meet the variation of elasticity modulus of foundation rock and the ratio to that of dam concrete and the elasticity modulus of the model was brought to represent one fifth of that in prototype in accordance with laws of similitude.

Wire-strain gauges were used for the strain measurement. Dial-gauges and differential transformer type displacemeter were used for the displacement measurement.

During the design stage of dam, model tests were carried out on eleven models of six shapes. Radial displacement and principal stress obtained from the model tests are shown in Fig.2,7.

2-5 Comparison

Fig.3,5 and 7 indicate the distribution of the principal stresses on the upstream and downstream faces of the dam obtained from the three analysis methods above-mentioned. Comparing these results, the following may be noted:

- (1) The maximum principal stress on the upstream face appears at the crown around midheight approx. EL.950 m, and the direction is nearly horizontal. The maximum values are 56 kg/cm^2 in the trial load analysis, 65 kg/cm^2 in the finite element analysis and 80 kg/cm^2 in the model tests.
- (2) The maximum principal stress on the downstream face appears at the abutment of the lower part of the dam and the direction is nearly at right angles to the abutment. The maximum values are 55 kg/cm^2 in the trial load analysis, 63 kg/cm^2 in the finite element analysis and 73 kg/cm^2 in the model test
- (3) As described above, the maximum stress in the model test is a little larger than that of theoretical analysis. But, as a whole, the results of all three methods coincide relatively well and none of the methods shows a specific tendency to offer greater value than another. This can be seen in Fig.8 which shows the maximum principal stresses at crown and abutment.

Tab.2 indicates the comparison of tri-axial stresses at the crown by these three methods, and Fig.6 indicates tri-axial stress by F.E.M..

(kg/cm²)

		trial load method		** finite element method		model test	
		up-stream	down-stream	up-stream	down-stream	up-stream	down-stream
EL.985	X	41	30	34	20	46	1
	Y	0	0	2	0	0	0
	Z	0	0	3	-1	0	0
EL.950	X	56	23	53	20	80	14
	Y	3	0	5	0	3	0
	Z	1	15	9	-4	10	1
EL.914	X	55	12	54	17	57	25
	Y	6	0	7	1	6	0
	Z	25	2	10	-5	4	6
EL.882	X	50	14	45	11	52	-1
	Y	10	0	9	1	10	0
	Z	23	12	9	-8	28	17
EL.858	X	41	11	30	6	32	0
	Y	13	0	9	-	13	0
	Z	19	22	0	3	12	13
EL.830	X	0	0			0	0
	Y	15	0			15	0
	Z	1	50			21	26

Tab.2 Comparison of tri-axial stresses
at the crown by three methods

Note:

X,Y,Z: Stress components (See Fig.4)

** : approximation

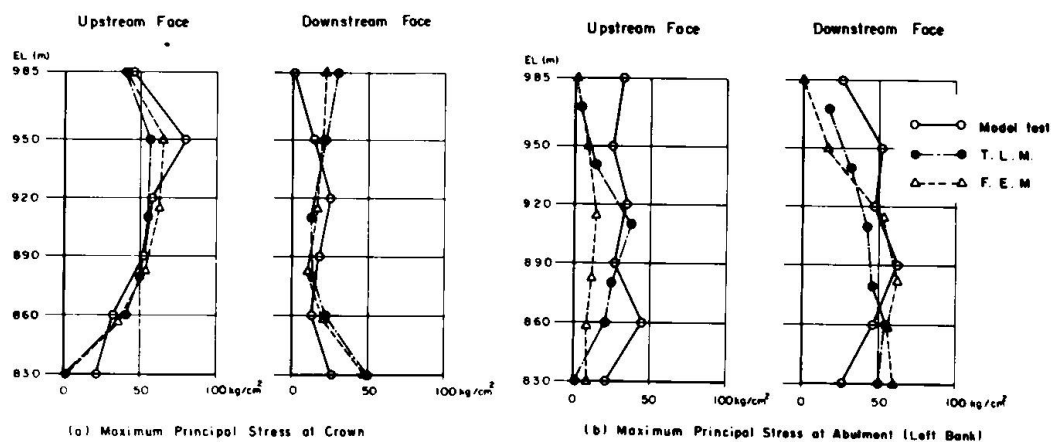


Fig.8 Comparison of Maximum Principal Stresses

3. Measurement of the Dam Behavior

3-1 Instrumentation

At Nagawado Dam, several measuring facilities were installed for the control of the dam construction work, for the maintenance of the dam after completion and also for analysis of the behavior of the dam and foundation.

The kinds of instruments installed are as follows:

- The kinds of instruments installed are as follows:
- (1) Carlson type instruments (thermometer, strain-meter, etc.)
 - (2) Water pressure gauges
 - (3) Plumb lines
 - (4) Inclino-meters
 - (5) Drainage-discharge-meters
 - (6) Others

The number of installed instruments totals about 1400. Most of these instruments can be read and recorded remotely and automatically from the control center.

3-2 The Result of Observations

3-2-1 General Descriptions

Filling of Nagawado Dam was started in March, 1969, and the water level reached the designed high water level in August of the same year. After that, as this plant is a pumped storage plant to meet daily peak load, the reservoir was kept around high water level, except during the summer season when the stored water is used for irrigation purposes. In 1973, the water level of the reservoir notably decreased, because of an unusual water shortage in the downstream area. (see Fig.10)

Measurements of the dam after completion have proved that the behavior of the dam and foundation is quite normal and no trouble has been noticed.

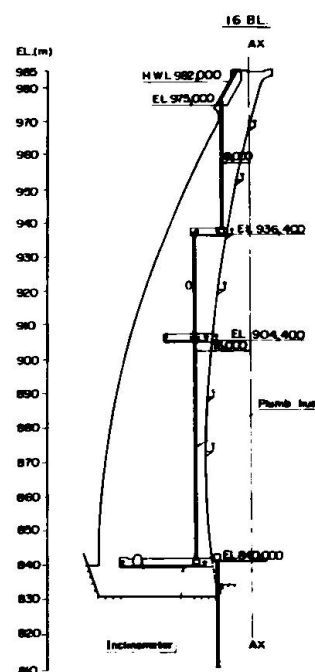
It can be said generally that the behavior of an arch dam is indicated typically by the stress and displacement. At Nagawado Dam, therefore, 243 elements of strain-meters and nine sets of plumb line were installed to measure strain and displacement. Stress analysis of the dam by strain measurement is now under investigation, so that the structural behavior of the dam based on the displacement is described in this paper. The arrangement of plumb lines at the crown is shown in Fig 9.

Observed value of the radial and tangential displacements of the dam is shown in Fig.11. The maximum radial displacement, to date, is 61 mm toward downstream.

As the water level has been kept nearly constant, after having reached its maximum, variation of the displacement would be caused mainly by annual temperature variation.

3-2-2 Temperature

Air temperature and water temperature of the reservoir are shown in Fig 10,



**Fig.9 Arrangement of
Plumb Lines at Crown**

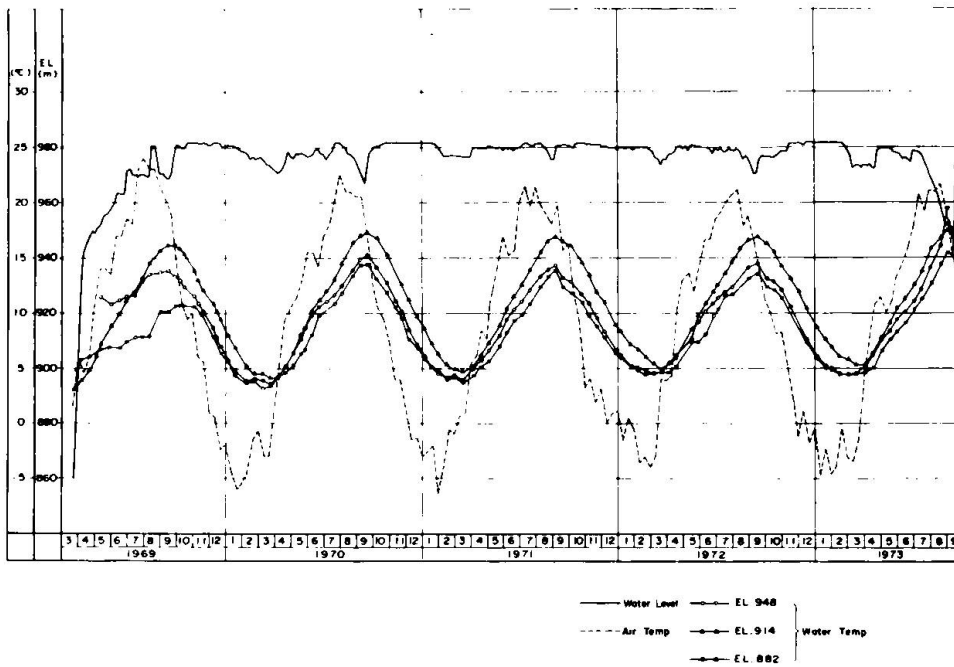


Fig.10 Water Level, Air Temperature and Water Temperature

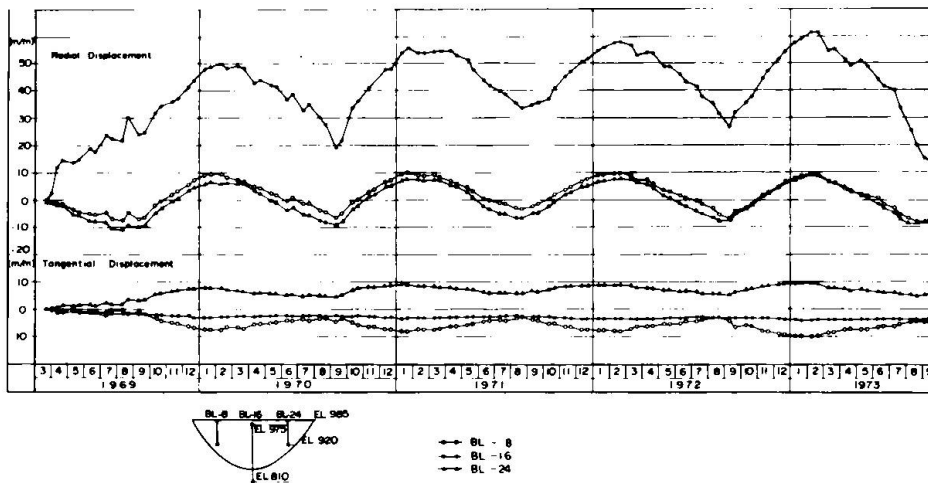


Fig.11 Observed Displacements of the Dam

and can be approximately expressed as follows:

$$T = T_a \sin\left(\frac{\pi}{6}(\tau - \alpha)\right) + T_m$$

where T_a : amplitude of annual temperature variation ($^{\circ}\text{C}$)

T_m : annual mean temperature ($^{\circ}\text{C}$)

τ : time in days after January 1st

α : phase difference

T_a , T_m , and α of air and water temperature are shown in Tab.3.

	EL(m)	T_a ($^{\circ}\text{C}$)	T_m ($^{\circ}\text{C}$)	α (month)
air temperature	---	12.1	8.1	4.3
water temperature	978	9.9	10.6	5.0
	946	5.8	10.6	5.9
	914	5.2	9.0	5.5
	882	4.7	8.4	5.7

Tab.3 Values of T_a , T_m and α

The authors previously investigated the temperature distribution in Sudagai Dam which is a concrete gravity dam with a height of 73 m.

The amplitude of annual temperature variation in a dam decreases as the distance from the concrete face becomes greater. This relation was approximately expressed at Sudagai Dam as:

$$T_a = 124 / (x+3)^2$$

where x is the distance from the concrete face (m)

This relation can also be applied to Nagawado Dam. (see Fig.12)

3-2-3 Displacement

As it is assumed that the displacement of the dam is brought about by three factors, i.e. temperature effect, water pressure effect and time effect, the authors attempted factor analysis with respect to the radial displacement at the crown of the crest arch, that is in general one of the most important measurements, using the following expression:

$$\delta : \text{radial displacement} = f_1(t, \theta) + f_2(h) + f_3(\tau) + K$$

$$f_1(t, \theta) : \text{temperature effect} = a_1 t_{978} + a_2 t_{946} + a_3 t_{914} + a_4 t_{882} \\ + b_1 \theta_{967} + b_2 \theta_{946} + b_3 \theta_{914} + b_4 \theta_{882}$$

$$f_2(h) : \text{water pressure effect} = c_1 h^2 + c_2 h + c_3$$

$$f_3(\tau) : \text{time effect} = d_1(1 - \exp(-0.1\tau)) + d_2(1 - \exp(-0.01\tau)) \\ + d_3(1 - \exp(-0.001\tau))$$

where

$a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, K$

= constants

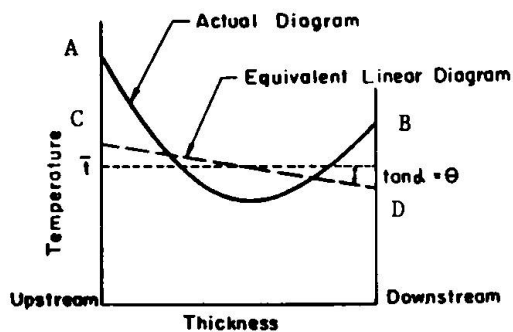
t_i = mean temperature at crown of EL. i m

θ_i = temperature gradient at crown of EL. i m

h = water level of reservoir

τ = time in days after the start of filling reservoir

Mean temperature and temperature gradient at cross section are determined following the conventional procedure shown below.



AB : actual diagram

CD : equivalent linear diagram

AB and CD are equal in area and in geometrical moment of area.

$\bar{t}$: mean temperature

θ : temperature gradient

As a result of calculation by least square method, the following values are obtained as coefficients:

$a_1 = -0.79454$ $a_2 = 1.47466$ $a_3 = -0.57538$

$a_4 = -1.17459$ $b_1 = -0.95341$ $b_2 = -2.38942$

$b_3 = 50.77273$ $b_4 = -11.28073$ $c_1 = 0.00400$

$c_2 = -7.09773$ $c_3 = 3149.8873$ $d_1 = 3.70546$

$d_2 = 1.87414$ $d_3 = 15.54632$ $K = 3.89437$

The calculated values of $f_1(t, \theta)$, $f_2(h)$, and $f_3(\tau)$ using the above coefficients, are plotted in Fig.13.

It can be seen that the variation of displacement due to annual temperature variation shows approximately a sinusoidal curve with an amplitude of 11.5 mm and a period of 1 year. In this case, the phase of the annual displacement variation lags 2 months behind the annual temperature variation.

As for $f_2(h)$, the relation between water level and displacement are shown in Fig.14. According to this figure, the displacement at high water level is 43 mm.

$f_3(\tau)$ shows that the displacement due to time effect gradually approaches the maximum of 21 mm which is expected from the asymptote, in Fig.13. At the present time, four and a half years after starting to fill the reservoir, $f_3(\tau)$ is 18 mm. Therefore, displacement has reached about 90% of the expected terminal value.

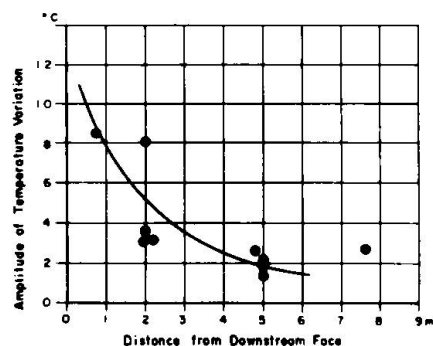


Fig.12 Amplitude of Temperature Variation in the Concrete

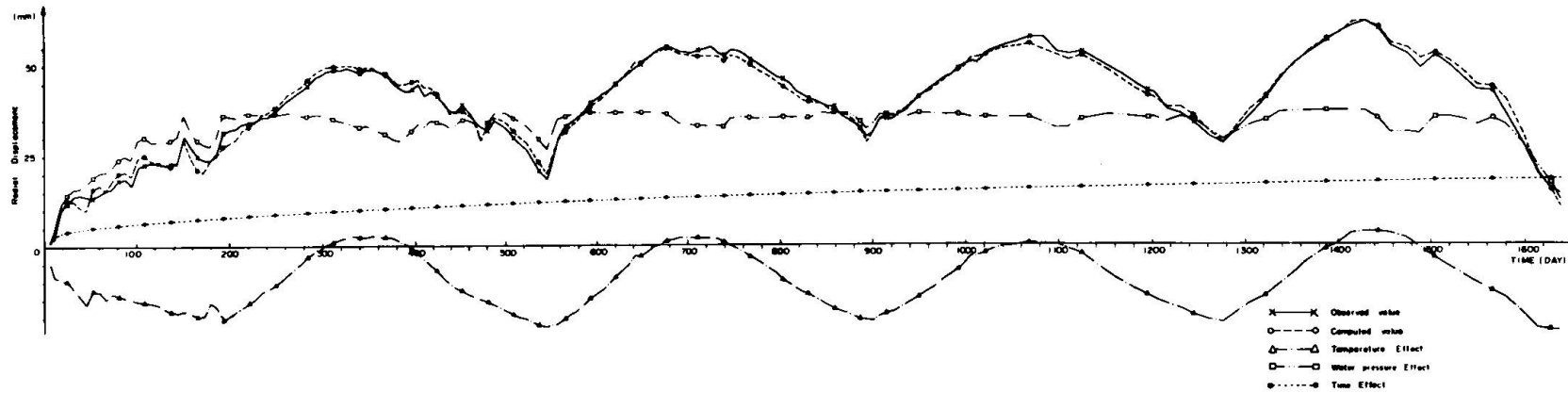


Fig.13 Factor Analysis of the Displacement at Crown

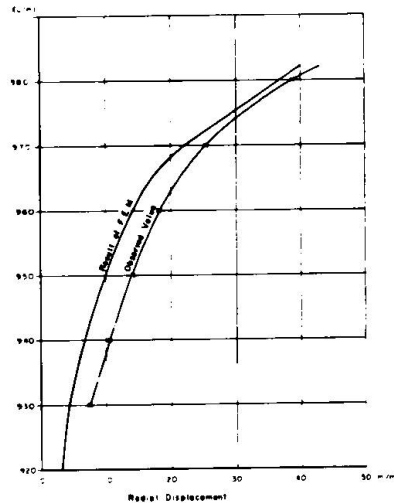


Fig.14 Displacement at Crown due to Water Pressure

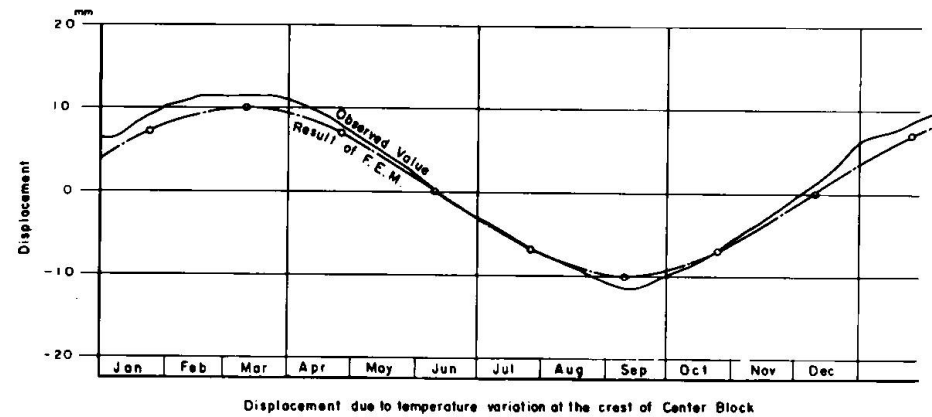


Fig.15 Displacement at Crown due to Temperature Variation

4. Comparison between Observation and Analysis

The radial displacement of the crest crown, due to water pressure (including silt pressure), at high water level, is as follows:

Trial load method	34 mm
Finite element method	44 mm
Model test	45 mm
Observation	42 mm

which well coincide with each other.

As for the displacement due to water pressure variation, the comparison between observed value $f_2(h)$ and computed value by finite element method, is shown in Fig.15. Both likewise coincide well.

As for the displacement due to temperature variation, an amplitude of the annual variation shows 11.5 mm in observation and 10 mm in computation by finite element method.

As mentioned above, the structural behavior of the dam as indicated by $f_1(t, \theta)$ as well as by $f_2(h)$ is quite similar to what was expected from the analysis.

5. Conclusion

During the design stage of Nagawado Dam, the theoretical analyses making use of trial load and finite element methods, and also model tests were carried out for the estimation of the dam stress. The results of these different procedures of analysis have been proved to be well coincident each other.

Moreover, the investigation of the observation of the actual dam has shown that the behavior of the dam is quite similar to expectations at the design stage.

6. Acknowledgements

The authors are indebted to Prof. S. Okamoto of Saitama University, Prof. M. Kokubu of Tokyo University, and engineers of Tokyo Electric Power Co. Inc., T. Fujii, T. Kato, Y. Yamamoto, H. Fujie, K. Itoh, A. Hirai and M. Shimamoto.

7. Reference

- (1) Tatsuo Mizukoshi, Pumped Storage Hydroelectric Peaking Plant in Azusa River, Civil Engineering in Japan, J.S.C.E., 1970.
- (2) Tokyo Electric Power Co. Inc., Model Study of Arch Dam, 1966.
- (3) Tatsuo Mizukoshi and Toshio Fujii, Measurement of the Behavior of Sudagai Dam, Sixieme Congres Des Grande Barrages, 1958.

Summary

This paper briefly describes the design and the structural behavior of Nagawado Dam, an arch dam 155 meters high, being in service since 1969. The design of the dam was carried out on the basis of theoretical calculation and experimental study including both static and dynamic model tests. Numerous measurements of the dam make it clear that the structural behavior of the dam, after the filling of the reservoir has been similar to expectations at the design stage.

Résumé

Ce rapport donne une explication brève sur le calcul et le comportement structural de Barrage de Nagawado, barrage-vôte de hauteur de 155 m, mis au service de l'année 1969. Le calcul de barrage a été exécuté par le calcul théorique et l'étude expérimental suivant les essais statiques et dynamiques sur modèle réduit. De nombreuses mesures sur le barrage ont montré que le comportement structural du barrage après le remplissage du réservoir est approximativement égal à celui qu'on a estimé au stade de calcul.

Zusammenfassung

Dieser Aufsatz beschreibt einen Entwurf und Gefügeverhalten von Nagawado Talsperre, die als 155 meter hoher Bogendam seit 1969 in Betrieb ist. Der Entwurf dieser Talsperre wurde gemacht, auf der Basis der theoretischen Berechnung, und der statischen und auch dynamischen Modellversuchen. Durch die Ergebnisse von vielen Messungen wurde klar gemacht, daß das Gefügeverhalten der Talsperre nach dem Einlaufen des Reservoirs aus dem Entwurf erwarteten Verhalten etwa entspricht.

Free form dam design - An art with scientific control

*Desing de barrage, à géométrie variable.
Un art avec des contrôles scientifiques*

*Entwurf von Daemmen mit beliebiger Form.
Eine wissenschaftlich gelenkte Kunst*

GREGORY MALCOLM McNEICE
Associate Professor Solid Mechanics Division University of Waterloo
Waterloo, Ontario - Canada

1.0 INTRODUCTION

In this world of automation,
mass production and renovation,
the engineer has little time
to test, retest and redesign.
Indeed, he needs computer assistance
to shape, to view and check resistance.
It is with assistance of this kind
the engineer turns artist with a scientific mind.

These few words summarize both the purpose and the product of the research outlined herein. The purpose was to develop a comprehensive design system which would allow a rapid preliminary design of an arch or arched gravity dam. That is, within a work week the designer should be able to complete the design cycle a sufficient number of times to produce his preliminary structure. In order to do so the system must be easy to use in the sense of preparing input data. It must perform a thorough stress analysis and provide visual output for rapid evaluation. Such a system has been the subject of a co-operative research effort between a Canadian company and University of Waterloo personnel. Although the final product is scheduled not to be finished before the fall of 1974, the major components are now operative and these will be described briefly in the following sections. Of particular interest is the three dimensional stress analysis portion of the system and the development of physical models for both architectural and test purposes.

2.0 THE FREE FORM CONCEPT

The arch dam is one of the few structures in civil engineering design that requires the master's hand in shaping it. The design is assessed through approximate stress analysis techniques and if not sufficient the shape is altered until the basic design criteria are satisfied. An experienced dam designer is, in the truest sense of the word, an artist. He sketches the arches on the site contour map in a manner that will provide both thickness and double curvature in proper proportions, resulting in as thin a structure as possible, but with a stress field that does not exceed the design limits. Obviously, even an expert designer cannot know absolutely if his particular shape is an optimum with respect to his criteria. Research has been directed toward the optimization problem [1]. However, this was a two dimensional structure only and it has never been shown categorically that such a model is accurate enough in the lower portions of arch dams. More important is the fact that most dam designers still prefer to shape the structure by hand. Consequently, he should be able to do this comfortably without being confined to specific geometry that may be dictated by the next design stage such as analysis. Because of the analysis methods such as simplified cylinder theories [2] or more advanced grillage techniques like trial load [3], the designer must use a conic section to describe a horizontal arch. Typical conics in use are circles, parabolas and ellipses. With computer assistance the processes have been expanded to multi-centered curves [4] in order to fit the shape to the valley more closely. The concept of free form shaping alleviates most of these difficulties and allows the designer to mould the dam more freely to the valley contour. One must remember, however, that construction practices and associated changes might also have to be adjusted if radical departure in shaping is allowed. Recently, a chief engineer of one Canadian firm who was the first to develop the free form concept [5] has provided constructional data for immediate use [6]. The approach Stensch used involved the use of elliptical segments that are overlapped such that at common free form points they have continuous slopes. Once a set of points is selected on each arch at the various elevations, elliptical segments are fitted both vertically and horizontally. The resulting grid of segments allows any point of a surface to be determined geometrically. The FAD system [6] has been used in providing designs for a number of dams recently [7]. A second free form approach has been developed at the University of Waterloo [8] in which parametric cubic splines are used to shape the dam. Figure 1 illustrates a set of typical free form points. The computer system called STRIDE (STRuctural Interactive DEsign) provides the designer with the capability of shaping his dam using only free form point input data. These points are chosen using the contour drawing prepared for the design. The point co-ordinates are obtained using an electronic digitizer table shown in Figure 2. The contours are also digitized and input to STRIDE. The system then fits the dam into the valley finding the intersection with the valley contours. At the designer's discretion STRIDE will provide computer plots of any number of horizontal and/or vertical sections such as illustrated in Figure 3. If a composite plot is desired, it can also be requested (see Figure 4). Reshaping can be done by simply moving one or more free form points and resubmitting the data. Once the shape has been decided upon, a peripheral outline of the upstream developed view is plotted. This plot is then used to begin the analysis phase. This is discussed in the next section.

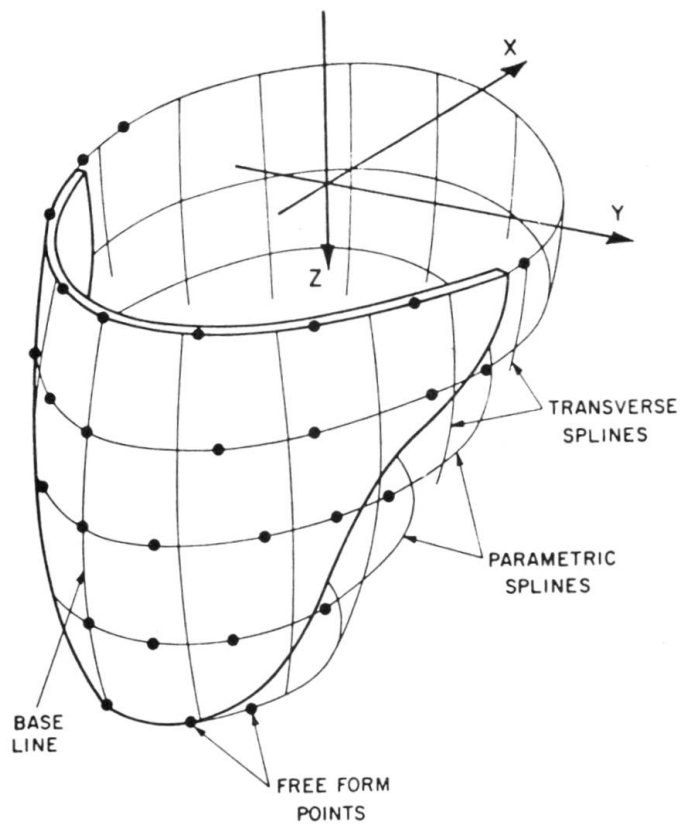


Figure 1 - Free Form Points for Spline Interpolation

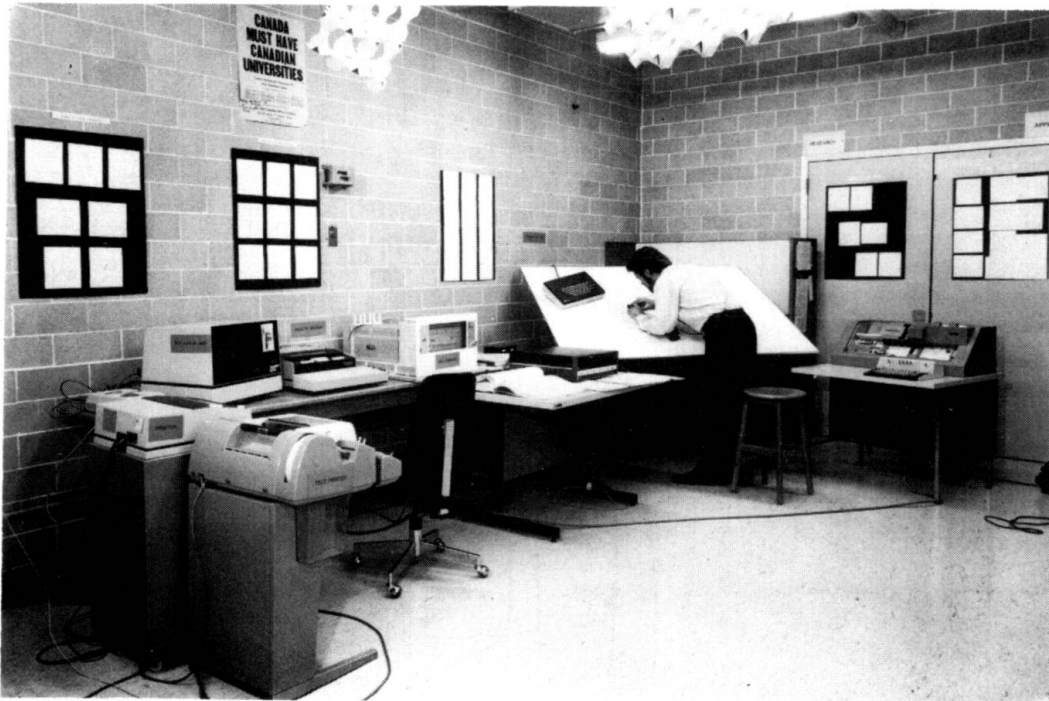


Figure 2 - Shaping Dam Using Digitizer Table

4.

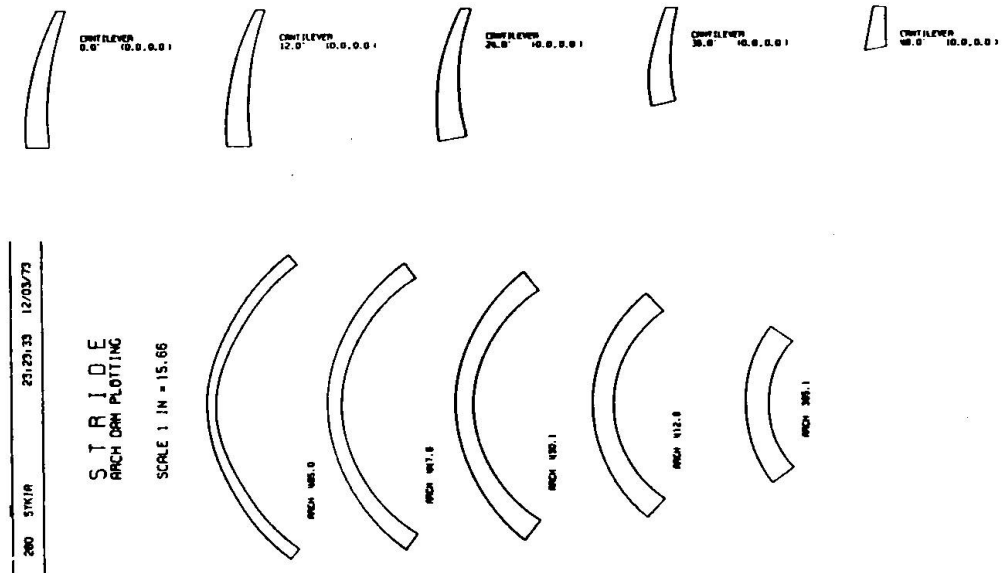


Figure 3 - Computer Plot of Horizontal and Vertical Sections

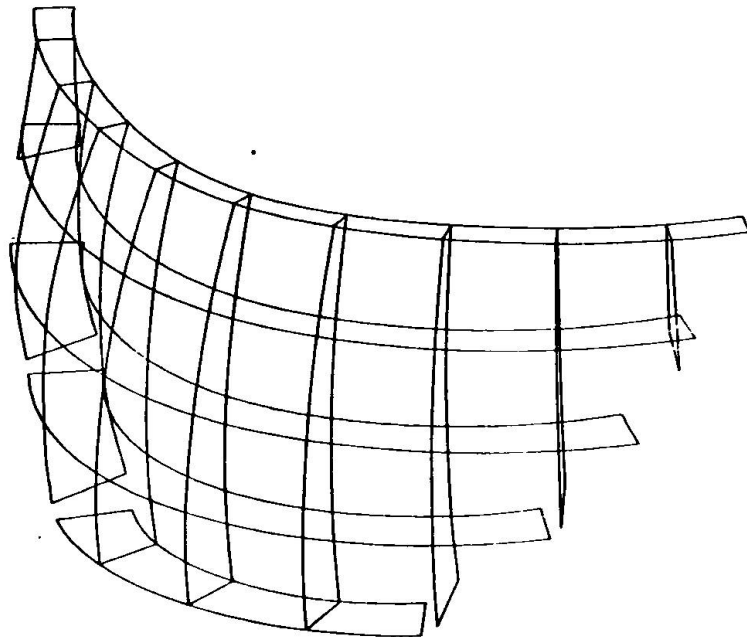


Figure 4 - Composite Plot of Sections

2.0 FINITE ELEMENT ANALYSIS

The finite element method is used in the analyses of the dams. A three dimensional model using curved boundary hexahedron elements is used since the lower one third of most arch dams are thick compared to the corresponding span length and three dimensional stress fields are usually present. The trial load method which is still used extensively is a two dimensional arch grillage method which fails to model stresses in the thicker regions of the structure. Also, for arched gravity dams, a three dimensional analysis is mandatory.

The amount of data required for a three dimensional finite element analysis is often large and should not be prepared manually. The data must contain element numbers, node co-ordinates and element incidences (20 for each element). The STRIDE system automatically produces this data. This is done following a selection of a mesh of elements by the designer. He uses the developed view outline as provided by STRIDE and sketches a two dimensional mesh of elements such as in Figure 5. With the mesh selected, the corner node co-ordinates are next digitized in a specific order. The data is input to STRIDE and the system creates the corresponding three dimensional mesh seen in Figure 6. All the necessary data required from this mesh for the analysis is produced by STRIDE and is given as input into the finite element analysis system. This system automatically calculates and applies surface, body and temperature loads, once the reservoir level along with the water and air temperatures are given.

For boundary support a finite element Vogt boundary model [9] is employed. This response is based on the same model used in trial load analysis [3] along with necessary corrections [10]. The Vogt model provides stiffness coefficients which simply add into the finite element structural stiffness matrix.

Once the stress analysis is complete the analysis system will plot various output in accordance with the selection made by the designer. Geometry plots can include single elements, groups of elements or the entire structure. Viewing angles relative to all three cartesian axis can be specified freely. Figure 7 illustrates one such plot. The same structure viewed from a different angle is seen in Figure 8. Here, a deformation plot is presented showing the original and the deformed shapes.

The most important output plots are those containing stresses. Although sectional stress plots are available, the most common type is the principal stresses on developed views of upstream and downstream surfaces. Figures 9 and 10 illustrate two of the choices available. That is, stress arrows with or without the element mesh and with or without node numbers and stress values. With stress plots such as these, the designer can assess his design quite easily. Therefore, having these two computer systems, one for shaping and viewing and the other for analysis, the engineer can rapidly shape and assess his design without preparing manual data.

In addition to the numerical model, a physical model would provide a final realization and also allow physical testing if desired. A brief account of the techniques involved in producing such a model is contained in the next section.

6.

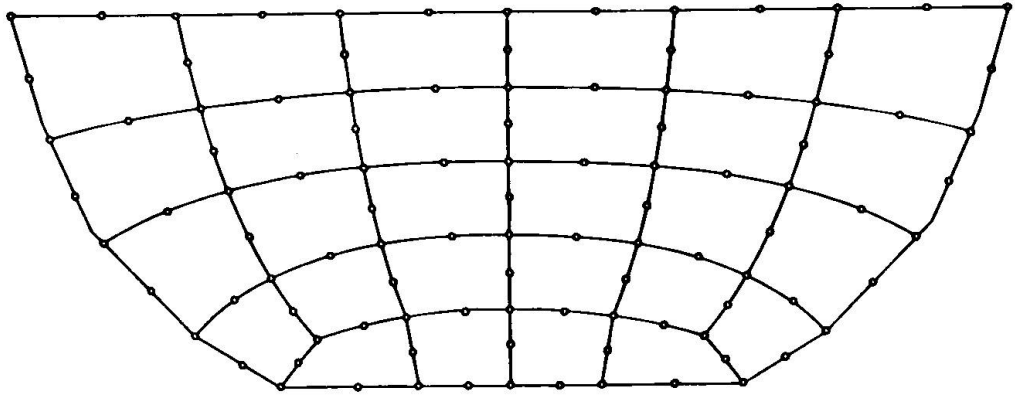


Figure 5 - 2-D Sketch of Element Mesh Made On
Developed View of Upstream Face

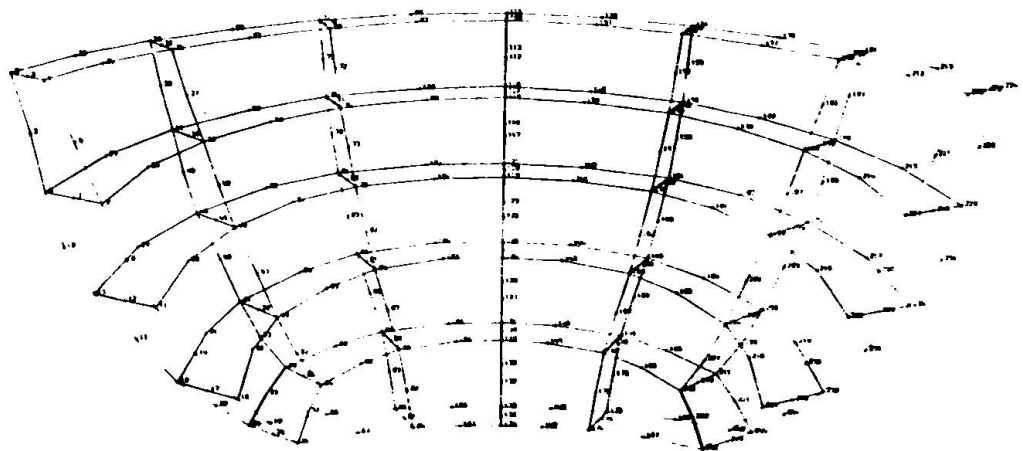


Figure 6 - Corresponding 3-D Element Mesh Produced by STRIDE

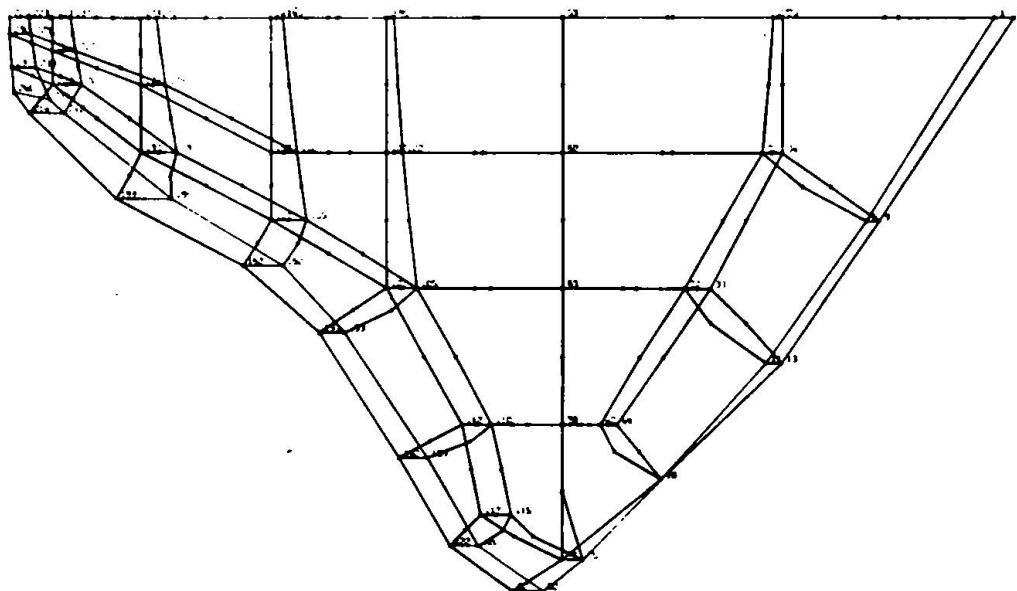


Figure 7 Computer Plot of Complete Dam Structure -
Orientation is Optional

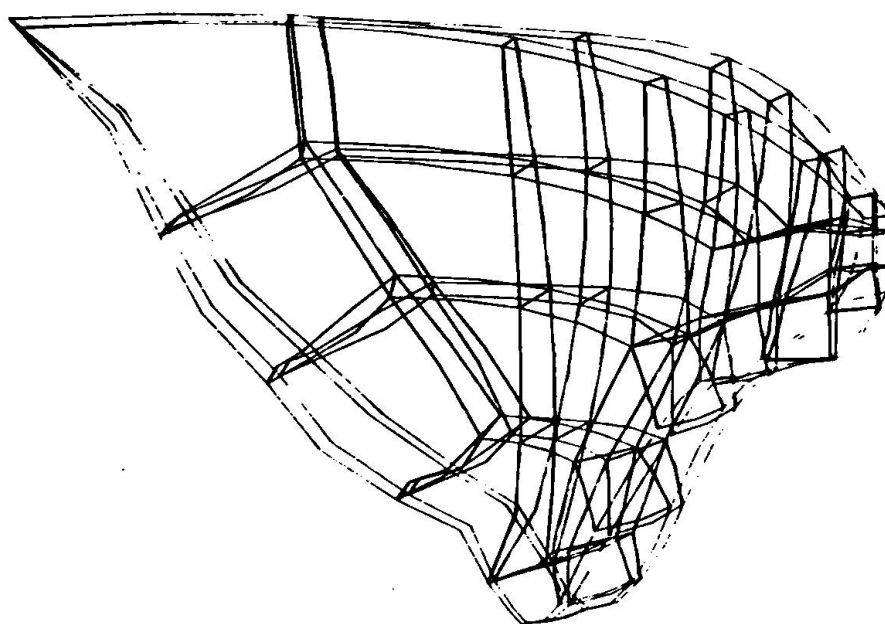


Figure 8 - Computer Plot of Structure Before and After Loading

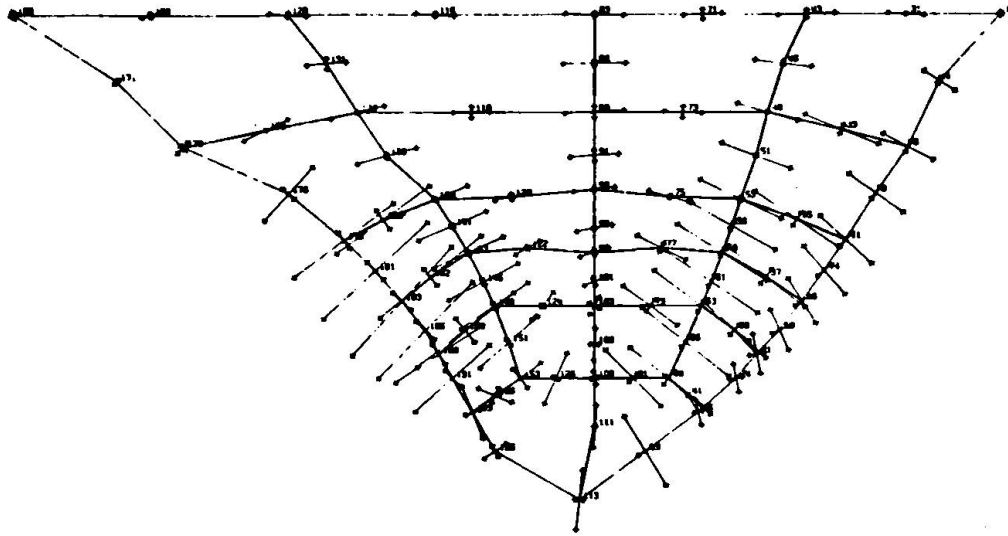


Figure 9 - Principal Stress Plot on Developed View of Downstream Face with Node Numbers and Mesh

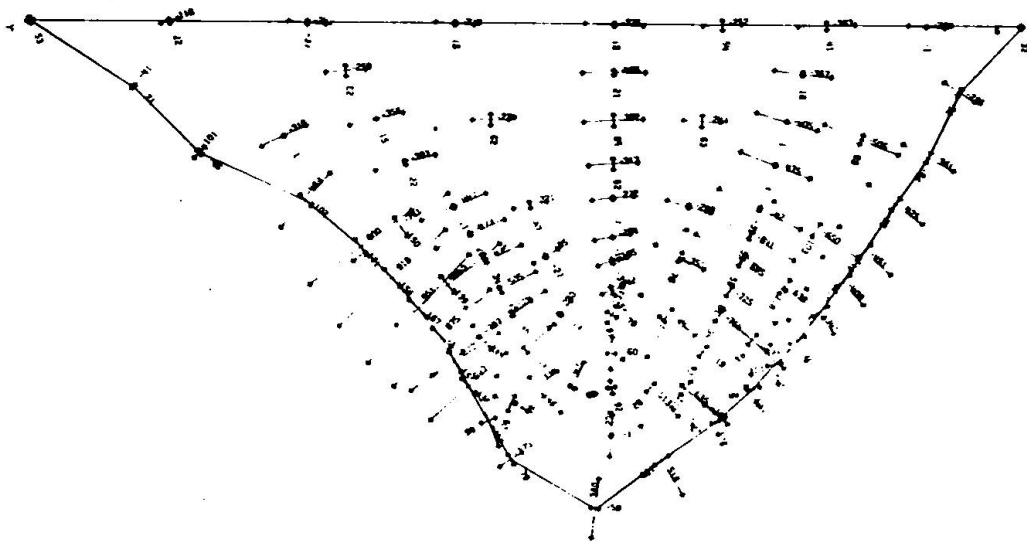


Figure 10 - Principal Stress Plot on Developed View of Downstream Face with Stress Values and Without Mesh

3.0 PHYSICAL MODEL PRODUCTION AND TESTING

A physical model of the dam serves two purposes. Firstly, in a preliminary design it can be used for architectural purposes. For a final design, a larger scale model can be tested in order to check numerical results provided by the analysis system.

