

Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 19 (1974)

Rubrik: Complementary reports

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Rapports complémentaires
Ergänzende Berichte
Complementary Reports

III-3 Prof. A. L. L. BAKER

As I think most of you know, John Newman has done a lot of work at Imperial College on triaxial strength and produced a space envelope and Dr. Sullivan has done a lot of uniaxial testing for creep rates at various temperatures and various stresses. They both regret they were unable to come, they were otherwise seriously occupied, so I have come along to give you an attempt to correlate the work, the uniaxial work of Sullivan with the triaxial work of Newman, which seems to me to be necessary in order to provide adjustments to triaxial strength due to long term effects and also due to temperature effects, so that in the finite element calculations you brought into the calculations the correct characteristics of the finite element.

It is not easy to get a physical model of concrete which gives you everything. As you know the process of making concrete means that you finish up with hard stones packed tightly together and the voids are filled with a much softer mortar. So you definitely have a two-phase material in which the stones are attempting to span as rings or arches around the soft voids. Those characteristics can be represented by a double tetrahedron of rods in which the rods have particular stiffnesses which at any stage of loading will give the same deformation characteristics as the concrete. In other words, at each stage of loading in the stress history of the pressure vessel you need to have the appropriate E value for the time interval, the appropriate Poisson ratio value and the appropriate ultimate strength or ultimate strain value. Concrete as you know does seem to fail in ordinary uniaxial compression tests at a particular or limiting compressive strain. The Poisson's ratio certainly at lower stresses is fairly consistent in value, so that if you multiply your failure compressive strain by the Poisson's ratio you get an extension strain which seems to be a suitable criterion of failure, as distinct from a strain obtained from a direct tensile test in which the rate of loading and the method of application of the load has a very great influence on the ultimate strain. That enables one to derive an expression for triaxial strength in terms of strength obtained from uniaxial tests and the expression includes the confining values of any confining pressures, values for the Poisson's ratio and different values of E , in the three directions. Applying such an expression and using what seems to be reasonable values of E and Poisson's ratio one gets fairly close agreement with Newman's space envelope, but one must admit that the expression is extremely sensitive to small variations in the value of E and in the value of Poisson's ratio.

The result is that one does get a reduction in strength of concrete with time and with temperature and that does agree with the work of Glucklich who found that if you load unbound concrete to 60% of its ultimate strength for a long period of time it will ultimately fail. Of course this effect is not so pronounced at lower stresses, but there again research is needed to show exactly where the limit is. Then that leads us to need for pressure vessels, to do step by step, computer calculations for intervals of time. At each time interval the creep rate will de-

pend on the temperature and the stress. The strain due to stress will also depend on the E value, which depends on the temperature and again on the stress. In addition to that there is displacement due to direct temperature expansion or contraction, so you have those three displacements coming into the calculation. The resultant displacements of course must be included in the compatibility calculation, for whatever compatibility to boundary conditions applies.

The method I have suggested is simply a proposal to take account of the possible weakening of concrete over a long period of time due to creep, in addition to temperature effects and also due to the temperature effects increasing the extensional strain. There is one thing one must be clear about, and that is that it is possible to get an extensional strain, even though the concrete is in compression. If your confining compression is not sufficient to prevent the strain normal to the main stress due to a high Poisson's ratio the concrete extends laterally, but at the same time it has lateral confining compression and it seems to me reasonable to assume that a limiting value of that extensional strain is the stage at which the bond between the mortar and the stones begins to breakdown sufficiently to cause internal instability.

III-5 Dr. P. ROSSI

Ladies and gentlemen, I would like to add some words and to emphasize some points in the paper presented by Mr. Bellotti and myself for this seminar: "New prospects for evaluating the degree of safety in concrete structures subjected to multiaxial stresses". Also if we are sure we are in a domain which is "far" from a failure condition, namely when stress states are very "internal" to the failure surface, it is very important to know how the material behaves in the actual stress condition and above all the degree of safety associated with such a stress condition, not only as regards the failure, but especially in relation to the loss of efficiency of the structure itself.

To this end knowledge of the failure surface only is no longer sufficient. To arrive at satisfactory practical results, it remains, in our opinion, to emphasize the experimental research in order to investigate and locate those factors which are, as far as possible, characteristic and determinant of the appearance of fundamental phenomena considerably affecting the physical and mechanical properties of a material.