At Waterloo the models are produced using the numerical control (N/C) machine in Figure 11. The spline description provided by STRIDE is used on the N/C machine to produce a negative mold as seen in Figure 12. Both contour and dam geometry are used. This mold is then used to produce the positive model as illustrated in Figure 13. For architectural purposes either plaster of Paris or any other appropriate material can be used. For physical testing, a larger scale model is produced. A photoelastic material is then used. Using a stress freezing technique, slices of the structure such as seen in Figure 14 can be used to determine stresses using photoelasticity. The finite element analysis provides an indication of what slices should be made. These can be tested and compared with numerical results. Although, preliminary efforts at producing models and stress freezing have been very successful, insufficient analyses have been done to date to warrant additional comment herein. The models do, however, add a new dimension to the concept of computer-aided design systems.

4.0 ADDITIONAL APPLICATIONS OF THE COMPUTER SYSTEMS

As an example of the versatility of the system, analysis of an arch similar to the central arch of the Manic 5 dam in Figure 15 was carried out by finite elements. The automated boundary and load parameters were calculated by the system without difficulty. A geometry plot is presented in Figure 16.

A second example that illustrates the potential use of the system for research studies is the investigation of construction stresses and simulation of construction stages. Figures 17 through 20 show four of seventeen different construction stages that were analyzed for a symmetrical dam. The object of this research is to compare the incremental construction stress results with those assumed to exist in the "as built" condition. Both vertical block and horizontal layered construction are being investigated.

A final example showing direct application to arched gravity dams is seen in the computer plot of the Hoover dam [11] in Figure 21. At the time of writing, efforts were being directed toward this type of structure. The same basic system can be used again.

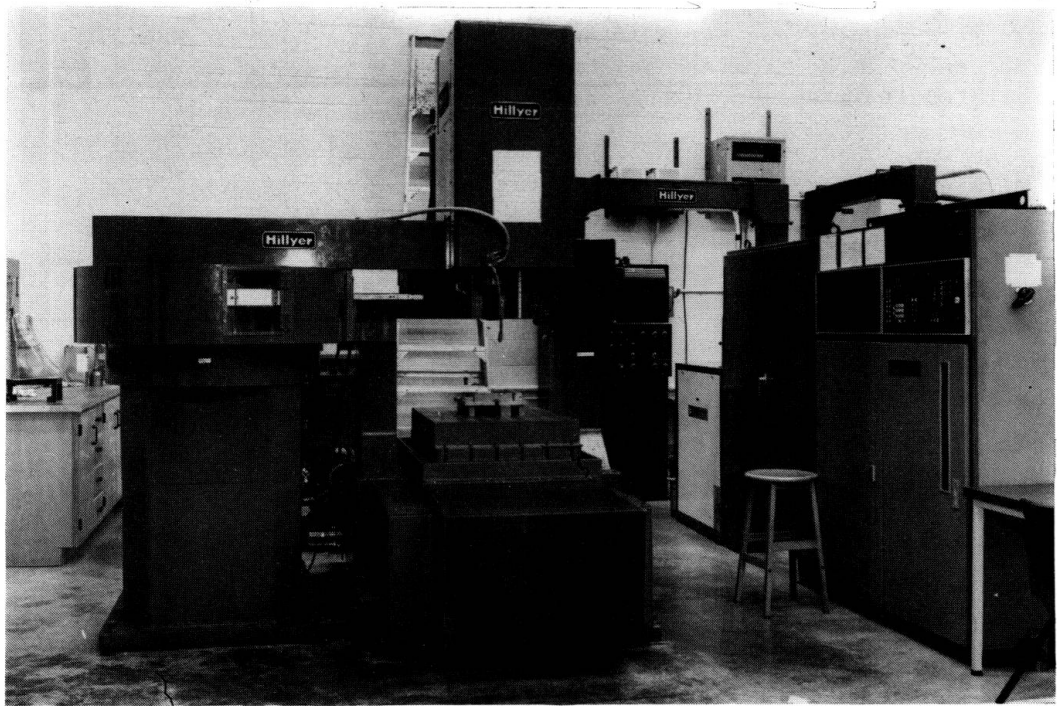


Figure 11 - Numerical Control Machine Used to Produce Arch Dam Models



Figure 12 - Negative Mold of Arch Dam and Valley

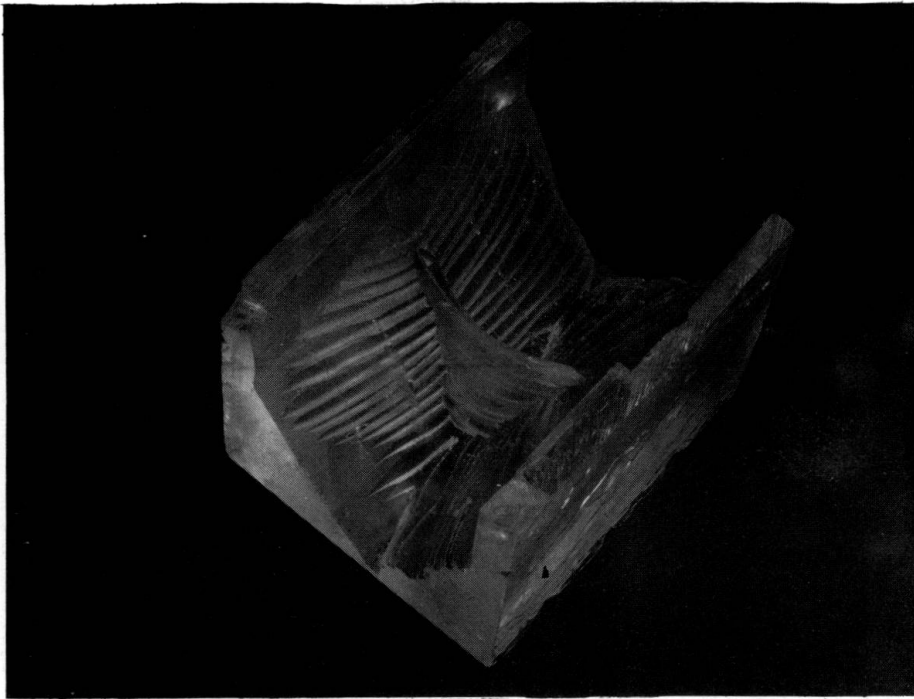


Figure 13 - Model of Arch Dam and Valley Produced From Negative Mold

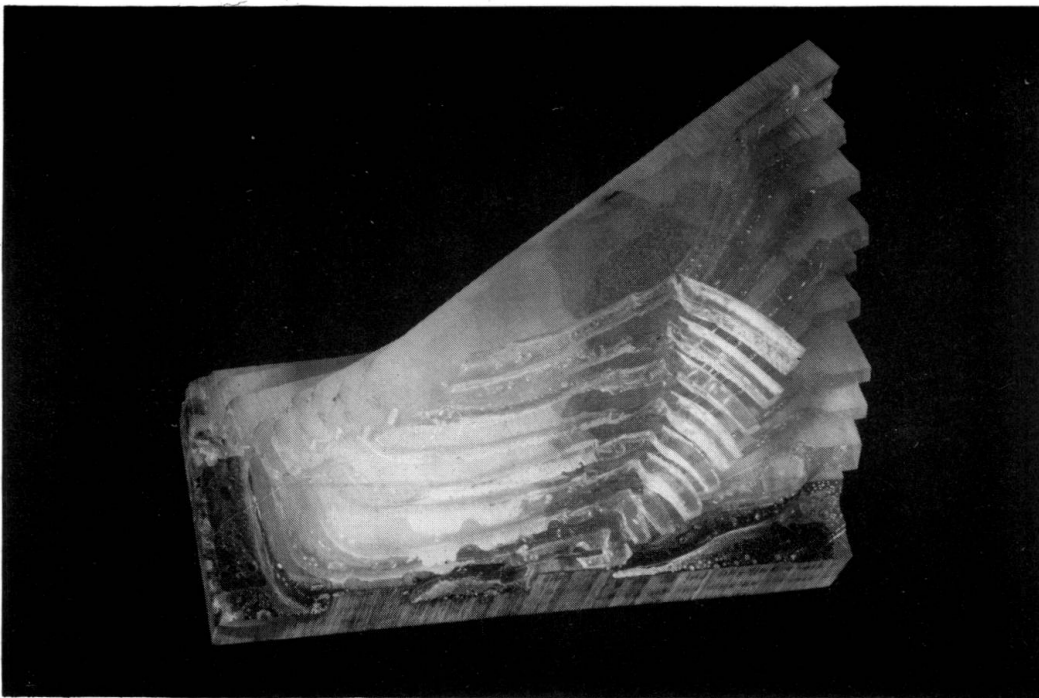


Figure 14 - Slices of Model Containing Frozen Stresses
to be Studied Photoelastically

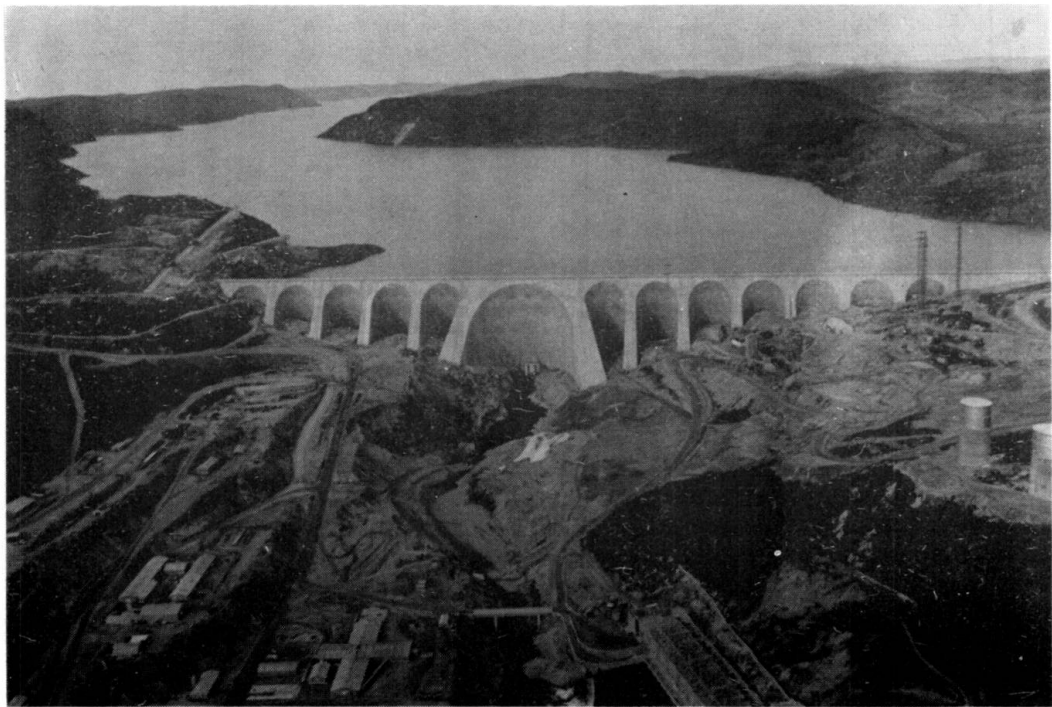


Figure 15 - The Daniel Johnson Dam (Manic 5)

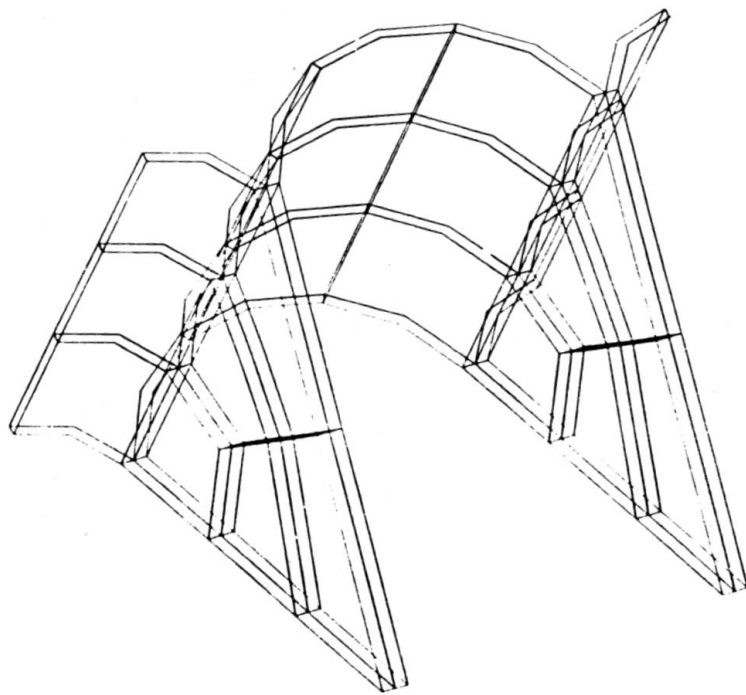


Figure 16 - Computer Plot of An Arched Structure with Buttresses

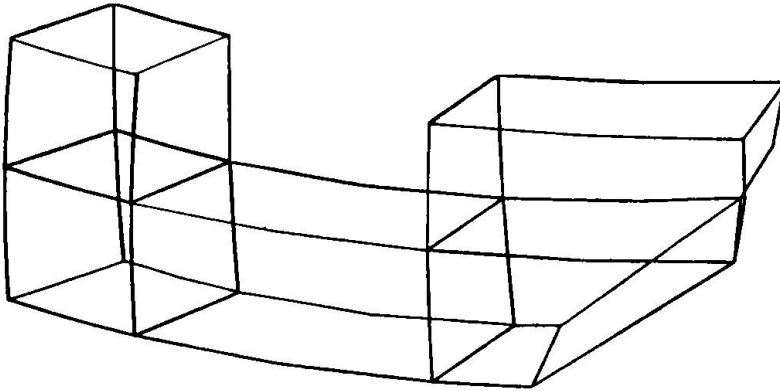


Figure 17 - Construction Stage 2 - 5 Elements

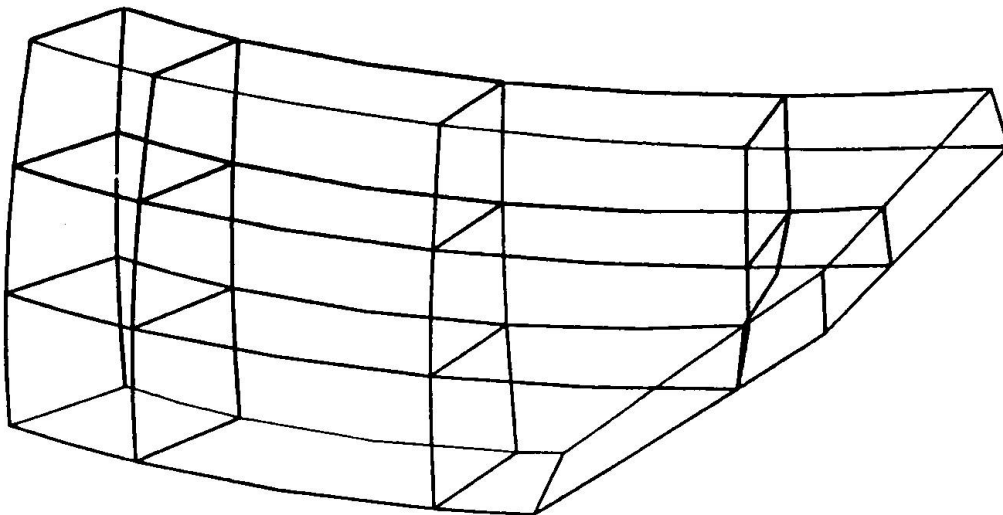


Figure 18 - Construction Stage 5 - 11 Elements

14.

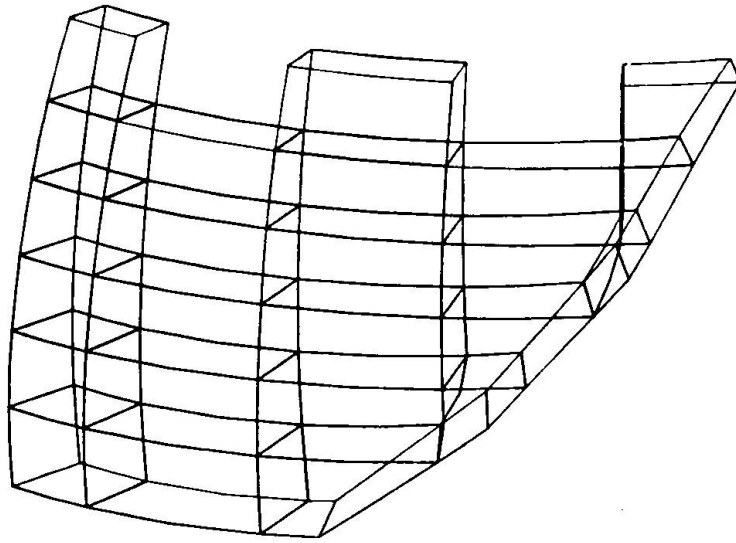


Figure 19 - Construction Stage 10 - 24 Elements

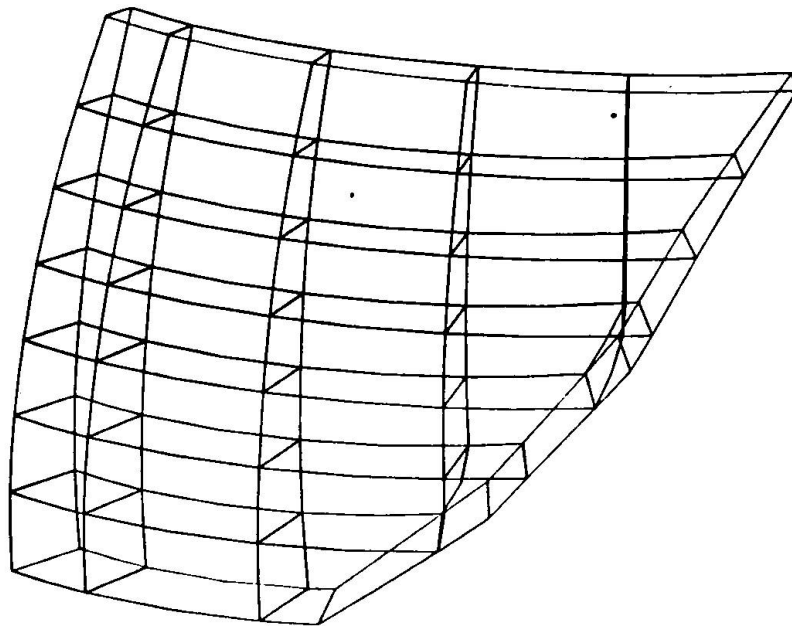


Figure 20 - Construction Stage 13 - 31 Elements

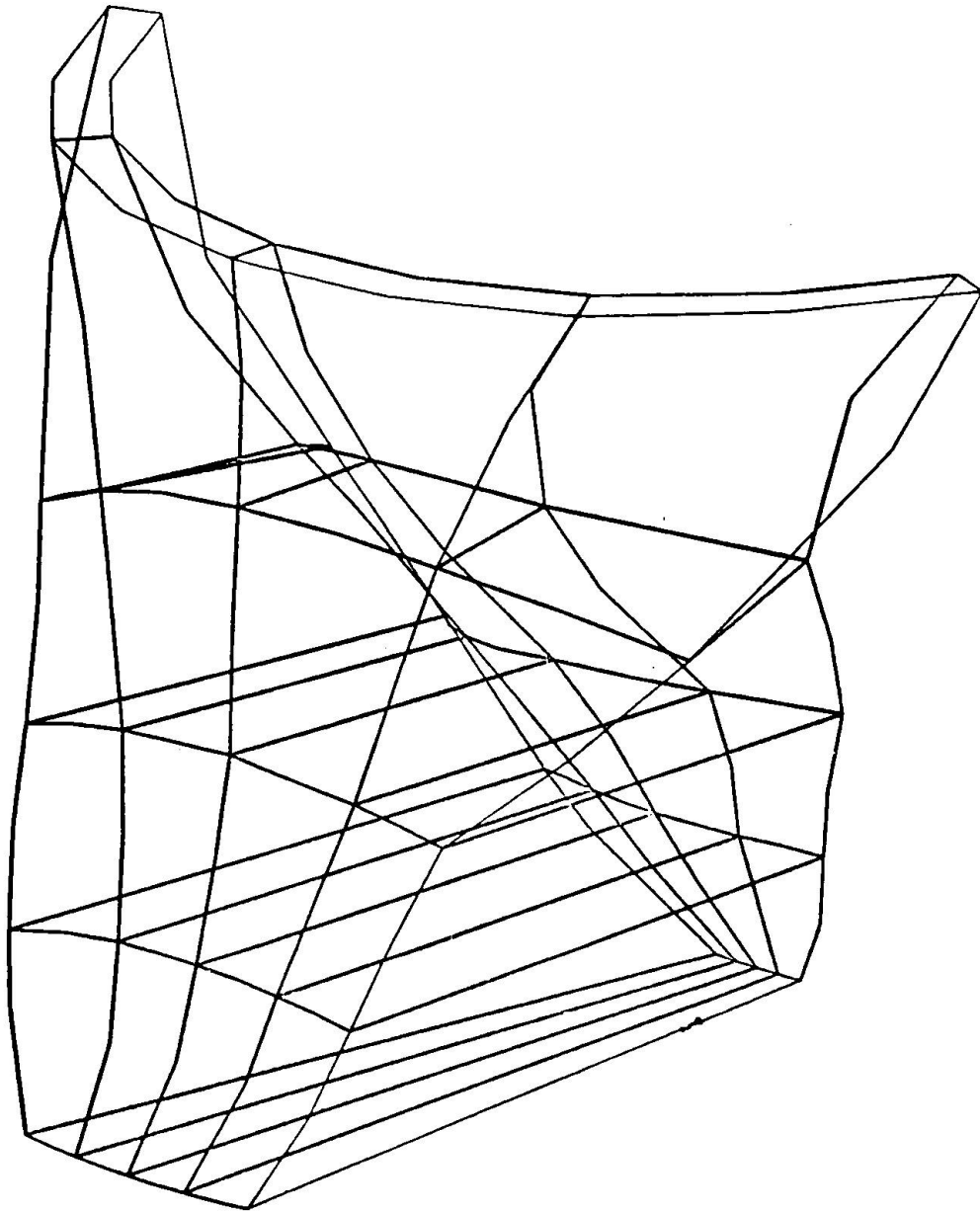


Figure 21 - Computer Plot of Hoover Dam

5.0 CONCLUDING REMARKS

The research reported herein clearly illustrates the power of computer systems in dealing with engineering designs such as arch and arched gravity dams. The introduction of free form shaping opens new avenues of providing custom built dams which fit the valley and satisfy the design criteria more readily. Graphical presentation of data from three dimensional stress analyses allows a rapid assessment of the design as well as provides finished drawings which can be entered directly into design and construction reports.

Physical models can be produced quickly and easily using an N/C machine. These serve as both architectural and test models. In short, the designer has at his fingertips a set of tools that allow him to be as creative as he wishes without spending many unproductive hours preparing manual data, sketches and drawings. For the researcher, these systems provide a great opportunity to study various aspects of structural behaviour which hitherto would have been untenable. However, verification of test results and numerical calculations of stresses can only be made in accordance with prototype response. Efforts are currently underway to provide this data on the Idikki Dam in Kerala State, India [12] [13] [14]. The system reported herein has been used extensively for research on that dam. Some results have been reported in reference [15].

Research into construction stage stresses in arched gravity dams as well as the stress analysis around openings such as galleries has begun using the system reported herein.

6.0 REFERENCES

1. Sharpe, R., "The analysis and optimum design of arch dams", Ph.D. Thesis, University of Southampton, 1968.
2. Hinds, J., Creager, W.P., and Justin, J.D., "Engineering for Dams", John Wiley and Son, Inc., New York, 1944.
3. U.S. Bureau of Reclamation, "Trial Load Method of Analysing Arch Dams", Boulder Canyon Project Final Reports, Denver, Colorado, 1938.
4. Copen, M.D., "Arch Dam Design: State of the Art", Journal of the Power Division, A.S.C.E., Vol. 96, No. P01, January 1970, pp. 39-108.
5. Stensch, W., "Free Form Shaping of Arch Dams, A New Technique", Proceedings of the Eleventh International Congress on Large Dams, June 1973.
6. Stensch, W. and Gerry, G., "Free Form Arch Dam Design System", Proceeding of the 6th Conference on Electronic Computation, A.S.C.E., Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, August 7-9, 1974.
7. Arch Dam Design, Brochure by Surveyer, Nenniger and Chenevert Inc., Consulting Engineers, Montreal, Canada, 1973.
8. Hartley, G.A., McNeice, G.M. and Stensch, W., "STRIDE-A Computer Oriented Design System for Arch Dams", Proceedings of Conference on Computer Orientated Design in Civil Engineering, University of Aston in Birmingham, England, September 1973.

9. Hartley, G.A., McNeice, G.M. and Stensch, W., "Vogt Boundary for Finite Element Arch Dam Analysis", Journal of the Structural Division, A.S.C.E., January 1974.
10. Mladyenovitch, V., "Déformations des Fondations de Barrages", Travaux, No. 382, Nov./Dec. 1966, pp. 1215-1222.
11. U.S. Bureau of Reclamation, "Boulder Dam", Part IV - Design and Construction, Boulder Canyon Project Final Reports, Denver, Colorado, 1941.
12. Idikki Dam - Trial Load Analysis, Report of May 1969, Surveyer, Nenniger and Chenevert Inc., Montreal, Canada.
13. Idikki Dam - Scale Model Tests, Report of February, 1968, Surveyer, Nenniger and Chenevert Inc., Montreal, Canada.
14. Idikki Dam - Finite Element Analyses, Report submitted to Surveyer Nenniger and Chenevert, Inc. by Waterloo Research Institute, University of Waterloo, February 1971.
15. Gawdan, I. and McNeice, G.M., "Finite Element Analysis of Arch Dams - Automated Meshes for Conic Dams", Research Report, Department of Civil Engineering, University of Waterloo, November 1972.

Summary

The paper describes computer systems which allow the dam designer to shape arch and arched gravity dams rapidly and freely. Spline functions are used to describe curved surfaces established using points in space. Finite element, three dimensional stress analysis is automatically performed by a second system that is supplied input from the Free Form system. Computer plots of stresses and geometry are illustrated. Applications of the systems to research investigations are also presented. Physical models of the dams are produced using a numerical control machine along with the data from the previous systems. Photoelastic stress freezing test techniques are indicated.

Résumé

L'article décrit des systèmes basés sur l'ordinateur qui permettent à un technicien d'effectuer rapidement et sans contraintes le design de barrage-voûte ou de barrage-poids en arc. Des fonctions spline sont utilisées pour décrire des surfaces courbes à partir de points dans l'espace. Le système de design à géométrie variable envoie des données à un deuxième système qui effectue automatiquement l'analyse par éléments finis, des contraintes tridimensionnelles. Des graphiques de la géométrie et de la distribution des contraintes sont produits par l'ordinateur. Divers cas d'application à la recherche sont présentés. Des modèles physiques de barrages sont produits à partir d'une machine à contrôle numérique et des données des systèmes précédents. On présente enfin des techniques d'évaluation des contraintes avec des matériaux photoélastique à froid.

Zusammenfassung

Die Arbeit beschreibt Computer-Systeme, die es dem Entwerfer erlauben, Bogen und Schwerkraftdaemne schnell und unbeschraenkt zu gestalten. Um an vorgegebene Raumpunkte gebundene, gekruemmte Flaechen zu beschreiben, werden Spline-Funktionen benutzt. Durch ein zweites System, das seine Eingaben von dem ersten, die freie Form des Dammes bestimmenden System erhaelt, wird automatisch eine drei-dimensionale Spannungsuntersuchung mittels der Finite-Element-Methode durchgefuehrt. Computer-Diagramme von Spannungsverteilung und Geometrie werden vorgefuehrt. Ebenso werden Anwendungen der Systeme auf Forschungsaufgaben gebracht. Modelle des Dammes werden, unter Verwendung der durch die zuvor erwahnten Systeme gelieferten Daten, mittels numerisch kontrollierter Maschinen hergestellt. Ferner wird gezeigt, wie ein Verfahren zur Pruetzung der numerisch gewonnenen Resultate angewendet werden kanu, das auf dem photoelastischen Einfrierverfahren beruht.

A finite element study of the triaxial stress state around an inspection tunnel in an arch dam

*Une étude avec la méthode des éléments finis de l'état de contrainte triaxiale
autour d'une galerie de visite dans un barrage-voûte*

*Eine finite-Elemente-Analysenmethode zur Bestimmung des Dreiachsigen
Spannungszustandes um einen Inspektionsgang in einer Bogenmauer*

Prof. Ing. Michele FANELLI, Ing. Gabriella GIUSEPPETTI
ENEL - Centro Ricerca Idraulica e Strutturale
Via Gattamelata, 34 - 20149 Milano

SUMMARY

Attention is drawn on cases pertaining to particular structures or loading systems for which experimental techniques aiming at determining the triaxial stress state suffer from some limitations or difficulties.

In such cases suitable mathematical models can be used in a complementary way with respect to model (or prototype) tests.

As an example this paper illustrates the application of a F. E. mathematical model to a three-dimensional problem: the determination of the triaxial stress field around an inspection tunnel in an arch dam. This problem would entail serious experimental difficulties if its study were to be attempted by model tests.

RESUME

On montre que, pour certaines structures (ou certains cas de charge) les techniques expérimentales visant à déterminer l'état triaxial de contrainte souffrent de quelques limites ou difficultés d'application.

A titre d'exemple on illustre une analyse tridimensionnelle à Eléments Finis pour l'étude du champ de contrainte aux alentours d'une galerie de visite dans un barrage-voûte : on remarquera que ce problème poserait des difficultés très sérieuses si on voulait l'aborder par des essais sur modèle réduit.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Beitrag zeigt wie im Falle von bestimmten Bauwerken und Lastannahmen die Versuchsmethoden nicht in der Lage sind, den Spannungszustand genau und ohne Schwierigkeiten zu bestimmen.

Unter diesen Umständen, kann die Anwendung von angepassten mathematischen Modellen die mit der Hilfe von Modellenversuchen (oder Prototypenversuchen) erreichten Ergebnisse ergänzen.

Es wird beschrieben, als Beispiel, die Anwendung einer Finite-Elemente-Analysenmethode zur Bestimmung des dreiachsigen Spannungszustandes um einen Inspektionsgang in einer Bogenmauer : dieses Problem würde grosse Schwierigkeiten bei den Versuchen, zum Beispiel auf massstäblich verkleinerten Modellen, bereiten.

1. SOME DRAWBACKS OF PHYSICAL MODELS

The role of model tests in the study of triaxially-stressed structures is undeniably of the greatest importance. However, experimental techniques meet sometimes definite limitations in the engineer's quest for a clear understanding of the stress state in said structures under various loading systems.

The origins of such limitations are manifold; among others, suffice it to mention the following :

- the difficulty (sometimes amounting to a practical impossibility) of installing instrumentation in certain points of poor accessibility, in which it is required to know the stress conditions;
- the still developing state of the art for multi-axial extensometers, whose measurements often are lacking reliability.
- the finite physical size of said multi-axial gauges, which entails a perturbation in the stress field, difficult to assess, in their proximity; such perturbations are especially troublesome in reduced-scale model tests.

If, moreover, the tests are carried out on micro-concrete models, additional difficulties can creep in due to uncertainties in separating the tensional component of the deformation tensor from the thermal, or igrometric, components.

2. USEFULNESS AND LIMITATIONS OF MATHEMATICAL MODELS

The aforesaid drawbacks of physical models can be - at least partially - overcome by suitable use of appropriate mathematical models.

The latter can yield, at least in the elastic field in the present state of the art, the stress state of any point inside the structure under study.

It goes without saying that the mathematical models suffer, in their turn, from some limitations. If, by way of example, we refer to the well-known F. E. techniques, the maximum number of nodes and/or elements in the mesh is, generally speaking, strictly tied to the memory size of the computer; the same goes for the half-bandwidth, or for the "front length", according to the type of solution technique one chooses for solving the linear equation system.

It is clear, however, that such drawbacks (themselves of a strictly practical nature, so that the use e. g. of "sub-structures", suitable numbering of nodes and elements, etc. is sometimes sufficient to circumvent them) do not detract from the value of mathematical models in themselves or, more important, as a complementary means of research.

In effect, provided that the mathematical model be able to faithfully simulate the general behaviour of the displacement and deformation fields such as given by the physical model on the accessible surfaces, we are allowed to infer that the same mathematical model will yield reliable information even for those points laying in inaccessible regions of the physical models.

3. ADVANTAGES OF A "HYBRID" PROCESS OF ANALYSIS

In the light of what above said, a design engineer confronted with a complex structure subjected to a triaxial stress state (prestressed concrete pressure vessel, underground cavity, arch dam etc.) could well avail himself of a "hybrid" research procedure, operating both on a physical and on a mathematical model. From the former he will draw direct information on the stress state of accessible points, from the latter the same kind of information both for "accessible" and "inaccessible" points: the necessary reconciliation of the two models being obviously effected by a comparison between computed and observed displacement and deformation fields on the "accessible" surfaces. Moreover, the mathematical model, if implemented before the physical model, could well yield useful suggestions concerning the optimal location of instruments or particular control tests and measurements to be carried out in the "accessible" regions of the physical model.

In effect, by suitable use of the mathematical model the choice of the physical quantities to be measured (e. g. direction of displacements and of unit elongations) could be established upon such criteria as to make more meaningful the comparison between experimental and theoretical results.

4. AN EXAMPLE OF APPLICATION OF F.E. MATHEMATICAL MODELS

The present paper concerns the study of stress concentrations induced by an inspection tunnel in an arch dam. It is hoped that it will adequately illustrate what above said.

It is well-known that on the inside surfaces of such inspection tunnels one is bound to find cracks, sooner or later in the lifetime of the prototype.

If one were to investigate this phenomenon with the sole aid of a physical model, one would meet serious difficulties. Among others, suffice it to mention the near - impossibility of installing strain-gauges capable of reading out the typically triaxial stress state around the tunnel, as well as the difficulties connected with any attempt to simulate the thermal loads, which are deemed to be influential in the formation of the aforesaid cracks.

The present analysis has been carried out by modern F. E. techniques; these allow, as the following text will show, a satisfactory "prima-facies" investigation of the question in hand.

4 a). Features of the arch dam under analysis

The main physical and geometric features of the double curvature, thin, non-symmetrical arch dam chosen for the present study are hereunder summarized :

- Young modulus for concrete	E_C	=	300,000 kg cm ⁻²
- " " for the rock	E_R	=	150,000 "
- Poisson's ratio	ν	=	.2
- maximum dam height	H	=	94 m
- maximum dam thickness	s_m	=	14.2 m
- minimum " "	s_n	=	2.25 m
- developed length at crest	L	=	238 m .

The numerical analysis of the entire dam with the inspection tunnel would require a mesh sufficiently "densely packed" around the tunnel. Such a mesh would have such a number of nodes and elements as to exceed the present limits of the computer used for applying the F. E. programme.

Recourse was consequently made to a particular trick which, even if not completely rigorous, allows one to obtain valid results (see further on).

4 b) . Scheme followed in the numerical analysis

In a first stage the entire dam was subjected to analysis, without inspection tunnel, which fact allowed one to use a simple mesh. A sufficiently extended region of foundation rock was included in the mesh (fig. 1), which was formed by 3-dimensional hexaedric or pentaedric "isoparametric" elements (having either 20 or 15 nodes). The nodes totalled 871 and the elements 114.

(The displacements obtained for hydrostatic and thermal loads with this first - stage model compared extremely well with those measured on the prototype, so that the mathematical model was considered as satisfactorily validated).

For a first, rough appraisal of the overall (integral) effect of the presence of the inspection tunnel on the displacements, a second-stage analysis was carried out by altering the Young modulus of the elements through which the tunnel runs in proportion to the ratio of actual cross-section (with tunnel) to full cross-section (without tunnel).

It was immediately evident that the effect of the tunnel on the displacements was negligible.

This ascertained, a third stage analysis was carried out by isolating a central portion of the first mesh, within which a finer mesh was fitted, the latter including the tunnel surfaces.

Fig. 2 shows position and size of said tunnel in the crown section.

Figs. 3 and 4 show - in a perspective view - the 3-dimensional mesh, respectively from upstream and from downstream, from which the central region was isolated for the more detailed investigation.

Fig. 5 shows the new mesh for said central region; this latter mesh includes 521 nodes and 86 iso-parametric elements either with 20 (hexaedric) or 15 (pentaedric) nodes.

For this central region there remained to be assigned the boundary conditions, i. e. the displacement or the force values at all nodes lying on the cutaway surfaces, so as to simulate the action exerted on this region by all the rest of the dam.

The only practical way to achieve this, due to the lack of a symmetry plane in the structure, was to assign to every such node the displacements obtained in the first-stage analysis.

It is evident that in this way one introduces an error, because the assigned displacements were obtained for a structure geometrically and physically different (without tunnel) from the one to be presently

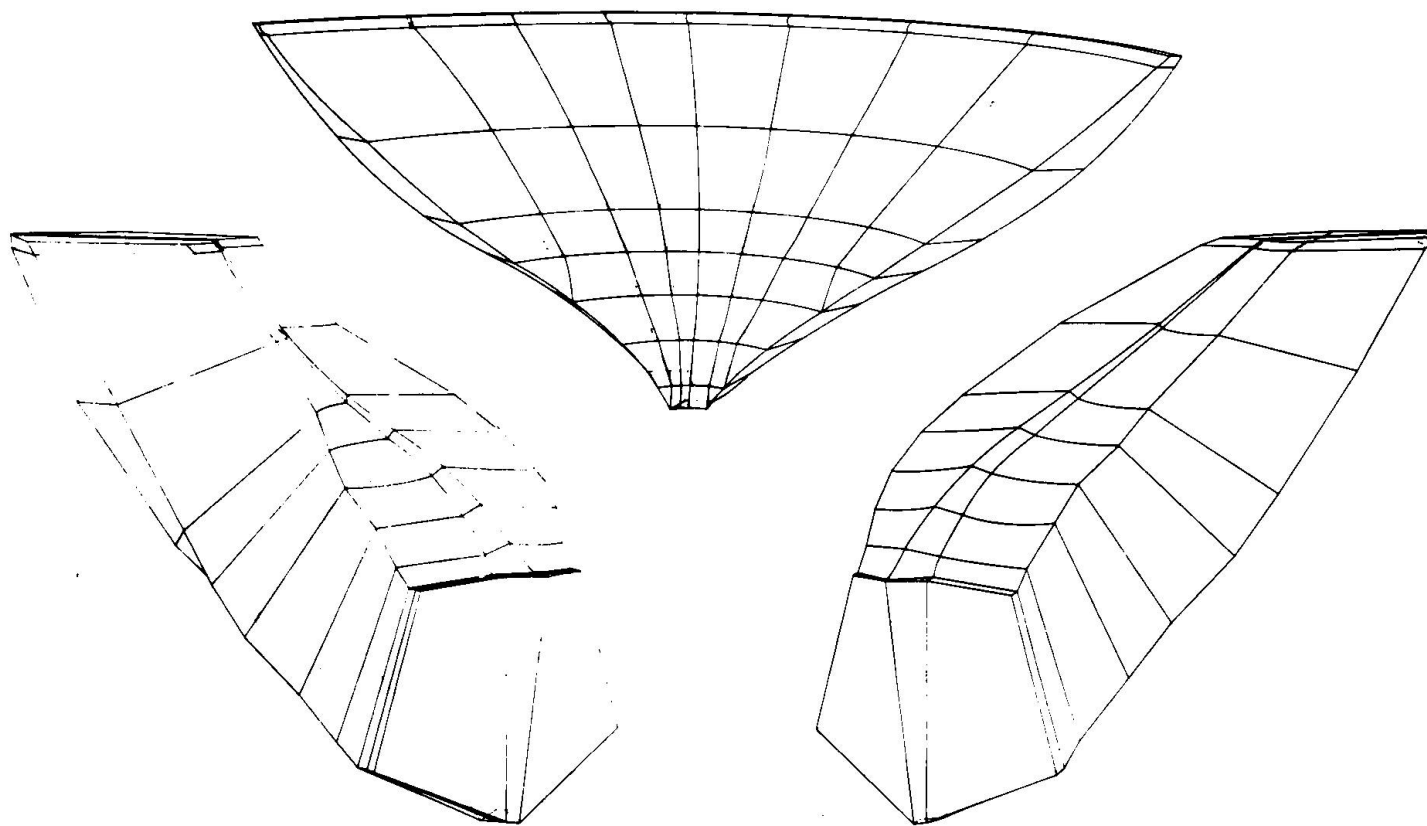


Fig. 1 - Total mesh of the arch dam and the foundation rock.
Maillage complète du barrage et du rocher de foundations.
Masche der gesamten Staumauer und des Felsuntergrundes.

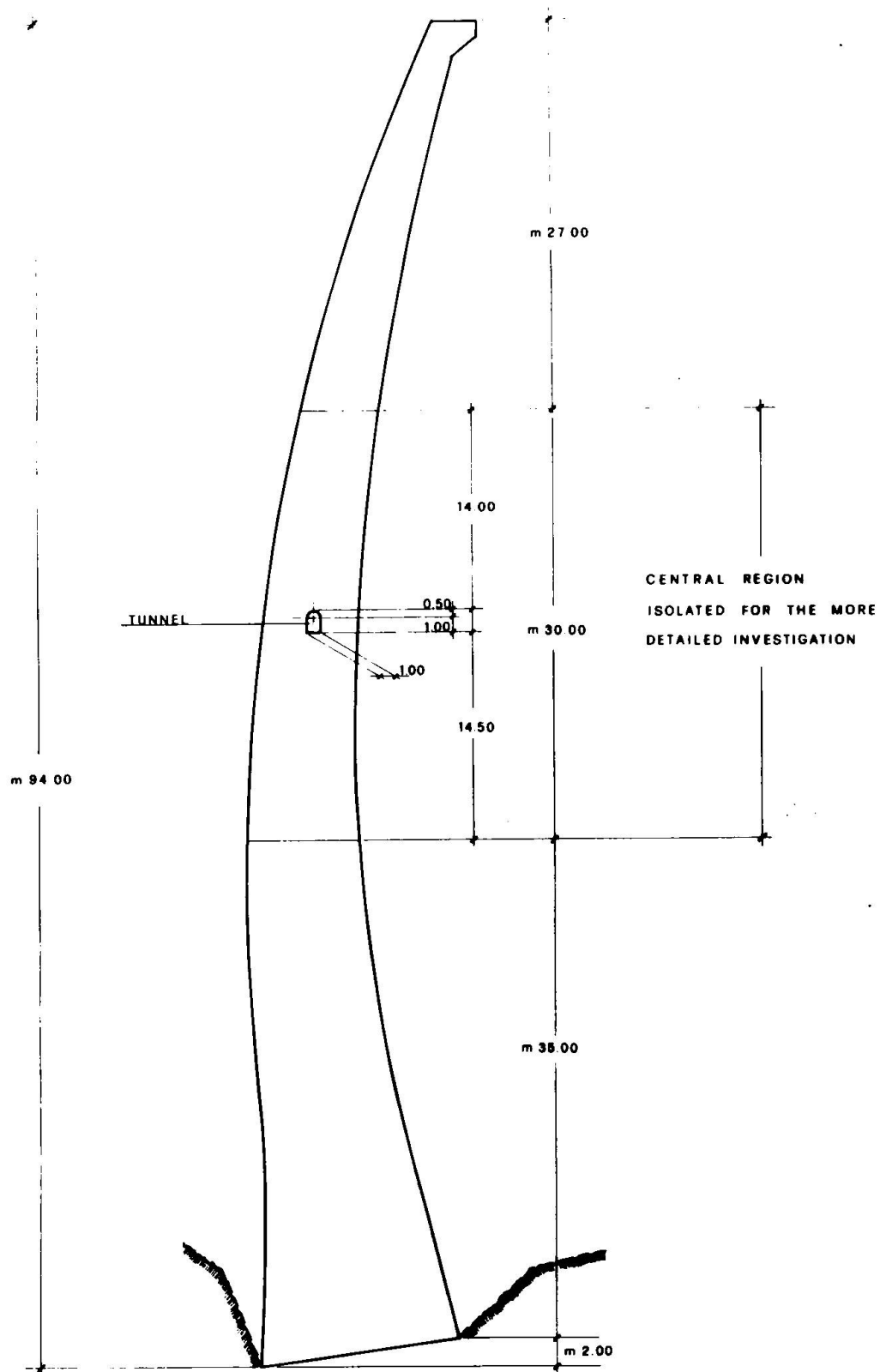


Fig. 2 - Crown section with the inspection tunnel.
 Coupe en clé avec la galerie de visite.
 Scheitelschnitt mit Inspektionsgang.

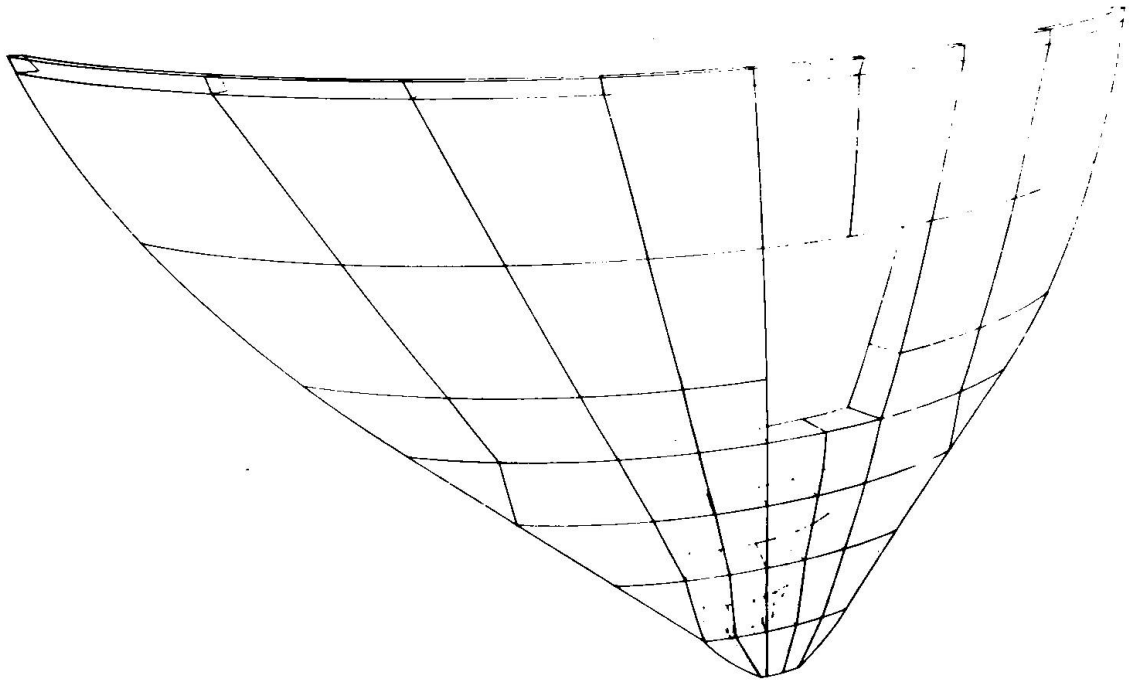


Fig. 3 - Upstream view of the 3-dimensional mesh without the central region. Vue d'en amont du maillage tridimensionnel sans la partie centrale. Wasserseitige Ansicht der dreidimensionalen Masche, der Mittelteil ausgeschlossen.

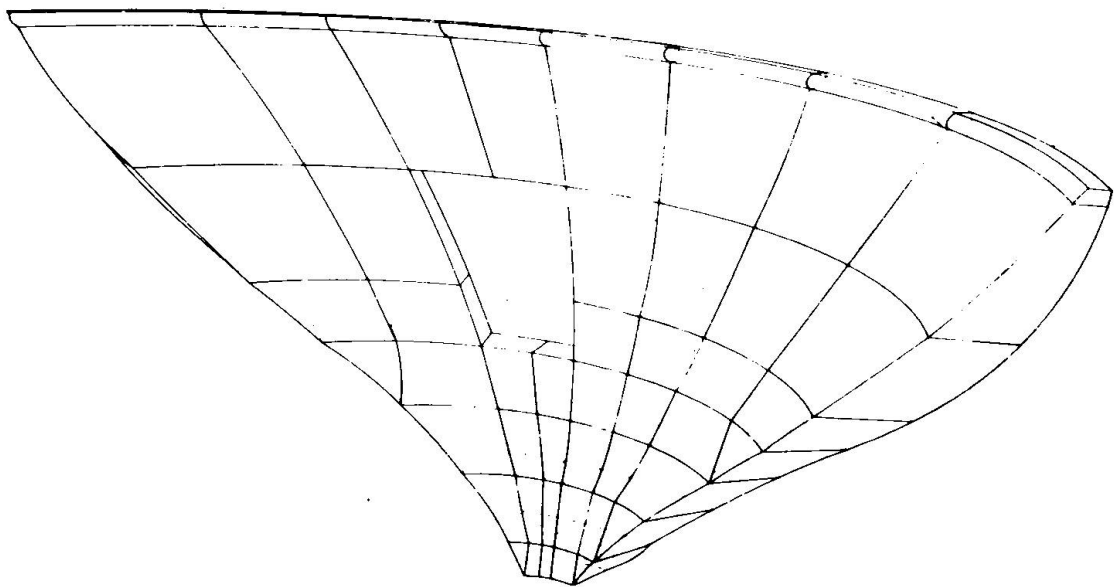


Fig. 4 - Downstream view of the 3-dimensional mesh without the central region. Vue d'en aval du maillage tridimensionnel sans la partie centrale. Luftseitige Ansicht der dreidimensionalen Masche, der Mittelteil ausgeschlossen.

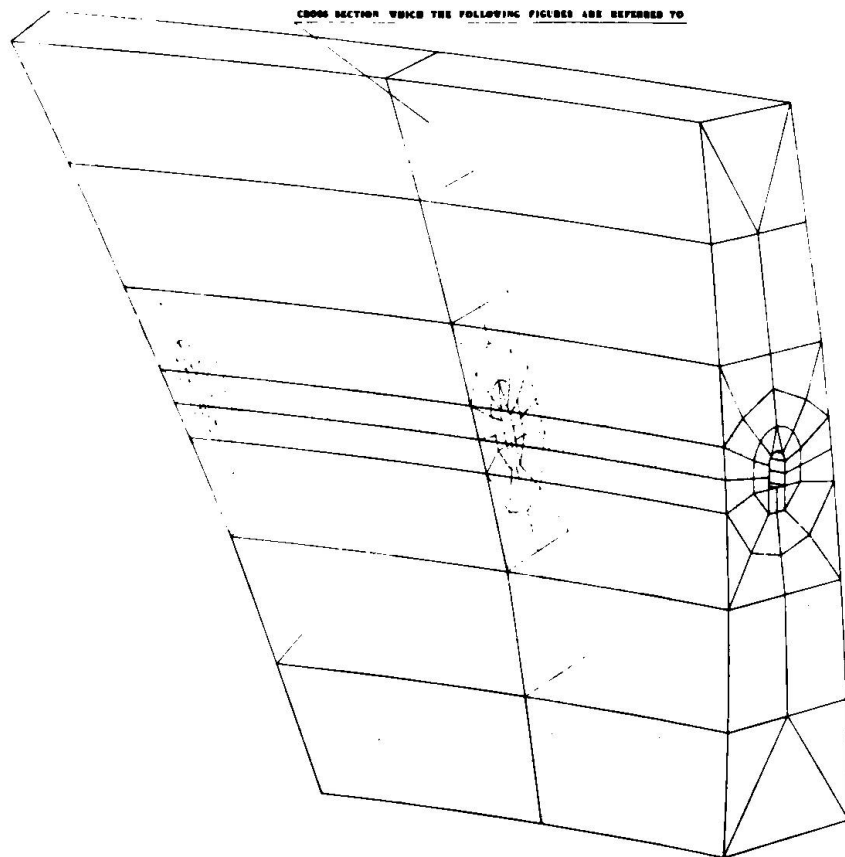


Fig. 5 - Tridimensional mesh of the central region with the inspection tunnel. Maillage tridimensionnel de la partie centrale avec la galerie de visite. Dreidimensionale Masche des Scheitelschnittes mit Inspektionsgang.

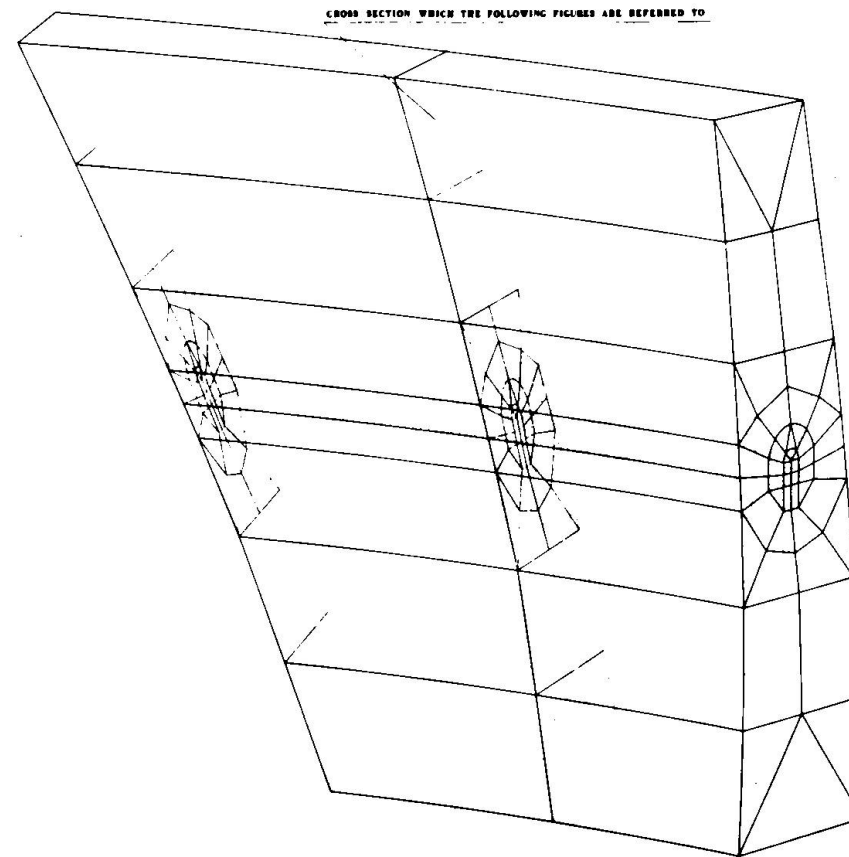


Fig. 6 - Tridimensional mesh of the central region without the inspection tunnel. Maillage tridimensionnel de la partie centrale sans la galerie de visite. Dreidimensionale Masche des Scheitelschnittes ohne Inspektionsgang.

analysed (with the tunnel). Nevertheless, the error is deemed to be negligible for the points sufficiently remote from the "cutaway" surfaces.

The results hereunder presented pertain, indeed, to points lying on an intermediate section plane sufficiently far from the cuts.

A second point to be considered is the following : in the finer mesh, on the cutaway surfaces, there are many more nodes than on the corresponding faces of the coarser mesh. The problem thus arises of finding "consistent" displacement values to assign to these new nodes.

This problem was solved with a sub program which starts from the global coordinates of the "new" nodes, computes the local normalized coordinates and from these, via the shape functions, the required displacements as functions of the nodal displacements obtained in the first - stage analysis.

For the 3-dimensional analysis of the entire dam and of its central region containing the inspection tunnel, use was made of the F. E. programme TRITEN 1 ; all the graphic outputs (see further on) were obtained by means of the plotting programme DIPLA 13 ; the perspective drawings of the meshes were obtained via the programme DITRI 01 . (°)

The computer used was an IBM 360/65.

The final comparison was made between the stress states corresponding to the finer mesh with and without the inspection tunnel; to this end the finer mesh was further modified (fig. 6) by adding 14 3-dimensional isoparametric elements filling the tunnel, and the stress analysis was repeated under the same boundary conditions.

The analyses were all carried out for external loads corresponding to hydrostatic pressures such as given by maximum impounding level on the upstream face of the dam.

4 c) . Graphic presentation of results

In figgs. 7 to 18 the results of the above illustrated analyses are presented, via the automatic plotting of iso-curves for the two cases considered (central region with and without inspection gallery), at a plane cross-section lying about half-way between the cuts.

(°) All the above-cited programmes were developed within the CRIS (Centro Ricerca Idraulica e Strutturale) of ENEL by a joint-venture team ENEL-ISMES (Istituto Sperimentale Modelli e Strutture). These programmes are available through ISMES in Bergamo (Italy).

From this comparison one can infer that the perturbations induced by the tunnel in the stress regime due to hydrostatic loads are not very conspicuous. It seems, thus, probable that the cracks sometimes found around such tunnels are not due to static loads as much as to thermal loads (and perhaps shrinkage).

A study of thermal stress states would not be outside the pale of possibilities with the F. E. methods here used; however, in order to yield meaningful results, such a study would require a detailed knowledge of the temperature field in the prototype in presence of the tunnel; lacking which, this second part of the investigation could not proceed.

5. CONCLUSIONS

It is reasonable to conclude that, in the present state of the art, the physical as well as the mathematical models suffer from some limitations.

Whenever the design engineer is confronted with problems of great complexity, careful consideration should be given, in our opinion, to the possibility of a "parallel" use of both investigation means. By adopting suitable comparisons and cross-checks, it is possible to compose a unified picture from these double-source informations.

Such mutual integration appears particularly fruitful in the regions subjected to a triaxial stress state, where the need for detail is, generally speaking, more acutely felt.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

The Authors express here their sincere thanks to Messrs. Franco Pari, who cared after the data preparation, execution of computational and plotting phases, etc. and John Cadei, who cooperated in the initial phase of the study.

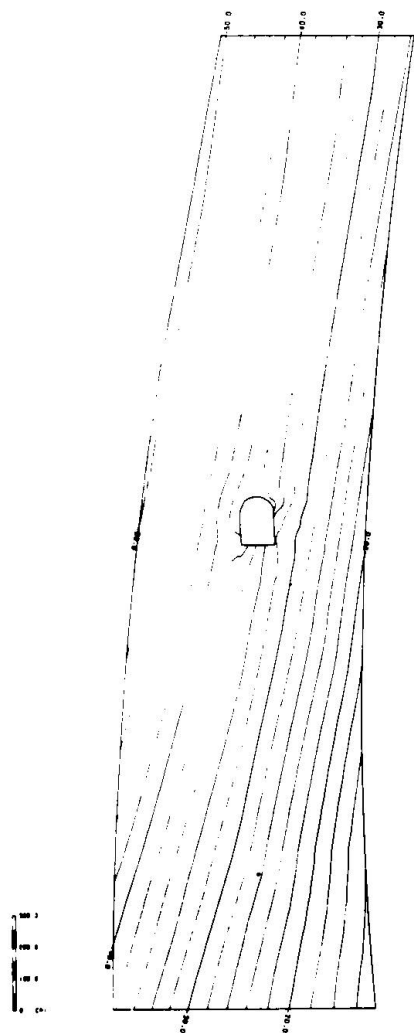


Fig. 7 - Contour-lines of the first principal stress in the cross section shown in fig. 5.
Lignes de niveau de la première contrainte principale dans la section transversale montrée en fig. 5. Niveaulinien der ersten Hauptspannung im in Abb. 5 dargestellten Querschnitt.

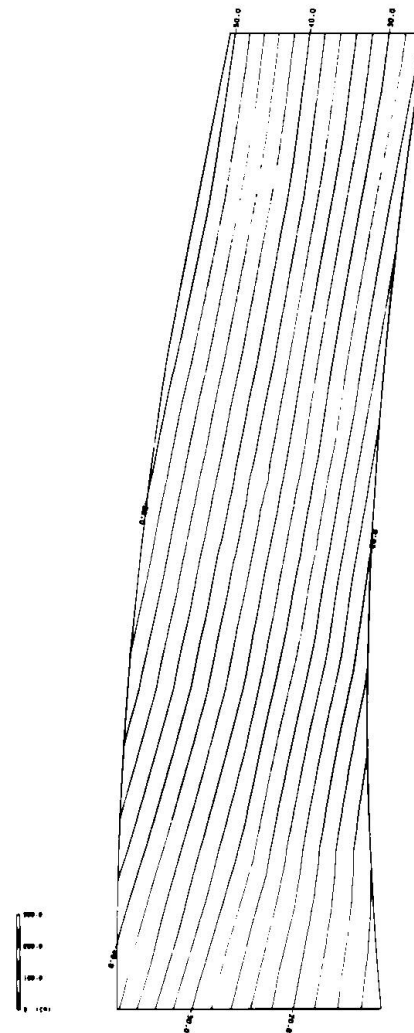


Fig. 8 - Contour-lines of the first principal stress in the cross section shown in fig. 6.
Lignes de niveau de la première contrainte principale dans la section transversale montrée en fig. 6. Niveaulinien der ersten Hauptspannung im in Abb. 6 dargestellten Querschnitt.

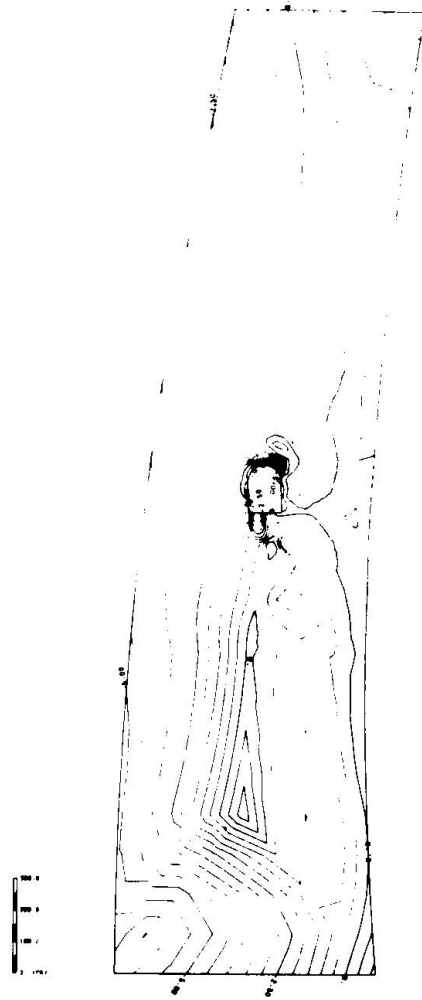


Fig. 9 - Contour-lines of the second principal stress in the cross section shown in fig. 5. Lignes de niveau de la deuxième contrainte principale dans la section transversale montrée en fig. 5. Niveaulinien der zweiten Hauptspannung im in Abb. 5 dargestellten Querschnitt.

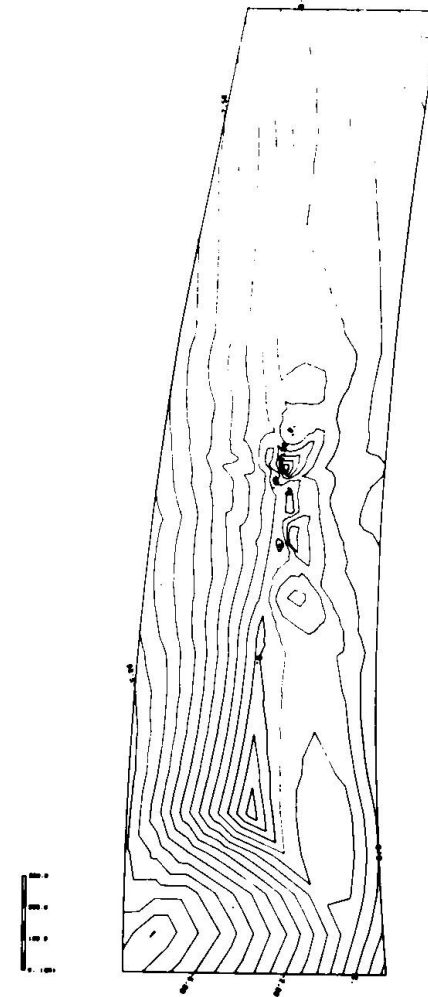


Fig. 10 - Contour-lines of the second principal stress in the cross section shown in fig. 6. Lignes de niveau de la deuxième contrainte principale dans la section transversale montrée en fig. 6. Niveaulinien der zweiten Hauptspannung im in Abb. 6 dargestellten Querschnitt.

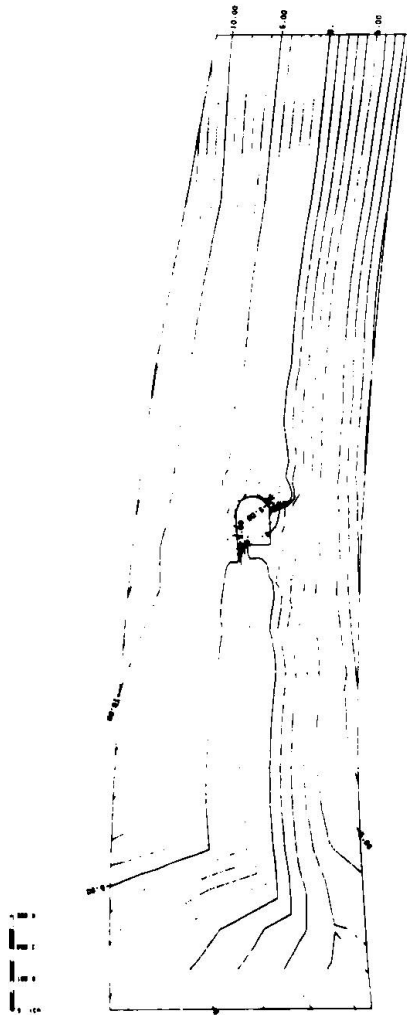


Fig. 11 - Contour-lines of the third principal stress in the cross section shown in fig. 5.
Lignes de niveau de la troisième contrainte principale dans la section transversale montrée en fig. 5. Niveaulinien der dritten Hauptspannung im in Abb. 5 dargestellten Querschnitt.

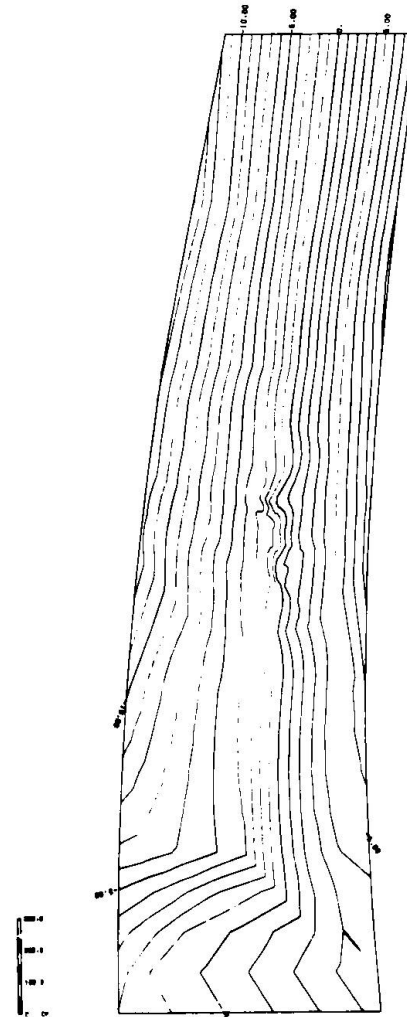


Fig. 12 - Contour-lines of the third principal stress in the cross section shown in fig. 6 .
Lignes de niveau de la troisième contrainte principale dans la section transversale montrée en fig. 6. Niveaulinien der dritten Hauptspannung im in Abb. 6 dargestellten Querschnitt.

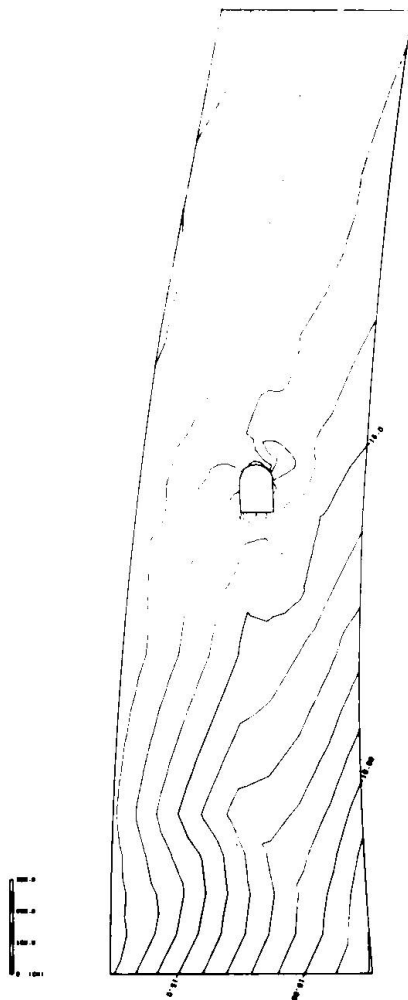


Fig. 13 - Contour-lines of the maximum shear stress in the cross section shown in fig. 5. Lignes de niveau de la contrainte maximale de cisaillement dans la section transversale montrée en fig. 5. Niveaulinien der maximalen Scherspannung im in Abb. 5 dargestellten Querschnitt.

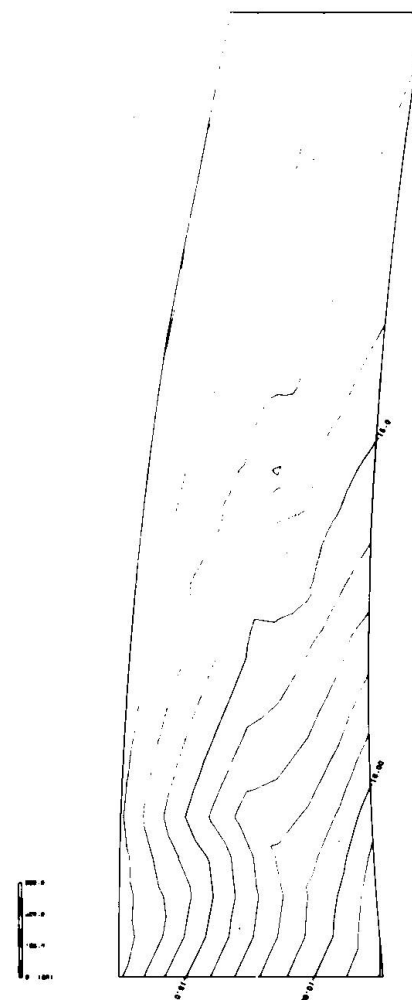


Fig. 14 - Contour-lines of the maximum shear stress in the cross section shown in fig. 6. Lignes de niveau de la contrainte maximale de cisaillement dans la section transversale montrée en fig. 6. Niveaulinien der maximalen Scherspannung im in Abb. 6 dargestellten Querschnitt.

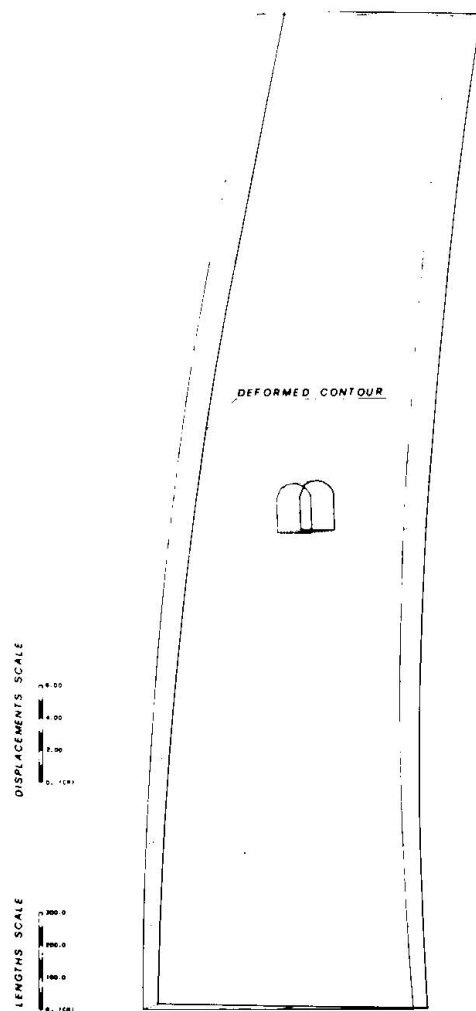


Fig. 17 - Deformed contour of the cross section shown in fig. 5.
 Contour déformé de la section transversale montrée en fig. 5.
 Verformter Umriss des in Abb. 5 dargestellten Querschnittes.

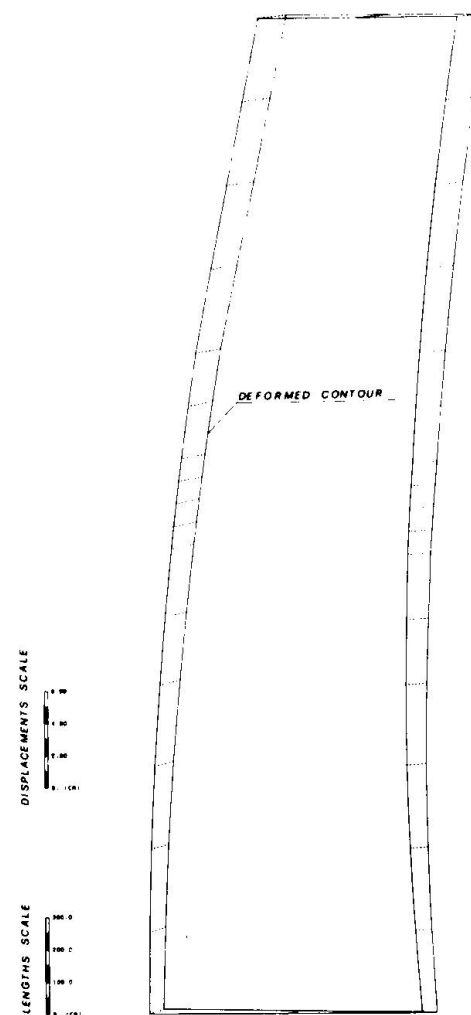


Fig. 18 - Deformed contour of the cross section shown in fig. 6.
 Contour déformé de la section transversale montrée en fig. 6.
 Verformter Umriss des in Abb. 6 dargestellten Querschnittes.

BIBLIOGRAPHY

- 1 - M. FANELLI - Il Metodo degli Elementi Finiti
L'Energia Elettrica no. 9 - Sett. 1970
- 2 - I. HOLAND - K. BELL - Finite Element Methods in Stress
Analysis.
Tapir - The Technical University of Norway - 1970
- 3 - B. M. IRONS - A Frontal Solution Program for Finite
Element Analysis.
International Journal for Numerical Methods in Engineering.
Vol. 2 , No.1 (pagg. 5 - 32) 1970
- 4 - R. RICCIONI - Introduzione ai metodi di calcolo per Elementi
Finiti.
ENEL - DSR Relazione interna n° 118 - Giugno 1971
- 5 - H. TOTTENHAM - C. BREBBIA - Finite Element Techniques
In Structural Mechanics.
Southampton University, 1970
- 6 - O. C. ZIENKIEWICZ - The Finite Element Method in Engineering
Science.
Mc Graw-Hill - London, 1971

Beitrag zur Statischen Berechnung von Gewölbesperren nach dem Lastaufteilungsverfahren

*Contribution to the load distribution method for the
static analysis of arch dams*

*Contribution sur la méthode de distribution des
charges pour le calcul des barrages-voûtes*

R. KETTNER
Dipl. Ing. Dr. nat. techn.
Siemens ag Österreich, Vc 7 - Bautechnik - A-4020 Linz

1. Einleitung

Zu statischen Berechnungen von Gewölbesperren werden in der Praxis am häufigsten zwei Berechnungsmethoden verwendet: Das Versuchslast= [1] bzw. Lastaufteilungsverfahren [2-5] und die Methode der finiten Elemente [6,7]. Obwohl letzteres Verfahren in relativ kurzer Zeit eine rasante Entwicklung durchgemacht und bereits einen hohen Entwicklungsstand erreicht hat, dürfte die Anwendung des Versuchslast= bzw. Lastaufteilungsverfahrens noch überwiegen. Es erscheint daher gerechtfertigt, über eine Verfeinerung des Lastaufteilungsverfahrens nachfolgend zu berichten. Diese Verfeinerung wurde in einem Rechenprogramm aufgenommen, das von der Abteilung Bautechnik der Siemens AG Österreich in Linz vor etwa zehn Jahren entwickelt und wiederholt erfolgreich eingesetzt wurde.

Bekanntlich basiert das Lastaufteilungsverfahren auf folgenden Grundgedanken: Die Gewölbesperre wird durch horizontale und vertikale Schnitte in Bogen- und Kragträgerlamellen unterteilt, die das gesamte Bauwerk lückenlos ausfüllen. Von diesen Lamellen wird eine begrenzte Anzahl ausgewählt, so daß sie ein Rostsystem bilden. Die äußeren Lasten werden auf die Bogen oder Kragträger angesetzt. Mit Hilfe

von sogenannten Übertragungsgrößen werden die Verrückungen (Verschiebungen und Verdrehungen) der Bogen und Kragträger in deren Kreuzungspunkten durch Lösen eines Gleichungssystems in Koinzidenz gebracht (ausgeglichen). Von den sechs möglichen Knotenverrückungen werden je nach Erfordernis hinsichtlich des gewünschten Genauigkeitsgrades der Untersuchung zumeist nur ein bis drei ausgeglichen; z.B. Radialausgleich (häufig als einfacher Ausgleich bezeichnet) oder Radial-Tangential- und Torsionsausgleich (bzw. dreifacher Ausgleich). Die Größe des zu lösenden Gleichungssystems steigt mit der Anzahl der Ausgleichs linear, die Anzahl der zu ermittelnden Koeffizienten quadratisch und der Aufwand für das Lösen der Gleichungen etwa mit der dritten Potenz.

Das in die Berechnungen eingehende Rostsystem stellt nicht einen Trägerrost im üblichen Sinn dar, denn es wird auch der Zusammenhang und die Mitwirkung der nicht in den Rost aufgenommenen Lamellen berücksichtigt, somit die Flächentragwirkung der Sperre erfaßt. Dies wird dadurch erreicht, indem die statisch unbestimmten Übertragungsgrößen nicht als Einzellasten in den Knotenpunkten, sondern als Streckenlasten auf die einzelnen Lamellen des Rostsystems aufgebracht werden. Dies hat zur Folge, daß die Matrix des linearen Gleichungssystems der Übertragungsgrößen zur Hauptdiagonale nicht symmetrisch ist.

Die Koeffizienten des genannten Gleichungssystems können als Einflußwerte der Kragträger und Bogen aufgefaßt werden. Sie stellen Verschiebungen und Verdrehungen in den Knoten des Rostes zufolge sogenannter Einheitslasten dar. Zumeist werden dreieckförmige Einheitslasten mit linearem Verlauf zwischen den Knotenpunkten verwendet (siehe Fig.1). Daraus resultiert ein polygonaler Verlauf der Lastaufteilung zwischen den Bogen und Kragträgern mit Knicken in den Kreuzungspunkten, wie in Fig.2 schematisch dargestellt. In Wirklichkeit ist jedoch die Lastfunktion stetig in ihrem Verlauf. Durch eine entsprechend enge Netzteilung des Rostsystems könnten die Unstetigkeiten wohl gemildert werden (im Extremfall einer theoretisch unendlich feinen Netzteilung sogar ausgeschaltet werden), jedoch ist damit eine wesentliche Erhöhung der Knotenzahl, somit auch des Gleichungssystems verbunden, was zu rechentechnischen Schwierigkeiten führt.

Die Verfeinerung des Berechnungsverfahrens besteht nun darin, daß an Stelle der Dreiecklasten stetige Funktionen in Form von Lagrange-Polynomen eingeführt werden. Sie erstrecken sich über die

Gesamtlänge jedes einzelnen Bogens und Kragträgers und sind in diesen Bereichen stetig wie auch mehrfach differenzierbar (siehe Fig.3). Wie bei den Dreiecklasten können auch die Einheitslastpolynome nach Vervielfachung mit den aus dem Gleichungssystem erhaltenen Übertragungsgrößen überlagert werden, wodurch sich für die Lastaufteilung wieder ein Lagrange-Polynom ergibt und ein stetiger Funktionsverlauf erreicht ist (siehe Fig.4). Dadurch wird es nicht erforderlich, das Rostsystem engmaschiger zu wählen, im Gegenteil ein grobes Netz ergibt auch noch hinreichend genaue Ergebnisse, wie das Zahlenbeispiel am Ende des Berichtes zeigt.

2. Einheitslastpolynome

Wie im vorangegangenen Abschnitt dargelegt, werden für die Einheitslasten (und auch punktweise gegebene Funktionen) Lagrange-Polynome eingeführt.

Sind in n Stützstellen x_i die Funktionswerte f_i gegeben, wobei $i=1,2,\dots,n$ und x_i paarweise verschieden d.h. $x_i \neq x_k$ für $i \neq k$, so lautet das Lagrange'sche Interpolationspolynom

$$P(x) = \sum_{k=1}^n f_k \cdot L_k(x) \quad . \quad (1)$$

Darin sind die $L_k(x)$ Polynome mit folgenden Eigenschaften:

$$L_k(x_i) = \delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{für } i=k \\ 0 & \text{" } i \neq k \end{cases} \quad , \quad (2)$$

worin δ_{ik} das bekannte Kroneckersche Symbol mit $i,k=1,2,\dots,n$;

sie können durch das Produkt

$$L_k(x) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \quad (3)$$

ausgedrückt werden und sind vom Grade $m=n-1$, wie man nach Ausmultiplikation und Ordnen erhält

$$L_k(x) = a_{k0} + a_{k1}x + a_{k2}x^2 + \dots + a_{km}x^m = \sum_{v=0}^m a_{kv}x^v \quad . \quad (4)$$

Diese Polynome nach Gl.(4) können nun zur Darstellung der Einheitslasten herangezogen werden, da sie den gewünschten Forderungen entsprechen, nämlich in $i=k$ den Funktionswert bzw. die Lastordinate $L_k(x_k) = 1$ und in den übrigen Stützstellen (= Knotenpunkten) den Wert Null anzunehmen (siehe Fig.3). Wie schließlich aus Gl.(1) zu erkennen ist, ergibt sich das Lagrange-Polynom $P(x)$ durch Überlagerung der Polynome $L_k(x)$ nach Vervielfachung mit gegebenen Stützwerten f_k . Damit ist ein kontinuierlicher Funktionsverlauf sichergestellt (siehe Fig.4).