Part of the experimental work carried out at the Niguarda Laboratories of the Hydraulic and Structural Research Centre of ENEL was presented to the RILEM Symposium in October 1972 and part is summarized in the paper presented at this seminar. Because we cannot consider as completely satisfactory for establishing the degree of safety the definitions which lead to the determination of coefficients as "values" which somehow or other "map" or "compare" the actual stress state with a failure stress state (in fact the failure stress state to which it is necessary to refer cannot definitely be determined from among the infinite points of the failure surface) and because it is also not always permissible or possible to fix a priori the stress path along which the failure should be reached, at the present state of research in our opinion it seems advisable that any consideration concerning the degree of reliability and safety should be related to the actual physical conditions of concrete as we have tried to recognize and represent by the four fundamental domains described in our paper.

Then the stress states are subdivided into four fundamental groups in relation to the ensemble of the physical and mechanical phenomena that they can induce in the material. Therefore both general and particular safety criteria can be established, on each occasion if you want, by demanding that suitable stress states belong to one or more predetermined groups depending on the efficiency and the safety requirements of the whole structure or of its special parts.

We have introduced the correspondence between domains and groups because the domains can vary, while the groups are to be considered "fixed" in the sense that each group is a representation of a certain well-determined condition of the material to be approximately ascribed to all stress states belonging to the same group. In our opinion safety criteria have to be established along the lines outlined before as regards these last groups.

As a matter of fact to consider the influence of time and of the stress path means to consider that the failure surface and the other limiting surfaces can change; and so the domains can change too. Lastly a consideration with reference to some papers of Prof. Zienkiewicz and Dr. Argyris and others, which I have read with care even if I am not a "finite element man". I would like to suggest that our "limiting surfaces", the failure surface too, behave very well as "loading surfaces": in this case it is possible to incorporate every safety criteria established as outlined before in the constitutive relations themselves, as it should be. Thank you.

III-6 Prof. O. DE DONATO

Ladies and gentlemen, I will briefly discuss one point regarding the way in which the path-dependency of the material constitutive laws has been taken into account in the underground opening problem considered in the paper. The assumed plasticity condition for the soil was the extended Mohr Coulomb criterion, proposed by Drucker and Prager; the same criterion was also adopted for the concrete but assuming a small tensile strength and elastic perfectly plastic behaviour.

As everybody knows, the path-dependency is a very important aspect in soil problems because it is related both to the path-dependency of the material constitutive laws and to the history of the loads. The latter depends greatly on the assumed sequence of the phases of construction, such as, in the problem in hand, the consolidation, the opening, the centring of the tunnel, the concrete casting, etc.

Among the different non linear analysis procedures so far proposed for these kinds of problems, the incremental method has been very frequently used and, in fact, it is attractive. But there are well known circumstances for which the procedure becomes very laborious involving increments of the external loads at each step which are too small and then requiring a high number of steps to reach the given final loads. It would be more advantageous instead to choose a procedure which subdivides "a priori" the loading history in finite loading steps. This is operated in a recently proposed procedure named "multi-stage method" explicitly divided for general non proportional loadings and here applied to the problem in hand.

The main aspects of the multistage method are: (i) piecewise linearization of the yield surface, (ii) subdivision of the loading history in a sequence of families of loads (loadings stages) each governed by only one parameter monotonically increasing,

(iii) solution of the analysis problem for a given loading stage (says k^{th}) assuming holonomic flow laws, i. e., that no sequence of loading-unloading takes place in the stress path of any point of the structure during the application of the load, (iv) solution of the analysis problem for the following $(K + 1)^{\text{th}}$ loading stage assuming again holonomy, but with a suitable modification of the constitutive laws (in practice of the yield limit) for those stress points that were in the plastic range at the end of the k^{th} stage.

It is possible to show that for both phases (iii) and (iv) the analysis problem can be formulated in terms of various quadratic programming problems involving as unknowns the plastic multipliers, or the plastic multipliers and displacements, or the plastic multipliers and stresses (see references for more details).

I would like to conclude with some remarks on the adopted procedure. An important advantage is the possibility to subdivide "a priori" the final loads in to proportional loading steps. However there are some sources of error in applying the multistage procedure. First is the piecewise linearization, but this source of error can be reduced in its importance by increasing the number of planes describing the linearized yield surface. Second is the possibility of loading-unloading sequences during a step; but this source of error too can be reduced in its importance by decreasing the amplitude of the loading step.

An important point to be mentioned is the possibility of reducing the number of variables in the problem by forecasting the yield planes which will be activated at the solution under the final loads (on the basis e. g. of the elastic solution). This sometimes reduces so drastically the number of variables, that large size problems can often be solved very easily.

Finally, another point is about the algorithm to adopt to solve the quadratic programming problem. There are different algorithms which all have the common important feature of guaranteeing convergence to the solution of the problem in every case (of course in the presence of overall stability). A recent algorithm (by Cottee) can even say whether, during the loading step, there is some load-unloading sequence, i. e., whether the source of error already mentioned is present; this information is an important tool for suitable ajustement of the length of the loading step. Thank you.