In Matrizenform kann $P(x)$ geschrieben werden:

$$P(x) = \{f_1 f_2 f_3 \dots f_n\} \begin{bmatrix} a_{10} & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n0} & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ \vdots \\ x^m \end{Bmatrix} = \quad (5)$$

$$= \{f_k\}^T [a_{kv}] \{x_v\}, \quad (k=1,2,\dots,n; v=0,1,\dots,m; m=n-1)$$

wenn mit $\{ \}$ Spaltenvektoren, mit $[]$ rechteckige bzw. quadratische Matrizen und mit dem hochgestellten T Transposition bezeichnet werden.

Die Elemente a_{kv} können aus den Funktionswerten in den Stützpunkten x_i ($i=1,2,\dots,n$) berechnet werden. Da gemäß Gl.(4)

$$\{L_k\} = [a_{kv}] \{x_v\}$$

ist, folgt mit den Funktionswerten $L_k(x_i)$ gemäß Gl.(2)

$$\begin{bmatrix} a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{20} & a_{21} & \dots & a_{2m} \\ a_{30} & a_{31} & \dots & a_{3m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n0} & a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^m & x_2^m & \dots & x_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

bzw. in gekürzter Schreibweise

$$[a_{kv}] [x_{vi}] = E \quad (6)$$

mit E = Einheitsmatrix.

Durch Rechtsmultiplikation der beiden Seiten von Gl.(6) mit der Inversen $[x_{vi}]^{-1}$ erhält man die Lösung

$$[a_{kv}] = [x_{vi}]^{-1} \quad (7)$$

Mit Hilfe von Gl.(5) ist es somit auch möglich, nur punktweise durch Werte f_k gegebene Funktionen darzustellen, wovon in der Sperrenberechnung Gebrauch genommen wird, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird.

3. Anwendung in den Berechnungen der Kragträger- und Bogenlamellen

Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich auf Sperrenberechnungen mit dreifachem Ausgleich. Beim dreifachen Ausgleich werden in Horizontalebene die radialen und tangentialen Verschiebungen sowie die Verdrehungen um vertikale Achsen der Kragträger und Bogen in Koinzidenz gebracht.

Die einzelnen Formulierungen können ohne Schwierigkeiten z.B. nur auf den Ausgleich der Radialverschiebungen reduziert oder auch durch Berücksichtigung weiterer Verschiebungskomponenten (z.B. Vertikalverschiebungen) entsprechend erweitert werden.

Zur Festlegung der Sperrengeometrie wird ein globales rechtwinkliges Koordinatensystem als Linkssystem so festgelegt, daß mit dem Ursprung in Kronenhöhe die positive x-Achse zum rechten Talhang, die positive y-Achse flußabwärts und die positive z-Achse vertikal zur Talsohle gerichtet ist. Die vertikale y-z-Ebene $x=0$ liege in der Sperrenachse (siehe Fig.5).

Im weiteren kann aus Platzmangel nur der Berechnungsweg aus den wichtigsten Ansätzen aufgezeigt werden, soweit die Verwendung von Polynomen damit verbunden ist, d.i. im wesentlichen die Ermittlung der Schnittgrößen und Verschiebungen zufolge der Einheitslasten.

3.1 Kragträger

Da beim dreifachen Ausgleich die Vertikalverschiebungen unberücksichtigt bleiben, werden nur radiale, tangentiale und um vertikale Achsen drehende Einheitslasten p_δ , p_λ bzw. p_w benötigt, die am Kragträger die Schnittgrößen M, Q, T und D verursachen (Bedeutung und positive Richtungen siehe Fig.6).

In den Berechnungen der Schnittgrößen ist im allgemeinsten Fall einer doppelt gekrümmten Gewölbesperre (Gleichwinkelsperren) neben den über die Kragträgerhöhe variablen trapezförmigen Querschnitten auch die Wendung der Kragträger zu erfassen.

Unter Berücksichtigung der mittleren, über die Höhe z variablen Kragträgerbreite $c(z)$ gilt für die differentiale Einheitsbelastung dp (siehe Fig.7)

$$dp = c(z) \cdot p(z) \cdot dz \quad (8)$$

und unter Beachtung der Kragträgerwendung $\Delta\varphi$ gilt mit den Bezeichnungen der Fig. 8 für die differentialen Schnittgrößen im Kreuzungspunkt i zufolge radialer Einheitslast p_δ

$$\begin{aligned} dM_\delta &= -dp \cdot \cos \Delta\varphi \cdot (z_i - z) \\ dQ_\delta &= -dp \cdot \cos \Delta\varphi \\ dT_\delta &= dp \cdot \sin \Delta\varphi \\ dD_\delta &= -dp \cdot \sin \Delta\varphi \cdot \bar{a}_i = -dT_\delta \cdot \bar{a}_i \end{aligned} \quad (9)$$

zufolge tangentialer Einheitslast p_φ

$$\begin{aligned} dM_\varphi &= -dp \cdot \sin \Delta\varphi \cdot (z_i - z) \\ dQ_\varphi &= -dp \cdot \sin \Delta\varphi = -dT_\delta \\ dT_\varphi &= -dp \cdot \cos \Delta\varphi = dQ_\delta \\ dD_\varphi &= dp \cdot \cos \Delta\varphi \cdot [\bar{a}_i - a(z)] \end{aligned} \quad (10)$$

zufolge drehender Einheitslast p_w

$$\begin{aligned} dM_w &= dQ_w = dT_w = 0 \\ dD_w &= -dp \end{aligned} \quad (11)$$

Die Schnittgrößen $(M, Q, T, D)_i$ folgen dann aus der Integration über den Bereich $z = 0$ bis z_i .

Der Berechnungsweg wird für das Biegemoment $M_{i\delta k}$ (im Horizont i zufolge der radialen Polynom-Einheitsbelastung mit der Lastordinate 1 in $i=k$) näher ausgeführt.

Mit Gl.(8) ergibt sich aus Gl.(9)

$$M_{i\delta k} = - \int_0^{z_i} \cos \Delta\varphi \cdot (z_i - z) \cdot c(z) \cdot p_k(z) \cdot dz$$

und mit $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi$ (s. Fig. 8) folgt nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned} M_{i\delta k} &= -z_i \cdot \cos \varphi_i \int_0^{z_i} c(z) \cdot \cos \varphi \cdot p_k(z) \cdot dz - \\ &\quad - z_i \cdot \sin \varphi_i \int_0^{z_i} c(z) \cdot \sin \varphi \cdot p_k(z) \cdot dz + \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
& + \cos \varphi_i \int_0^{z_i} \underline{z \cdot c(z) \cdot \cos \varphi} \cdot p_k(z) \cdot dz + \\
& + \sin \varphi_i \int_0^{z_i} \underline{z \cdot c(z) \cdot \sin \varphi} \cdot p_k(z) \cdot dz
\end{aligned} \quad (12)$$

Nachdem die geometrischen Werte eines Kragträgers in allen Horizonten $i=1,2,\dots,n$ vorweg ermittelt werden können, ist es auch möglich, diese durch Polynome gemäß Abschnitt 2 als geschlossene Funktionen über die gesamte Kragträgerhöhe darzustellen. Damit lassen sich die einzelnen Integrale einfach lösen.

Die in Gl.(12) durch Unterstreichung markierten Produkte unter den vier Integralen werden durch Polynome, die mit P_1 bis P_4 bezeichnet seien, ausgedrückt. Sie haben die Form

$$P_j = \sum_{v=0}^m A_{jv} \cdot z^v \quad \text{mit } j=1,2,\dots,4 \quad (13)$$

Die Koeffizienten A_{jv} lassen sich mit Hilfe der bereits ermittelten Matrix $[a_{kv}]$ der Einheitslastpolynome aus der Matrizenmultiplikation

$$[A_{jv}] = [f_{jk}] [a_{kv}] \quad (14)$$

leicht berechnen. Darin sind die Elemente f_{jk} die Funktionswerte der vorgenannten Produkte in den Horizonten $k=1,2,\dots,n$.

Die Integrale der Gl.(12) erhalten mit den Polynomen Gl.(13) und den Einheitslastpolynomen Gl.(4) die Form

$$J_j = \int_0^{z_i} \sum_{v=0}^m A_{jv} \cdot z^v \cdot \sum_{v=0}^m a_{kv} \cdot z^v \cdot dz \quad (15)$$

Das Produkt der beiden Polynome unter dem Integral liefert das Polynom

$$\sum_{v=0}^{2m} b_{jkv} \cdot z^v = \sum_{v=0}^m A_{jv} \cdot z^v \cdot \sum_{v=0}^m a_{kv} \cdot z^v, \quad (16)$$

somit folgt für die Integrale Gl.(15) die einfache Lösung

$$J_j = \sum_{v=0}^{2m} \frac{b_{jkv}}{v+1} \cdot z_i^{v+1} = \sum_{v=0}^{2m} B_{jkv} \cdot z_i^{v+1} \quad (17)$$

Schließlich kann für das gesuchte Biegemoment geschrieben werden

$$M_{ik} = \left\{ -z_i \cos \varphi_i \quad -z_i \sin \varphi_i \quad \cos \varphi_i \quad \sin \varphi_i \right\} \cdot \begin{Bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Eine Vereinfachung kann dadurch erreicht werden, wenn näherungsweise die gesamten Ausdrücke unter den Integralen Gl.(12) zu jeweils einem Polynom nach Gl.(13) zusammengefaßt werden. Damit entfällt die Berechnung des Polynomproduktes nach Gl.(16).

In ähnlicher Weise wie oben ergeben sich die übrigen Schnittgrößen aus den Ansätzen der Gln.(9) - (11), die zum Teil einfachere Ausdrücke aufweisen. Wird eine vorhandene Wendung der Kragträgerachse vernachlässigt, indem die Winkeldifferenzen $\Delta \varphi$ null gesetzt werden, so können wesentliche Einsparungen im Rechenaufwand erzielt werden. In den Gl.(9) bzw. (10) werden $(T, D)_\delta = 0$ bzw. $(M, Q)_\delta = 0$; außerdem verringert sich die Anzahl der Integrale.

Die in den Berechnungen der Verschiebungen und Verdrehungen aus den Einheitslasten auftretenden Integrale können ebenfalls mittels Polynome einer einfachen Lösung zugeführt werden. Die einzelnen Integranden setzen sich aus den zuvor berechneten Schnittgrößen ‡) (M, Q, T, D) zufolge einer am Ort und in Richtung der gesuchten Verschiebung angreifenden Einzellast, ferner aus Querschnittswerten (Trägheitsmoment bzw. Fläche) und Materialdaten (Elastizitätsmodul bzw. Schubmodul) zusammen. Da die Integranden in allen Knotenpunkten wertmäßig bestimmt werden können, läßt sich ihr Funktionsverlauf über die Kragträgerhöhe wieder durch Lagrange-Polynome nach Gl.(5) festlegen. Die Integrationen sind hier über den Bereich z_i (Ort der gesuchten Verschiebung) bis z_n (Kragträgerfußpunkt) zu erstrecken, so daß allgemein folgt

$$\begin{aligned} I &= \int_{z_i}^{z_n} \sum_{v=0}^m c_{kv} \cdot z^v \cdot dz = \sum_{v=0}^m \frac{c_{kv}}{v+1} (z_n^{v+1} - z_i^{v+1}) \\ &= \sum_{v=0}^m c_{kv} \cdot (z_n^{v+1} - z_i^{v+1}) \quad (19) \end{aligned}$$

Die Formeln für die Verschiebungen und Verdrehungen sind ähnlich wie Gl.(18) aufgebaut.

Der gleiche Weg kann auch in den entsprechenden Berechnungen der äußeren Belastungen eingeschlagen werden.

‡) ... (M, Q, T, D) der Einheitslasten sowie aus Schnittgrößen...

3.2 Bogen:

Es ist beim Rostverfahren allgemein üblich, die Bogenlamellen durch Horizontalschnitte festzulegen, so daß deren Achsen nicht räumlich gekrümmt sind, sondern in einer Ebene liegen. Dadurch ergeben sich im Vergleich zu den Kragträgerberechnungen gewisse Vereinfachungen, auf die im Zusammenhang mit der Kragträgerwendelung bei doppelt gekrümmten Sperren im vorigen Abschnitt hingewiesen wurde.

Auch für die Bogenlamellen werden vorteilhaft Einheitslastpolynome nach Gl.(4) eingeführt, die sich über die gesamte Bogenlänge von Kämpfer zu Kämpfer erstrecken.

Sie erfüllen vornehmlich den selben Zweck wie bei den Kragträgern, nämlich einen stetigen Funktionsverlauf, der den wirklichen Verhältnissen besser entspricht, wiederzugeben. Auf die mathematischen Formulierungen sei hier nicht näher eingegangen, da sie wegen ihres Umfangs den Rahmen der Abhandlung sprengen würden.

4. Zahlenbeispiel

Im Zuge der Entwurfsarbeiten einer rd. 180 m hohen symmetrischen Gewölbesperre wurde eine Sperrenvariante nach dem vorhin kurz beschriebenen Verfahren sowohl mit einer feinen wie auch mit einer groben Netzteilung berechnet. Da es sich um Variantenstudien handelte, wurden die Untersuchungen auf Radialausgleiche beschränkt.

In Fig.9a ist der Berechnungsrost mit enger Teilung dargestellt; Fig.9b zeigt das grobmaschige Rostsystem, das sich durch Weglassung der Bogen $i = 3$ und 5 und der Kragträger $j = 2$ und 4 aus dem engen Rost ergibt. Die Berechnungen der beiden Rostsysteme bezogen sich auf den Lastfall Vollstau bis zur Sperrenkrone bei sommerlich erwärmtem Mauerkörper.

In den Tabellen 1 und 2 sind die Ergebnisse der beiden Berechnungen gegenübergestellt u.zw. die Randnormalspannungen der vier vergleichbaren Kragträger und Bogen. Die Lastaufteilung ergab sich in beiden Fällen nahezu gleich, was auch in der guten Übereinstimmung der Spannungen zum Ausdruck kommt. Die maximale Abweichung beträgt $2,4 \text{ kp/cm}^2$ bei den Kragträgern bzw. $5,2 \text{ kp/cm}^2$ bei den Bogen, d.s. rd. $3,1\%$ bzw. $6,7\%$ bezogen auf die größte Spannung von $78,0 \text{ kp/cm}^2$.

Aus diesen Ergebnissen kann gefolgert werden, daß die Anwendung des Lastaufteilungsverfahrens mit Polynomfunktionen auch eine grobe Netzteilung des Berechnungsrostes zuläßt.

Tab. 1 Kragträger - randparallele Normalspannungen σ_z kp/cm²

i	j = 1		j=2 (3)		j=3 (5)		j=4 (6)	
	σ_W	σ_L	σ_W	σ_L	σ_W	σ_L	σ_W	σ_L
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	6,7 (8,8)	2,7 (0,5)	7,9 (9,1)	2,0 (1,0)	12,6 (11,2)	-1,2 (0,1)	13,6 (13,1)	-0,8 (-0,3)
3 (4)			-9,0 (-7,4)	39,6 (40,0)	12,9 (12,5)	20,1 (20,5)	14,0 (16,2)	24,1 (21,9)
4 (6)					-6,9 (-5,1)	61,0 (63,4)	2,0 (1,4)	59,8 (60,5)
5 (7)							-3,8 (-4,3)	77,2 (78,0)

Tab. 2 Bogen - randparallele Normalspannungen σ_x kp/cm²

i	j = 1		j=2 (3)		j=3 (5)		j=4 (6)	
	σ_W	σ_L	σ_W	σ_L	σ_W	σ_L	σ_W	σ_L
1	40,9 (35,7)	63,1 (67,6)	50,0 (49,2)	53,9 (54,0)	61,8 (62,8)	42,0 (40,3)	47,5 (46,9)	56,4 (56,4)
2	36,1 (36,0)	65,1 (66,5)	41,7 (45,4)	59,4 (56,9)	64,8 (65,1)	36,0 (36,9)	45,5 (45,4)	55,7 (57,1)
3 (4)			15,0 (15,3)	73,3 (73,1)	59,0 (59,0)	35,4 (35,5)	51,7 (50,9)	43,1 (44,0)
4 (6)					5,2 (5,1)	44,6 (44,3)	40,7 (40,8)	8,9 (8,4)

Die Klammerwerte beziehen sich auf die Ergebnisse der feinen Netzteilung (Fig.9a)

Values in brackets refer to results of the fine grid (Fig.9a)

Les valeurs en parenthèses se réfèrent aux résultats du partage étroit de grille (Fig.9a)

W = Wasserseite L = Luftseite + = Druck - = Zug
 Water face Air face Compression Tension
 Amont Aval Compression Traction

5. Schlußbemerkungen

Hier konnte nur in kurzen Zügen die Verwendung von Polynomen im Lastaufteilungsverfahren aufgezeigt werden. Auf eine mögliche Änderung sei jedoch abschließend noch hingewiesen. Als Stützstellen der Polynome wurden die Knotenpunkte des Rostsystems gewählt. Diese liegen zumeist, im besonderen entlang der Bogenlamellen, nicht in gleichen Abständen. Werden sie ungeachtet der Lage der Kreuzungspunkte äquidistant angeordnet, dann brauchen die Koeffizienten der Einheitslastpolynome nicht für jeden Berechnungsfall neu ermittelt werden. Sie können vorweg für eine im gebräuchlichen Bereich variierende Anzahl Stützstellen ein für allemal bestimmt werden.

Dieser Gedankengang bedarf aber noch entsprechender Untersuchungen. Ebenso wäre eine eventuelle Anwendung von Splinefunktionen an Stelle der gewählten Lagrange-Polynome noch zu prüfen.

Schrifttum

- [1] U.S. Bureau of Reclamation: Trial Load Method of Analyzing Arch Dams, Denver, Colorado, 1938
- [2] Jurecka, W.: Beiträge zur Berechnung von Bogenstaumauern nach dem Lastaufteilungsverfahren, 1948, Dissertation. Technische Hochschule Graz
- [3] Jurecka, W.: Die Berechnung bogenförmiger Staumauern nach dem Lastaufteilungsverfahren. Österr. Bauzeitschrift, 1949, S. 173-175 und 195-203
- [4] Tonini, D.: Algebraic load method of analyzing arch dams, 6th Congress on Large Dams, New York, 1958, Vol.4, p.313
- [5] Mladynovitch, V.: Calcul des barrages-voûtes par résolution d'équations linéaires, Travaux, Décembre 1958, p.1037-1043
- [6] Theory of Arch Dams, ed. by J.R. Rydzewski, 1965, Pergamon Press
- [7] Arch Dams, A Review of British Research and Development, London, The Institution of Civil Engineers, 1968

Zusammenfassung

Der vorliegende Bericht befaßt sich mit einer Verfeinerung der Belastungsverteilung, die der Versuchslastmethode bzw. dem Lastaufteilungsverfahren zugrunde liegt. Diese beiden Berechnungsmethoden sind dem Verfahren nach identisch; sie unterscheiden sich nur dadurch, daß die Lastaufteilung zwischen Bogen und Kragträgern, in die das Tragwerk unterteilt gedacht wird, bei ersterem durch Probieren, also versuchsmäßig, und bei letzterem durch Auflösen eines Gleichungssystems ermittelt wird. Es ist allgemein üblich, die Belastungen der einzelnen Traglamellen polygonal durch Überlagerung linearer Dreiecklasten anzusetzen. Eine Verfeinerung wird durch die Wahl stetiger Funktionen und zwar von Lagrange-Polynomen erreicht. Dies ermöglicht eine Reduzierung der Netzteilung, d.h. man kann mit einer geringeren Anzahl Bogen und Kragträgern das Auslangen finden, ohne das Ergebnis zu schmälern, wie in einem Zahlenbeispiel gezeigt wird. Mit einer verringerten Anzahl von Netzknoten ist auch ein kleineres Gleichungssystem verbunden, was im besonderen bei mehrfachen Ausgleichen zur Herabsetzung numerischer Ungenauigkeiten wie auch zur Verminderung des Rechenaufwandes angestrebt wird.

Ferner kann man in der Berechnung der Kragträger, deren geometrische Eigenschaften fast durchwegs nicht explizit darstellbar sind, ebenfalls Lagrange-Polynome vorteilhaft verwenden, so daß die geometrischen Werte und Materialdaten nur in den Kreuzungspunkten gegeben sein müssen.

Summary

The paper deals with a refinement of the load distribution upon which the Trial Load Method and the Load Distribution Method are based. Both methods of analysis are identical with respect to the procedure, they only differ in that the distribution of loads between arches and cantilevers will be found by trial with the first method and by solving a system of linear equations with the latter. Generally the loads of the various elements are approximated polygonally by the superposition of linear triangular loads. A refinement is achieved by the use of continuous and smooth functions of Lagrangian polynomials. This allows a reduction of the

grid, thus a decreased number of arches and cantilevers suffices without impairing the final results as is shown in a numerical example. A reduced number of nodes also yields a smaller system of equations particularly endeavored in multiple adjustments for a reduction of both numerical inaccuracies and computation time. Furthermore Lagrangian polynomials are advantageously applied in determining functions for geometrical properties which in most cases for cantilevers cannot be established explicitly so that geometric and material data only need be given at points of intersection of arches and cantilevers.

Résumé

Ce rapport s'occupe d'un raffinement de la distribution de charges, basé sur le Trial Load Method et la méthode de distribution des charges. Ces deux méthodes de calculer sont identiques à l'égard de procédure. Elles ne se distinguent que par la façon de trouver la distribution de charges entre les arcs et les consoles. Selon la première méthode on trouve la distribution par essai et selon la seconde par résolution d'équations linéaires. Usuellement on fait la disposition des charges d'arcs et des consoles polygonales par superposition des charges triangulaires linéaires. Un raffinement est obtenu par le choix des fonctions continues, c'est à dire des polynômes Lagrange. Ça donne la possibilité de réduire le partage de grille, c'est à dire une plus petite nombre d'arcs et de consoles sera suffisante, sans amoindrir le résultat comme le montre un exemple exposé. Avec un nombre réduit de noeuds le système d'équation devient plus simple comme souhaité dans les multiples ajustements pour diminuer des inexactitudes numériques et de la durée de calcul. En outre, pour la présentation fonctionnelle des valeurs géométriques, lesquelles ne sont pas présentables spécialement pour les consoles d'une manière explicite, on utilise avec avantage les polynômes Lagrange, pour que les valeurs géométriques et les indications de matériaux ne sont demandé que dans les noeuds.

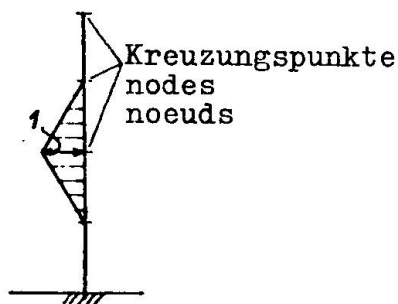


Fig. 1.

Dreieckförmige Kragträger-Einheitslast

Triangular unit cantilever load

Charge unitaire triangulaire de console

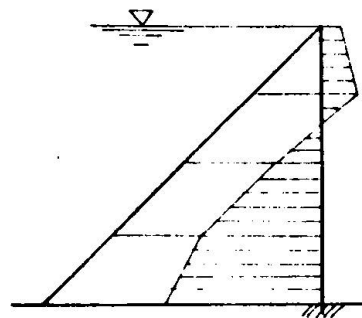


Fig. 2.

Typische Kragträgerbelastung, polygonal verteilt

Typical cantilever load polygonally distributed

Charge typique le long de la console distribution polygonale

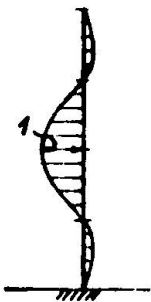


Fig. 3.

Einheitslastpolynom

Unit load polynomial

Polynôme de charge unitaire

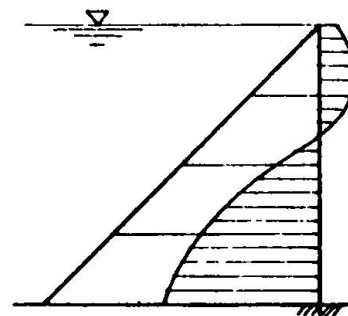


Fig. 4.

Glatte Funktion der Lastaufteilung

Smooth function of load distribution

Le cours continue de la distribution de charge

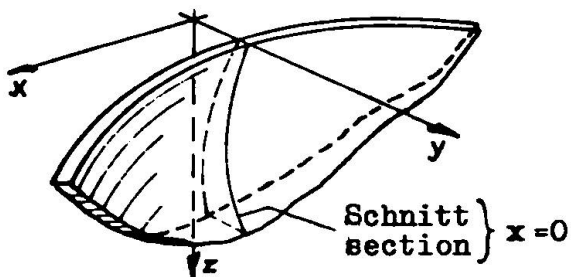


Fig. 5.

Kartesisches Koordinatensystem

Cartesian co-ordinate system

Système coordonnée perpendiculaire

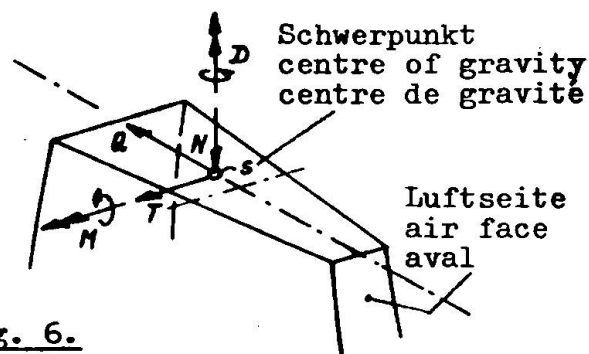


Fig. 6.

Positive Schnittgrößen

Positive forces and moments

Directions positives des forces et des couples

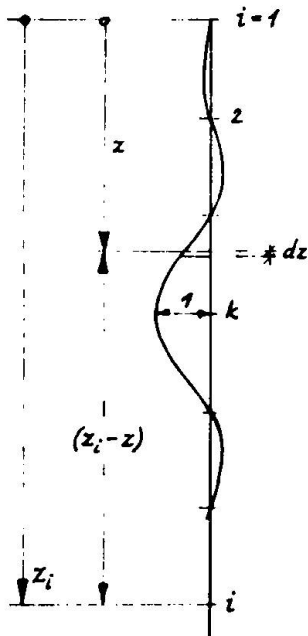


Fig. 7.

Einheitslastpolynom

Unit load polynomial

Polynôme de charge unitaire

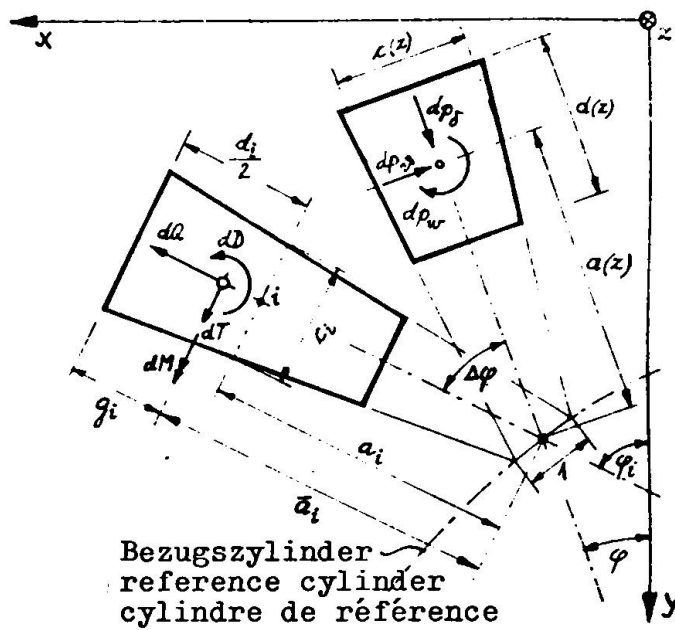


Fig. 8.

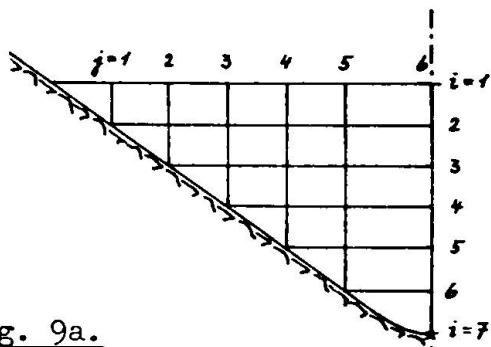
Kragträger-Horizontalschnitte
positive Lasten und SchnittgrößenHorizontal cantilever sections,
positive unit loads, forces and
momentsSections de console horizontales,
directions positives des
charges unitaires et valeurs
de sections

Fig. 9a.

Symmetr. Parabelsperre, Berechnungsrost, a) feines und b) grobes Netz

Symmetrical parabolic arch dam, a) fine and b) coarse grid system

Barrage symétrique parabolique, système de grille avec partage

a) étroit et b) étendue

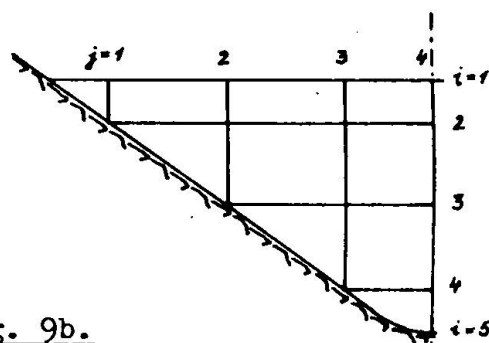


Fig. 9b.

Leere Seite
Blank page
Page vide

Standsicherheit von Gewölbemauern

Stability of arch dams

Stabilité des barrages en voûte

Dipl. Ing. Dr. techn. Richard WIDMANN
Leiter der Abt. Bauplanung Tauernkraftwerke Aktiengesellschaft
Rainerstraße 29, A-5020 Salzburg

1. Allgemeines

Die Standsicherheit eines Bauwerkes hängt bekanntlich bei einwandfreier Planung und Ausführung theoretisch von 2 Faktoren ab, wenn man von der Sicherheit der Gründung absieht:

- a) der Wahrscheinlichkeit des Auftretens und der Größe höherer Beanspruchungen als der Gebrauchslast (Bemessungsgrundlage) entspricht,
- b) den Festigkeitseigenschaften des Materials, aus dem das Bauwerk besteht.

Um jedoch einen Sicherheitskoeffizienten ermitteln zu können, ist eine Definition des Sicherheitsbegriffes erforderlich, z.B. Bruchlast zur Gebrauchslast, Druckfestigkeit zur Druckbeanspruchung, vorhandener Reibungswinkel zum erforderlichen Reibungswinkel usw., Definitionen, die dann zu nicht vergleichbaren Ergebnissen führen. Im folgenden soll versucht werden, das Problem der Standsicherheit durch vergleichende Betrachtungen zu klären, um daraus einheitliche Sicherheitsfaktoren für die verschiedenen Typen von Talsperren abzuleiten. Abschließend werden dann für Staumauern die maßgebenden Betonfestigkeiten ermittelt.

2. Die Belastung von Talsperren

Im normalen Betrieb ist die Belastung einer Talsperre durch Eigengewicht + Wasserlast, wenn man von einer gewissen Unsicherheit für den Ansatz des Sohlwasserdruckes und einer eventuellen Verlandung des Stauraumes absieht, genau definiert. Weniger gut erfassbar sind Temperaturspannungen in Staumauern, die als Restspannungen aus der Bauzeit und als Folge von Außentemperaturschwankungen während des Betriebes auftreten. Diese Spannungen sind jedoch für die Sicherheit der Staumauer nur von unterge-

-ordneter Bedeutung, weil sie von nicht nachdrängenden Lasten herrühren und daher ein Bauwerk nicht zum Einsturz bringen können. Der Einfluß dieser Temperatur- und Eigenspannungen soll deshalb nicht weiter verfolgt werden.

Nun kann der Bestand einer Talsperre auch durch außergewöhnliche Ereignisse wie Erdbeben und Überflutungen gefährdet werden, deren Einfluß schon wesentlich schwieriger zu erfassen ist.

Die statische Überbeanspruchung einer Talsperre ist z.B. in geringem Maße durch eine Überflutung im Zuge eines Katastrophenhochwassers denkbar und kann dann bei ungünstigsten Annahmen rechnerisch erfaßt werden. Eine Überflutung der Talsperre als Folge von Murenabgängen und Hangbewegungen in den Stauraum ist ebenfalls vorstellbar. Die zulässige Überflutungshöhe könnte für die Definition eines Sicherheitsfaktors herangezogen werden. Nun ist aber bei nicht monolithischen Talsperrentypen das Verhältnis zwischen der zulässigen Überflutungshöhe und der Sperrenhöhe im betrachteten Schnitt konstant; absolut wird also die zulässige Überflutungshöhe von den Talflanken zur Talmitte hin zunehmen. Für Vergleichsuntersuchungen scheint daher eine derartige Annahme weniger geeignet. Für die theoretische Definition des Sicherheitsfaktors klarer ist die Annahme einer proportionalen Vergrößerung des spezifischen Gewichtes des Wassers, wie dies z.B. für die Bruchlast von Gewölbemauern in Modellversuchen allgemein üblich ist. Im vorliegenden Bericht wird der Sicherheitsfaktor einer Talsperre für statische Beanspruchung als mögliche Erhöhung des spezifischen Gewichtes des Wassers bis zum Erreichen der Bruchlast definiert.

Für die dynamische Belastung einer Talsperre durch Erdbeben sind zunächst zwei Fälle zu unterscheiden: jene, in denen eine Verstellung der Aufstandsfläche der Sperre eintritt und jene, bei denen das Bauwerk und die gestaute Wassermasse in Schwingungen geraten. Der erste Fall ist rechnerisch kaum erfaßbar und kann in diese Betrachtungen nicht einbezogen werden. Eine Schwingungsbeanspruchung der Talsperre kann jedoch mit den heutigen Verfahren wenigstens näherungsweise auch rechnerisch erfaßt werden, allerdings sind diesen Beanspruchungen dann vergleichbar ermittelte Materialfestigkeiten gegenüberzustellen. Der Sicherheitsfaktor könnte als Verhältnis jener Bodenbeschleunigungen definiert werden, die einerseits Bemessungsgrundlage für die Talsperre sind und andererseits zum Bruch der Talsperre führen würden.

3. Die Tragreserven von Talsperren

Als Grundlage für die Festlegung von Sicherheitsfaktoren bei Gewölbemauern soll zunächst ein Vergleich mit den bei anderen Talsperrentypen üblichen Sicherheitsfaktoren geführt werden. Da nun Sicherheitswerte, die auf verschiedene Materialeigenschaften wie Reibungswinkel oder Druckfestigkeit bezogen sind, nicht unmittelbar verglichen werden können, muß diesem Vergleich eine andere Sicherheitsdefinition zugrundegelegt werden. Weiters ist die Wahl der Berechnungsverfahren für die Festlegung des Sicherheitsfaktors von nicht zu unterschätzender Bedeutung.

Im folgenden wird dieser Vergleich unter der für Gewölbemauern bei Bruchversuchen üblichen Annahme einer Vergrößerung des Wasserdruckes durch ideelle Vergrößerung des spezifischen Gewichtes versucht werden. Dabei soll nur der normale Betriebsfall "Vollstau im Sommer" herangezogen werden.

3.1 Erd- und Steinschüttdämme

Der Nachweis der statischen Standsicherheit dieser Talsperren wird durch den Gleitsicherheitsnachweis erbracht, wobei gemäß den österreichischen Richtlinien nach dem Verfahren von Fellenius unter Nachweis der Bodenkennwerte im normalen Betriebsfall eine Mindestsicherheit von 1,3 erreicht werden muß. In Vergleichsrechnungen wurde jenes ideelle f_w bestimmt, bei dem diese Sicherheit auf 1,0 abnimmt. Während die Böschungsneigung eines Dammes selbstverständlich vom Reibungswinkel des Schüttmaterials abhängt und hier auch die verschiedenen Verfahren verschiedene Ergebnisse liefern, ergibt sich f_w einheitlich mit 1,5, wenn der Damm nach dem gleichen Verfahren auf die Sicherheit 1,3 ausdimensioniert war. Hier scheint also tatsächlich ein verfahrensunabhängiger Bewertungsmaßstab vorzuliegen. Es sei noch erwähnt, daß die Porenwasserdrücke bei dieser Untersuchung unverändert belassen wurden.

Die Mindestsicherheit für Erdbebenbeanspruchung ist in den österreichischen Richtlinien mit 1,1 vorgeschrieben, ohne allerdings nähere Angaben über das Berechnungsverfahren und die zugehörigen Materialkennwerte zu machen.

3.2 Gewichtsmauern

Gewichtsmauern werden üblicherweise so dimensioniert, daß an der Wasserseite keine Zugspannungen auftreten. Nachzuweisen bleiben lediglich die Gleitsicherheit und die Beton-Randdruckspannung, während die Kippsicherheit bereits gegeben ist. Setzt man nun die Gleitsicherheit im normalen Betriebsfall mit 1,5 an und vernachlässigt zunächst den Einfluß einer gerissenen Beton-Zugzone, so ergibt sich wieder $f_w = 1,5$ für eine Gleitsicherheit 1. Die Kippsicherheit beträgt unter den eingangs erwähnten Annahmen 2,0 und sinkt für $f_w = 1,5$ ebenfalls auf 1,0 ab. Die Beton-Randdruckspannungen hingegen steigen auf den 1,9-fachen Wert an.

Berücksichtigt man bei dieser Sicherheitsbetrachtung den vollen Auftrieb in der gerissenen Zugzone, so ergibt sich nur ein f_w von 1,02 (!) für die Gleit- und Kippsicherheit 1,0 und ein Ansteigen der Beton-Randdruckspannung auf den 1,15-fachen Wert. Selbst wenn die Gleitsicherheit im normalen Betriebsfall durch günstigere Materialeigenschaften höher liegen würde, so bliebe doch die Reduktion der Kippsicherheit, die unabhängig von der Materialeigenschaft ist und damit die theoretische Überlastbarkeit der Gewichtsmauer begrenzt.

3.3 Gewölbemauern

3.31 Berechnungsverfahren

Die wirklichkeitstreue Berechnung von Gewölbemauern ist auch heute, im Zeitalter der Computer, eine schwierige, vielleicht sogar ungelöste Aufgabe. Je nach Art der Berechnung sind zunächst Berechnungsmethoden für statische und dynamische Beanspruchungen zu unterscheiden.

Für die statische Berechnungsmethode werden derzeit zwei grundsätzlich verschiedene Berechnungsverfahren angewendet: das Lastaufteilungsverfahren und das schalentheoretische Verfahren. Ersteres beruht auf der Zerlegung des Flächentragwerkes in horizontale Bogen- und vertikale Kragträgerlamellen, die nach der Stabstatik berechnet werden und auf die die Wasserlast so aufgeteilt wird, daß sich in den Kreuzungspunkten der beiden Lamellensysteme gleiche Verformungen ergeben. Je nach dem,

wieviele von den 6 unabhängigen Verformungen eines räumlichen Kreuzungselementes in der Berechnung berücksichtigt werden, spricht man dann von einem 1- bis 6-fachen Ausgleich. Daß der Rechenaufwand mit der Zahl der Traglamellen und der berücksichtigten Verformungsrichtungen sprunghaft steigt, spielt heute keine entscheidende Rolle mehr. Die zweite Gruppe von Verfahren beruht auf der Schalentheorie: hier wurden zum Teil geschlossene Lösungen entwickelt, zum Teil wird die Lösung wieder durch Zerlegen des Flächentragwerkes in einzelne Elemente und Einhaltung der Koinzidenzbedingungen in den Eckpunkten dieser Elemente gesucht. In jüngster Zeit werden auch räumliche Elemente für die Berechnung derartiger Tragwerke verwendet.

Nun läßt sich durch entsprechende Verfeinerung all dieser Verfahren, an denen ja laufend gearbeitet wird, sicher ein zutreffendes Bild über die Spannungen und Verformungen einer Gewölbemauer im normalen Betrieb erhalten. Bei Vergrößerung der Belastung treten jedoch zunächst nur an einzelnen Stellen Risse auf, die zu Kraftumlagerungen im Sperrenkörper, jedoch noch lange nicht zum Bruch des Tragwerkes führen. Es wären daher zwei Definitionen für den Sicherheitsfaktor möglich: jene einer Rißsicherheit, für die die derzeitigen Berechnungsverfahren durchaus geeignet sind und jene einer Bruchsicherheit, für die die derzeitigen Berechnungsverfahren noch weiterentwickelt werden müßten.

Für die dynamische Beanspruchung von Gewölbemauern wie Erdbeben, Schwingungen durch Hochwasserüberfälle oder ähnliches, wurde bis vor wenigen Jahren die Berechnung unter Annahme des mitschwingenden Wasservolumens als statische Ersatzlast durchgeführt, eine Annahme, die naturgemäß nur eine grobe Abschätzung der tatsächlichen Beanspruchung liefern konnte. Es wurden jedoch, insbesondere in Ländern mit echter Erdbebengefahr, in jüngerer Zeit Berechnungsverfahren entwickelt, die bei der Festlegung von statischen Ersatzlasten das tatsächliche Schwingungsverhalten des Sperrenkörpers berücksichtigen und die ebenfalls zum Teil auf dem Lastaufteilungsverfahren, zum Teil auf schalentheoretische Verfahren aufgebaut sind. Eine wirklich naturgetreue Behandlung der Erdbebenwirkungen dürfte jedoch auch heute noch kaum möglich sein, weil die analytische Erfassung der zeitabhängigen Schwingungsbeanspruchung im Sperrenkörper, die durch kurzzeitige Erdbebenbeschleunigungen verschiedener Frequenz und Stärke hervorgerufen wird, äußerst schwierig und noch nicht theoretisch geklärt ist.

3.32 Tragreserven

Da die wirklichen Tragreserven von Gewölbemauern rechnerisch kaum erfaßbar sind, werden häufig Bruchversuche durchgeführt, aus denen die Überlastbarkeit des Sperrenkörpers bis zur 8-fachen Wasserlast ($\gamma_w = 8$) gefunden wurde. Hier sind offensichtlich Tragreserven vorhanden, die über jene anderer Tal-sperrentypen weit hinausgehen.

Diese Feststellung bezieht sich zunächst ausschließlich auf den Sperrenkörper; die Ableitung der Widerlagerkräfte im Sperrenuntergrund ist ein anderes Problem. Hier sei betont, daß Größe und auch Richtung dieser Widerlagerkräfte durch die Formgebung und insbesondere durch die Mauerstärke nur in sehr geringem Maße beeinflußt werden können. Sicherheitsprobleme im Sperrenuntergrund können daher nur durch Maßnahmen im Sperrenuntergrund gelöst werden, nicht aber durch Verstärkung des Sperrenkörpers.

Worauf sind diese Tragreserven nun zurückzuführen. Zunächst ist bei einem derart hochgradig statisch unbestimmten System, wie es eine Gewölbemauer nun einmal ist, eine örtliche Überschreitung der Festigkeit des Betons nicht entscheidend. Auch bei Beton gehen dem Bruch relativ große Verformungen voraus, es ergeben sich Spannungsumlagerungen in bisher weniger beanspruchte Bereiche, und erst wenn über weite Zonen die Beanspruchung an der Bruchgrenze liegt, kommt es zum Versagen des Tragwerkes. Alle Bruchversuche zeigen dieses Verhalten sehr deutlich. Risse im Sperrenkörper treten etwa bei der nach der Rechnung zu erwartenden Laststeigerung auf. Der Bruch der Talsperre tritt jedoch erst bei sehr viel höherer Belastung auf. Mit anderen Worten: Die Rißsicherheit einer Talsperre kann etwa mit den üblichen Verfahren, die Bruchsicherheit nach dem derzeitigen Stand nur durch Modellversuche erhalten werden. Geht man nun davon aus, daß Gewichtsmauern und Dämme bei $f_w = 1,5$ theoretisch bereits zu Bruch gehen, so erscheint es zumindest gerechtfertigt, bei Gewölbemauern die Rißsicherheit 1 ebenfalls mit $f_w = 1,5$ festzulegen. Da dann immer noch eine größere Druckfestigkeitsreserve vorhanden ist, bleibt für Gewölbemauern die höhere Tragfähigkeit auch im Sperrenkörper gewährleistet. Aus Tabelle 1 ist die Spannungserhöhung in einigen österreichischen Gewölbemauern bei Einführung der 1,5-fachen Wasserlast im Verhältnis zu den bei der Betonierung erreichten Betonfestigkeiten zu entnehmen. Es zeigt sich, daß bei 1,5-facher Wasserlast die Rißsicherheit nur wenig über 1 liegt, während die Druckspannung immer noch kleiner als die Hälfte der Bruchfestigkeit des Betons bleibt.

Für Betrachtungen über die erforderliche Betonfestigkeit wird auch die Beanspruchung der horizontalen und vertikalen Arbeitsfugen im Beton diskutiert, deren Festigkeitseigenschaften im allgemeinen kleiner als jene des Massenbetons sind. Der Winkel zwischen der Bogenresultierenden und der vertikalen Blockfuge ändert sich nun bei steigender Wasserlast überhaupt nicht, die im normalen Betriebsfall vorhandenen Sicherheitsreserven bleiben

S p e r r e	Fertigstellung	H:L m	Volumen 10^3 m^3	Druckbereich				Zugbereich			
				$\sigma_D \text{ max}^a$ für		$\sigma_{1,5}$ $\sigma_{1,0}$	β_d kg/cm ²	$\sigma_{BZ} \text{ max}^a$ für		$\sigma_{BZ, 1,5}$ $\sigma_{BZ, 1,0}$	β_{BZ} kg/cm ²
				$f_w = 1$	$f_w = 1,5$			$f_w = 1$	$f_w = 1,5$		
Limberg	1951	120/350	443	37	53	1,43	268	4,1	16,4	4,0	35,5
Dressen	1955	112/357	350	51	81	1,58	317	14,0	42,4	3,0	40,0
Schlegels	1971	130/722	980	55	85	1,54	275	11,2	40,0	3,6	52,0
Klaus	1974	53/210	27	38	53	1,38	-	8,2	14,9	1,8	-
Kölnbrein	1977	198/630	1800	94	142	1,51	-	7,2	44,5	6,2	-
Zillgründl	Projekt	180/505	980	75	117	1,56	(300)	5,2	33,1	8,5	(40)

σ_{max} in kg/cm² größte randparallele Hauptspannung
 β_d 90 %-Fraktile der Wirteldruckfestigkeit des Vorsatzbetons (30cm-Würfel)
 β_{BZ} 90 %-Fraktile der Biegezugfestigkeit des Vorsatzbetons (Balken 20/20/60cm, 2 Einzelasten)

also erhalten. Eine Nachrechnung der horizontalen Arbeitsfugen für die in Tabelle 1 angeführten Talsperren hat mit steigender Wasserlast ebenfalls nur eine geringfügige Inanspruchnahme der Scherfestigkeit dieser Arbeitsfugen ergeben. Nimmt man den für entsprechend behandelte Arbeitsfugen im Beton vorhandenen Reibungsbeiwert mit nur 0,8 an, so wird die Scherfestigkeit im ungünstigsten Fall nur zu etwa 10 % ausgenutzt. Beide Arten von Arbeitsfugen sind daher für Sicherheitsbetrachtungen nicht maßgebend.

Ähnliches gilt übrigens auch für die Gleitsicherheitsnachweise im Sperrenuntergrund. Bei gleichbleibenden Berechnungsverfahren sinkt die Gleitsicherheit im Sperrenuntergrund nur um etwa 20 %, wenn μ_w mit dem 1,5-fachen Wert eingeführt wird. Wie bei der Untersuchung der Dämme wurde dabei der Bergwasserdruck nicht erhöht.

Zusammenfassend läßt sich daher feststellen, daß bei den derzeit üblichen Richtlinien für die erforderliche Betonfestigkeit unter 1,5-facher Wasserlast mindestens

- die Reißsicherheit 1,2,
bezogen auf die Biegezugfestigkeit und
- die Bruchsicherheit 2,5,
bezogen auf die Würfelfestigkeit,

gegeben sind. Da natürlich auch Erddämme und Gewichtsmauern eine ausreichende Standsicherheit aufweisen, wäre eine Neufestlegung vergleichbarer Sicherheitsfaktoren durchaus vertretbar. So könnte die echte Biegezugfestigkeit des Betons für die Reißsicherheit 1, die echte Druckfestigkeit für die Sicherheit 1,5 für den normalen Betriebsfall bei fiktivem $\mu_w = 1,5$ festgelegt werden. Damit würde die tatsächliche Standsicherheit des Gewölbemauerkörpers immer noch über jener der anderen Talsperrentypen bleiben.

Was ist nun unter "echter" Festigkeit des Betons zu verstehen? Im folgenden Abschnitt soll versucht werden, diese Frage zu klären.

4. Die Festigkeitseigenschaften des Betons

4.1 Allgemeines

Wenn auch Beton heute zu den meist verwendeten Baustoffen gehört, so sind doch seine Brucheigenschaften unter den verschiedenen Belastungsverhältnissen noch nicht geklärt. Diese Schwierigkeit kommt auch darin zum Ausdruck, daß alle Normen Prüfkörpergröße, -lagerung und -alter, Belastungsanordnung und Geschwindigkeit genau vorschreiben, um wenigstens vergleichbare Festigkeitswerte zu erhalten. Bei den folgenden Überlegungen seien nun die Auswirkungen der Lagerungsbedingungen der Probekörper und der Einfluß der Korngröße relativ zur Probekörpergröße vernachlässigt. Es soll lediglich versucht werden, durch Erfassung des wirklichen Spannungszustandes im Prüfkörper eine bessere Übereinstimmung der verschiedenen Versuchsergebnisse zu erzielen. Derartige Vergleiche werden jedoch durch die große Streuung der Prüfergebnisse bei Beton sehr erschwert.

4.2 Beton unter einachsialer Beanspruchung

Hier gibt es ein sehr umfangreiches Versuchsmaterial; die Bestimmung der Kennfestigkeiten ist in den einzelnen Ländern genau genormt.

4.21 Druckfestigkeit

Für die Prüfung der Druckfestigkeit des Betons schreibt die ÖNORM einen Würfel mit 20 cm Kantenlänge vor. Es ist bekannt, daß Würfel anderer Seitenlänge geringfügig, prismatische

oder zylindrische Probekörper wesentlich andere Festigkeitsergebnisse liefern. Diese Unterschiede sind vorwiegend auf die behinderte Querdehnung bei der Lasteinbringung zurückzuführen. Wird diese nämlich durch entsprechende Lastanordnung ausgeschaltet, so ergeben sich recht gut übereinstimmende Druckfestigkeiten, die bei etwa 75 bis 80 % der Würfelfestigkeit bei normaler Versuchsdurchführung und Auswertung liegen. Einen gewissen Einfluß dürfte auch noch die Größe der Oberfläche relativ zum Volumen des Prüfkörpers haben, weil aus Herstellungsgründen der Beton an der Oberfläche wohl immer etwas anders zusammengesetzt ist als im Innern des Prüfkörpers.

4.22 Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit des Betons ist bekanntlich versuchstechnisch schwierig zu bestimmen. Im allgemeinen wird daher ein Biegezugversuch an gedrunkenen Probekörpern durchgeführt; aus der Bruchlast wird nach den Gesetzen der Stabstatik die größte Randzugspannung bestimmt. Je nach dem Verhältnis von Balkenhöhe : Stützweite und der Belastungsanordnung ergeben sich scheinbar verschiedene Biegezugfestigkeiten. Unter Anwendung der Scheibentheorie erhält man jedoch ein wirklichkeitstreuere Bild der Spannungsverteilung im Prüfkörper, die Biegezugfestigkeiten sind dann kaum mehr abhängig von der Versuchsanordnung [1], [5], [8], [10].

Wird mit dem gleichen Beton auch die echte Zugfestigkeit unter einachsiger Belastung bestimmt, so erhält man für diese Zugfestigkeit einen Wert von etwa 60 % der Biegezugfestigkeit. Nimmt man nun in der Biegezugzone einen plastifizierten Bereich vor Eintritt des Bruches an, wie es in der Biegedruckzone im Traglastverfahren durchaus üblich ist, so erhält man eine maximale Randspannung beim Biegezugversuch in der Höhe von 70 % der Randspannung bei normaler Auswertung [2]. Der verbleibende kleine Unterschied dürfte wohl auf andere Nebeneinflüsse, wie z.B. teilweise behinderte Querdehnung, zurückzuführen sein [7].

4.3 Beton unter zweiachsiger Beanspruchung [4], [6], [9], [11]

Das Versuchsmaterial ist hier wesentlich weniger umfangreich, doch dürfte bei allen Festigkeitsversuchen unter mehrachsiger Beanspruchung die Gestaltsabhängigkeit der Ergebnisse wesentlich geringer sein als bei einachsiger Beanspruchung.

4.31 Druck - Druck

Die vorliegenden Versuchsergebnisse zeigen eine deutliche Festigkeitszunahme in Abhängigkeit von der zweiten Hauptdruckspannung. Die maximale Festigkeitszunahme scheint bei einem Spannungsverhältnis von $\sigma_1 : \sigma_2 = 1 : 1,6$ mit etwa 40 % gegenüber der Druckfestigkeit unter einachsiger Beanspruchung zu liegen, wobei jedoch eine eventuelle Abhängigkeit von der Betongüte noch nicht geklärt erscheint. Jedenfalls ist die Festigkeitszunahme bei $\sigma_1 = \sigma_2$ wieder etwas geringer und beträgt nur mehr ca. 30 % der Druckfestigkeit unter einachsiger Beanspruchung.

4.32 Druck - Zug

Derartige Versuche werden als Spalt-Zugversuche häufig durchgeführt; das maßgebende Verhältnis $\sigma_1 : \sigma_2$ beträgt hier etwa 1:5,25. Auch für das Verhältnis Spaltzug- : Biegezugfestigkeit gibt es eine umfangreiche Versuchsliteratur; die

Spaltzugfestigkeit dürfte, wie die reine Zugfestigkeit, etwa 60 % der Biegezugfestigkeit betragen.

Für andere Relationen zwischen σ_1 und σ_2 sind nur wenige Versuche bekannt. Diese zeigen jedoch, daß die Bruchlasten einem eher konvexen Verlauf der Bruchlinie im Zug-Druckbereich entsprechen. So sind Versuche für den dickwandigen Ring unter Innendruck und achsialer Druckbelastung sowie einachsiale Zugversuche mit veränderlichen Druck-Querbelastrungen durchgeführt worden.

4.33 Zug - Zug

Für derartige Beanspruchungen sind dem Verfasser keine Versuche bekannt.

4.4 Bruchgrenzkurve [4]

Nach einer erweiterten Gestaltsänderungshypothese läßt sich eine Bruchgrenzkurve als Ellipse gemäß

$$\left(\frac{\sigma_1}{\beta_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\beta_2}\right)^2 - A \frac{\sigma_1}{\beta_1} \frac{\sigma_2}{\beta_2} + 2 \left(\frac{\sigma_1}{\beta_1} + \frac{\sigma_2}{\beta_2} - 1\right) = 1$$

darstellen. Hierin bedeuten:

σ_1 und σ_2 die im betrachteten Punkt auftretenden Hauptspannungen,

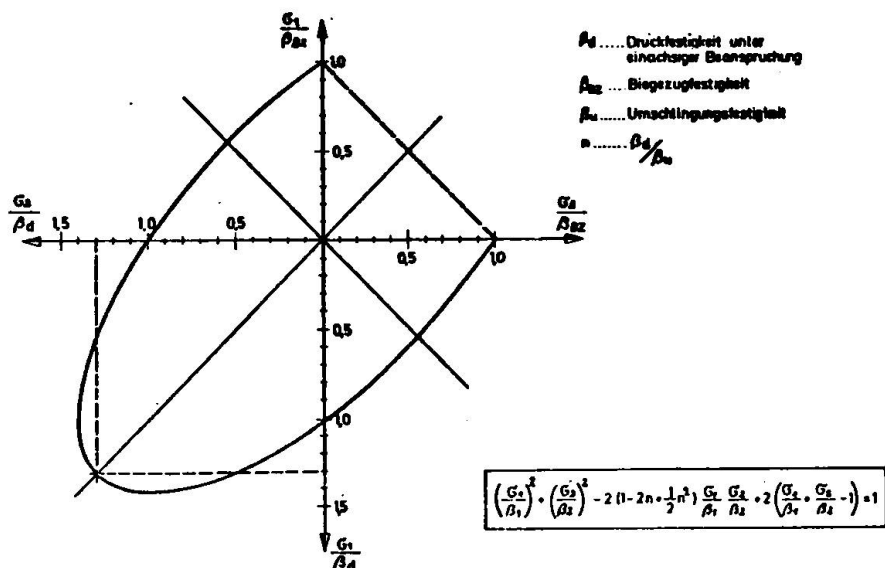
β_1 und β_2 die jeweils maßgebenden einachsialen Bruchspannungen.

Handelt es sich bei σ um eine Zugspannung, ist für β die Biegezugfestigkeit, handelt es sich um eine Druckspannung, ist für β die einachsige Druckfestigkeit anzusetzen.

A ist eine Konstante, die sich aus dem Verhältnis der Umschlingungsfestigkeit β_u (=Druckfestigkeit bei $\sigma_1 = \sigma_2$) zur einachsigen Druckfestigkeit β_d mit

$$A = 2 \left(1 - 2n + \frac{1}{2} n^2\right) \text{ mit } n = \frac{\beta_d}{\beta_u}$$

ergibt.



Mit dieser Ellipse ist die Bruchgrenzkurve des Betons in den drei Quadranten (Druck-Druck und Druck-Zug) definiert. Mangels genauerer Unterlagen könnte im vierten Quadranten, dem Zug-Zugbereich, zunächst eine geradlinige Verbindung der beiden Eckpunkte der Bruchgrenzlinie für einachsige Beanspruchungen angenommen werden (Abb.1)

Die Verwendung der Biegezugfestigkeit als Kennwert für die Zugfestigkeit des Betons erscheint so lange gerechtfertigt, als in der statischen Berechnung die Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes bis zum Bruch vorausgesetzt, die Plastifizierung der Zugzone also nicht berücksichtigt wird.

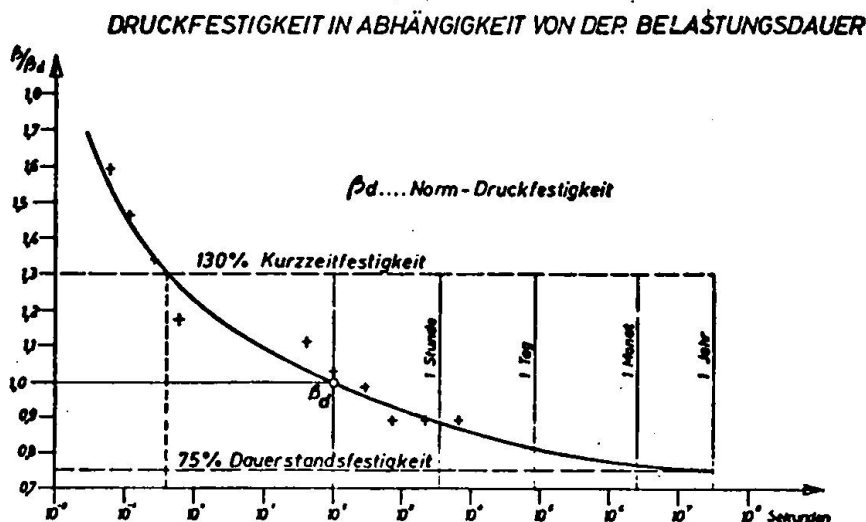
Setzt man in die Gleichung der Bruchgrenzlinie für β_d , β_u und β_{sz} die zulässigen Werte ein, so umschließt die entsprechende Ellipse den zulässigen Beanspruchungsbereich.

4.5 Einfluß der Belastungsdauer [3], [12]

Nach den allgemein geltenden Normen werden Bruchversuche an Betonprobekörpern mit Belastungsgeschwindigkeiten durchgeführt, die zu einem Eintreten des Bruches innerhalb etwa 2 Minuten führen. Die so erhaltene Festigkeit ist zu Vergleichszwecken, also etwa Festlegung von Güteklassen und Gleichmäßigkeitsprüfungen auf der Baustelle, durchaus geeignet, sollte aber für die Festlegung von zulässigen Beanspruchungen bzw. "Sicherheitsfaktoren" nicht unmittelbar verwendet werden.

Für rasch schwankende Beanspruchungen, sei es nun im Druckbereich oder auch im Druck-Zugbereich, liegen zahlreiche Versuchsergebnisse vor. So sinkt unter Druck-Schwellbeanspruchung die Druckfestigkeit bis auf 60 % des Wertes bei der Normenprüfung, bei Biege-Schwellbeanspruchung kann dieser Wert bis auf 50 % der beim genormten Versuch erhaltenen Biegezugfestigkeit absinken. Dabei ist natürlich der Schwellbereich und die Zahl der Lastwechsel (bei diesen Versuchen mit zwei Millionen angenommen) von entscheidendem Einfluß.

Auch für Talsperren ist die Größe der Festigkeit in Abhängigkeit von der Belastungsdauer von Interesse, handelt es sich hier doch im allgemeinen um lang dauernde Belastungen, die sich z.B. bei Jahresspeichern nur langsam innerhalb eines Jahres ändern. Selbst die Tagestemperaturschwankungen, die außerdem nur an der Oberfläche der Staumauer rasch wechselnde Temperaturspannungen hervorrufen, sind relativ langsam und erreichen z.B. in 100 Jahren nur etwa 36.500 Spannungswechsel. Der Einfluß normaler Spannungswechsel kann daher bei Talsperren vernachlässigt werden, der Einfluß der Belastungsdauer ist jedoch zu berücksichtigen.



Die Dauerstandsfestigkeit des Betons dürfte bei 75 % der Normen-druckfestigkeit liegen; dabei wird der Versuchskörper ständig der späteren Bruchlast unterworfen. In der Praxis erreicht die Dauerlast höchstens den zulässigen Teil der Bruchlast, die erforderliche Abminderung wird also wesentlich geringer sein.

Seltene Schwingungsbeanspruchungen, z.B. durch Erdbeben, ergeben Spannungsspitzen in der Stauwand, die nur zehntelsekundenlang dauern. Für derart kurzzeitige Spitzenbelastungen wurde in entsprechenden Versuchen eine Bruchfestigkeit von 130 % der Normenfestigkeit ermittelt.

5. Festlegung der maßgebenden Betonfestigkeit

Ein Vergleich der in den verschiedenen Ländern gültigen Richtlinien zeigt bei oberflächlicher Betrachtung wesentliche Unterschiede. So wird z.B. das maßgebende Betonalter in der Schweiz mit 90 Tagen, in den USA mit 365 Tagen festgelegt. Die Begründung hierfür liegt darin, daß in der Schweiz im allgemeinen Normalzement für den Sperrenbeton verwendet wird, dessen Erhärtung nach 90 Tagen bereits weitgehend abgeschlossen ist, und in den USA vielfach Puzzolan-Zemente verwendet werden, deren Erhärtung wesentlich langsamer, aber dafür über einen längeren Zeitraum vor sich geht. Für große Talsperren, bei denen der Vollstau meist erst 1 Jahr nach Betonierende erreicht wird und die unter Verwendung von Zementen niedriger Wärmetönung errichtet werden, ist daher die Bestimmung der Kennfestigkeit im Alter von 1 Jahr durchaus gerechtfertigt. Der Festigkeitszuwachs dürfte dann immer noch jenem eines Normalzementes ab dem Alter von 90 Tagen entsprechen.

Ein anderes Problem ergibt sich aus der Streuung der Ergebnisse von Beton-Güteprüfungen. Während z.B. in der Schweiz die Kennfestigkeit auf den Mittelwert der Prüfergebnisse bei Einhaltung einer bestimmten Streuung bezogen ist, wird in Österreich das 90 %-Fraktile als repräsentativ errechnet, bei dem die Streuung bereits berücksichtigt ist. In der Schweiz wird übrigens fallweise auch noch die Wahrscheinlichkeit, mit der die Betonfestigkeit die tatsächliche Beanspruchung unterschreitet, mit 10^{-7} vorgeschrieben. Bei dieser Betrachtungsweise muß allerdings der statistischen Untersuchung die logarithmische Normalverteilung zugrundegelegt werden, die bekanntlich kleinere Festigkeitswerte als Null ausschließt, während in der üblichen Gaußschen Normalverteilung auch negative Festigkeitswerte enthalten wären.

Ebenso unterschiedlich sind die Vorschriften in den verschiedenen Ländern bezüglich der Form und Größe der Betonprobekörper, an denen die maßgebenden Betonfestigkeiten bestimmt werden. So sind für die Druckfestigkeiten Würfel und Zylinder verschiedener Abmessungen üblich, die Biegezugfestigkeit wird an Balken unterschiedlicher Höhe und Länge unter 1 oder 2 Einzellasten bestimmt. Auf Grund der in Punkt 4) zusammengestellten Überlegungen wird vorgeschlagen, die Prismenfestigkeit des Betons unter einachsialer Beanspruchung und die Biegezugfestigkeit, sofern diese unter Anwendung der Scheibentheorie ermittelt wurde, als Kennfestigkeiten beizubehalten. Es erscheint weiters zweckmäßig, als dritte Kennfestigkeit die Umschlingungsfestigkeit, also die Bruchfestigkeit des Betons unter zweiachsialer gleichmäßiger Druckbeanspruchung, einzuführen. Bei den Sicherheitsbetrachtungen ist dann zumindest die in einem Flächen-tragwerk vorhandene zweiachsiale Beanspruchung zu berücksichtigen. Dabei wird die dritte, in radialer Richtung wirkende Hauptspannung, die bei vollem Speicher an der Wasserseite dem Wasserdruck entspricht und an der Luftseite verschwindet, vernachlässigt. Während sich bei

diesem Verfahren etwas größere zulässige Spannungen ergeben, wenn beide Hauptspannungen Druckspannungen sind, ist diese Definition wesentlich ungünstiger, wenn eine der beiden Hauptspannungen eine Zugspannung ist. Ansätze für derartige Überlegungen sind bereits in den Schweizer Richtlinien enthalten.

6. Zusammenfassung

Auf Grund der vorliegenden Untersuchungen werden folgende Richtlinien vorgeschlagen:

6.1 Als Kennfestigkeit des Betons ist das 90 %-Fraktile der Güteprüfungen im Alter von 365 Tagen zu bestimmen.

6.2 Folgende Kennfestigkeiten sind an geeigneten Prüfkörpern zu ermitteln:

6.21 die Prismendruckfestigkeit,

6.22 die Biegezugfestigkeit unter Berücksichtigung der Scheibentheorie,

6.23 die Umschlingungsfestigkeit.

Für die laufenden Betongüteprüfungen auf der Baustelle genügt die Bestimmung der Druckfestigkeit und der Spaltzugfestigkeit an einheitlichen Prüfkörpern (Würfel oder Zylinder) im Alter von 28 Tagen. Im Zuge der Eignungsprüfung sind die erforderlichen Vergleichsversuche durchzuführen, um gesicherte Relationen zu den Kennfestigkeiten herzustellen.

6.3 Die randparallelen Hauptspannungen für eine um 50 % gegenüber dem normalen Betriebslastfall erhöhte Wasserlast müssen innerhalb des zulässigen Beanspruchungsbereiches der Bruchgrenzlinie liegen, wenn die Sicherheit auf Biegezug = 1 und jene im Druckbereich = 1,5 gesetzt wird.

6.4 Im Ausnahmefall "Erdbeben" kann die größte Betondruckspannung die Hälfte der um 30 % erhöhten Druckfestigkeit erreichen; örtliche Überschreitungen der Biegezugfestigkeit sind zulässig.

Literaturverzeichnis:

- [1] G.Naschold,
"Die größten Randspannungen der geraden, rechteckigen
Balken mit Einzellasten",
Der Bauingenieur, 22 (1941), Heft 5/6.
- [2] F.Gebauer,
"Über die Biegezugfestigkeit des Betons und ihre Mit-
wirkung im Stahlbetonbalken",
Bauplanung-Bautechnik, 11.Jg., Heft 7, 1957.
- [3] H.Rüsch,
"Physikalische Fragen der Betonprüfung"
Zement-Kalk-Gips, 1959/Heft 1
- [4] H.Weigler/G.Becker,
"Über das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton bei
mehrachsiger Beanspruchung",
Der Bauingenieur, 36 (1961), Heft 10.
- [5] A.Mayer,
"Die Biegezugfestigkeit als Gütemerkmal des Betons",
Der Bauingenieur, 38 (1963), Heft 2.
- [6] H.Weigler/G.Becker,
"Untersuchungen über das Bruch- und Verformungsverhalten
von Beton bei zweiachsiger Beanspruchung",
Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Berlin 1963,
- [7] Enquete "Essai de Traction directe du Beton"
BULLETIN RILEM, September 1963, (Nr.20).
- [8] W.Schleeh,
"Die Spannungszustände in Biegezugbalken nach der
strengen Biegetheorie". Ein Beitrag zur Ermittlung der
Biegezugfestigkeit des Betons.
Beton 3, 1964.
- [9] T.Hatano/S.Seki/N.Nishizawa,
"Strength of concrete under combined tensile and
compressive stresses, and its application to design of
dam concrete",
8.Internationaler Talsperrenkongreß 1964.
- [10] H.G. Hellmann,
"Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons",
Beton 2, 1969.
- [11] F.Bremer,
"Festigkeits- und Verformungsverhalten des Betons bei
mehrachsiger Beanspruchung",
FIP Kongreß, Prag 1970.
- [12] T.Hatano,
Aseismic Design Criteria for arch dams in Japan.
ICOLD IX, 1967, Q35/R.1

Zusammenfassung

Im vorliegenden Bericht wird zunächst versucht, die üblichen Sicherheitsfaktoren für die Bemessung des Sperrenkörpers verschiedener Talsperrentypen zu vergleichen. Dabei wird für alle Talsperrentypen die mögliche Erhöhung des spezifischen Gewichtes des Wassers als Sicherheitsdefinition eingeführt. Das Ergebnis bestätigt die bekannte Erfahrung, daß Gewölbemauern die größte Standsicherheitsreserve erreichen. Die üblichen Sicherheitsfaktoren für die Ermittlung der erforderlichen Festigkeit des Betons können daher ermäßigt werden. Für die Neufestlegung wird vorgeschlagen

- von den Spannungen in der Gewölbemauer unter 1,5-facher Wasserlast auszugehen,
- die Festigkeitseigenschaften des Betons unter der in der Gewölbemauer tatsächlich vorhandenen, zumindest zweiachsigen Dauerbeanspruchung zu berücksichtigen.

Summary

This Report tries at first to compare the safety factors commonly used for the design of various types of dams, introducing the possible increase in the specific weight of the water as a definition of safety. The result confirms the well-known experience that arch dams attain the largest stability reserve, which allows a reduction of the usual safety factors used in calculating the concrete strength requirements. For a new procedure, we suggest that

- the calculations be based on the stresses in the dam caused by 1.5 water load;
- the strength properties of concrete under the at least biaxial permanent stresses actually present in the dam be considered.

Resume

Ce rapport essaie tout d'abord de comparer les facteurs de sécurité normalement employés pour le calcul de différents types de barrages, tout en introduisant l'augmentation possible du poids spécifique de l'eau comme définition de sécurité. Le résultat affirme l'expérience bien connue que les barrages en voûte atteignent la plus grande réserve de stabilité, ce qui permet de réduire les facteurs de sécurité usuels employés pour le calcul de la résistance nécessaire du béton. Pour une nouvelle méthode, il est proposé

- de procéder à partir des contraintes causées par 1,5 fois la charge de l'eau;
- de tenir compte des qualités de résistance du béton sous la sollicitation permanente au moins biaxiale qui est réellement présente dans le barrage en voûte.

Leere Seite
Blank page
Page vide

A probabilistic contribution to the safety analysis of thick arch-gravity concrete dams

Une contribution probabilistique à l'analyse de la sécurité des barrages poids-voûte en béton

Wahrscheinlichkeitsbeitrag zur Sicherheitsanalyse von Schwerkraft-Bogen-Staudämmen aus Beton

Angelo BERIO, Professor at University of Cagliari, Italy

Carlo VIVANET, Associate Professor at University of Cagliari, Italy

1. INTRODUCTION

In conventional design, the safety of concrete dams is usually measured in terms of deterministic safety factors [1, 2, 3, 4, 5].

Nevertheless, because of various design uncertainties (such as ones, for example, on the strength and deformation of rock foundations, on the true distribution of uplift, on the temperature variations,.....) and also because of the fact that concrete exhibits quite often a considerable degree of space-wise randomness in its mechanical properties (elastic moduli and local yield strength), a probabilistic quantity, such as the probability of failure, seems to be an alternative preferable measure (or more precisely countermeasure) of the dam safety [6, 7].

In the present study, as a preliminary approach to the question concerning the randomness of concrete properties, an attempt is made to apply to arch-gravity dams recent concepts of probabilistic safety analysis and stochastic continuum mechanics.

The study consists of two main parts :

1. Evaluation of the probability of functional dam failure corresponding to a conventional limit state of serviceability, in which elastically constrained plastic deformations arise in some selected points of the structure. As it will be explained in that follows, the main idea developed in this part lies in

the interpretation that, as well as the concrete local yield strength [8, 9], also the three-dimensional elastic stresses in the dam are random functions of space variables.

2. Description of a method for obtaining a lower bound, as large as possible, of the probability of structural dam failure, corresponding to a limit state of collapse in which the maximum load that the dam can carry is reached. This method constitutes a probabilistic modified version, adapted for the case of arch-gravity dams, of a previous deterministic one, established in [10] for the case of pure arch dams with one or double curvature.

2. PROBABILISTIC MODEL FOR YIELD STRENGTH OF DAM CONCRETE

It is assumed herein that a thick arch-gravity concrete dam can be regarded as a three-dimensional random continuum, whose elastic moduli and local yield strength have to be described by means of stochastic functions of space coordinates.

Being unnecessary, in view of the purpose of the following analysis, a specific probabilistic characterization of elastic moduli (whose random effects on the stress state will be implicitly taken into account by later assumptions concerning the stochastic distribution of elastic stresses), we now deal with the only probabilistic specification of the concrete yield strength.

Following earlier works [8, 9, 11, 12], in that follows we assume the compressive local yield strength Y of dam concrete to be a homogeneous Gaussian process of the spatial cylindrical coordinates r, θ, z , with mean value m_Y , standard deviation D_Y , and normalized auto-correlation function

$$\rho_Y = \exp(-d^2/d_0^2) \quad (2.1)$$

In (2.1), $d^2 = r^2 - 2r r' \cos(\theta - \theta') + r'^2 + (z - z')^2$ is the square of the distance between two typical points P and P' of the dam (having coordinates r, θ, z and r', θ', z' , respectively), and d_0 is a real constant. As it is shown in Fig.2.1, ρ_Y becomes negligible when $d > 2d_0$.

Thus, denoting by y and y' the permissible values of Y at the points P and P' , respectively, the two-dimensional probability density of the concrete yield strength can be expressed in the form:

$$p_{YY}(y, y') = \frac{1}{2\pi q D_Y^2} \exp(-p^2/2 q^2 D_Y^2) \quad (2.2)$$

where $p^2 = (y - m_Y)^2 - 2\rho_Y(y - m_Y)(y' - m_Y) + (y' - m_Y)^2$, and $q^2 = 1 - \rho_Y^2$.

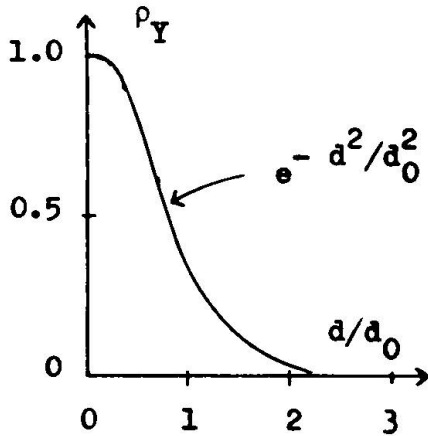


Fig.2.1

With regard to the expression (2.2), firstly it has to be observed that both m_Y and D_Y are supposed herein to be independent of space variables.

Secondly, it has to be noted that D_Y must be sufficiently small by comparison with m_Y ; this is a necessary condition to avoid inaccuracies once the normal probability density for the compressive (non-negative) yield strength has been introduced. As it is clear, being $D_Y = 0.2 m_Y$ a reasonable value for the standard deviation of concrete yield strength [9, 13], such a condition can be considered herein as sufficiently satisfied.

In that follows, it will be useful to remember that, as it is easy to deduce from (2.2), the one-dimensional probability density of Y is

$$p_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{YY'}(y, y') dy' = \frac{\exp[-(y-m_Y)^2/2 D_Y^2]}{\sqrt{2\pi} D_Y} \quad (2.3)$$

3. ASSUMPTIONS ON THE PROBABILISTIC DISTRIBUTION OF PRINCIPAL STRESSES

As a consequence of the randomness of the mechanical properties characterizing either elastic or inelastic response of dam concrete, also the stress state really exhibits in the dam a peculiar stochastic nature. Thus, also its components have to be described as random functions of spatial coordinates.

In the present analysis, it is assumed that, as a general consequence of all possible causes of material randomness, the principal stresses Σ_i ($i = 1, 2, 3$) can be considered as uncorrelated normally distributed random functions with mean values m_{0i} and standard deviations D_{0i} .

Then, their joint probability density can be expressed as

$$p_{\Sigma_1 \Sigma_2 \Sigma_3}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = p_{\Sigma_1}(\sigma_1) p_{\Sigma_2}(\sigma_2) p_{\Sigma_3}(\sigma_3) \quad (3.1)$$

where

$$p_{\Sigma_1}(\sigma_1) = \frac{\exp[-(\sigma_1 - m_{01})^2/2 D_{01}^2]}{\sqrt{2\pi} D_{01}} \quad (3.2)$$

is the marginal probability density of Σ_1 , and σ_1 is its permissible value.

In view of the purpose of defining an adequate probabilistic criterion for the local failure of concrete, it is now convenient to introduce the three so-called cylindrical stress invariants X_1, X_2, X_3 , whose permissible values x_1, x_2, x_3 can be expressed in terms of principal stresses as

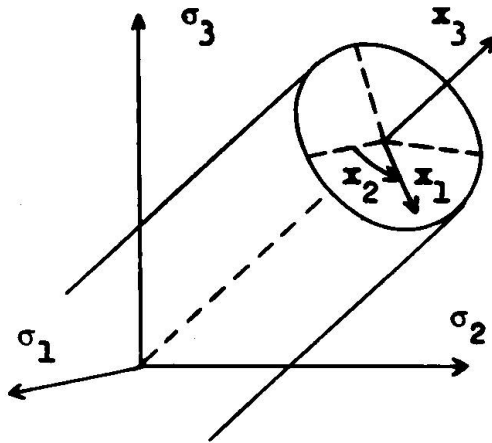


Fig.3.1

$$x_1 = \left[\frac{1}{3} \sum_{i>j} (\sigma_i - \sigma_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$x_2 = \arctan \frac{\sqrt{3} (\sigma_2 - \sigma_3)}{2 \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}$$

$$x_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3}}$$

As it is well known, such invariants are the cylindrical coordinates of the point having, in the stress space (Fig.3.1), the principal stresses as Cartesian ones.

It has been indicated previously [11, 12] that, by assuming for the sake of simplicity $D_{01} = D_{02} = D_{03} = D$ and setting

$$m_1 = \left[\frac{1}{3} \sum_{i>j} (m_{0i} - m_{0j})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

$$m_2 = \arctan \sqrt{3} (m_{02} - m_{03}) (2 m_{01} - m_{02} - m_{03})^{-1} \quad (3.4)$$

$$m_3 = (m_{01} + m_{02} + m_{03}) / \sqrt{3}, \quad (3.5)$$

the joint probability density of the cylindrical invariants can be written as

$$p_{X_1 X_2 X_3}(x_1, x_2, x_3) = p_{X_1 X_2}(x_1, x_2) p_{X_3}(x_3) \quad (3.6)$$

where

$$p_{X_1 X_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{2 \pi D^2} \exp \left(- \frac{x_1^2 - 2 x_1 m_1 \cos(x_2 - m_2) + m_1^2}{2 D^2} \right) \quad (3.7)$$

$$p_{X_3}(x_3) = \frac{1}{\sqrt{2 \pi} D} \exp \left(- \frac{(x_3 - m_3)^2}{2 D^2} \right) \quad (3.8)$$

With regard to equations from (3.2) to (3.8), it has to be pointed out that, in the general case, m_{0i} and D_{0i} , as well as m_1 and D , are functions depending on the coordinates of space points and also on time (or on a load parameter depending on time).

Furthermore, it is interesting to note that, as it is easy to deduce (i), the marginal probability density of X_1 can be rigorously expressed in the form :

$$p_{X_1}(x_1) = \int_0^{2\pi} p_{X_1 X_2}(x_1, x_2) dx_2 = \frac{x_1}{D^2} \exp\left(-\frac{x_1^2 + m_1^2}{2 D^2}\right) I_0\left(\frac{x_1 m_1}{D^2}\right) \quad \dots (3.9)$$

where

$$I_0(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\rho \cos \mu} d\mu$$

is the modified Bessel function of order zero.

In order to express the probability density of X_1 in a simplified manner, more suitable for further elaborations, we now observe that, if D is sufficiently small by comparison with m_1 (and this is that we suppose in the present case), then we can approximately write (ii) :

$$I_0\left(\frac{x_1 m_1}{D^2}\right) \approx \frac{D}{\sqrt{2\pi} x_1 m_1} \exp\left(\frac{x_1 m_1}{D^2}\right)$$

Consequently, from (3.9) it is easy to deduce :

$$p_{X_1}(x_1) \approx \sqrt{x_1/m_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi} D} \exp\left(-\frac{(x_1 - m_1)^2}{2 D^2}\right) = \sqrt{x_1/m_1} g(x_1, m_1, D) \quad \dots (3.10)$$

where $g(x_1, m_1, D)$ is a Gaussian curve.

Therefore, because of the factor $\sqrt{x_1/m_1}$, the approximate expression (3.10) of the probability density of X_1 differs from a Gaussian curve in such a way that, as shown in Fig.3.2, we have $p_{X_1}(x_1) \leq g(x_1, m_1, D)$ in accordance with the value of $x_1 \leq m_1$.

In this connection, it has to be pointed out that, in the range $x_1 \gg m_1$ (which is the most interesting from the point of view of the safety analysis), the effect produced by the factor $\sqrt{x_1/m_1}$ is similar to that caused by an increase of the standard deviation of $g(x_1, m_1, D)$.

(i) See, for instance, A. Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes", MacGraw-Hill Book Company, New York, 1965, pp.195-196.

(ii) See, for instance, M. Boll, "Tables numériques universelles", Dunod, Paris, 1957, p.739.

Thus, taking into account the considerable uncertainty of the true value of D and in view of several practical advantages, it seems reasonable to adopt, as a possible alternative approximate expression of the probability density of X_1 , the Gaussian form :

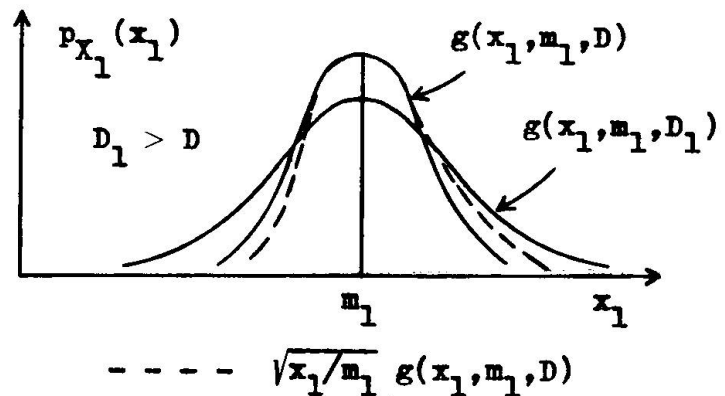


Fig.3.2

$$p_{X_1}(x_1) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} D_1} \exp\left(-\frac{(x_1 - m_1)^2}{2 D_1^2}\right) \quad (3.11)$$

in which a conveniently selected value $D_1 > D$ is introduced for the standard deviation.

4. PROBABILITY OF FUNCTIONAL DAM FAILURE

For simplicity, as failure surface for plain concrete under complex states of stress, we adopt in the present note a circular cone having the axis coinciding, in the space of principal stresses, with the x_3 -axis (Fig.4.1). Then, such a failure surface can be expressed by the relation

$$X_1 + \sqrt{2} (1 - \alpha) X_3 = \sqrt{2/3} \alpha Y \quad (4.1)$$

in which α is a deterministic constant coefficient depending upon the material.

In connection with (4.1), it is convenient to observe that such an equation can be regarded either as a particular case (in probabilistic version) of the more general (deterministic) yield surface described in [14, 15] or as a consistent generalization of the well known experimental formula (obtained by Richart, Brantzaeg and Brown, and recently discussed in [16]) for predicting ultimate load capacity of triaxially loaded concrete

$$\sigma' = \sigma_Y + 4.1 \sigma'' \quad (4.2)$$

in which σ' is the axial (compressive) stress at failure and σ'' the lateral pressure.

In order to obtain that (4.1) can coincide with (4.2) for the case of the triaxial state of stress, it is easy to deduce that α must be approximately equal to $1/2$.

Let us now denote by $B = B_x \cup B_y$ the union of the region B_x of the stress space, containing all the points with coordinates x_1, x_2, x_3 such that

$$x_1 + \sqrt{2}(1 - \alpha) x_3 < \sqrt{2/3} \alpha y \quad \text{and} \quad 0 \leq x_2 \leq 2\pi,$$

with the set B_y containing all permissible values $0 \leq y \leq \infty$ of Y .