SUR LE COMPORTEMENT MECANIQUE DES BETONS A LA LIMITE DU DOMAINE REVERSIBLE.

Michel LORRAIN et Jean-Claude MASO

Département de Génie Civil,
Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse.

L'étude des lois de comportement des mortiers et bétons et de leurs mécanismes de fissuration et de rupture fait l'objet d'un programme de recherche développé depuis plusieurs années au Département de Génie Civil de l'I. N. S. A. de Toulouse.

Nous présentons, dans cette communication, les conclusions de ces travaux en ce qui concerne la définition d'un critère de réversibilité pour les mortiers et bétons.

GENERALITES ET METHODE D'ETUDE

Les désordres irréversibles tels que microfissures ou plastifications sont des phénomènes qui se produisent à l'échelle locale dans le matériau.

C'est pourquoi il nous a paru indispensable pour mener notre étude, de tenir compte des distributions locales de déformations et de contraintes engendrées dans le matériau par les multiples singularités qui s'y trouvent.

La grande complexité de la structure interne des bétons nous interdit l'analyse directe des états de déformations et de contraintes qui s'y développent. Nous avons donc été amené à leur substituer un modèle théorique simple, pour entreprendre ensuite des études plus complètes sur des modèles de plus en plus complexes et revenir ainsi au matériau composite initial.

Nous avons supposé que le solide n'était pas fissuré initialement.

Nous avons repris l'hypothèse formulée par DANTU (1) selon laquelle on peut considérer les bétons comme des milieux hétérogènes à deux phases homogènes et isotropes, le mortier, d'une part, et les granulats, d'autre part.

On peut alors représenter un béton comme un composite granulaire cohérent à matrice élastique, dont les singularités sont soit des inclusions rigides par rapport à la matrice, soit des trous libres. Les premières simulent les cailloux et les secondes les pores.

Nous avons distingué deux types de liaison entre la matrice et la singularité. Dans un premier cas, nous avons supposé qu'il y avait adhérence (2) entre les deux phases. Les déplacements de l'inclusion et de la matrice sont alors égaux à l'interface.

Dans un second cas, nous avons supposé qu'il n'y avait pas adhérence. Il existe alors deux types de conditions aux limites à l'interface. Sur la partie en contact, elles sont celles de l'adhérence ; sur la partie décollée, elles sont celles d'un bord libre.

Nous avons, dans un premier temps, analysé le comportement d'un modèle élémentaire plan, à singularité circulaire unique. Nous pouvons ainsi mener jusqu'au bout les calculs mathématiques de l'élasticité linéaire.

Cette représentation schématique peut paraître très éloignée de la réalité physique, mais il convient de remarquer que ce modèle constitue un premier pas dans l'hétérogénéité.

Nous avons ensuite généralisé cette schématisation en examinant le cas d'un modèle polygranulaire constitué d'une matrice plane dans laquelle est insérée une distribution aléatoire d'inclusions circulaires, de manière à nous rapprocher du matériau composite initial.

La connaissance des distributions théoriques des contraintes et des déformations en tout point du modèle nous permet d'étudier le comportement du schéma théorique de béton à la frontière du domaine de réversibilité.

Dès lors qu'on connaît, en effet, les critères auxquels obéissent les deux phases homogènes en présence, on peut déterminer, pour une sollicitation donnée, en quels points l'état limite est atteint et définir ainsi avec précision les zones où apparaissent les premières plastifications ou les premières microfissures.

Lorsqu'on ne connaît pas les critères auxquels obéissent les deux phases homogènes, on peut, à partir d'observations expérimentales suffisamment fines de l'apparition des premiers désordres irréversibles, tenter de définir les lois du passage à l'état limite réversible.

Nous avons, pour cela, envisagé plusieurs hypothèses de critère :

- le critère de RANKINE, exprimé en traction pour tenir compte de la faible résistance des bétons vis à vis de ce type de sollicitation,
- le critère du cisaillement maximal,
- le critère d'extension maximale,
- le critère de distorsion maximale,
- le critère de CAQUOT, mis sous la forme de la théorie de COULOMB-MOHR modifiée par PAUL et VILE (3), qui est une combinaison du critère de RANKINE dans les quadrants de traction et du critère du cisaillement maximal dans le quadrant de la compression biaxiale.

Nous avons comparé le comportement théorique du modèle dans chacune de ces hypothèses, à son comportement réel, tant en ce qui concerne l'allure de la trace de la surface d'état limite dans le plan (p_1 , p_2) des contraintes appliquées au modèle, qu'en ce qui concerne les figures de microfissuration.