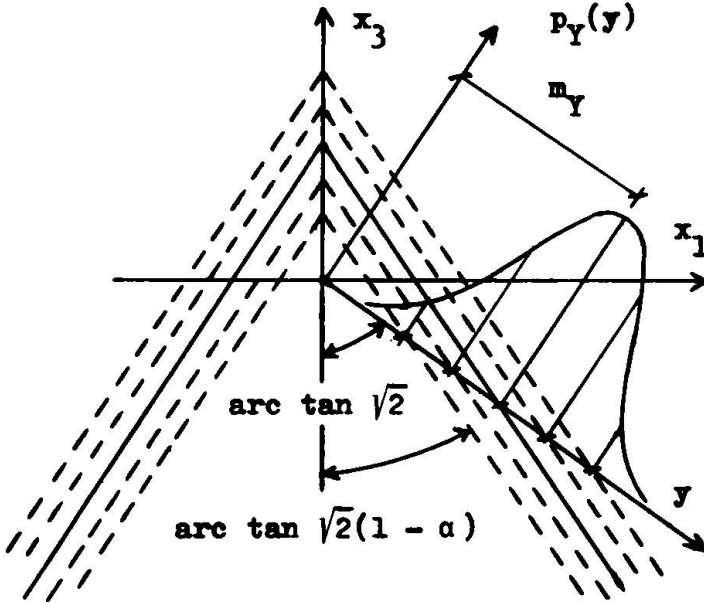


Fig.4.1

Therefore, the probability P_E of the elastic dam survival, without reaching in any material point the conventional limit state (4.1) of functional (or local) failure, is evidently the probability of the event that the random point with coordinates X_1, X_2, X_3 and Y occurs in the set B . As well known, P_E can be then expressed as the in-

tegral of the joint probability density $p_{X_1 X_2 X_3 Y}(x_1, x_2, x_3, y)$ of X_1, X_2, X_3, Y taken over B :

$$P_E = \Pr \left[(X_1, X_2, X_3, Y) \in B \right] = \int_B p_{X_1 X_2 X_3 Y} dx_1 dx_2 dx_3 dy \quad (4.3)$$

and the functional failure probability $P_F = 1 - P_E$ can be explicitly written as

$$P_F = 1 - \int_0^\infty dy \int_{-\infty}^{h_0 y} dx_3 \int_0^{2\pi} dx_2 \int_0^{h(x_3, y)} p_{X_1 X_2 X_3 Y} dx_1 \quad (4.4)$$

where $h_0 = \alpha/\sqrt{3}(1-\alpha)$ and $h(x_3, y) = \sqrt{2/3} \alpha y - \sqrt{2}(1-\alpha) x_3$.

Assuming for simplicity the stress state to be stochastically independent of the local yield strength Y (an analogous hypothesis, even if somewhat debatable, is habitually employed in structural safety analysis), namely

$$p_{X_1 X_2 X_3 Y}(x_1, x_2, x_3, y) = p_{X_1 X_2 X_3}(x_1, x_2, x_3) p_Y(y), \quad (4.5)$$

and taking into account equations (3.6) and (3.9), it is easy

to recognize that expression (4.4) can be rewritten as

$$P_F = 1 - \int_0^{\infty} p_Y(y) dy \int_{-\infty}^{h_0 y} p_{X_3}(x_3) dx_3 \int_0^{h(x_3, y)} p_{X_1}(x_1) dx_1 \quad (4.6)$$

Equation (4.4) unrestrictedly, and equation (4.6) subordinately to assumption (4.5), provide a rigorous expression of the functional failure probability P_F .

In order to obtain an alternative simplified expression of such a probability, more suitable for rapid calculations, we now consider a new random variable Z defined as

$$Z = X_1 + \sqrt{2}(1 - \alpha) X_3 - \sqrt{2/3} \alpha Y \quad (4.7)$$

Assuming as probability densities of X_1 , X_3 and Y the Gaussian ones expressed by relations (3.11), (3.8) and (2.3), respectively, and supposing such relations to be valid for every value of x_1 , x_3 and y included between $-\infty$ and $+\infty$ (this requires, to avoid inaccuracies, $D_1 \ll m_1$ and $D_Y \ll m_Y$, being X_1 and Y both essentially non-negative), also the probability density of Z is Gaussian:

$$p_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} D_Z} \exp\left(-\frac{(z-m_Z)^2}{2 D_Z^2}\right) \quad (4.8)$$

Moreover, the mean value m_Z and dispersion D_Z^2 of Z can be expressed, respectively, in terms of m_1 , m_3 , m_Y and D_1 , $D_3 = D$, D_Y as

$$m_Z = m_1 + \sqrt{2}(1 - \alpha) m_3 - \sqrt{2/3} \alpha m_Y \quad (4.9)$$

$$D_Z^2 = D_1^2 + 2(1 - \alpha)^2 D_3^2 + \frac{2}{3} \alpha^2 D_Y^2 \quad (4.10)$$

Being in virtue of (4.1) and (4.7)

$$P_E = 1 - P_F = \Pr(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 p_Z(z) dz,$$

it is then immediate to deduce:

$$P_E = \frac{1}{2} - \Phi(m_Z/D_Z), \quad P_F = \frac{1}{2} + \Phi(m_Z/D_Z) \quad (4.11)$$

where

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\rho e^{-\mu^2/2} d\mu$$

is a well known error-type function, for which exhaustive numerical tables are available.

5. APPLICATION TO A DAM WITH A SCHEMATIC STRESS DISTRIBUTION

For the purpose of exemplification, let us consider a typi-

cal cylindrical arch-gravity dam, having a cross-section such as that shown in Fig.5.1.

Denoting by H the height of the dam and by R the radius of its upstream face, the vertical variation of the thickness t , which has been considered herein, is such that

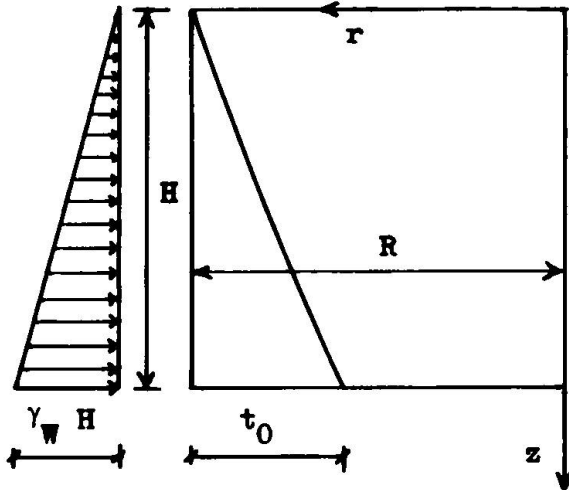


Fig.5.1

$$\frac{t}{R} = 1 - \sqrt{1 - a \frac{z}{H}} \quad (5.1)$$

where $a = (2 - t_0/R)t_0/R$ and t_0 is the thickness at $z = H$ (Fig.5.1).

It has to be pointed out that if, as this is frequently the case, t_0/R is small enough by comparison with the unit, then (5.1) can be linearized and t can be approximately expressed as

$$t \approx t_0 \frac{z}{H} = b z \quad (5.2)$$

For the simplicity of exemplification, we assume in this section that in the deterministic ave-

rage elastic case (i.e., in the case in which the elastic moduli of dam concrete are defined as the average values of the actual ones) the elastic three-dimensional stress state of the dam can be schematically represented by means of a stress tensor having the following non-zero physical components

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\sigma_A \frac{1-\varphi}{a} - \sigma_B \frac{z}{H} \\ \sigma_\theta &= -\sigma_A \frac{1+\varphi}{a} \\ \sigma_z &= \sigma_B \left(\frac{z}{H} - 2\psi \right) b^{-2} - \sigma_C \left(\frac{z}{H} - \psi \right) \\ \tau_{rz} &= \sigma_B \frac{\psi}{b} \end{aligned} \quad (5.3)$$

in which we have introduced the notations

$$\sigma_A = \gamma_w H (1 - \omega), \quad \sigma_B = \gamma_w H \omega, \quad \sigma_C = \gamma_c H$$

$$\varphi = (1 - a z/H)(R/r)^2, \quad \psi = (R - r)/t_0$$

where γ_w is the specific weight of the water, γ_c is the one of the concrete, and ω is a repartition coefficient for the load taken by the arch action and by the cantilever one.

It is worthwhile to mention, in connection with (5.3), that

the case $\omega = \gamma_C = 0$ (for which we have $\sigma_A = \gamma_W H$ and $\sigma_B = \sigma_C = 0$) corresponds to an exact three-dimensional axially symmetric solution, obtained in a previous paper [17], for a cylindrical tank having thickness variation similar to one expressed by (5.1) and subjected to only hydrostatic pressure.

On the contrary, the case $\omega = 1$ (which corresponds to $\sigma_A = 0$, $\sigma_B = \gamma_W H$ and $\sigma_C = \gamma_C H$) represents the well known Lévy's solution for gravity dams, having thickness variation similar to one expressed by (5.2) and subjected both to hydrostatic pressure and to dead load.

Moreover, it has to be observed that, as it is well known, the Lévy's solution for dead load can be regarded as an almost exact solution also for a cylindrical arch-gravity dam, in consequence of the fact that such a dam is normally built of blocks separated by vertical joints, which are usually open during the course of construction.

For the purpose of demonstration, and in order to avoid further complications, we suppose at this point that, in evaluating m_1 and m_3 by means of (3.3) and (3.5), respectively, the mean values m_{01} , m_{02} and m_{03} can be calculated as principal values of the stresses (5.3):

$$\begin{aligned} m_{01} &= \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_z) + \frac{1}{2} \left[(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 4 \tau_{rz}^2 \right]^{1/2} \\ m_{02} &= \sigma_\theta \\ m_{03} &= \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_z) - \frac{1}{2} \left[(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 4 \tau_{rz}^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Then, if, in view of simplifying numerical computations, we assume $a = b = 1/2$ and $\gamma_C / \gamma_W = 2.4$, from equations (5.3), (5.4), (3.3) and (3.5) we can deduce what follows.

1. At upstream face (for which we have $r = R$, $\varphi = 1 - \frac{z}{H}$ and $\psi = 0$), the mean values m_1 and m_3 are

$$m_1 = \sqrt{2/3} \gamma_W H \left[C_0 + C_1(z/H) + C_2(z/H)^2 \right]^{1/2} \quad (5.5)$$

$$m_3 = - \sqrt{1/3} \gamma_W H \left[C_3 + C_4(z/H) \right]$$

where

$$C_0 = 16 (1 - \omega)^2, \quad C_1 = -2.4 (1 - \omega)(9 - 10\omega),$$

$$C_2 = 0.12 (73 - 205\omega + 175\omega^2),$$

$$C_3 = 4 (1 - \omega), \quad C_4 = 2.4 - 3\omega$$

2. At downstream face (for which we have $r = R - t$, $\varphi = 1$ and $\psi = z/H$), m_1 and m_3 can be written as

$$m_1 = \sqrt{2/3} \gamma_W H \left[D_0 + D_1(z/H) + D_2(z/H)^2 \right]^{1/2} \quad (5.6)$$

$$m_3 = - \sqrt{1/3} \gamma_W H \left[D_3 + D_4(z/H) \right]$$

where

$$D_0 = 16 (1 - \omega)^2 = C_0, \quad D_1 = -20 \omega (1 - \omega), \quad D_2 = 25 \omega^2, \\ D_3 = 4 (1 - \omega) = C_3, \quad D_4 = 5 \omega$$

If, in addition, we suppose for simplicity $\alpha = 1/2$ and $\beta = m_1/D_1 = m_3/D_3 = m_Y/D_Y$, then, taking into account relations (5.5), (5.6), (4.9) and (4.10) and setting $\eta = \gamma_W H / m_Y$, we can write the failure probability P_F , previously expressed by the second of relations (4.11), in the form :

$$P_F = \frac{1}{2} - \Phi \left(\beta \frac{1 - \eta (2M - N)}{\sqrt{1 + \eta^2 (4M^2 + N^2)}} \right) \quad (5.7)$$

where, in the case of the upstream face, one must assume

$$M^2 = C_0 + C_1 z/H + C_2 (z/H)^2 \quad \text{and} \quad N = C_3 + C_4 z/H,$$

while, in the case of the downstream one, it has to be assumed

$$M^2 = D_0 + D_1 z/H + D_2 (z/H)^2 \quad \text{and} \quad N = D_3 + D_4 z/H.$$

In Fig.5.2, to illustrate the foregoing results, curves $P_F = P_F(z/H)$, deduced by (5.7) for $\beta = 4$ and $\eta = 1/40$, are plotted for $r = R$ (upstream face) and for $\omega = 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1$.

In Fig.5.3, analogous curves are plotted for the case of the downstream face.

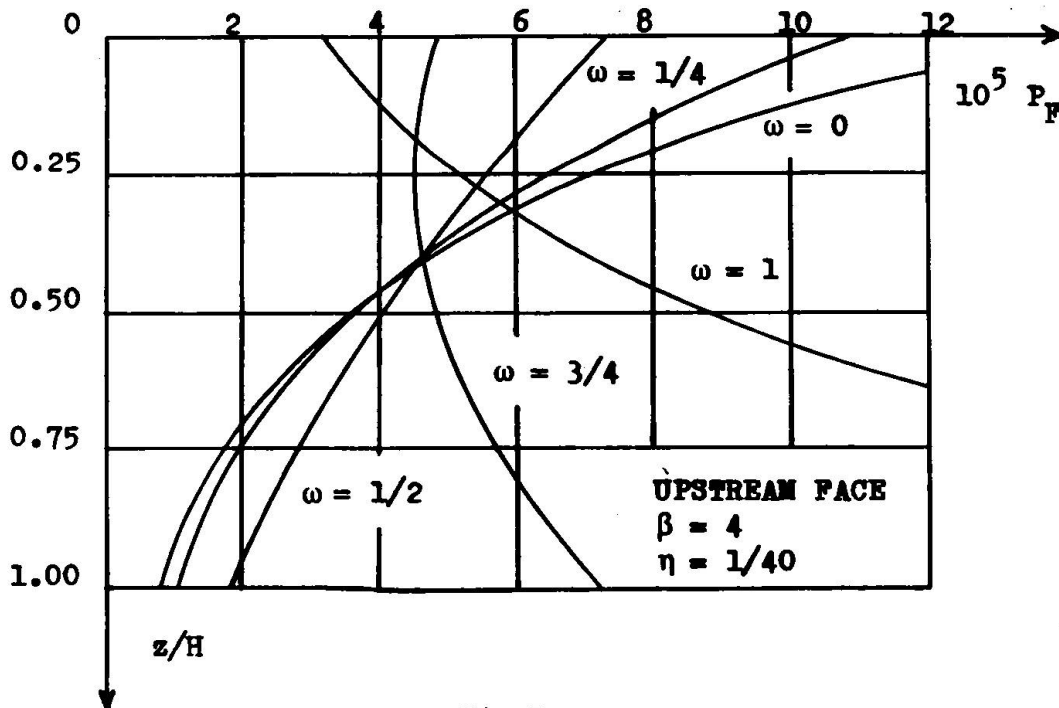


Fig.5.2

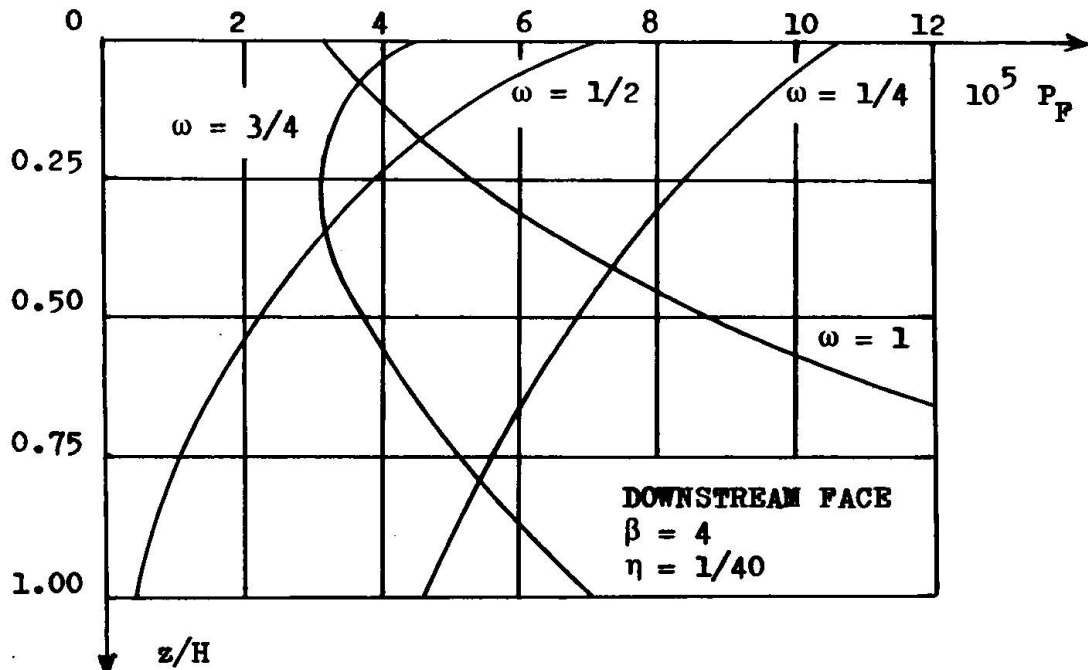


Fig.5.3

6. PROBABILISTIC FORMULATION OF A METHOD FOR OBTAINING A LOWER BOUND FOR THE DAM COLLAPSE LOAD

As it has already been discussed in several previous papers, lower and upper bounds for the average value and dispersion of ultimate load [18, 19, 20] of a structure with random yield strength, as well as for the probability of its collapse failure [21, 22, 23, 24, 25, 26], can be found by employing the fundamental theorems of the limit analysis theory.

In the present section, deferring to a later paper the study concerning the upper bound (it has to be noted that a research on such a bound, from the deterministic point of view, has already been developed in [27] for the case of arch dams), we deal only with a probabilistic formulation of a method for evaluating a lower bound, as large as possible, of the maximum hydrostatic-type load that an arch-gravity dam can sustain.

Such a method, whose deterministic formulation has previously been established in [10] with regard to the case of pure arch dams, is founded on the limit analysis theorem which states that a statically admissible field of stresses and forces in equilibrium defines a lower bound for the ultimate load that a structure can carry.

From the mathematical point of view, as it will be explained in what follows, a stochastic linear programming problem (with deterministic objective function and random constraints)

arises from this procedure.

For the solution of such a problem, appropriate computations by means of a recent technique of digital simulation (with random generation of normal variables) are now in progress and will be presented as soon as possible.

Discretization of the structure. Let us consider the typical dam portion included between diametral planes $\theta = \theta_1$ and $\theta = \theta_2$, shown in Fig.6.1. Any horizontal cross-section of such a portion (cantilever) exhibits, at the upstream side,

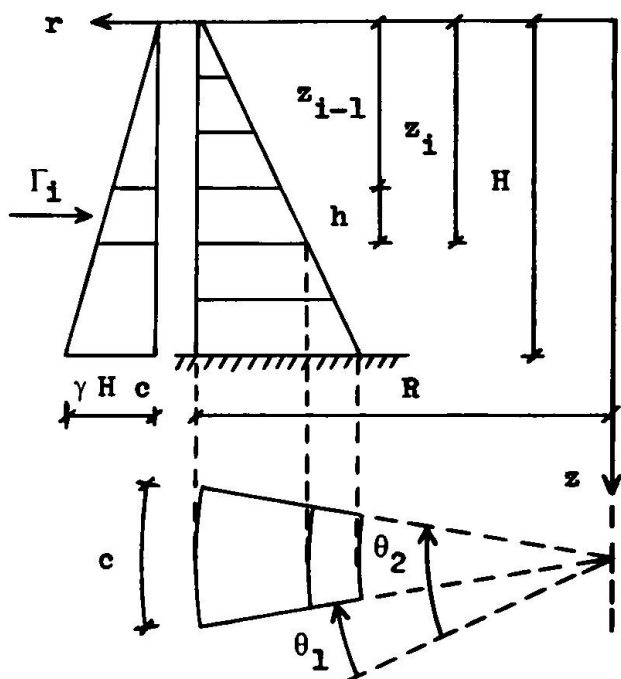


Fig.6.1

constant breadth
 $c = R (\theta_2 - \theta_1) \quad (6.1)$

As indicated in Fig.6.1, let us divide the whole cantilever into n finite elements having the same height $h = H/n$, and denote by $z_i = i h$ ($i = 1, 2, \dots, n$) the value of the coordinate z at elevation i .

Thus, the element i is included between the horizontal cross-sections $z = z_{i-1}$ and $z = z_i$.

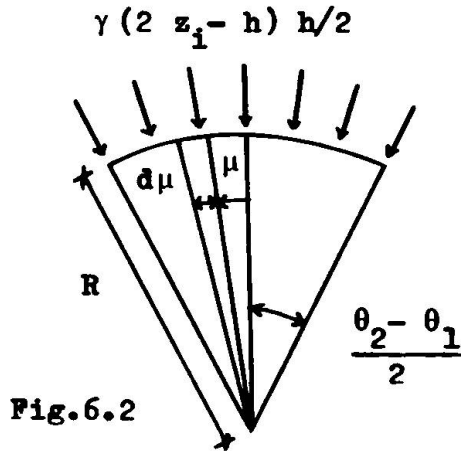
If the upstream face of the dam is subjected in every point to the hydrostatic pressure γz , the horizontal force applied on the i -th element is then the following (Fig.6.2) :

$$\Gamma_i = 2 \int_0^{(\theta_2 - \theta_1)/2} \gamma (z_i - h/2) h R \cos \mu \, d\mu$$

and, if the angle $\theta_2 - \theta_1$ is assumed to be small enough, we can suppose approximately

$$\Gamma_i \approx \gamma (2 z_i - h) \frac{h c}{2} \quad (6.2)$$

Disregarding for simplicity torsional action of the dam, we now denote by p_i the part of Γ_i taken by arch action, and by q_i the one taken by cantilever action. As a consequence of this, we can rewrite (6.2) as



$$\gamma = \frac{2(p_i + q_i)}{h c (2z_i - h)}$$

Taking into account the fact that, for each possible value of i , we have

$$\frac{p_i + q_i}{2z_i - h} = \frac{p_n + q_n}{2z_n - h}, \quad (6.3)$$

we can express γ also in the form

$$\gamma = \frac{2}{h c n} \sum_{i=1}^n \frac{p_i + q_i}{2z_i - h} \quad (6.4)$$

Ultimate load capacity of arches. Indicating by t_i the thickness of the dam wall at horizontal section i and by

$$A_i = (t_{i-1} + t_i) h/2$$

the area of the cross-section of the i -th arch, we now assume that i -th arch failure occurs when in the whole area A_i the mean nominal stress $\sigma_{\theta i}$ reaches the yield value (of random nature):

$$Y_i = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} Y dA_i \quad (6.5)$$

Neglecting, for the sake of simplicity, the tensile strength of dam concrete and denoting by $\bar{p}_i$ the maximum part of Γ_i which can be carried by the i -th arch, we can write

$$0 \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad (6.6)$$

where (Fig. 6.3):

$$\bar{p}_i = 2 Y_i A_i \sin(\theta_2 - \theta_1)/2 \approx Y_i A_i c/R \quad (6.7)$$

Ultimate bending capacity of cantilevers. Indicating by a_i' the depth and by

$$A_i' = a_i' (R - t_i + a_i'/2) c/R$$

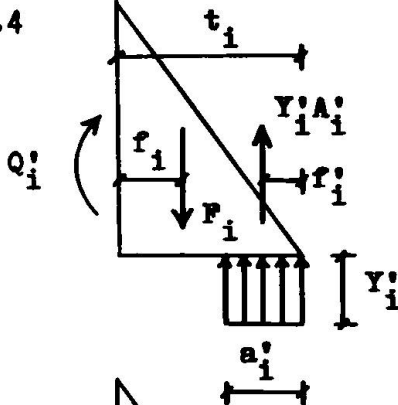
the area of the compressive zone at the downstream side of the i -th horizontal section (Fig. 6.4), it is assumed that the cantilever failure at section i , due to the positive limit bending moment Q_i' , occurs when in all point of the area A_i' the mean nominal stress σ_{zi} reaches the random yield value

$$Y_i' = \frac{1}{A_i'} \int_{A_i'} Y dA_i' \quad (6.8)$$

In a perfectly analogous way, denoting by a_i'' and $A_i'' = a_i'' (R - a_i''/2) c/R$

the depth and the area, respectively, of the compressive zone at the upstream side of the same section i (Fig.6.5), it is also assumed that the cantilever failure, due to the negative limit moment Q_i'' , occurs when in all points of the area A_i'' the mean nominal stress σ_{zi} reaches the yield value

Fig.6.4



$$Y_i'' = \frac{1}{A_i''} \int_{A_i''} Y dA_i'' \quad (6.9)$$

If we now denote by $F_i = Y_i' A_i' = Y_i'' A_i''$ (6.10) the (deterministic) vertical force applied on the section i (due to dead weight), by $f_i = t_i/3$

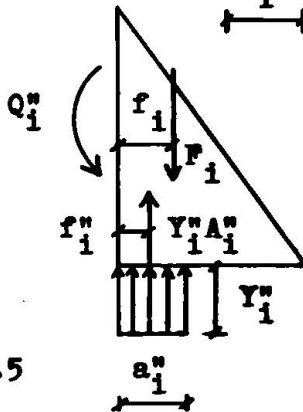
its distance from the upstream face, and by

$$f_i' = \frac{a_i'}{2} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{a_i'}{R - t_i + a_i'/2} \right)$$

$$f_i'' = \frac{a_i''}{2} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{a_i''}{R - a_i''/2} \right)$$

the distances of the forces $Y_i' A_i'$ and $Y_i'' A_i''$ from downstream and upstream face, respectively, it is easy to obtain, from figures 6.4 and 6.5, the expressions :

Fig.6.5



$$Q_i' = F_i (t_i - f_i - f_i') \approx F_i \left(\frac{2}{3} t_i - \frac{1}{2} a_i' \right) \quad (6.11)$$

$$Q_i'' = -F_i (f_i - f_i'') \approx -F_i \left(\frac{1}{3} t_i - \frac{1}{2} a_i'' \right) \quad (6.12)$$

in which Q_i' and Q_i'' , as a consequence of the randomness of a_i' and a_i'' produced by (6.10), are also random quantities.

In view to determine the maximum part $\bar{q}_i'$ and the minimum one $\bar{q}_i''$ of Γ_i which can be carried by the cantilever, it is now convenient to remember that the bending moment Q_i applied on the i -th horizontal section can be expressed in the form (Fig.6.6)

$$Q_i = \sum_{j=1}^1 (z_i - z_j + h/2) q_j \quad (6.13)$$

Consequently, denoting by $\{Q_i\}$ and $\{q_j\}$ two column vectors

having as components the bending moments Q_i and the cantilever loads q_j , respectively, and by $[Q_{ij}]$ the low triangular matrix whose elements are

$$Q_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{if } i < j \\ z_i - z_j + h/2 & \text{if } i \geq j \end{cases},$$

it is easy to recognize that (6.13) can be rewritten in matrix notation as

$$\{Q_i\} = [Q_{ij}] \{q_j\} \quad (6.14)$$

or also in the alternative form

$$\{q_i\} = [Q_{ij}]^{-1} \{Q_i\} \quad (6.15)$$

in which $[Q_{ij}]^{-1}$ indicates the inverse of $[Q_{ij}]$.

If, in addition, we denote by $\{Q_i^*\}$ and $\{Q_i^{\#}\}$ the column vectors of the limit bending moments, we have

$$\{Q_i^{\#}\} \leq \{Q_i\} \leq \{Q_i^*\} \quad (6.16)$$

or also

$$[Q_{ij}]^{-1} \{Q_i^{\#}\} \leq \{q_i\} \leq [Q_{ij}]^{-1} \{Q_i^*\} \quad (6.17)$$

By setting for the sake of convenience

$$\{\bar{q}_i^*\} = [Q_{ij}]^{-1} \{Q_i^*\} \quad \text{and} \quad \{\bar{q}_i^{\#}\} = -[Q_{ij}]^{-1} \{Q_i^{\#}\},$$

inequality (6.17) can be apparently rewritten as

$$-\bar{q}_i^{\#} \leq q_i \leq \bar{q}_i^* \quad (6.18)$$

Lower bound of dam collapse load. In virtue of foregoing considerations, the problem of finding a lower bound for the dam collapse load can be reduced to determining the vectors

$$\{p_i\} \text{ and } \{q_i\}$$

which maximize the specific weight γ , expressed by the (deterministic) objective function (6.4), subjected to the random constraints (6.6) and (6.18), and to the additional (deterministic) restriction (6.3).

It has to be noted that, in order to obtain that all the variables are positive, it is evidently sufficient to assume, instead of q_i , the new variable $q_i^* = q_i + \bar{q}_i^{\#}$ and to rewrite (6.18) as

$$0 \leq q_i^* \leq \bar{q}_i^* + \bar{q}_i^{\#}.$$

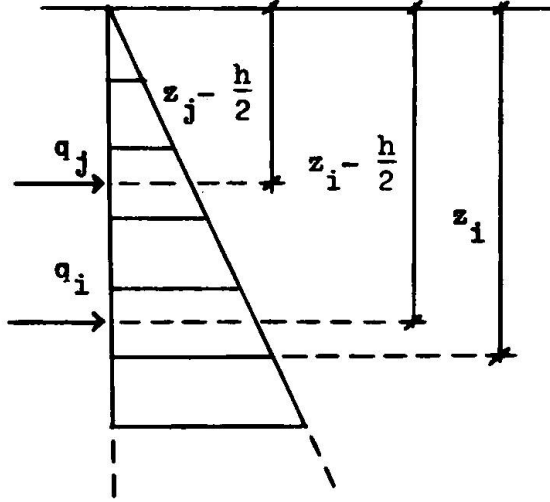


Fig.6.6

Mean value and dispersion of Y_i . Because of space limitations, which preclude adequate discussion upon the random yield resistances Y_i , Y_i' , Y_i'' previously introduced, we are now concerned with only two short considerations on the arch resistances Y_i , and we defer to a later work a more extensive treatment of the matter.

In connection with Y_i , it has firstly to be pointed out that, being by assumption m_Y independent of space coordinates, it is immediate to obtain (by commutating the operations of mathematical expectation and integration) that

$$m_{Y_i} = E \left[\frac{1}{A_i} \int_{A_i} Y dA_i \right] = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} E[Y] dA_i = m_Y$$

Namely, the mean value of Y_i is independent of A_i .

Secondly, remembering that, as well as m_Y , also deviation D_Y is independent of space points, we observe that the dispersion of Y_i can be written in the form :

$$D_{Y_i}^2 = \left(\frac{D_Y}{A_i} \right)^2 \int_{A_i} \int_{A_i} \rho_Y dA_i dA_i \quad (6.19)$$

in which, by virtue of (2.1), the normalized auto-correlation function ρ_Y can be expressed (being $\theta = \theta'$ for all points of A_i) as

$$\rho_Y = \exp \left(- \frac{(r - r')^2 + (z - z')^2}{d_0^2} \right) \quad (6.20)$$

Inserting (6.20) into (6.19) leads to

$$D_{Y_i}^2 = \left(\frac{D_Y}{A_i} \right)^2 \int_{z_{i-1}}^{z_i} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \exp \left(- \frac{(z - z')^2}{d_0^2} \right) K(z, d_0) dz dz'$$

where

$$K(z, d_0) = \int_{R-bz}^R \int_{R-bz}^R \exp \left(- \frac{(r - r')^2}{d_0^2} \right) dr dr'$$

can be easily expressed in terms of the error function.

7. CONCLUSIONS

Probability of local dam failure was rigorously investigated in the general case. An approximate formula for determining such a probability was obtained and numerically applied to the particular case of a typical arch-gravity dam with a schematic three-dimensional stress distribution.

In connection with the structural dam failure, a probabilistic formulation of a previous deterministic method for obtaining a lower bound of the ultimate load that the dam can carry was presented.

REFERENCES

- [1] Berio, A., "Sulla verifica statica delle dighe ad arco", *L'Energia Elettrica*, Vol.XL, No.8, 1963.
- [2] Bourgin, A., "The safety of dams from the point of view of the foundations and the stability of reservoir banks", *Neuvième Congrès des Grands Barrages*, General Report on Question 32, Istamboul, 1967.
- [3] Buchmann, P., and Hautum, F., "Study on the safety factor of an arch-gravity dam with a height-length ratio of 1 : 6.5 ", *Septième Congrès des Grands Barrages*, Question 26, Rome, 1961.
- [4] Rocha, M., "Statement of the physical problem of the arch dam", *Symposium on Theory of Arch Dams*, Southampton, April 1964.
- [5] Rocha, M., and Serafim, J.L., "Rupture studies on arch dams by means of models", *Technical Paper No.142*, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1961.
- [6] Oberti, G., and Lauletta, E., "Evaluation criteria for factors of safety. Model test results", *Symposium on Concrete Dam Models*, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, October 1963.
- [7] Ang, A.H.S., and Amin, M., "Safety factors and probability in structural design", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.95, No.ST7, July 1969.
- [8] Astill, C.J., Nosseir, S.B., and Shinozuka, M., "Impact loading on structures with random properties", *Journal of Structural Mechanics*, Vol.1, No.1, 1972.
- [9] Shinozuka, M., "Probabilistic modeling of concrete structures", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.98, No.EM6, December 1972.
- [10] Bustamante, J.I., and Rosenblueth, E., "Ultimate load capacity of arch dams", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol.92, No.EM4, August 1966.
- [11] Vivanet, C., "An introduction to the probabilistic analysis of random elastoplastic continua", *Annual Meeting of the Group for Advanced Problems of Structural Engineering*, National Research Council of Italy, Catania, December 1973.
- [12] Vivanet, C., "Local failure probability for concrete structures subjected to complex states of stress", *Annual Meeting of the Group for Concrete Structures*, National Research Council of Italy, Firenze, October 1973.
- [13] Teychenné, D.C., "Recommendations for the treatment of the variations of concrete strength in codes of practice", *Matériaux et Constructions*, Vol.6, No.34, 1973.
- [14] Newman, K., "The structure and engineering properties of concrete", *Proceedings of International Symposium on the Theory of Arch Dams*, Southampton, April 1964.

- [15] Newman, K., "Criteria for the behaviour of plain concrete under complex states of stress", Proceedings of an International Conference on the Structure of Concrete, London, September 1965.
- [16] Gardner, N.J., "Triaxial behaviour of concrete", Journal of the American Concrete Institute, Vol.66, No.2, February 1969.
- [17] Vivanet, C., "Contributo allo studio tridimensionale delle dighe ad arco-gravità", Ingegneria Civile, No.12, July-September 1964.
- [18] Sacchi, G., "Upper and lower bounds for the average value and for the variance of the safety coefficients of structures with random resistance", Meccanica, AIMETA, No.2, Milan, June 1971.
- [19] Castellani, A., "On the expected value and variance of the safety factor relevant to random resistances", Meccanica, AIMETA, No.4, Milan, December 1971.
- [20] Castellani, A., and Sacchi, G., "Limit analysis and design of structures having random resistances", Symposium on Plastic Analysis of Structures, Jassy, Romania, September 1972.
- [21] Gavarini, C., and Veneziano, D., "Calcolo a rottura e programmazione stocastica. Problemi con una variabile casuale", Giornale del Genio Civile, Rome, April 1970.
- [22] Gavarini, C., and Veneziano, D., "Sulla teoria probabilistica degli stati limite delle strutture", Giornale del Genio Civile, Rome, November-December 1970.
- [23] Veneziano, D., "Calcolo a rottura probabilistico con più parametri casuali", Giornale del Genio Civile, Rome, February 1971.
- [24] Augusti, G., and Baratta, A., "Limit analysis of structures with stochastic strength variations", Journal of Structural Mechanics, Vol.1, No.1, 1972.
- [25] Augusti, G., and Baratta, A., "Theory of probability and limit analysis of structures under multi-parameter loading", International Symposium on Foundations of Plasticity, Warsaw, August-September 1972.
- [26] Augusti, G., and Baratta, A., "Plastic shakedown of structures with stochastic local strengths", IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, Lisbon, September 1973.
- [27] Janas, M., and Sawczuk, A., "Some aspects of the load carrying capacities of arch dams", International Symposium on the Theory of Arch Dams, Southampton, England, April 1964.

ZUSAMMENFASSUNG

Man hat versucht die kürzlich erreichten Begriffe der Wahrscheinlichkeitsanalyse für die Sicherheit einer Struktur bei einer Gewölbe-Gewichtssperre aus Beton anzuwenden, indem die Vermutung gemacht wurde, dass diese als "Random"-Mittel betrachtet werden könnte, dessen mechanische Eigenschaften (elastische Module und örtliche Elastizitätsgrenze) als stochastische Funktionen der Raumkoordinaten beschrieben werden können.

Insbesondere wurde die örtliche Bruchwahrscheinlichkeit des Staudammes berechnet und, angesichts der Wahrscheinlichkeit, wurde eine massgebende Methode, die schon früher für die Bewertung einer Mindesgrenze der Bruchbelastung eines Staudammes gebraucht, neu formuliert und für den Fall der Gewölbe-Gewichtssperren angeeignet.

SUMMARY

Assuming that an arch-gravity concrete dam can be regarded as a random medium, whose mechanical properties (elastic moduli and local yield strength) can be described as stochastic functions of space coordinates, an attempt is made to apply recent concepts of probabilistic safety analysis to such a structure.

In particular, the probability of local dam failure is evaluated, and a previous deterministic method for obtaining a lower bound for the collapse load of pure arch dams is reformulated from the probabilistic point of view, and adapted to arch-gravity ones.

RESUME

En l'hypothèse de considérer un barrage poids-voûte comme un milieu random dont les propriétés mécaniques (module et limite locale d'élasticité) peuvent se considérer comme fonctions stochastiques des coordonnées spatiales, on a essayé l'application à une structure de telle sorte de quelques récents concepts de l'analyse probabilistique de la sécurité.

En particulier, on a calculé la probabilité de rupture locale du barrage, et on a modifié, en l'adaptant à la considération des barrages poids-voûte sous le point de vue probabilistique, une méthode déterministe déjà formulée pour l'évaluation d'une limite inférieure de la charge de ruine d'un barrage-voûte.

Observations extensométriques sur des oeuvres en béton de grande épaisseur (barrage de Place Moulin)

Strain Measurements on Thick Concrete Structures (Place Moulin Dam)

Dehnungsmessungen auf Betonwerken Grosser Dicke (Place Moulin Staudamm)

Par Luigi GOFFI, Professeur de Technique des Constructions à l'Ecole Polytechnique de Turin, Italie

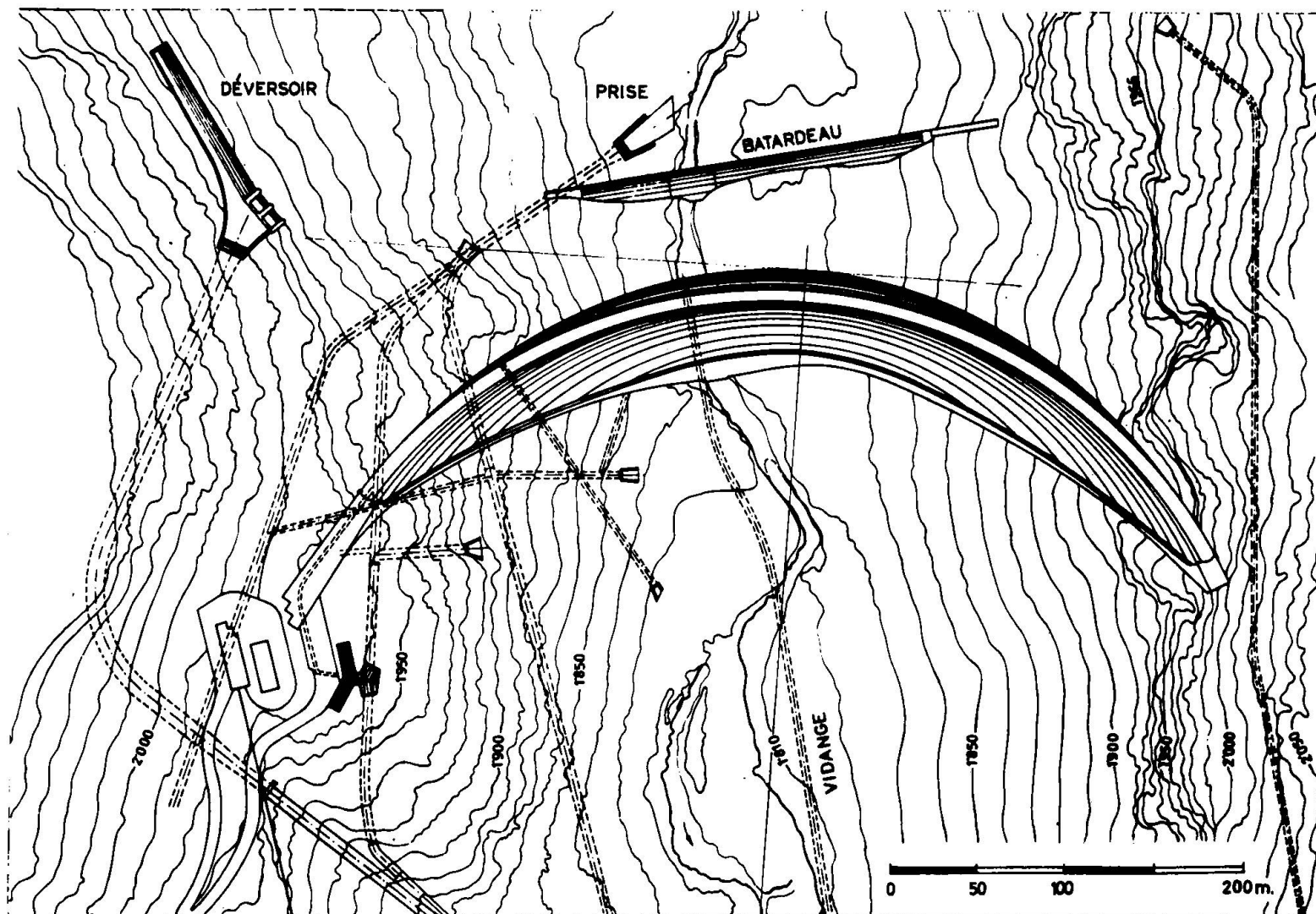
1. - L'étude suivante se propose de développer quelques considérations sur l'interprétation de lectures extensométriques dans des ouvrages en béton de grande épaisseur (barrages), avec l'analyse, à titre d'exemple, de certaines mesures se référant au barrage de Place Moulin (°) en Vallée d'Aoste.

Les instruments pris en examen sont deux rosettes (n° 25 et 26 en fig. 2) placées au niveau 1908 m, dont l'on dispose des lectures pendant deux années après le bétonnage.

Chaque rosette est équipée par sept extensomètres linéaires électroacoustiques Galileo (jauge 300 mm., sensibilité en ϵ $0,33 \times 10^{-5}$), préalablement orientés suivant des directions établies et noyées dans le béton.

(°)- Le barrage de Place Moulin (figs. 1, 2, 3), bâti pendant les années 1959-64, offre les caractéristiques suivantes :

- hauteur maximale du barrage	1970 m s.n.d.m.
- niveau de la retenue	1968 m s.n.d.m.
- niveau du lit	1840 m s.n.d.m.
- type poids-voûte	
- retenue maximale	105.000.000 mc
- cubage de béton	1.510.000 mc



2. FIG. 1 Plan du barrage de Place Moulin. - Grundplan des Place Moulin Staudammes. - Place Moulin dam plan.

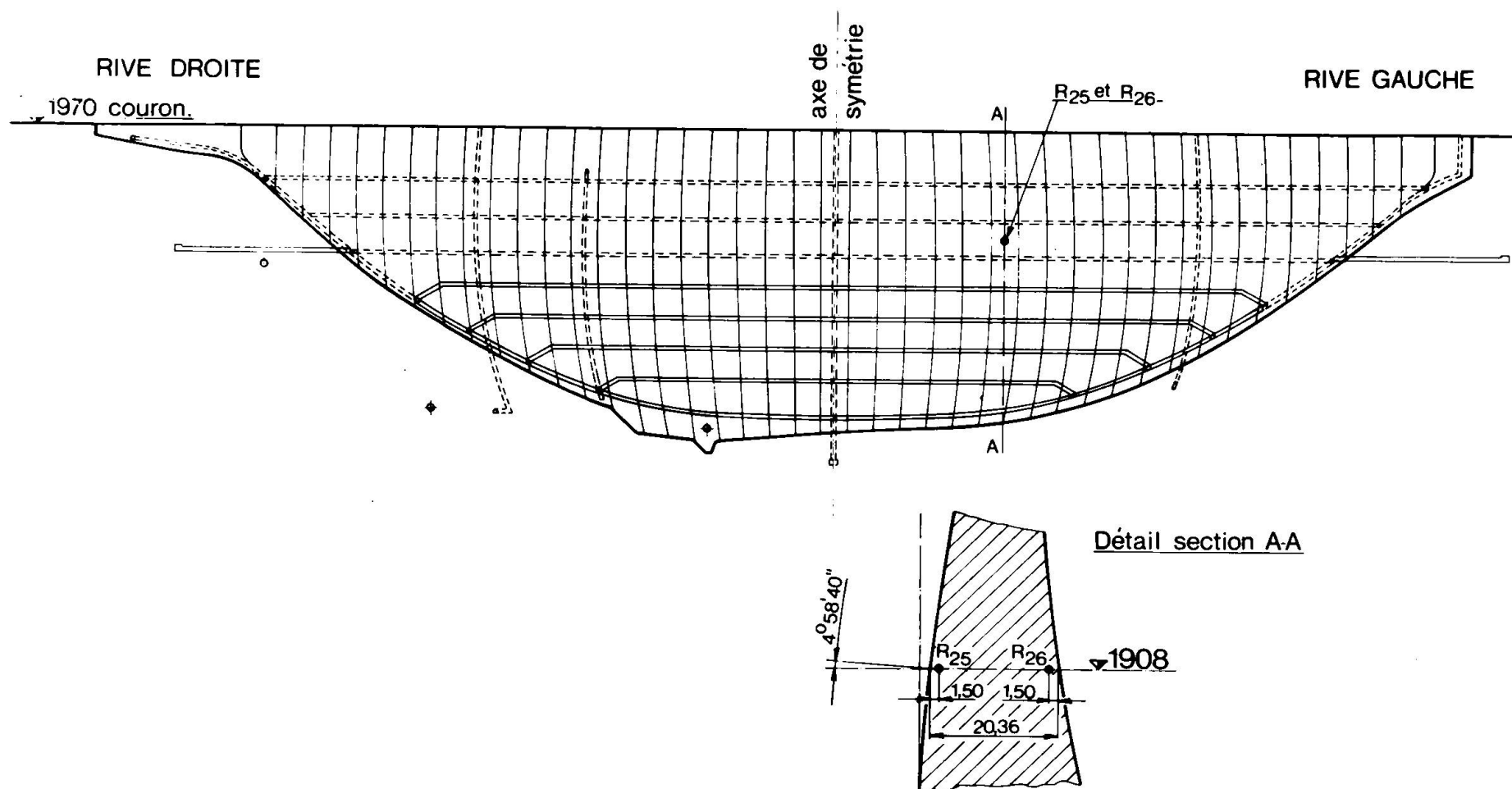


FIG. 2 Développement de la surface moyenne. - Abwicklung der Mittelfläche. - Development of the middle surface.

L'orientation des extensomètres est définie par rapport à un système d'axes orthogonaux x, y, z , où l'axe z est en direction verticale, l'axe y en direction radiale aux arcs dans le plan horizontal, l'axe x en direction tangentielle aux arcs toujours dans le plan horizontal.

Dans le plan x, z nous disposons de 4 extensomètres (fig. 4) dont deux selon les axes x et z , deux selon les directions à 45° (axes xz et $\bar{x}\bar{z}$). Nous appellerons $\epsilon'_x, \epsilon'_z, \epsilon'_{xz}, \bar{\epsilon}'_{xz}$ les déformations mesurées dans les directions $x, z, xz, \bar{x}\bar{z}$.

De la même façon nous disposons dans le plan radial y, z des déformations unitaires ϵ'_y, ϵ'_z (déjà mesurée dans le plan x, z), $\epsilon'_{yz}, \bar{\epsilon}'_{yz}$.

2. - Les sept extensomètres ci-dessus ne permettent pas la définition complète de l'état de contrainte dans le point, puisque l'on ne dispose pas d'une mesure extensométrique dans une direction qui ne soit pas parallèle aux plans x, z et y, z .

Les informations au contraire sont surabondantes sur les plans x, z et y, z (4 directions contre les 3 strictement nécessaires).

En effet la disposition des extensomètres avait le but de réaliser deux rosettes planes respectivement dans les plans x, z et y, z , puisque l'on disposait en chaque plan de 4 données, susceptibles d'être compensées.

En partant de ces données l'on a déterminé les valeurs des contraintes dans les deux plans.

3. - Les lectures extensométriques peuvent être aussi interprétées comme se référant à une rosette à trois dimensions, bien que la définition complète de l'état de contrainte ne soit pas possible, comme nous avons déjà remarqué, en référence à la disposition des extensomètres.

En écrivant les équations qui relient les données théoriques et expérimentales de l'état de déformation, nous obtenons des relations différentes si nous égalons les expressions (théoriques et expérimentales) des dé-

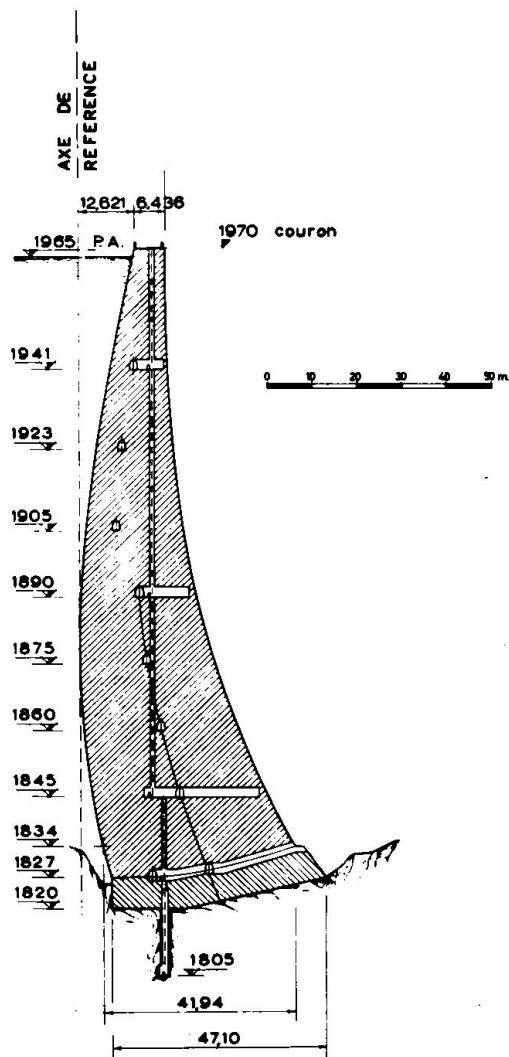


FIG. 3 Coupe verticale.
Querschnitt.
Vertical section.

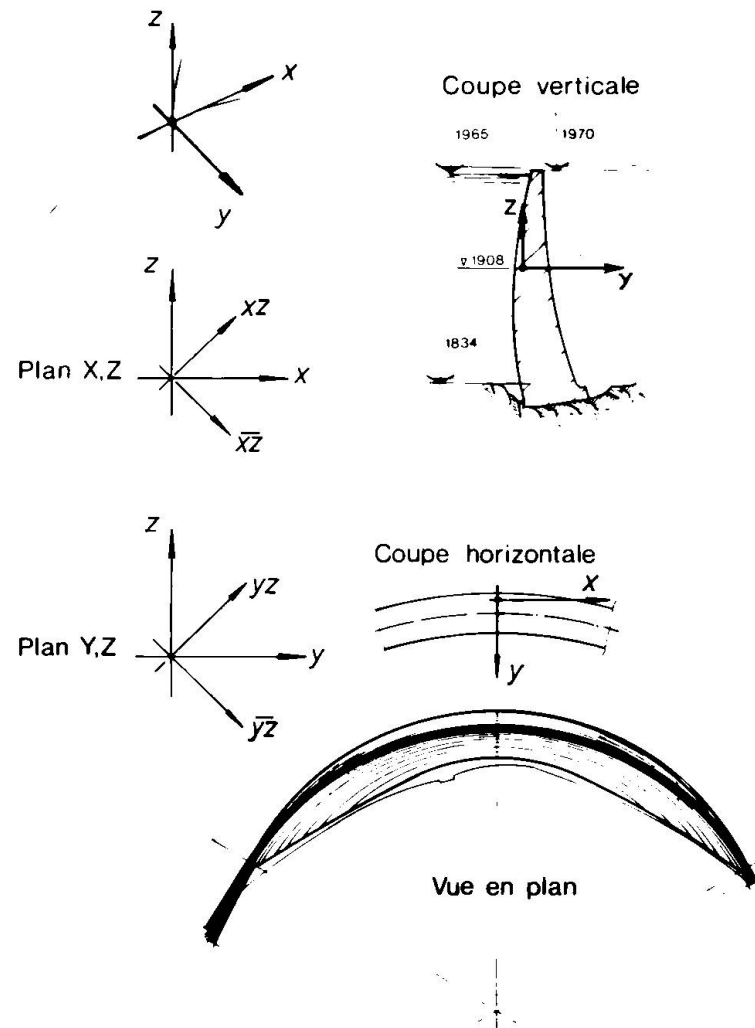


FIG. 4 Position des axes x, y, z .
Stellung der Achse x, y, z .
Position of the axes x, y, z .

6.

formations linéaires suivant les différentes directions (c'est à dire $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xz}, \bar{\varepsilon}_{xz}, \varepsilon_{yz}, \bar{\varepsilon}_{yz}$), ou bien les expressions des composantes (ε, γ) du tenseur de déformation.

Dans le premier cas nous écrivons (avec accent nous indiquons les déformations mesurées):

$$\begin{aligned}\varepsilon'_x &= \varepsilon_x \\ \varepsilon'_y &= \varepsilon_y \\ \varepsilon'_z &= \varepsilon_z \\ \varepsilon'_{xz} &= \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} [\varepsilon_x + \varepsilon_z + \gamma_{xz}] \\ \bar{\varepsilon}'_{xz} &= \bar{\varepsilon}_{xz} = \frac{1}{2} [\varepsilon_x + \varepsilon_z - \gamma_{xz}] \\ \varepsilon'_{yz} &= \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} [\varepsilon_y + \varepsilon_z + \gamma_{yz}] \\ \bar{\varepsilon}'_{yz} &= \bar{\varepsilon}_{yz} = \frac{1}{2} [\varepsilon_y + \varepsilon_z - \gamma_{yz}]\end{aligned}\tag{1}$$

Dans le deuxième cas:

$$\begin{aligned}\varepsilon'_x &= \varepsilon_x \\ \varepsilon'_y &= \varepsilon_y \\ \varepsilon'_z &= \varepsilon_z \\ \gamma'_{xz} &= 2 \varepsilon'_{xz} - (\varepsilon'_x + \varepsilon'_z) = \gamma_{xz} \\ \gamma'_{xz} &= -2 \bar{\varepsilon}'_{xz} + (\varepsilon'_x + \varepsilon'_z) = \gamma_{xz} \\ \gamma'_{yz} &= 2 \varepsilon'_{yz} - (\varepsilon'_y + \varepsilon'_z) = \gamma_{yz} \\ \gamma'_{yz} &= -2 \bar{\varepsilon}'_{yz} + (\varepsilon'_y + \varepsilon'_z) = \gamma_{yz}\end{aligned}\tag{2}$$

Nous sommes donc en présence de deux systèmes à 7 équations en 5 inconnues, susceptibles d'être traités à l'aide de procédés de compensation. Mais à différence du 1^o système, dans le 2^o les inconnues $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$, sont immédiatement définies à l'aide des trois premières équations et le système est donc réduit aux quatre der-

nières équations:

$$\begin{aligned}
 2 \bar{\epsilon}'_{xz} - (\epsilon'_x + \epsilon'_z) &= \gamma_{xz} \\
 -2 \bar{\epsilon}'_{xz} + (\epsilon'_x + \epsilon'_z) &= \gamma_{xz} \\
 2 \epsilon'_{yz} - (\epsilon'_y + \epsilon'_z) &= \gamma_{yz} \\
 -2 \bar{\epsilon}'_{yz} + (\epsilon'_y + \epsilon'_z) &= \gamma_{yz}
 \end{aligned}
 \tag{2'}$$

surabondantes par rapport aux deux inconnues γ_{xz} , γ_{yz} .

L'élaboration des deux systèmes à l'aide d'un critérium de compensation aboutira donc à des résultats différents dans les deux cas.

4. - La compensation se propose la recherche des solutions de compromis les plus croyables d'après un certain type d'interprétation des causes d'incompatibilité des équations surabondantes, c'est à dire des causes des erreurs expérimentales.

A titre d'exemple l'on a employé la méthode des moindres carrés par laquelle un système de m équations, en n inconnues ($m > n$), peut être réduit à un système de n équations et n inconnues, prémultipliant les deux membres de l'équation matricielle du système par la transposée de la matrice des coefficients des inconnues.

Dans notre cas particulier cette méthode pose plusieurs réserves parce que l'élaboration de données expérimentales mesurées en différentes directions (et dont la distribution n'est pas de type gaussien) ne semble pas tout à fait correcte.

L'on doit aussi remarquer la différente confiance des mesures de grandeurs obtenues immédiatement à l'aide d'extensomètres orientés suivant les directions mêmes ($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$) et de grandeurs obtenues en forme indirecte, soumises aux hypothèses d'homogénéité du matériau et de continuité des déformations.

L'on doit observer que dans le cas du système (2) la méthode des moindres carrés établit pour les deux seules inconnues les valeurs suivantes:

$$\gamma_{xz} = \varepsilon'_{xz} - \bar{\varepsilon}'_{xz}$$

$$\gamma_{yz} = \varepsilon'_{yz} - \bar{\varepsilon}'_{yz}$$

d'après la simple moyenne des 4 dernières equations.

Dans le cas particulier d'écriture de nos systèmes l'application des moindres carrés donne différentes valeurs pour les ε et les mêmes valeurs pour les γ . En termes de contraintes cela signifie que les σ seront différentes dans les deux cas, tandis que les τ seront les mêmes.

5. - Après la connaissance des ε, γ l'on peut établir les valeurs des contraintes σ, τ à l'aide des relations de Hooke:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2G \varepsilon_x + \lambda \vartheta & \tau_{xy} &= G \gamma_{xy} \\ \sigma_y &= 2G \varepsilon_y + \lambda \vartheta & \tau_{xz} &= G \gamma_{xz} \\ \sigma_z &= 2G \varepsilon_z + \lambda \vartheta & \tau_{yz} &= G \gamma_{yz}\end{aligned}$$

avec

$$\lambda = \frac{2\nu G}{1-2\nu}$$

$$\vartheta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z.$$

Mais nous ici pouvons établir uniquement les valeurs de 5 contraintes, tandis que demeure inconnue la sixième, c'est à dire:

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} = \left[2 \varepsilon_{xy} - (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right] \cdot G$$

puisque nous ne disposons pas de la valeur de ε_{xy} par faute d'un extensomètre convenable.

Toutefois l'on peut raisonnablement supposer que les valeurs de τ_{xy} soient petites, d'après les raisons suivantes:

- 1) les rosettes sont très proches aux surfaces (d'extrados et d'intrados respectivement) et l'angle de l'extensomètre vertical avec la tangente à l'extrados de la section de la console est très petit ($4^{\circ}58'$);

- 2) les rosettes sont proches à ce que l'on peut appeler en certain sens axe de symétrie du barrage.

L'hypothèse $\tau_{xy} = 0$ en effet nous entraîne à considérer les σ_x et σ_y comme "contraintes principales secondaires" par rapport à l'axe z. Pour les mêmes raisons l'on peut prévoir que aussi les valeurs de τ_{xz} et τ_{yz} soient très petites par rapport aux σ_x , σ_y , σ_z , ce qui semble être confirmé par les élaborations des données expérimentales; en conséquence les directions x, y, z seraient pratiquement les axes principaux dans le point.

6. - Les diagrammes de fig. 5 et 6 nous donnent les valeurs des contraintes élaborées à l'aide de la méthode des moindres carrés d'après les mesures des déformations dans les deux cas des systèmes (1), (2) en posant $E = 240.000 \text{ Kg/cm}^2$, $\nu = 0,2$ et donc $G = 100.000 \text{ Kg/cm}^2$.

Les diagrammes de τ_{xz} et τ_{yz} dans les deux cas sont les mêmes, comme on a déjà eu l'occasion de remarquer.

Les lectures extensométriques débutent à la date du 14.8.1963, c'est à dire 7 jours après la pose des instruments et le bétonnage (qui en correspondance aux emplacements des rosettes 25 et 26 a eu lieu le 7.8.1963).

Le zéro instrumental a été donc établi le 14.8.1963.

Les diagrammes des contraintes doivent être associés aux diagrammes indiquant le niveau de bétonnage et le niveau de l'eau qui augmentait progressivement avec la progression de la construction du barrage (fig. 7).

Bien sûr l'interprétation des déformations du béton en termes de contraintes élastiques est arbitraire; particulièrement dans les premiers mois après le bétonnage, à cause du retrait et du fluage.

En tout cas, aussi si nous préférons nous borner à l'examen des déformations, sans les traduire en contraintes, nous pouvons affirmer, avec beaucoup de vraisemblance, que les directions x, y, z, coïncident avec les axes principaux de l'état de déformation, et donc aussi de contrainte dans nos rosettes, puisque les valeurs des τ_{xz} et τ_{yz} se sont avérées très petites, par rapport aux σ , ce qui permet de supposer très petite aussi la valeur de l'inconnue τ_{xy} .

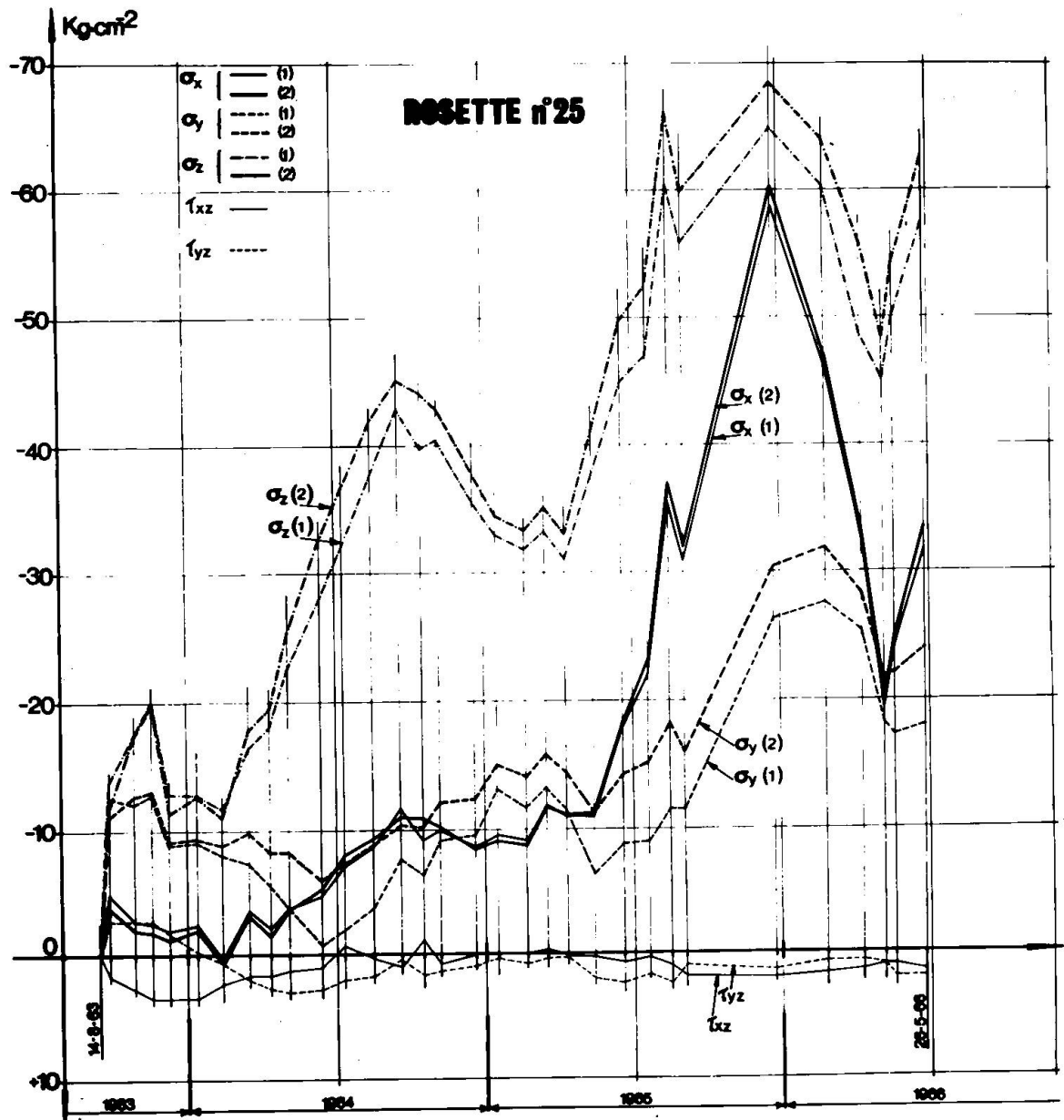


FIG. 5

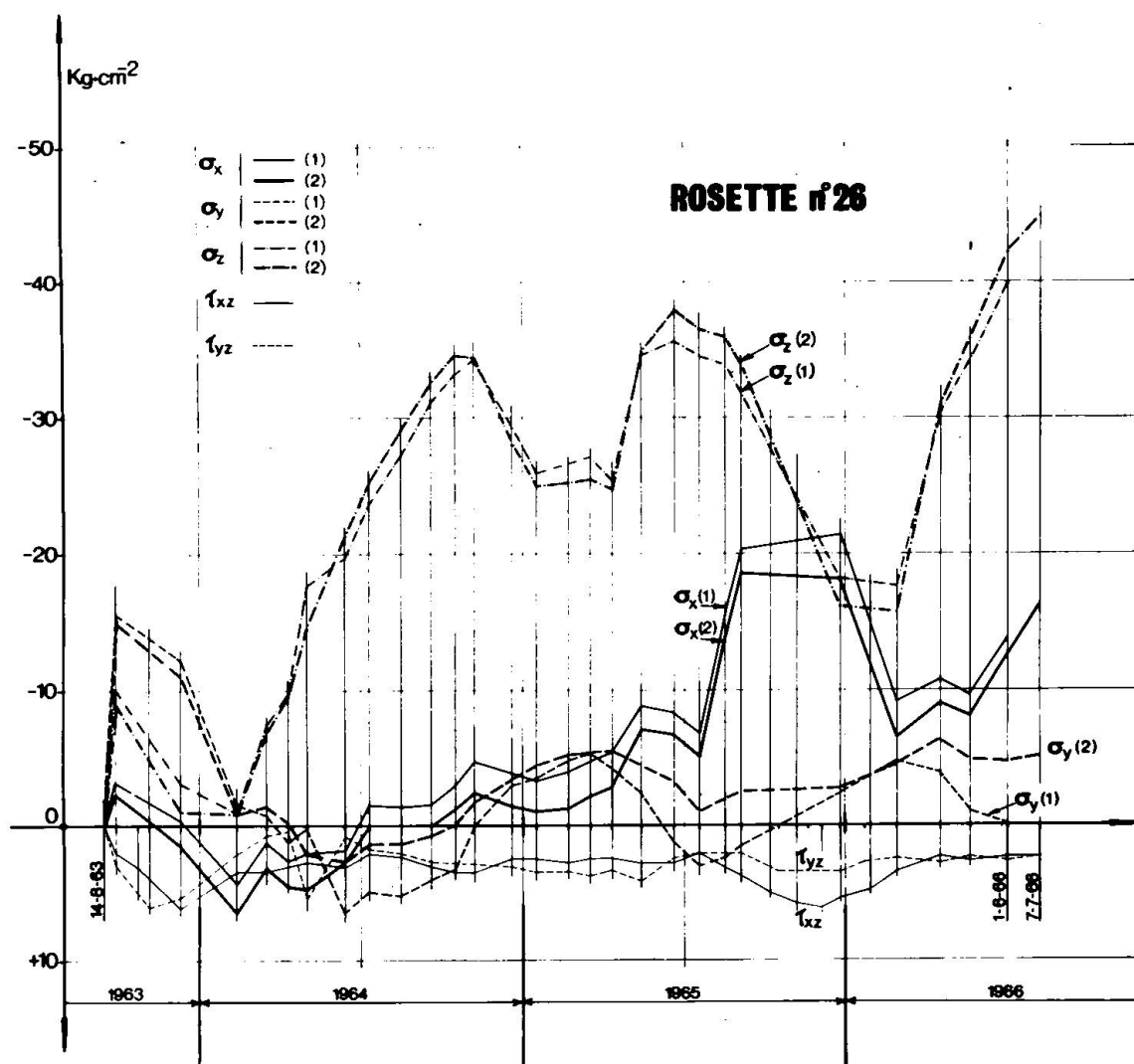


FIG. 6

FIGG. 5 - 6

Diagrammes des contraintes d' après les élaborations des données extensométriques suivant les systèmes (1) et (2).

Diagramme der Spannungen Infolge der Bearbeitung der Dehnungsmessungen nach Systemen (1) und (2).

Diagrams of stresses from the elaboration of strain measurements according (1) and (2) systems.

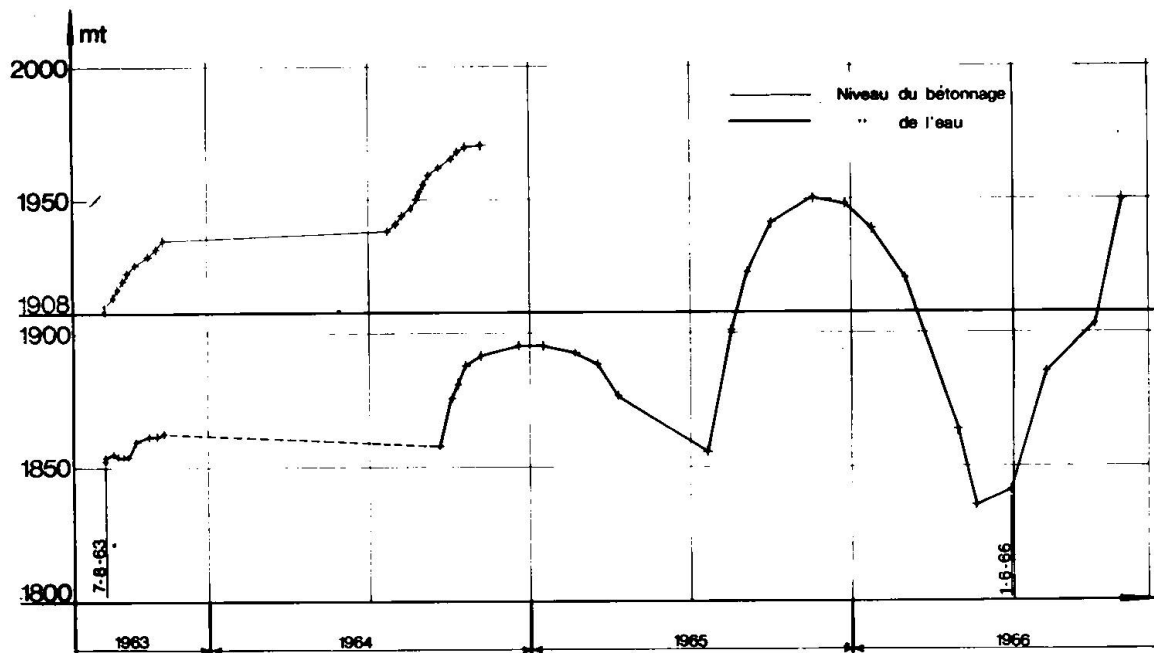


FIG. 7 Diagrammes des niveaux du bétonnage et de l' eau.
 Diagramme der Höhe der Betonierung und des Wassers.
 Diagrams of concrete casting and water levels.

RESUME

L' étude se propose l' analyse de certaines mesures extensométriques dans le barrage de Place Moulin, avec la discussion des procédés de compensation des rosettes à trois dimensions.

SUMMARY

The values of strains measured in Place Moulin Dam are analysed particularly from the point of view of the compensation of strain rosettes.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Werte einiger Dehnungsmessungen in dem Place Moulin Staudamm werden analysiert aus dem Gesichtspunkt der Kompensation der Messinstrumente.

Rapports complémentaires
Ergänzende Berichte
Complementary Report

Dr. Ing. G. LOMBARDI :

Chairman's introductory remarks

Mesdames, Messieurs, j'ai le plaisir et l'honneur d'ouvrir la quatrième séance de ce symposium sur l'état de contraintes triaxiales.

Le thème d'aujourd'hui est l'état de contraintes tridimensionnel dans les barrages-gravité épais; ainsi pour le moins le dit le titre, mais en fait, ce sont surtout des barrages plutôt minces qui ont été présentés. Ceci dépose certainement en l'honneur des auteurs des projets, mais soulèvera peut-être quelques questions.

Nous avons reçu sur ce sujet au total 9 communications. Il y en a 4, celle de M. Mizukoshi et Mimoura, celle de M. Mc Neice, celle de M. Fanelli et Giuseppetti, et celle de M. Kettner, sur le calcul des barrages. Nous avons ensuite deux communications, celle de M. Widmann et celle de M. Berio sur la sécurité des barrages et enfin 3 communications, celle de M. Carati, celle de l'ENEL et celle de M. Goffi sur la mesure des contraintes dans les barrages-voûte.

Si vous me permettez, je voudrais faire quelques considérations préliminaires dans l'intention peut-être d'orienter un peu la discussion.

Il est certain que les barrages-voûte sont des ouvrages à trois dimensions et ce sont sans doute les premiers ou les plus anciens ouvrages que l'on ait calculé en détail, comme structures à trois dimensions. Mais il faut aussitôt faire une première considération, à savoir que surtout dans les barrages minces, des trois contraintes il y en a deux qui sont importantes tandis que la troisième joue un rôle un peu secondaire. Ceci explique que la plupart des méthodes de calcul employées jusqu'à ce jour sont en fait des méthodes à deux dimensions. On calcule en fait une membrane résistante à la flexion, mais en négligeant en général la troisième dimension, c'est-à-dire l'épaisseur.

Un calcul complet devrait à la rigueur s'étendre effectivement à l'état tridimensionnel, c'est-à-dire qu'il faudrait en chaque point tenir compte des trois contraintes principales.

En réalité nous avons plusieurs méthodes de calcul qui ne tiennent compte que de deux contraintes et négligeant la troisième, alors que dans certains cas on fait des hypothèses simplificatrices sur la troisième contrainte que l'on introduit ensuite dans un calcul à deux dimensions.

Il y a donc quelques questions qui se posent.

Premièrement, quelle est la valeur réelle de cette troisième contrainte qui est normale, aux parements? Est-ce qu'à l'amont elle est vraiment égale à la pression hydrostatique? Ou est-ce qu'il y a une certaine réduction? Nous avons entendu hier une communication de M. Bonnechère qui faisait allusion à ce problème. Enfin de quelle façon peut-on mesurer cette contrainte?

Deuxième point, est-ce que l' on peut faire abstraction de cette troisième contrainte dans les calculs? Dans quel cas peut-on le faire? Dans quel cas ne faut-il pas le faire? Je pense par exemple au problème des fondations, au problème aussi de l' épaisseur du barrage. Jusqu' à quel point un barrage est mince? Quand commence-t-il à devenir épais? il y a ici des problèmes spéciaux comme celui du tampon dans le fond d'une vallée étroite.

Ensuite une troisième question se réfère au problème des dérangements locaux dans l' état de tension et je pense par exemple à la communication de M. Fanelli.

Si vous voulez bien nous allons inviter les rapporteurs à exposer leurs travaux et puis nous pourrions passer à la discussion et tenant compte, si vous pensez que cela vaut la peine, des suggestions que je me suis permis de faire.

IV - 1 Prof. E. FUMAGALLI

Monsieur le Président, Mesdames et Messieurs, M. Carati n' est pas ici et il m' a chargé de renseigner le symposium sur son rapport. J' essayerai de le faire le mieux, même si je ne dispose pas de diapositives.

Le rapport renseigne sur un problème d' ordre général qui concern le contrôle des barrages. A l' époque de l' exécution du barrage de Frera (Falck) on avait discuté s' il était convenable d' accepter les courbes d' étalonnage des extensomètres à plonger dans le barrage telles qu' elles étaient fournies par le contrôle en laboratoire de l' instrument nu. En effet le comportement de l' instrument dans le béton résulte trop souvent irrégulier. Par conséquent, le Prof. Oberti, ingénieur conseil, avait proposé de plonger auparavant les instruments de mesures (extensomètres Galileo) à l' intérieur des blocs d' un mètre cube de béton. Par cette technique on réalise deux avantages. Le premier c' est d' obtenir la mise en place en laboratoire avec tous les soins qu' il n' est pas possible de réaliser en chantier, l' autre c' est qu' après endurcissement du béton il fut possible d' obtenir par la presse de 2.000 ton disponible à l' ISMES une courbe d' étalonnage plus croyable et souvent déplacée par rapport à celle fournie par l' instrument nu. Avec un nombre suffisant d' instruments, le bloc mis en place dans le barrage représente un tensomètre très valable pour la mesure des contraintes. Par une telle technique on est arrivé à évaluer d' une manière tout à fait satisfaisante les variations des contraintes à l' intérieur du barrage. Les mesures ont été effectuées en correspondance de trois consoles et des arcs horizontaux. Pendant plusieurs années on a pu évaluer les variations des cycles successifs saisonniers de mise en charge du barrage, cycles qui se repètent toutes les années d' une manière assez régulière.

Ce que l' on a néanmoins constaté c' est que les variations des déformations mesurées après un certain nombre d' années se réduisaient peu à peu, jusqu' à une valeur de presque la moitié, par rapport à l' origine. Une recherche critique du phénomène avait permis d' avancer toutes les hypothèses, même les plus négatives. Enfin le contrôle du module d' élasticité déterminé sur des carotes tirées récemment du barrage a démontré que la valeur du module, par effet d' endurcissement après de nombreuses années, était presque doublée. Cela a permis de justifier d' une manière tout à fait convaincante le fonctionnement des instruments.

IV-5 Prof. M. FANELLI

Ladies and gentlemen, the paper we presented to this seminar is a classical exercise on finite element analysis of an arch dam having an inspection gallery through its thickness. As such this problem does not seem to have any peculiar interest, but we presented it in order to bring to light some points and I will try now to outline the interest we think these points can reveal.

First of all I think we showed, at least by way of example, that finite elements computation can complement physical models in some cases where, by way of complicated or recessed shapes in zones subjected to triaxial stresses, the physical model could present some difficulties - and I think that this aspect of complementarity between two entirely different means could be of some help in such cases. Of course we tried to gather some information from the particular case we examined, because this case of an inspection gallery running through the thickness of an arch dam is of some interest in itself. Very often we find that along the sides of such inspection tunnels there are cracks - many times horizontal cracks - running for a considerable length and it is interesting to try to ascertain whether such cracks are due to loads or to thermal effects.

So we tried first with live loads to find the stress concentrations, if any, around such inspection tunnels and the conclusion we came to is that in the case of an arch dam the live load, namely water pressure on the upstream face, does not seem to have any particular adverse effect on stress concentration around this inspection tunnel. So that we are left with the suspicion that where we find these cracks in actual dams, they are probably due to some thermal or hygroscopic effect. This is an interesting point and of course one should be willing to go further and analyze such effects by our mathematical model - and at least in the realm of elasticity there is not any particular difficulty to doing so in principle. But there are practical difficulties. One of these is that it is very difficult to know in detail the thermal and hygrometric situation in the material surrounding such tunnels. So we are practically left with little or no information at all about the input data that we should feed into our mathematical model.

The second factor which adversely affects our possibility to do such calculations is that, as every designer of arch dams well knows, if we try to do an analysis of thermal stresses in dam - especially in an arch dam - and we assume the same elastic modulus that we use for live loads, we will end up with very severe thermal stresses, which do not appear to have any possibility of occurring in reality. So much so that many dam regulations, and among them the old Italian regulations on dam construction, allow the designer to select a very low elasticity modulus, reduced by as much as 50%, to calculate his figures for thermal stresses. So you see that this is a very important problem because for arch dams thermal effects certainly cannot be neglected and it is very important that we should know which physical parameters to use for our mathematical model. There is a certain contradiction here. From our experience of comparing computations of displacements and observed displacements in actual dams we see that we achieve a fairly good correspondance between theory and observations and so we cannot draw any inference from this about how we should differentiate between the material properties that we should use with one kind of load and the other kind of load. I'll try to make myself clear.

Whatever value we assume for the elastic modulus for thermal effect, as long as we do not change the expansion coefficient we wind up - as you well know - al-

ways with the same results on displacements, but of course we wind up with different results for stresses. It is very difficult to measure stresses directly. Practically the only thing that we can measure directly with any certainty are displacements or unit deformations around some point. Thus in the interpretation it is very difficult to separate the effects of live loads and thermal loads - and I propose this subject for discussion because it seems to me, at least according to my own judgement and information, that this is very much an open point.

By way of a parenthesis I would like to show you some results of our comparisons between computed and observed displacements for arch dams. In fig. 1 you see the crown section of a thin arch dam, and on this (Neves) as on a number of other ones we tried a certain method of predicting displacement values from observed temperature in a certain number of points (from embedded thermometers) and from water level variations. The results of such computations are given in Fig. 2: the first diagram represents the water level variations, the second diagram the hydrostatic component of the displacement in a certain point, the third diagram the time dependent component which was statistically computed from a comparison between computations and observations, the fourth diagram the thermal component of elastic displacements as from the computations, the fifth diagram the comparison between computed and observed values - you see that they are very very close and sometimes you cannot distinguish between them - and the last diagram shows the difference between the two.

I point out the comparison between predicted and observed displacement which seems to me to be very good. Now for another point (Fig. 3) where the maximum absolute values of displacement were found, and you see that the comparison is uniformly good for all points and all I want to infer from this comparison is that an elastic mathematical model, at least after a certain initial time during which we observe time dependent effects (but these effects die out after a certain time) can reproduce quite faithfully the displacement behaviour of such structures. But this goes only insofar as displacements are involved. As soon as you try to analyze strains, for instance if you have some embedded extensometers in the concrete, you wind up with comparisons between computations and observations which are worse by at least on order of magnitude - and this relates in my opinion to the fact I was referring to a moment ago.

For this subject of comparison between computations and observations which can be translated into a very efficient method of continuous control of the safety of such structures, I can give some more details later on if any of the delegates would find it interesting.

Closing this parenthesis I would take advantage of this chance to point out the necessity of developing advanced rheological models for concrete, taking into account both time dependence and thermal effects. In particular it seems to me that the different advanced rheological models that we have seen for instance this morning or other advanced models that one could think of, should be reviewed in the light of a consistent thermodynamic approach to the behaviour of composite materials. In particular one should want to explain why apparently thermal effects produce so little stresses in our structures, a thing which we are unable to explain at the moment. Anyway such advanced models should retain a fundamental quality, at least for engineers: they should be simple enough to encourage engineers to apply them and to incorporate them into their mathematical tools. I think I have nothing more to say and thank you for your attention.

DIGA DI NEVES

I 3A 1 DIVISIONE=1 ANNO

IVASO
ALA 1/2000

190 + 1966 + + + + + + +

OSTAM.
ILA 1/1

CFR

IDRO
0 +TEMPO
0 +TERM.
8 +DATO
CALC
29 +DELTA
0 +

FIG. 2

DIGA DI NEVES

M 4B 1 DIVISIONE=1 ANNO

INVASO
SCALA 1/2000

190 + 1966 + + + + + + +

SPOSTAM.
SCALA 1/1

CFR

IDRO
0 +TEMPO
0 +TERM.
11 +DATO
CALC
27 +DELTA
0 +

FIG. 3

IV-6 Mr. R.D. KETTNER

Mr. Chairman, Ladies and Gentlemen, I shall be very brief in giving just a few additional comments to my paper on the use of Lagrangian polynomials in the analysis of arch dams by the load distribution method.

In those grid lines having no node points at the end, that is at the boundary or the abutment respectively, the adjustment loads have to be extrapolated in some way.

The most critical grid line in this sense is for the most part the crest arch: since it is the longest grid line it generally contains the highest number of nodes and thus the polynomials have the highest degree compared with other (shorter) grid lines.

So the polynomial functions may become, at the ends near to the abutments, wavy or fluttering when the polynomial is of high degree. In order to overcome this obstacle and to avoid misleading loading distributions in these areas (i. e. in the abutment zone at the crest) it was found best to equal the function value in the abutment point with the value in the nearest node point.

In the concluding remarks in my paper I therefore mentioned the possibility of using Spline functions instead of Lagrangian polynomials, which may be an easier tool with respect to the necessary extrapolation at abutments of the crest arch. But this still has to be studied.

So much for my contribution - and now, referring to the paper of Dr. Widmann, who unfortunately could not participate in this Seminar, I can say that he told me he had no additional comments to his paper.

CHAIRMAN

Nous allons maintenant commencer la discussion sur les mémoires qui ont été présentées tout à l'heure. Nous nous trouvons ici dans un comité très restreint. Il s'agit donc d'une discussion qui pourra être approfondie si nécessaire. Le nombre de demandes écrites est très limité. Mais cela ne fait rien parce que j'ai découvert tout à l'heure quelques personnes qui essaient d'obtenir des informations sur un plan privé, alors nous allons les inviter à poser ces mêmes questions publiquement.

La première communication qui doit être discutée est celle de M. Carati qui a été exposée tout à l'heure par M. Fumagalli. J'ai moi-même une question à poser: M. Fumagalli a parlé de l'augmentation du module d'élasticité du béton dans le temps et a même indiqué si j'ai bien compris qu'après quelques années cette valeur avait doublé. Je voudrais lui demander s'il a pu établir pour ce barrage-là ou pour d'autres barrages une corrélation entre cette augmentation du module d'élasticité mis en évidence sur l'ouvrage et celle constatée sur des éprouvettes en laboratoire. Si quelqu'un a encore des questions à poser à M. Fumagalli c'est le moment de le faire.