COMPORTEMENT MECANIQUE DU MODELE ELEMENTAIRE

Distribution des contraintes et des déformations

Pour la détermination théorique du champ de contraintes et de déformations en tout point du modèle, nous avons utilisé la théorie des potentiels complexes (4) associée à un système de coordonnées polaires.

Lorsqu'il y a adhérence, l'application directe du principe de superposition aux résultats donnés par MUSKHELISHVILI pour une sollicitation monoaxiale permet d'obtenir la solution théorique du problème pour une sollicitation biaxiale quelconque.

Lorsqu'il n'y a pas adhérence, la solution est obtenue en développant, au contour de la singularité, la contrainte normale en polynôme trigonométrique dont les coefficients sont calculés en écrivant les conditions aux limites sur la partie décollée et sur la partie en contact.

L'expérience, menée en traction biaxiale avec une machine d'essais que nous avons conçue pour éviter toute sollicitation parasite, nous a permis de vérifier la validité des solutions théoriques précédentes.

Etat limite réversible : définition du critère

Le critère de RANKINE, exprimé en traction, conduit à une trace de la surface d'état limite qui n'est pas définie dans le domaine de la compression biaxiale puisque pour un rapport des contraintes appliquées inférieur à quatre, toutes les contraintes locales sont des compressions. Ce critère ne peut donc convenir.

Les critères du cisaillement maximal et de distorsion maximale ne peuvent pas être non plus retenus car le convexe d'état limite qui leur est associé est symétrique par rapport aux bissectrices du repère. Ceci reviendrait à admettre que les mortiers et bétons ont un comportement physique symétrique en traction et en compression.

Le critère d'extension maximale, de même que le critère de la théorie de COULOMB-MOHR modifiée, mènent à des convexes tout à fait semblables à ceux que l'on observe expérimentalement.

Nous avons pu remarquer que ces courbes étaient également très voisines de celles obtenues sur le matériau réel (3), (5), (6), ce qui justifie, a posteriori, notre schématisation.

L'allure des figures de fissuration (7) nous permet de rejeter le critère de la théorie de COULOMB-MOHR qui est incompatible avec l'apparition de fissures d'extension dans le plan médian du modèle, en compression biaxiale.

Le critère d'extension maximale, par contre, apporte en tout point du plan R^2 des contraintes appliquées, une explication satisfaisante au comportement du modèle élémentaire de béton.

COMPORTEMENT MECANIQUE DU MODELE POLYGRANULAIRE

Nous avons étudié les effets des interactions entre singularités sur les distributions de contraintes et de déformations en tout point de la matrice.

Pour cela, nous avons formulé les lois approchées de l'influence mutuelle qui s'exerce entre plusieurs inclusions (8).

Les distributions de déformations et de contraintes qui en résultent nous ont permis d'étendre au modèle polygranulaire de béton la validité du critère d'extension maximale et d'apporter ainsi une interprétation satisfaisante et cohérente aux figures de fissuration observées dans le matériau réel.

CONCLUSIONS

Le critère d'extension maximale apporte au comportement du modèle théorique plan, à deux phases, de béton une explication satisfaisante tant du point de vue des traces des surfaces d'état limite dans le plan (p_1, p_2) que de celui du développement des microfissures lors du passage à l'état limite réversible.

La théorie de COULOMB-MOHR ne permet pas d'expliquer l'allure de la microfissuration en compression biaxiale et doit, par conséquent, être abandonnée.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

- | | |
|-----------------|--|
| (1) P. DANTU | "Etude des contraintes dans les milieux hétérogènes", Annales de l'I.T.B.T.P., janvier 1958, n° 121. |
| (2) J. FARRAN | "Contribution minéralogique à l'étude de l'adhérence entre les constituants hydratés des ciments et les matériaux enrobés", Thèse Doct. ès Sc., Toulouse 1956. |
| (3) G.W.D. VILE | "Paper F2, International Conference on the Structure of Concrete, Londres 1965. |

- (4) N.I. MUSKHELISHVILI "Some basic problems of the mathematical theory of elasticity", P. Noordhoff, Ltd. Edit.
- (5) A. BASCOUL et J.C. MASO "Influence de la contrainte intermédiaire sur le comportement mécanique du béton en compression biaxiale", Colloque sur la Rhéologie des Bétons, Paris décembre 1973.
- (6) A. STEGBAUER et D. LINSE "Comparison of stress-strain behaviour of concrete and other materials under biaxial loading", Colloque R.I.L.E.M., Cannes octobre 1972.
- (7) H. CALVET "Etude sur modèle plan des déformations sous charge autour d'un granulat ", Colloque de Géotechnique, Toulouse 1969.
- (8) M. LORRAIN "Contribution à l'étude de la micromécanique des matériaux granulaires cohérents. Application aux bétons", Thèse Doct. ès Sc., Toulouse 1974.