Mr. I. W. HORNBY

This is a question for Dr. Carati; Prof. Fumagalli might have some comment to make. The question concerns the calibration of the strain gauges for use in a dam. The calibration of cubes described would, as I understand it, give a value for the modulus and Poissons ratio of the concrete in some appropriate moisture condition. The strain readings which are taken in the dam however include both elastic strains and non stress raising strains - creep, shrinkage, thermal. How are the strains, from which the stresses are to be derived, obtained from the total strain measured by the recorder?

This difficulty has also been mentioned in Prof. Fanelli's and Mr. Goffi's papers.

Prof. E. FUMAGALLI

Le rapport de M. Carati avait le seul but d'informer sur une méthode de emploi rationnel des instruments de mesure. En tout cas pour ce qui concerne les effets qui se superposent et dérangent les mesures on peut observer que pour le "creep" dans le dépouillement des résultats, on tient compte normalement chez nous, en introduisant une valeur de module d'élasticité réduite par rapport à ce que l'on obtient en laboratoire. Par exemple, contre une valeur moyennement de 300.000 - 350.000 Kg/cm² qu'on obtient sur éprouvette, on adopte une valeur de l'ordre de 250.000 Kg/cm². Les effets thermiques peuvent être dépouillés aussi par les mesures de variation de température. Quelquefois on place aussi un instrument nouveau très proche aux instruments de mesure.

En tout cas je ne veux pas sous-valuer ici les difficultés qu' on rencontre dans la détermination des contraintes statiques dans le corps d'un barrage. J'ai me seulement souligner que l' allure des contraintes mesurées dans le barrage de Frera peut être considérée satisfaisante, tenu compte des fréquents insuccès que on a rencontré en plusieurs cas. A ce sujet le Prof. Oberti aura sans doute l' occasion de nous fournir par ses expériences des informations plus exactes et détaillées.

Prof. G. OBERTI

I completely agree with Prof. Fumagalli. I can add only that the question of putting directly in place the strain meter in the block, and not the isolated instrument, is also due to the fact that the concrete of a dam is made with a coarse aggregate of very great size, about half a foot; and when you put directly in place an instrument which has practically the same length you have to take into account the anisotropy of this material, this concrete. On the contrary, when we put in place a block which had been directly calibrated in the laboratory taking into account also the effect of anisotropy, we found that the strain measurements were sometimes very different from those recorded from the instrument alone. This is my opinion on this very important question.

Furthermore, due really to the possibilities we may have on the spot, due to the fact that this block has been powered in the same quality as the real concrete, and moreover that the shrinkage effects are practically finished, in any case it is necessary to grout all along the surface of the block in such a manner as to have security of continuity, because otherwise the measure changes. But the question is quite a difficult one.

CHAIRMAN

Y a-t-il d'autres questions au sujet de la communication de M. Carati? Apparemment pas! Et au sujet de la communication de l' ENEL sur les mesures dans d'autres barrages en voûte? Non plus! Dans ce cas nous pouvons passer à la communication de M. McNeice. D' après les statistiques c' est lui qui a parlé le plus longtemps tout à l' heure; il a donc droit à la question écrite!

VICE-CHAIRMAN

I have a question from Dr. Kettner: how is the gravity load (self-load) taken into account in your programme STRIDE? When block joints are grouted after the dam has been constructed to the crest, stresses due to gravity (dead) load are the same as for gravity dams: In this feature incorporated in your programme?

CHAIRMAN

J' ai une autre question à vous poser, si vous le permettez. Il s' agit de la méthode de calcul que vous employez, ou plutôt des conditions aux limites, c' est-à-dire des problèmes soulevés par les fondations. Vous nous avez parlé tout à l' heure du barrage, mais je n' ai pas noté que vous ayez mentionné le problème posé par les fondations et en particulier par l' anisotropie du rocher. Comment introduisez-vous ces facteurs dans votre programme? Merci.

Prof. G. M. MCNEICE

With respect to the first question the answer is that we have not taken into account the grouting pressures. What we have assumed and I agree that this is highly approximate, is that once the block is put in and construction has gone around that block, that it is completely monolithic with the other blocks. Now this is not correct of course. The reason why we have not taken that into account was that we were only trying to see if we could use the system for this type of investigation from the viewpoint of geometrical convenience, because otherwise there is a lot of data to produce. We were well aware of the problem and we had thought one attack would be to introduce an expansion, an internal force system, such as an increase in temperature or certain variations to simulate the grout pressure. I think the question is addressed to low dams in which the grouting may not start until the dam is well up. In cases like that the results of our work would be absolutely meaningless.

How we take deadload into account generally is fairly straight forward, we simply create energy equivalent loads within a block and add this to the system. So the loads themselves are approximately correct, but the effect of grouting is not taken into account.

With respect to the second question, as to the boundary conditions used, I spent many hours. Although I still have hair left I tore much of my hair out trying to come to grips with what type of foundation model I should use for the very first dam that we did. We did not have this system then. It was just a dam that happened to come to the university and they wanted analysis done. I had to do it in the quickest possible way. At that time, having looked into the trial load analysis, the type of boundary conditions used was that due to Vogt. When I looked at that particular model and realized that if I were to use finite elements intelligently on the North American continent, I would have to convince the people using trial load that at least I could use the same type of boundary condition as they could. Then we have some base of comparison between the two methods. Incidentally, I have not seen any evidence to show that using large elements for a boundary model comes anywhere close to the Vogt type of response.

I cannot answer the question either right now, because we have not investigated it fully, but I felt that at least going the Vogt direction I would end up with a very simplified boundary model. In fact when you do it you find that the stiffness coefficients which add into the structural stiffness matrix do not introduce any additional equations. They do not even introduce any additional non zero terms. They add right into the existing stiffness matrix.

I will go through this briefly, I have some slides to explain it. Let me just very briefly look at the Vogt boundary so that I can show how we made almost an equivalent model of this into finite elements. Basically if you take a section of the half space and consider that there are these loads, as Vogt approximated the behaviour of this little rectangle in here, you basically have translations and rotations concentrated at a single point which he approximates by having average response over some little area.

This is of course a well known thing but by those of you who work on arch dams, the b/a ratio is calculated in an approximate way, but this is the little area here over which we are going to be dealing with the loads applied at this particular point. So eventually we will have a series all the way around these little strips and all the elements that come in contact with this surface will have a number of these little strips inside. So we have a Vogt boundary in each little strip and a number of little strips for the face of every three dimensional element.

The way we calculate the b/a ratio is simply to take the intersection of the boundary, the intersection of the dam on the rock, take the boundary area and flatten it out like this, then approximate that area by a series of rectangles and add up these in order to get the proper b/a . It is a little more refined than what is usually done in practice, but it is done automatically in the computer.

The model with the Vogt boundary is a flexibility matrix because it relates displacements to the forces at this point. So the bending moments, and translational forces are related through a flexibility matrix to the corresponding rotations and displacements. At this point you have a flexibility matrix and you can almost think of this as being a cantilever beam. This area here is a little strip that I'll be describing. Since Vogt uses the infinite space equations, then his problem is already well posed, the boundary conditions are already applied and therefore it is not a numerically sensitive problem. That is, it is tied down and so you can invert this matrix and produce a stiffness matrix. This would be the Vogt stiffness matrix then in the little strip area.

This is the area we have to concern ourselves with. The elements can be curved like this and we use local curvilinear coordinates. You relate the displacements here to the displacements at the end points and in the center, at the outside of the strip, by a matrix, let's call it $C1$.

Everytime we relate displacements one to another we have a matrix which relates them, so that $C1$ relates one set of displacements, R relates these displacements to another set, $C2$ relates these back to the concerns and so you go through the process of introducing these into the original stiffness matrix. This simply describes the displacements at the ends to the Vogt displacements.

Using equality of energy one simply sets up an equivalent set of forces which simulate the Vogt energy or the total work done. Although it looks a little complicated, it is really very simple. The original Vogt matrix is only a diagonal matrix with a few terms in it. These transformations simply expand this little k up to a large matrix, and of course you add one strip on to the next and accumulate these and you end up with the same size of stiffness matrix as the face of the three dimensional element has. That is, if it is an 8 noded face on the side, it would be 24×24 . That immediately adds in to the structural element that comes on to the boundary.

In our work we have always used it and until we can research it fully to see how it responds to other types of derivations and how it compares with a very complex arrangement of three dimensional elements, I really cannot say whether it is better or not. I know it is better from the point of view of computation and it is equivalent to what is used in trial load, that much I can say.

CHAIRMAN

Merci M. McNeice pour cette explication que j' ai compris, au moins à peu près. Peut-être quelqu' un n' a pas la même opinion que vous à ce sujet...

Prof. O. C. ZIENKIEWICZ

I wanted to comment on the question of including foundation deformability in the analysis. The standard Vogt foundation coefficient method introduced by the U.S. Bureau of Reclamation in the early ' 30s has persisted till today and it is essentially a Winkler - type approximation where the influence of one element on another is not taken into account. It is very efficient computation however, and despite being such a crude approximation it is found to give remarkably good results in much of dam a-

At a Symposium on large dams held at the Institution of Civil Engineers some years ago, it was found that the influence of foundation deformability was slight on the general dam displacements and factors of two or more on the moduli of foundations made practically no difference in the results of the stress and displacement analyses of the structure itself. Perhaps we are lucky here.

However, Dr. Lombardi indicated that it would be useful to extend the finite element analyses into the foundations to deal with discontinuities and peculiarities of it.

We find it today, to be reasonably economical to represent the foundation by a few crude elements of high order extending some distance into the foundation. The procedure however, is not too economic and much work will have to be done on new elements to model the foundation deformations well. Here, perhaps we should think of introducing in finite elements, or alternatively, coupling the solution with integral procedure which deal well with semi - infinite regions.

I would like to congratulate Prof. McNeice on the excellent work done on generating the shapes of dams. The matter of shape description and its incorporation in the analysis and optimisation of dams is of paramount importance and much work on graphics has to be done.

Prof. G.M. MCNEICE

With respect to using elements in the boundary I agree that it is almost mandatory to use elements if you have anisotropy. If you have slip planes for example that you must take into account, there is no other way of doing it. The point is that many dams are designed using the Vogt foundation and this is why I have introduced it here. I agree that with Vogt there is not a direct mathematical link by coefficient from one element to another, but the stiffness coefficient on one element is determined and therefore influenced by the physical presence of the infinite media next door. These values are connected in that sense only.

I do agree that it is not connected sufficiently. Our experience has been, and we have used as many as 62 elements in one dam, which give a lot of boundary points, that we found no major discontinuity between the behaviour as we came down the valley. So you can, with respect to anisotropy, use the Vogt effectively in the sense that you can put in the modulus of elasticity of different strips, not only at different elements but throughout different elements. So you can get an approximation in that way. But coming to the real point of the problem, you mentioned a very interesting thing. You mentioned the $1/R$ functions; we have already developed an infinite element. We have taken a general series solution to the basic differential equation and you do not have to have a flat or half space. It is of semi-infinite extent and you can have any topography you like. We create the stiffness coefficients for this half space by taking the finite element of the dam, placing it on the surface and stating that the traction or the charge between the two bodies must be equal-the distribution on that body and the distribution on that body-must be equal within a least square sense. What this does, is to allow you to couple the stiffness matrix of the dam and the element if you have one with the solution in terms of undetermined coefficients. We have all of the mathematics complete, we have done two dimensional testing and we have some fairly interesting results I think. The 3D is currently being computed and unfortunately my PhD

student who is doing the work was such a brilliant man that a company has hired him for an extremely large sum and he has perhaps another three or four months before he finishes his degree. So I hope that within 4-5 months we'll have some thing published. We are going to write a short precis on the mathematics.

CHAIRMAN

On voit donc qu'il y a un problème de rigidité. Nous avons deux matri ces de rigidité, celle du barrage et celle de la fondation qu'il faut mettre en corrélation. Je voudrais poser une question à M. Fumagalli puisqu'il est là, en première file, c'est une victime toute désigné. Est-ce que vous avez déjà eu l'occasion de déterminer sur modèle des matrices de déformation du terrain en tenant compte de l'hétérogénéité du terrain, de l'anisotropie du terrain etc. Il s'agit de matrices dans le sens de celles que vous nous avez montrées hier, au sujet des coefficients de déformabilité du barrage déterminés en vue d'un calcul sismique? Peut-être d'autres personnes peuvent également nous faire part de leurs études.

Prof. E. FUMAGALLI:

Pour répondre à la question de M. le Président, je retiens qu'on pourra bien exécuter des examens de comparaison entre résultats de modèles et de calculs pour ce qui concerne la déformabilité des fondations d'un barrage en utilisant les mo dèles de type traditionnel. Dans ces modèles, en effet, le rocher est généralement reproduit par corps en roche élastique, homogène et isotrope, c'est-à-dire en conditions tout à fait comparables aux hypothèses de calcul.

Plus difficile, à ce moment, il me semblerait de pouvoir utiliser les résul tats des modèles géomécaniques: ces modèles sont des moyens de contrôle à la sta bilité d'ensemble. Dans ces modèles en effet la rupture de l'équilibre est déterminée fondamentalement par les systèmes de discontinuités, quelquefois assez complexes, rupture encore difficile à vérifier par calculs.

Tout cela pour ce qui concerne une vérification de type statique; pour une vérification de type sismique, la question doit être posée à mon collègue l'Ing. Castoldi qui malheureusement n'est pas là.

CHAIRMAN

Y a-t-il encore quelque chose à ajouter sur la communication de M. McNeice? Si ce n'est pas le cas, nous pouvons examiner celle de M. Fanelli. Pour ma part j'ai quelques questions à poser. M. Fanelli a étudié une galerie tangentielle au bar rage, c'est-à-dire une galerie qui se trouve à peu près dans le plan moyen du bar rage et il a trouvé que l'influence sur l'état général des contraintes était très faible. Je voudrais lui demander s'il a eu l'occasion d'étudier aussi des galeries placées perpendiculairement au parement, parce qu'on peut supposer que dans ce cas l'influen ce serait bien plus forte. D'autre part je voudrais lui demander s'il a fait une compa raison entre ses études et les formules qui sont données par exemple par le Bureau of Reclamation au sujet des contraintes secondaires.

Un autre point qui pourrait intéresser les présents c'est de savoir de quelle façon - plus en détail, puisque vous nous avez dit l'essentiel - vous analysez séparé ment les effets thermiques et les effets statiques du barrage.

Est-ce qu'il y a d'autres questions à poser à M. Fanelli? De cette façon il pourrait répondre à toutes à la fois.

Prof. O. C. ZIENKIEWICZ

I am not sure of the arguments made by Dr. Fanelli for reducing the thermal stresses. These do not appear to be consistent with the deformation and temperature drop. Could he perhaps explain.

Prof. M. FANELLI

I'll try to answer the different questions in the order they were put. First of all, we analyzed the case of a tangential tunnel in the middle surface of an arch dam because that is the normal position for most of the inspection tunnels - and I think this is logical, because we try to cut the flow of the stresses in the neighbourhood of the neutral axis for bending components. Of course it would have been very interesting also to study the case of a tunnel perpendicular to the facings. We did not do that for lack of time and also for the same reason we did not compare our results with the formulas of the Bureau of Reclamation, but I intend to do so and to publish the results if they prove to be interesting.

I'll answer the question put by Prof. Zienkiewicz before answering the second question put by Prof. Lombardi. What I was trying to say before is this: when we compare displacements measured on actual dams and displacements computed on a mathematical model we must put together two different components: displacements caused by live loads and displacements caused by thermal effects. We do this on our mathematical model - at least that is what we are doing - in the frame of a simple elastic model and we assume, to start with, a certain thermal expansion coefficient and a certain modulus of elasticity. We compute displacements and provided we put in the right value of our constants they come off pretty well, (they can be pretty well comparable with what we observe in reality).

But when we come to compute stresses in the structure, then usually we wind up with thermal components which seem exaggeratedly large. This is a very common experience among arch dam designers. When you are designing an arch dam and compute the thermal effects, if you use the same modulus of elasticity as for other effects, you obtain very very large thermal stresses, so large that they would lead to a very critical appraisal of the safety of the structure. And so an empirical viewpoint has been developed - but with some justification of course - saying that for computation of stresses due to thermal effects we are allowed to use a modulus of elasticity which is far smaller than the one we use for computing displacements due to live load (for instance) and this is explicitly born out by many regulations. I was citing the Italian dam regulations.

This is of course an inconsistency. One could reason in a very different way, one could say, well the thermal stresses develop very slowly in time - at least for the majority of the mass of concrete - and so there must be an important creep effect. These stresses are stresses which are in equilibrium, they do not have to face any live load and so they are compatible with the situation in which a certain state of deformation appears externally and the stresses tend to dissipate. But in my opinion this is not very consistent with what we observe on actual structures, because in an actual dam we have a live load due to water, which in many cases has a cyclic behaviour. The reservoir is going up and down with fairly large variations and if we look at a typical curve of a reservoir impoundment we observe that there is a fairly cyclical component.

The same kind of cyclic behaviour is valid for thermal effects. So why does the one dissipate, and the other not do so? This is very hard to conceive, unless there is some factor which makes thermal stresses basically different from equilibrium stresses. This is what I was trying to say before, I don't know if I have made myself clear now.

Prof. O. C. ZIENKIEWICZ

Why are computed thermal stresses judged "too high"?

Prof. M. FANELLI

Well, simply because they would produce in some regions of the dam very large tensile stresses and normally this would appear to lead to cracking. We know that if the stresses were of such magnitude and of a tensile nature, the concrete would not withstand them. And so there is a feeling, but no more than a feeling, I admit it, that those stresses are too large to be actual, to be real. There must be something which we do not take account of. Of course one can imagine many mechanisms that can be taken into account for this, but it is very difficult to choose between them and to have a consistent model of the material.

If there is some time left I could present some results for the system of displacement control that we have been developing for some years now for the ENEL dams. Basically the situation is the following: we have to follow during their life a very big number of dams. They are controlled by very different means. Basically we follow of course the water level variations, which are recorded, the temperatures of the air, of the water and at a certain number of points inside the concrete (this is a common practice for other countries), and we control the displacements of a certain number of points of the dam. All these quantities are plotted and are given over to the control authorities. Of course this is not an end in itself because all these things must be interpreted and they must be given a meaning in order to assess the safety of the structure. What we have been trying to do for some years now is to find a rational basis to give such a critical appraisal of the measurements we make; and among the different ways one could choose to do so we chanced upon this scheme. We construct a mathematical model of the dam, which is capable of producing answers if we subject it either to water level variations or to thermal variations. We construct by means of this mathematical model the so-called influence functions, unit influence functions. What do we mean by that? We mean that we produce for every point that we must control displacement-wise functions relating these displacements to water level variations and functions relating their thermal displacements to unit temperature variations in each thermometer. This is done by a mathematical trick, but I cannot extend upon that, the only thing I can say is that it works. I have published some details on other occasions and I can give you the bibliography.

By these unit functions we are able to reconstruct very rapidly or to forecast, if you want, the displacements of every point due to whatever level variation in the reservoir and whatever thermal situation as indicated by the control thermometer. Now we end up with theoretical displacements, because they are drawn from a mathematical model, given certain assumptions. These theoretical displacements must and can now be compared to the displacements we actually observe

on the structure under the same conditions of water level and temperature. The feeling that we have is that as long as this comparison gives us a difference which is contained within a rather narrow confidence band, we must say that the actual structure corresponds to our mathematical model. So we prove the model by ascertaining that this agreement happens over a certain number of years. If this is the case, then we reason in the following way: let us observe the dam in time, let us forecast its displacements as time progresses, by means of our influence functions and compare them all along with the observed displacements. If the agreement we had for the past continues in the future, then we are allowed to say that this model is consistent with reality. As soon as this agreement is impaired and the difference between the theoretical and actual displacements goes out of the confidence band, we are allowed to say that something has happened - we do not know what, but our model no longer corresponds to the reality. Maybe the material properties have changed, maybe a crack has occurred, maybe the foundations have changed - we do not know, but something has occurred. And so we may sound an alarm, so-to-speak, go and see what has happened. This is very briefly the principle of our control method and if you allow me some more minutes I can show a few slides to illustrate this principle.

This is just to show you very rapidly what is the basis of the mathematical trick for decomposing temperature variations into unit temperature variations pertaining to each thermometer. Supposing (Fig. 1) each white circle represents a thermometer, this surface is the image of the unit temperature distribution - or shape function - that we relate to unit temperature variations for that thermometer and zero temperature variation in all other thermometers. Fig. 2 is a study we made of the error we commit in making the assumption illustrated in the previous slide and this error has been found to be minimum for certain optimal distribution of thermometers along the thickness, which depends of course on the thickness itself. Here the optimal configurations of a thermometer are illustrated and the errors we commit, which amount to no more than about 10%.

Fig. 3 is another comparison for another dam, very much like the one I showed you before: see the water level, hydrostatic component of theoretical displacement, thermal component, comparison between observed and synthesized displacements and difference. I am saving for last an illustration of how you can automatize the whole thing. Fig. 4 is the crown section of an arch dam in which there is a pendulum. The main displacement observations are made by means of this pendulum. In this case we installed on the dam a small analog computer into which we fed the coefficients of our unit influence functions. Into this analog computer we feed the signals from the electric thermometers and from a pressure transducer which signals the water level, so that the analog computer gives as an output the synthesized theoretical displacements relative to these two causes. This can be recorded on a strip of paper. Fig. 5 is the thermometer distribution for that dam. Fig. 6 is a developed view. Fig. 7 a comparison between observed and theoretical displacements over some years. Here we had a derangement of the thermometer output and after that was corrected we had a perfect agreement again.

Fig. 8 is the analog computer we installed, with 24 potentiometers to adjust the thermal coefficient and 10 diodes to adjust the reservoir level function. Fig. 9 is the kind of trace we obtain as output of the analog computer and this can be directly compared with the trace of the same kind which comes out from the automatic pendulum recorder. Thank you.

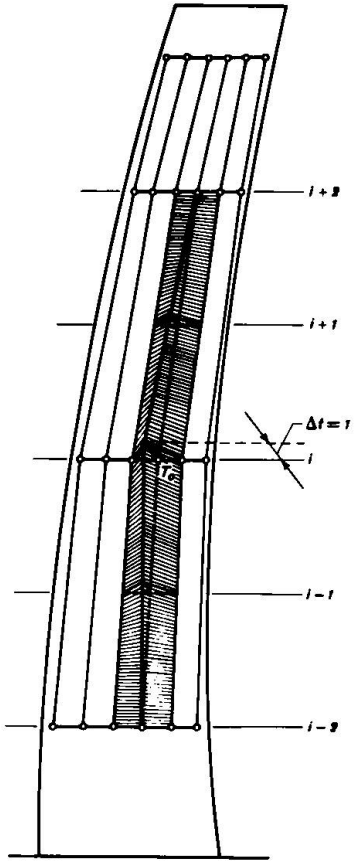


Fig. 1

Distribution de la température dans la section verticale par variations unitaire de la température indiquée par un thermomètre T_0 .

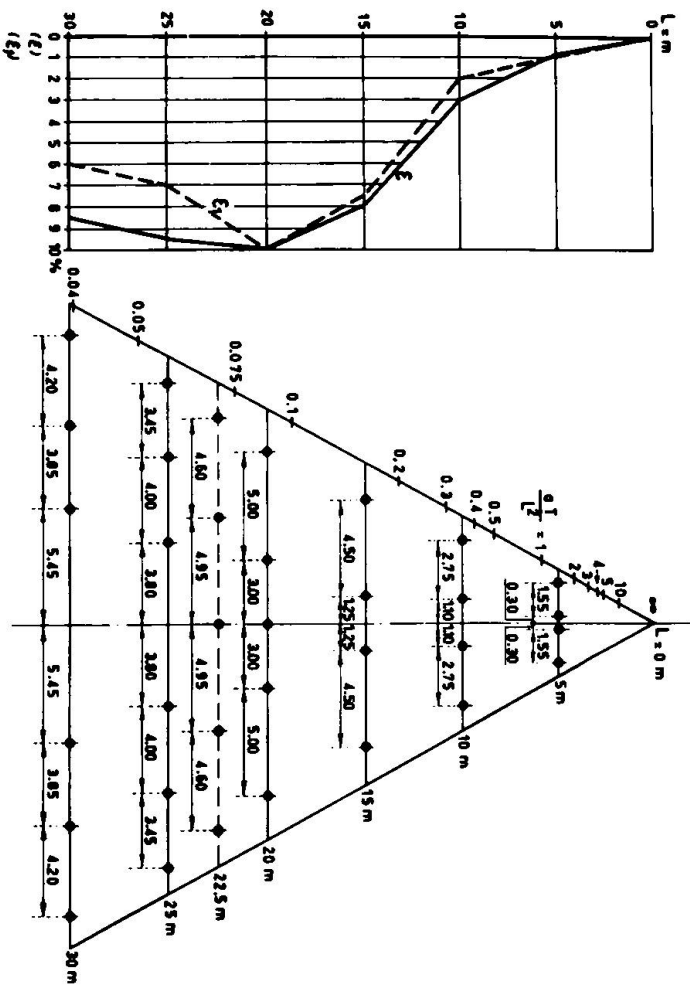


Fig. 2

Distribution optimale des thermomètres dans un mur de section horizontale variable.

(ϵ) Erreur % sur T .
($\epsilon_{\Delta t}$) Erreur % sur Δt .

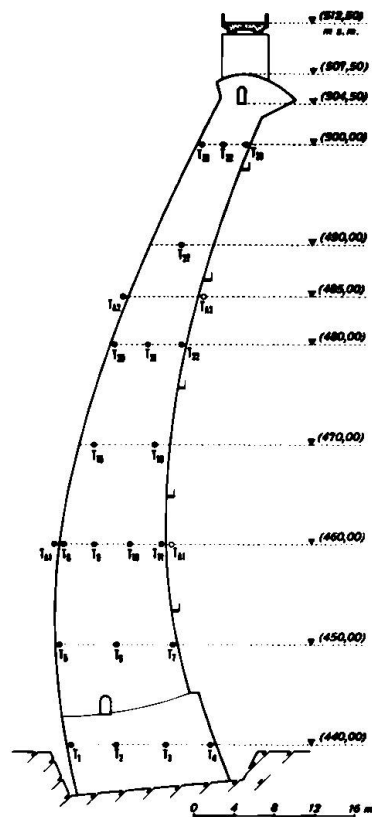


Fig. 5
Barrage de Talvacchia.
Emplacement des thermomètres dans le béton de la section de clef.

- thermomètre dans l'air,
- thermomètre dans l'eau,
- thermomètre dans le béton.

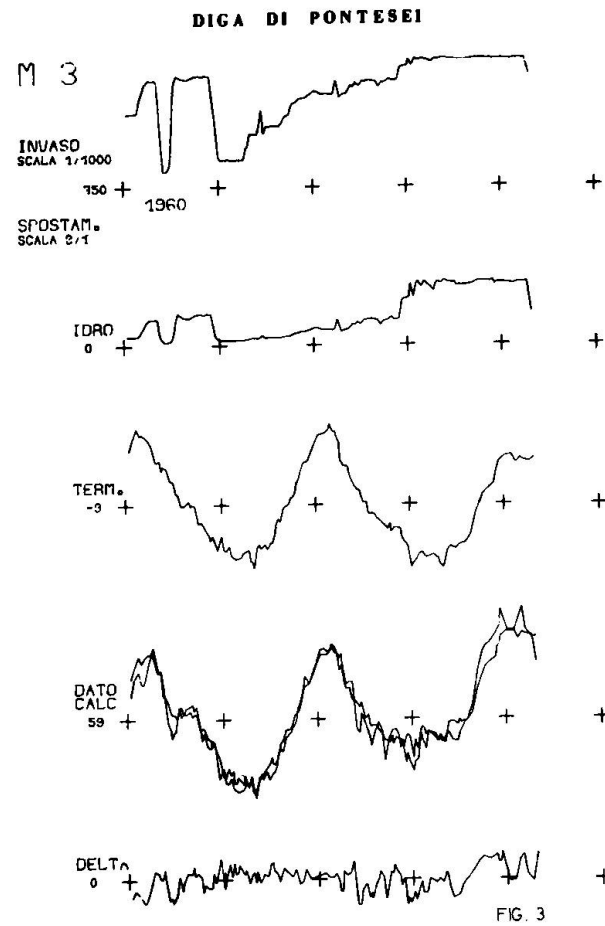


FIG. 3

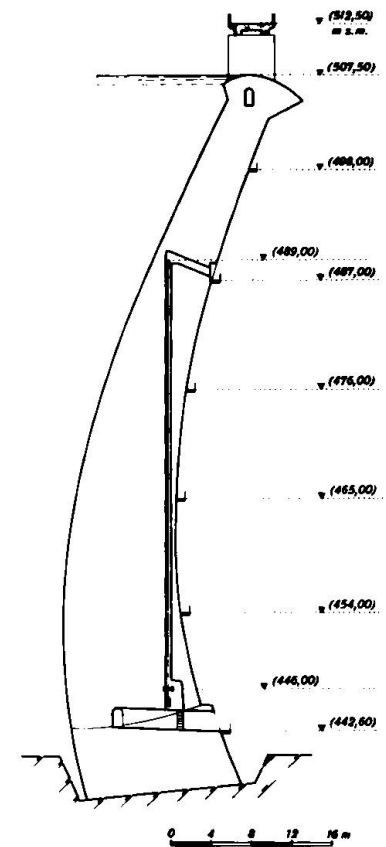


Fig. 4
Barrage de Talvacchia. Installation du pendule.

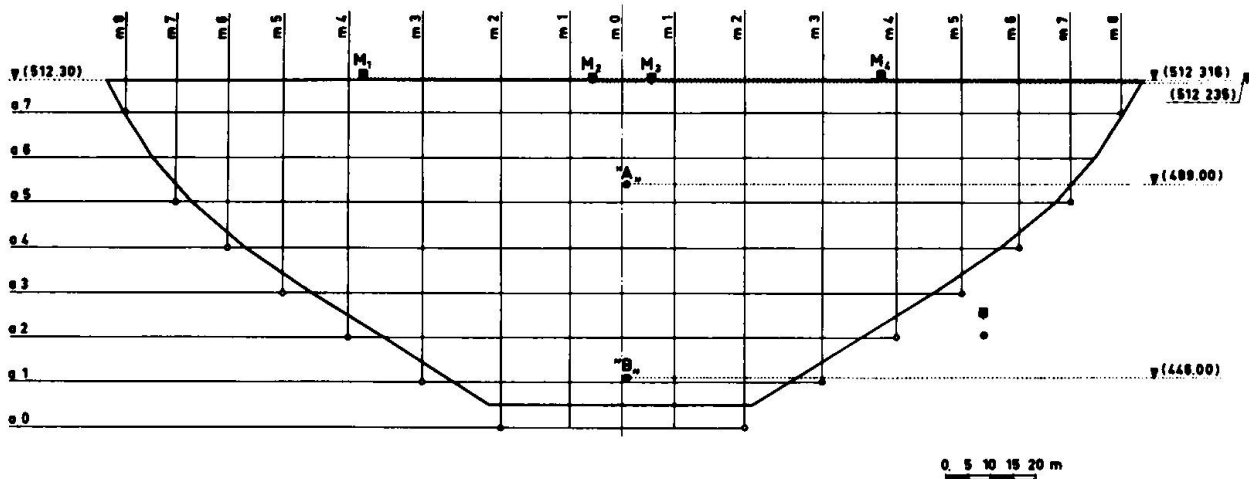


Fig. 6

Barrage de Talvacchia. Répartition arcs- consoles pour la préparation du programme automatique de calcul des déplacements horizontaux et position des alignements et du pendule.

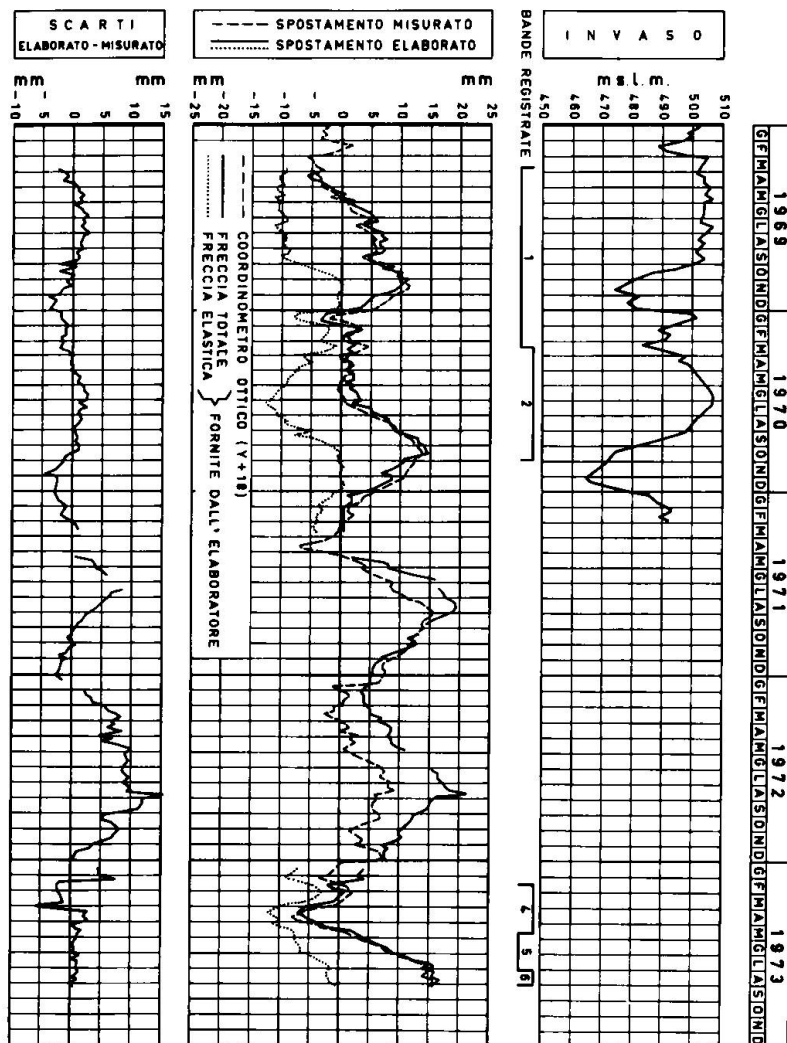


FIG. 7

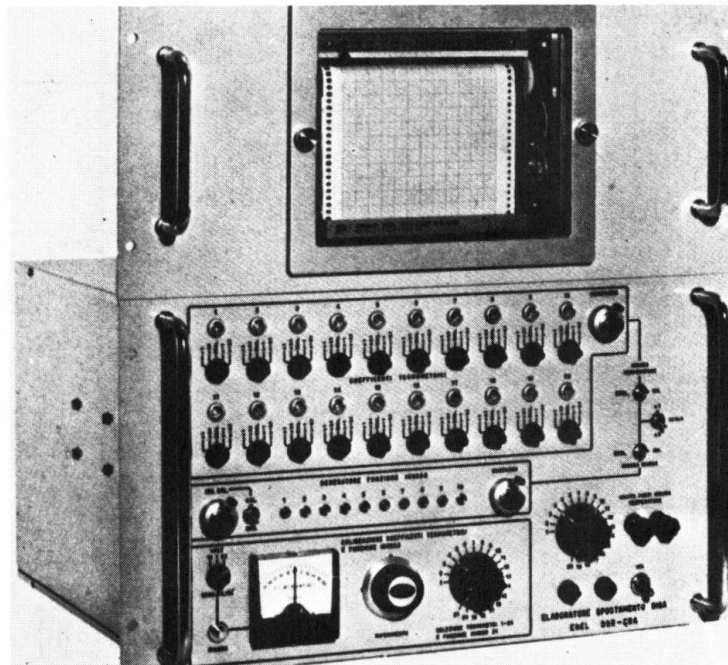


FIG. 8

Barrage de Talvacchia. Elaborateur analogique spécialisé pour l'enregistrement continu du déplacement d'un point du barrage calculé avec la théorie a priori.

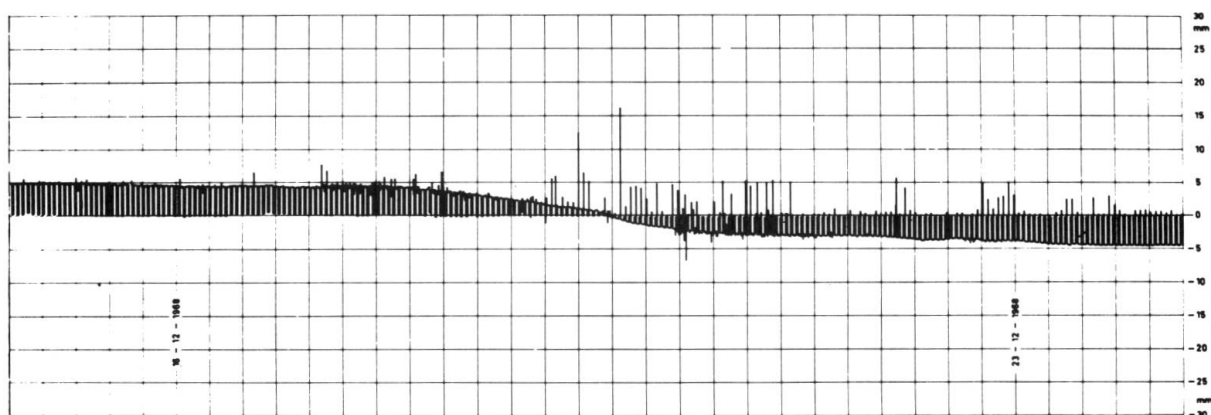


FIG. 9

Barrage de Talvacchia. Exemple d'enregistrement continue avec élaborateur *spécial*.

CHAIRMAN

Merci M. Fanelli. Nous pouvons passer à la communication de M. Kettner, est-ce qu'il y a des questions? Ce n'est pas le cas! M. Kettner a sans doute été trop clair et explicite - c'est une erreur, il faut toujours laisser un peu de suspense! Alors passons à la communication de M. le Prof. Berio, quelqu'un a des questions à poser? Pour ma part j'ai une question un peu naïve, mettons que je sois làque dans le domaine. Vous calculez une probabilité de rupture pour l'ouvrage avec un développement mathématique que nous avons lu dans votre communication, mais avez-vous fait quelques réflexions au sujet de la valeur numérique de la probabilité de rupture que l'on peut admettre et comment peut-on en déduire un coefficient de sécurité dans le sens habituel?

Prof. A. BERIO

Celle que vous avez posée c'est la question la plus difficile dans un calcul probabiliste. Nous n'avons pas songé à cette question, c'est une question très difficile à traiter parce qu'elle entraîne des considérations techniques et des considérations économiques, et même des considérations sociales, parce qu'on doit calculer la possibilité de perdre des vies humaines. C'est une question que nous ne sommes pas en conditions de résoudre.

CHAIRMAN

S'il n'y a pas d'autres questions, j'en aurais une question à poser à M. Goffi, sur la dernière communication; c'est la question que j'avais formulée au début de la séance. Avez-vous pu prouver une corrélation simple entre la troisième contrainte, c'est-à-dire la contrainte normale au parement amont et la pression de l'eau?

Prof. L. GOFFI

Dans la figure n. 6 nous voyons que la contrainte σ_Y est très faible; évidemment il n'y a pas de contrainte sur le parement aval, puisque il n'y a pas de pression hydrostatique. Sur le parement amont on a la pression hydrostatique et l'on devrait avoir la valeur de σ_Y qui devrait être correspondant à la pression hydrostatique maximale qui peut arriver dans notre cas seulement à 50 m environ, car nous avons examiné des lectures qui se référaient à un niveau d'eau qui n'était pas le maximum. Malheureusement les instruments sont allés hors service avant que le niveau de l'eau eusse atteint le maximum. Alors nous voyons que, avec 50 m environ d'eau, il faudrait avoir quelque chose comme 5 kg/cm^2 et ceci est vrai jusqu'à un certain point car nous avons le σ_Y qui marche très vite le premier jour après le bétonnage: évidemment c'est un effet qui n'est pas dû à la charge. Après nous avons le diagramme qui se maintient à une valeur avec des oscillations peu significative. Ensuite nous avons un accroissement d'environ $15\text{-}20 \text{ kg/cm}^2$ et peut-être ceci est un peu fort par rapport à la pression hydrostatique. Il faut tenir compte que dans ce barrage, environ 10 m au dessous des emplacements des extensiomètres, nous avons le joint circonférentiel qui, peut-être, trouble les données expérimentales; alors il faut prendre ces données avec un certain bénéfice d'inventaire.

CHAIRMAN

Y a-t-il d'autres questions pour M. Goffi? Non! Dans ce cas je vous remercie. Nous avons ainsi terminé la discussion des mémoires qui ont été présentées. Je crois que nous pouvons conclure cette discussion. Je voudrais remercier tout d'abord les auteurs des mémoires pour le grand travail qu'ils ont fait et pour la contribution très intéressante qu'ils ont apportée, ainsi que les personnes qui ont participé à cette discussion, qui a été fort animée.

Nous pouvons constater que malgré les études faites jusqu'à présent dans le domaine des barrages depuis des dizaines d'années, le problème reste encore ouvert et il y aura matière certainement pour de nombreux autres symposiums - je vois M. Zienkiewicz qui pense déjà au symposium de Swansea de Septembre 1975 et sourit en voyant tous les problèmes qu'il pourra résoudre à ce moment là -. Les problèmes les plus importants qui restent ouverts ce sont peut-être les suivants:

- un premier problème est celui des modèles rhéologiques à admettre pour le béton, car pour ma part je partage les hésitations de M. Fanelli. En effet nous constatons souvent que les tractions, que les températures devraient induire dans le béton, ne se remarquent pas. Elles ne se traduisent pas par des fissures comme elles devraient le faire "logiquement".
- un autre problème dont nous avons parlé aujourd'hui est celui des fondations. Comment tenir compte de toutes les particularités souvent très peu connues du terrain? De l'anisotropie? Des discontinuités? Et cela sous deux points de vue: celui des déformations, mais aussi celui de la résistance et de la sécurité de la fondation.
- le troisième problème est celui des sollicitations locales dans le corps du barrage. Car si on peut avoir assez facilement une bonne idée du comportement général du barrage, il reste encore divers problèmes, tel que celui des galeries dans des endroits peu favorables, celui des tampons etc. où des études de contraintes à trois dimensions devront être certainement encore entreprises ces prochaines années.

Je vous remercie donc tous de votre participation. Si je suis autorisé à clore cette session de discussion je ne suis pas autorisé à le faire pour le symposium lui-même. M. Oberti ayant ouvert ces journées très intéressantes, Vous adressera quelques paroles finales.

Prof. G. OBERTI

Only a few words because it is rather late, but I am glade of the success of this seminar and I thank you wholeheartedly for having contributed to this success and particularly the Chairmen, Co-Chaimen and the whole staff of ISMES. Personally I am satisfied and I hope that you are satisfied too.

Only a few words about the work developed at ISMES. I think that in particular structural models even today constitute a powerful means of research that needs to be refined through modern advances in the methods of reproduction, testing and measurements, as you perhaps have seen during the visit to the ISMES laboratories.

Models represent a reliable and above all a safe method of investigation, suitable for you in the elastic range and beyond to failure, as much as for historical and ancient monuments - I have tested the Duomo di Milano - and for modern works or structures, with special difficult design and with difficult boundary conditions. They are available for tests in areas where analytical methods, even the very advanced ones, are maybe usefully helped by experimental studies.

I thank you and I close this Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses.