Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 19 (1974)

Artikel: Grenzbelastungen rotationssymmetrischer Kontinua

Autor: Walluschek-Wallfeld, Wolfram

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-17522

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IABSE
AIPC
IVBH

SEMINAR on:
«CONCRETE STRUCTURES SUBJECTED TO TRIAXIAL STRESSES»
17th-19th MAY, 1974 - ISMES - BERGAMO (ITALY)

Grenzbelastungen rotationssymmetrischer Kontinua

Ultimate load of axi-symmetric continua

Sollicitations ultimes des continu symétriques rotatifs

Dipl. Ing. Dr. techn. Wolfram WALLUSCHEK-WALLFELD
Technische Hochschule Graz
Rechbauerstraße 12, A-8010 Graz, Austria

1. Einleitung

Bei der Berechnung von Reaktordruckgefäßen steht mehr als bei anderen Bauwerken die Sicherheit des Druckgefäßes im Vordergrund. Neben den von Land zu Land verschiedenen zulässigen Spannungen beim Gebrauchslastverfahren werden auch Traglastuntersuchungen, z.B. als Nachweis der Dichthautintegrität, und auch Bruchlastberechnungen gefordert. Als Bruchsicherheit wird das Verhältnis von der Grenzlast zufolge eines hypothetisch ansteigenden Innendruckes zum Betriebsdruck definiert. Der ansteigende Innendruck simuliert den Ausfall von Spannkabeln und die üblichen Unsicherheiten von Material, Geometrie, Rechenungenauigkeit usw.

Für genaue Untersuchungen des Bruchvorganges werden die Finite Element Methode (Lit. 1,2,3) oder das Rechenverfahren der dynamischen Relaxation verwendet (Lit. 4). Diese Verfahren benötigen einen sehr großen Aufwand an Maschinenzeit, der durch viele Iterationen im plastischen Bereich der Stahlteile und der nur schrittweise erfaßbaren Rißfortpflanzung bei Steigerung des Innendruckes bedingt ist. Der Rechenaufwand der Methode der kinematischen Bruchmodelle (Lit. 5) ist dazu relativ gering.

Die neuesten Entwicklungen (Lit. 6,7,8) von Spannbetondruckbehältern für Leichtwasserreaktoren weisen folgende, typischen, geometrischen Merkmale auf:

- o zylindrische Form des Behälters;
- o oberer Abschluß als Deckel mit ungefähr gleichem Durchmesser wie Behälterinnendurchmesser;
- o Ausrundung des Überganges von Zylinderwand zu Behälterboden;
- o Bodenplattendurchmesser wesentlich größer als Zylinderwandstärke.

Auf Grund dieser Merkmale kann man annehmen, daß ein Versagen der Tragfähigkeit des Behälters durch Bruch des zylindrischen Teiles eintritt. Die Deckelabstützung und der Deckel selbst müssen gesondert untersucht werden.

Für die näherungsweise Berechnung der Grenzlast wird für den Mittelteil des zylindrischen Behälterteiles ein einfaches Rechenverfahren gezeigt. Dieses eignet sich auch ausgezeichnet zur Vorberechnung des zylindrischen Teiles von Druckbehältern und zur Festlegung von Wandstärke und Spannkräften (Lit. 3).

2. Die Methode des unendlichen Zylinders

Den folgenden Entwicklungen wird das Rechenmodell eines unendlich langen, dickwandigen, vollkommen rotationssymmetrischen Zylinders zugrunde gelegt. Das bedeutet Ebenbleiben des Querschnittes senkrecht zur Rotationsachse. Die axiale Ausdehnung ist jedoch nicht behindert - es können zwängungsfreie, gleichmäßige Temperatur- und Kriechverformungen auch in axialer Richtung auftreten.

Die Rotationssymmetrie bedingt Schubspannungsfreiheit in der Vertikal-Tangentialebene und in der Querschnittsebene.

Die Annahme eines unendlich langen Zylinders bedingt ferner, daß die Schubspannungen in der Radial-Axialebene Null werden und die drei Normalspannungen in radialer, tangentialer und axialer Richtung gleichzeitig die entsprechenden Hauptspannungen sind.

Die Methode des unendlichen Zylinders hat unter den obigen Voraussetzungen gegenüber der Finiten Element Methode folgende Vorteile:

- o Die Spannungen werden direkt aus dem Gleichungssystem gewonnen.
- o Um zwängungsfreie, axiale Ausdehnung infolge gleichmäßiger Temperatur bei ebenbleibendem Querschnitt zulassen zu können, sind bei einer Berechnung mit der Finiten Element Methode zwei Vorberechnungen zur Ermittlung der gleichmäßigen, axialen Verschiebung für die benötigten Randbedingungen erforderlich. Mit den daraus errechneten Knotenverschiebungen kann erst in einer dritten Rechnung die Spannungsermittlung durchgeführt werden.

Der inhomogene Zylinder wird je nach gewünschter Genauigkeit in eine Zahl von Teilzylindern (Abb. 1) aufgelöst, wobei jeder Teilzylinder für sich als homogener Zylinder mit besonderen Materialeigenschaften aufgefaßt wird. Für jeden Teilzylinder werden Gleichgewichtsbedingungen, und für jede Begrenzungsfläche zwischen je zwei Teilzylindern Kontinuitätsbedingungen aufgestellt. Als Lösung ergeben sich die drei Hauptspannungen.

Radiale Kontinuitätsbedingung

An der Berührungsfläche zweier Teilzylinder darf keine Klaffung auftreten. Das bedeutet, daß dort die Verschiebung beider Teilzylinder in radialer Richtung (u_i, u_{i-1}) gleich sein muß.

Die Verschiebungen hängen von den Dehnungen in radialer und in tangentialer Richtung ab.

Die in Abb. 2 eingezeichneten Verschiebungen und Richtungen werden durch positive Dehnungen in radialer und tangentialer Richtung hervorgerufen.

Für die Gesamtverschiebungen zweier benachbarter Teilzylinder i und i-1 ergibt sich für die Begrenzungsfläche i die Bedingung:

$$u_{t,i} - u_{r,i} = u_{r,i-1} + u_{t,i-1} \qquad (1)$$

Nimmt man die radiale Dehnung in einem Teilzylinder näherungsweise konstant an, so erhält man für den Teilzylinder i-1 auf der Innen- und Außenseite die Verschiebung

$$u_{r,i-1} = \varepsilon_{r,i-1} \cdot \frac{r_i - r_{i-1}}{2} \tag{2}$$

und für den Teilzylinder i

$$u_{r,i} = \varepsilon_{r,i} \cdot \frac{r_{i+1} - r_i}{2} \tag{3}$$

Der Verschiebungsanteil aus der tangentialen Dehnung bewirkt eine Umfangsvergrößerung und daher eine Vergrößerung des Radius.

Ist ΔU_i die mittlere Umfangsvergrößerung bei Änderung des Radius $r_m = (r_i + r_{i+1}) \cdot 0{,}5$ um u_t, so gilt

$$2\,(r_m + u_{t,i}) \cdot \pi = 2\, r_m \cdot \pi + \Delta U_i \tag{4}$$

Die Zunahme des Umfanges infolge der mittleren Dehnung $\varepsilon_{t,i}$ beträgt:

$$\Delta U_i = \varepsilon_{t,i} \cdot 2\, \frac{(r_{i+1} + r_i)}{2} \cdot \pi \tag{5}$$

Man erhält somit

$$u_{t,i} = \varepsilon_{t,i}\, \frac{(r_{i+1} + r_i)}{2} \tag{6}$$

und

$$u_{t,i-1} = \varepsilon_{t,i-1}\, \frac{(r_i + r_{i-1})}{2} \tag{7}$$

Damit erhält man die Kontinuitätsbedingung

$$\varepsilon_{t,i} \cdot \frac{(r_{i+1} + r_i)}{2} - \varepsilon_{r,i} \cdot \frac{(r_{i+1} - r_i)}{2} =$$

$$= \varepsilon_{t,i-1} \cdot \frac{(r_i + r_{i-1})}{2} + \varepsilon_{r,i-1} \cdot \frac{(r_i - r_{i-1})}{2} \tag{8}$$

Berücksichtigt man Temperaturdehnungen $\varepsilon_{T,i}$ und $\varepsilon_{T,i-1}$ in den Teilzylindern, so gilt

$$(\varepsilon_{t,i} + \varepsilon_{T,i}) \cdot \frac{r_{i+1} + r_i}{2} - (\varepsilon_{r,i} + \varepsilon_{T,i}) \cdot \frac{r_{i+1} - r_i}{2} -$$

$$- (\varepsilon_{t,i-1} + \varepsilon_{T,i-1}) \cdot \frac{r_i + r_{i-1}}{2} - (\varepsilon_{r,i-1} + \varepsilon_{T,i-1}) \cdot$$

$$\cdot \frac{r_i - r_{i-1}}{2} = 0 \tag{9}$$

Mit Hilfe des Hooke'schen Gesetzes werden nun die Dehnungen durch die Spannungen ersetzt. Man kann mit guter Genauigkeit für einen Teilzylinder i die Tangentialspannungen σ_t und Axialspannungen σ_z als Mittelwert über die Wanddicke des Teilzylinders in die Rechnung einführen. Bei den Radialspannungen $\sigma_{r,i}$ und $\sigma_{r,i+1}$ wird ihre Abhängigkeit vom Radius berücksichtigt (Abb. 3).

Äußere Kräfte, wie z.B. Vorspannkräfte, zwischen den Teilzylindern werden hälftig auf den äußeren und inneren Teilzylinder aufgeteilt.
Es wird die Vorzeichenfestlegung getroffen, daß äußere, radiale Belastungen $V_{B,r}$ positiv sind, wenn sie von innen nach außen wirken.
Die radiale Kontinuitätsbedingung an der Kontaktfläche i lautet somit:

$$\sigma_{r,i-1} \cdot D_{S,i-1} + \sigma_{z,i-1} \cdot E_{S,i-1} + \sigma_{t,i-1} \cdot F_{S,i-1} + \sigma_{r,i} \cdot G_{S,i} + \\ + \sigma_{z,i} \cdot H_{S,i} + \sigma_{t,i} \cdot J_{S,i} + \sigma_{r,i+1} \cdot K_{S,i+1} = B_{K,r,i} \qquad (10)$$

Es ist

$$B_{K,r,i} = V_{T,r,i} + V_{B,r,i-1} \cdot D_{B,r,i} + V_{B,r,i} \cdot G_{B,i} + \\ + V_{B,r,i+1} \cdot K_{B,i+1}$$

Die einzelnen Koeffizienten lauten:

$$D_{S,i-1} = \frac{1}{4\,E_{i-1}} \left[(r_i + r_{i-1}) \cdot \nu_{i-1} - (r_i - r_{i-1})\right]$$

$$E_{S,i-1} = \frac{r_i \cdot \nu_{i-1}}{E_{i-1}}$$

$$F_{S,i-1} = \frac{1}{2\,E_{i-1}} \left[(r_i - r_{i-1}) \cdot \nu_{i-1} - (r_i + r_{i-1})\right]$$

$$G_{S,i} = \frac{1}{4\,E_{i-1}} \left[(r_i + r_{i-1}) \cdot \nu_{i-1} - (r_i - r_{i-1})\right] - \frac{1}{4\,E_i} \cdot \\ \cdot \left[(r_{i-1} + r_i) \cdot \nu_i + (r_{i+1} - r_i)\right]$$

$$H_{S,i} = - \frac{r_i \cdot \nu_i}{E_i}$$

$$J_{S,i} = \frac{1}{2\,E_i} \left[(r_{i+1} + r_i) + (r_{i+1} - r_i) \cdot \nu_i\right]$$

$$K_{S,i+1} = -\frac{1}{4\,E_i}\left[(r_{i+1}+r_i)\cdot\nu_i + (r_{i+1}-r_i)\right]$$

$$V_{T,r,i} = r_i\,(\varepsilon_{T,i-1} - \varepsilon_{T,i}) = r_i\,(\alpha_{T,i-1}\cdot T_{i-1} - \alpha_{T,i}\,T_i)$$

Es ist ν_i die Querdehnzahl, E_i der Elastizitätsmodul und $\alpha_{T,i}$ der Wärmeausdehnungskoeffizient, T_i die Temperatur des Teilzylinders i.

$$D_{B,i-1} = D_{S,i-1}$$

$$G_{B,i} \neq G_{S,i}$$

$$G_{B,i} = \frac{1}{4\,E_{i-1}}\left[(r_i - r_{i-1}) - (r_i + r_{i-1})\cdot\nu_{i-1}\right] - \frac{1}{4\,E_i}\left[(r_{i+1}+r_i)\cdot\nu_i + (r_{i+1}-r_i)\right]$$

$$K_{B,i+1} = -K_{S,i+1}$$

<u>Axiale Kontinuitätsbedingung</u>

Da an einem unendlich langen Hohlzylinder die Schnittebene senkrecht zur Rotationsachse eben bleiben muß, gilt dies auch für zwei benachbarte Teilzylinder.

$$\varepsilon_{z,i} = \varepsilon_{z,i-1} \tag{11}$$

Für die axialen Dehnungen der Teilzylinder i und i-1 erhält man

$$\varepsilon_{z,i} = \frac{1}{E_i}\left[\sigma_{z,i} - (\sigma_{t,i} + \frac{\sigma_{r,i+1}+\sigma_{r,i}}{2})\cdot\nu_i\right] + \alpha_{T,i-1}\cdot T_{i-1}$$

$$\varepsilon_{z,i-1} = \frac{1}{E_{i-1}}\left[\sigma_{z,i-1} - (\sigma_{t,i-1} + \frac{\sigma_{r,i}+\sigma_{r,i-1}}{2})\cdot\nu_{i-1}\right] + \alpha_{T,i-1}\cdot T_{i-1} \tag{12}$$

Die axiale Kontinuitätsbedingung für den Teilzylinder i-1 und i ergibt sich zu

$$\sigma_{r,i-1}\cdot L_{S,i-1} + \sigma_{z,i-1}\cdot M_{S,i-1} + \sigma_{t,i-1}\cdot N_{S,i-1} + \sigma_{r,i}\cdot O_{S,i} + \sigma_{z,i}\cdot P_{S,i} + \sigma_{t,i}\cdot Q_{S,i} + \sigma_{r,i+1}\cdot R_{S,i+1} = B_{K,z,i} \tag{13}$$

Es ist

$$B_{K,z,i} = V_{T,z,i} + V_{B,r,i-1} \cdot L_{B,i-1} + V_{B,r,i} \cdot O_{B,i} + V_{B,r,i+1} \cdot R_{B,i+1}$$

mit den Koeffizienten

$$L_{S,i-1} = \frac{\nu_{i-1}}{2\,E_{i-1}}$$

$$M_{S,i-1} = -\frac{1}{E_{i-1}}$$

$$N_{S,i-1} = \frac{\nu_{i-1}}{E_{i-1}}$$

$$O_{S,i} = \frac{\nu_{i-1}}{2\,E_{i-1}} - \frac{\nu_i}{2\,E_i}$$

$$P_{S,i} = \frac{1}{E_i}$$

$$Q_{S,i} = -\frac{\nu_i}{E_i}$$

$$R_{S,i+1} = -\frac{\nu_i}{2\,E_i}$$

$$V_{T,z,i} = \alpha_{T,i-1} \cdot T_{i-1} - \alpha_{T,i} \cdot T_i$$

$$L_{B,i-1} = L_{S,i-1}$$

$$O_{B,i} = -\frac{\nu_i}{2\,E_i} - \frac{\nu_{i-1}}{2\,E_{i-1}}$$

$$R_{B,i+1} = -R_{S,i+1}$$

<u>Radiale Gleichgewichtsbedingung</u>

Mit den obigen Voraussetzungen erhält man mit Abb. 3 und der Bedingung, daß die Summe aller radialen Kräfte Null sein muß:

$$\sigma_{r,i} \cdot r_i \cdot d\varphi - \sigma_{r,i+1} \cdot r_{i+1} \cdot d\varphi + 2 \cdot \sigma_{t,i} \cdot (r_{i+1} - r_i) \cdot \sin\frac{d\varphi}{2} = 0 \qquad (14)$$

Mit $\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$ erhält man

$$\sigma_{r,i} \cdot A_{S,i} + \sigma_{t,i} \cdot B_{S,i} + \sigma_{r,i+1} \cdot C_{S,i+1} = B_{G,r,i} \qquad (15)$$

$$B_{G,r,i} = V_{B,r,i} \cdot A_{B,i} + V_{B,r,i+1} \cdot C_{B,i+1}$$

mit den Koeffizienten

$$A_{S,i} = r_i$$

$$B_{S,i} = (r_{i+1} - r_i)$$

$$C_{S,i+1} = - r_{i+1}$$

$$A_{B,i} = A_{S,i} = r_i$$

$$C_{B,i+1} = - C_{S,i+1} = r_{i+1}$$

Axiale Gleichgewichtsbedingung

Die Bedingung lautet, daß die resultierende, äußere, axiale Kraft gleich der Summe der inneren Kräfte sein muß. Eine äußere Zugkraft $V_{B,z}$ wird positiv, eine äußere Druckkraft negativ eingeführt.

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_{z,i} \cdot (r_{i+1}^2 - r_i^2) \cdot \pi = V_{B,z} \qquad (16)$$

Mit

$$S_{S,i} = (r_{i+1}^2 - r_i^2) \cdot \pi$$

und

$$B_{G,z} = V_{B,z}$$

lautet die Gleichgewichtsbedingung

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_{z,i} \cdot S_{S,i} = B_{G,z} \qquad (17)$$

Teilzylinder mit Rißflächen

Treten in einem Teilzylinder i nach Abb. 4 Radialfugen auf, so ist hiefür $\sigma_{t,i} = 0$. Treten horizontale Fugen auf, so wird $\sigma_{z,i} = 0$. Es können radiale und horizontale Fugen auch gleichzeitig auftreten.

Nach Abb. 4 treten im Teilzylinder i mit beschränkter Tragfähigkeit Dehnungen $\varepsilon_{z,i}$ und $\varepsilon_{t,i}$ nur aus Quer- und Temperaturdehnung auf. Da Spannungen $\sigma_{z,i}$ und $\sigma_{t,i}$ infolge der Risse nicht auftreten können, entstehen gegenüber den nichtgerissenen Teilzylindern Differenzen $\Delta\varepsilon_{z,i}$ und $\Delta\varepsilon_{t,i}$ der Dehnungen aus den Kontinuitätsbedingungen.
In die weitere Rechnung werden diese ideellen Rißdehnungen $\Delta\varepsilon_{z,i}$ und $\Delta\varepsilon_{t,i}$ als Unbekannte anstelle der Spannungen $\sigma_{z,i}$ und $\sigma_{t,i}$ eingeführt. Durch diese Maßnahme brauchen nur wenige Koeffizienten im Gleichungssystem geändert zu werden.

Horizontale Rißebenen ($\sigma_{z,i} = 0$)

In den radialen Kontinuitätsbedingungen fallen die Anteile der Axialspannung $\sigma_{z,i}$ weg.

$K_{r,i}$:

$$\sigma_{r,i-1} \cdot D_{S,i-1} + \sigma_{z,i-1} \cdot E_{S,i-1} + \sigma_{t,i-1} \cdot F_{S,i-1} + \\ + \sigma_{r,i} \cdot G_{S,i} + \sigma_{t,i} \cdot J_{S,i} + \sigma_{r,i+1} \cdot K_{S,i+1} = B_{K,r,i} \qquad (18)$$

$K_{r,i+1}$:

$$\sigma_{r,i} \cdot D_{S,i} + \sigma_{t,i} \cdot F_{S,i} + \sigma_{r.i+1} \cdot G_{S,i+1} + \sigma_{z,i+1} \cdot \\ \cdot H_{S,i+1} + \sigma_{t,i+1} \cdot J_{S,i+1} + \sigma_{r,i+2} \cdot K_{S,i+2} = B_{K,r,i+1} \qquad (19)$$

Aus der axialen Kontinuitätsbedingung der Teilzylinder i und i-1 ergibt sich nach Abb. 4

$$\Delta\varepsilon_{z,i} + \varepsilon_{z,i} = \varepsilon_{z,i-1} \qquad (20)$$

Für den Teilzylinder mit beschränkter Tragfähigkeit ist statt $\sigma_{z,i} \cdot P_i$ nun $\Delta\varepsilon_{z,i}$ einzuführen und man erhält die Kontinuitätsgleichung:

$K_{z,i}$:

$$\sigma_{r,i-1} \cdot L_{S,i-1} + \sigma_{z,i-1} \cdot M_{S,i-1} + \sigma_{t,i-1} \cdot N_{S,i-1} + \\ + \sigma_{r,i} \cdot O_{S,i} + \Delta\varepsilon_{z,i} + \sigma_{t,i} \cdot Q_{S,i} + \sigma_{t,i+1} \cdot R_{S,i+1} = B_{K,z,i} \qquad (21)$$

Für die axiale Kontinuitätsbedingung zwischen den Teilzylindern i und i+1 ergibt sich mit $(-\Delta\varepsilon_{z,i})$ statt

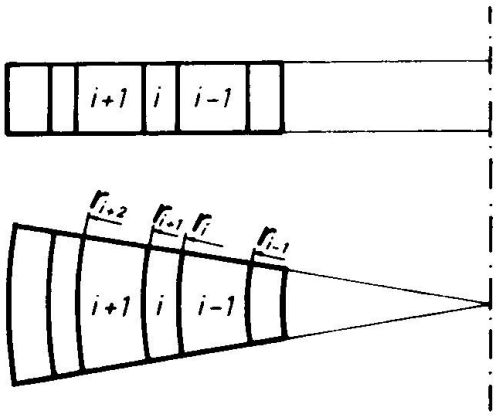

ABB. 1

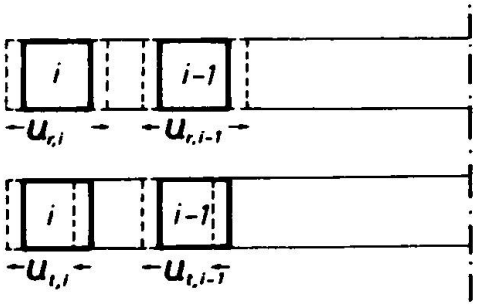

ABB. 2

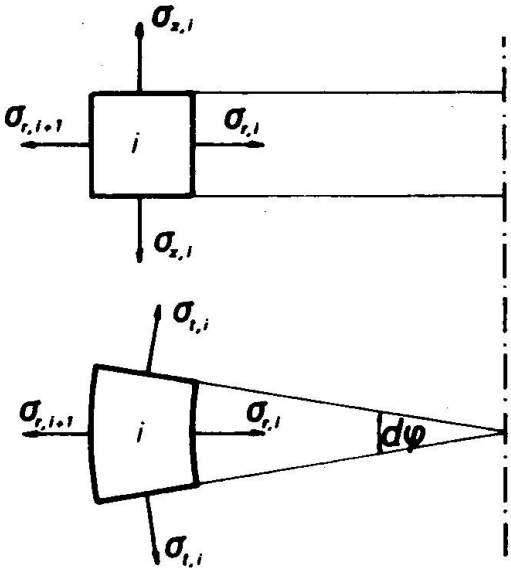

ABB. 3

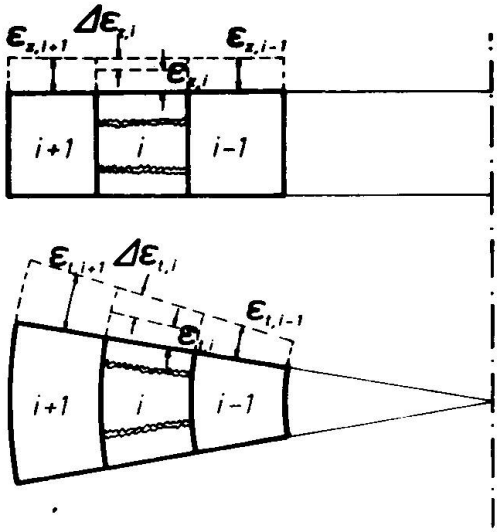

ABB. 4

$\sigma_{z,i} \cdot M_{S,i}$ zu

$K_{z,i+1}$:

$$\sigma_{r,i} \cdot L_{S,i} + (-1) \cdot \Delta\varepsilon_{z,i} + \sigma_{t,i} \cdot N_{S,i} + \sigma_{r,i+1} \cdot O_{S,i+1} +$$

$$+ \sigma_{z,i+1} \cdot P_{S,i+1} + \sigma_{t,i+1} \cdot Q_{S,i+1} + \sigma_{r,i+2} \cdot R_{S,i+2} = B_{K,z,i+1} \qquad (22)$$

In der axialen Gleichgewichtsgleichung entfällt der Ausdruck $\sigma_{z,i} \cdot S_{S,i}$.

Die radialen Gleichgewichtsgleichungen bleiben unverändert.

Radiale-vertikale Rißebene ($\sigma_{t,i} = 0$)

Die mittlere, ideelle Dehnung des Teilzylinders i mit beschränkter Tragfähigkeit in tangentialer Richtung beträgt

$$(\varepsilon_{t,i} + \Delta\varepsilon_{t,i}) \cdot \frac{(r_{i+1} + r_i)}{2} \qquad (23)$$

Damit erhält man in der radialen Kontinuitätsbedingung der Teilzylinder i-1 und i anstelle des Ausdruckes $\sigma_{t,i} \cdot J_{S,i}$ den Wert $\Delta\varepsilon_{t,i} \cdot J_{\Delta\varepsilon,i}$.

$$J_{\Delta\varepsilon,i} = \frac{(r_{i+1} + r_i)}{2}$$

$K_{r,i}$:

$$\sigma_{r,i-1} \cdot D_{S,i-1} + \sigma_{z,i-1} \cdot E_{S,i-1} + \sigma_{t,i-1} \cdot F_{S,i-1} + \sigma_{r,i} \cdot G_{S,i} +$$

$$+ \sigma_{z,i} \cdot H_{S,i} + \Delta\varepsilon_{t,i} \cdot J_{\Delta\varepsilon,i} + \sigma_{r,i+1} \cdot K_{S,i+1} = B_{K,r,i} \qquad (24)$$

In die radiale Kontinuitätsgleichung für die Teilzylinder i und i+1 muß man für den Ausdruck $\sigma_{t,i} \cdot F_{S,i}$ nun $\Delta\varepsilon_{t,i} \cdot F_{\Delta\varepsilon,i}$ einführen.

$$F_{\Delta\varepsilon,i} = - \frac{(r_{i+1} + r_i)}{2}$$

$K_{r,i+1}$:

$$\sigma_{r,i} \cdot D_{S,i} + \sigma_{z,i} \cdot E_{S,i} + \Delta\varepsilon_{t,i} \cdot F_{\Delta\varepsilon,i} + \sigma_{r,i+1} \cdot G_{S,i+1} +$$

$$+ \sigma_{z,i+1} \cdot H_{S,i+1} + \sigma_{t,i+1} \cdot J_{S,i+1} + \sigma_{r,i+2} \cdot K_{S,i+2} = B_{K,r,i+1}$$

$$(25)$$

In der axialen Kontinuitätsbedingung der Teilzylinder i-1 und i fällt der Ausdruck $\sigma_{t,i} \cdot Q_{S,i}$ weg. In der axialen Kontinuitätsbedingung der Teilzylinder i und i+1 fällt der Ausdruck $\sigma_{t,i} \cdot N$ heraus. In der radialen Gleichgewichtsbedingung für den Teilzylinder i fällt der Ausdruck $\sigma_{t,i} \cdot B_{S,i}$ weg. Die vertikale Gleichgewichtsbedingung bleibt unverändert.

Gleichungssystem

Bei n Teilzylindern erhält man 3 . n - 1 Gleichungen für n Tangential-, n Axial- und n-1 Radialspannungen. Diese werden zweckmäßi nach dem Schema in Abb. 5 geordnet.

Für gerissene Teilzylinder sind die Koeffizienten entsprechend obigen Entwicklungen zu ändern.

3. Bruchkriterium

Bei einem Bruchsicherheitsnachweis unter hpothetisch ansteigende Innendruck hat der Spannungszustand an der Außenseite des zylindrischen Teiles des Druckbehälters die Form

$$+\sigma_3 = +\sigma_t > +\sigma_1 \approx +\sigma_z > -\sigma_2 \approx -\sigma_r$$

(+ Zugspannung; - Druckspannung)

Man sieht, daß die Tangentialspannung (σ_t), die auf Grund der rotationssymmetrischen Idealisierung die dritte Hauptspannung (σ_3) ist, wie nachfolgend gezeigt wird, maßgebend für die Rißbildung ist. Axial- und Radialspannung (σ_z, σ_r) fallen hier mi den Hauptspannungen (σ_1, σ_2) zusammen. Ein Vergleich der Reche ergebnisse der Methode des unendlichen Zylinders mit den Ergebnissen aus einer Berechnung des gesamten Behälters mit der Finiten Element Methode bestätigen dies (Lit. 9).

Für die Anstrengung des Betons bei Spannungszuständen oben angeführter Art geben alle Verformungsenergiehypothesen (v. Mises, Huber, Hencky, Beltrami), die Hypothese der maximalen Schubspannung (Tresca), der maximalen (Navier, St. Venant) und resultierenden (Sandel) Dehnung unbrauchbare Grenzwerte.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
	Gleichung	$\sigma_{z,1}$	$\sigma_{t,1}$	$\sigma_{r,2}$	$\sigma_{z,2}$	$\sigma_{t,2}$	$\sigma_{r,3}$	$\sigma_{r,i-1}$	$\sigma_{z,i-1}$	$\sigma_{t,i-1}$	$\sigma_{r,i}$	$\sigma_{z,i}$	$\sigma_{t,i}$	$\sigma_{r,i+1}$	$\sigma_{z,i+1}$	$\sigma_{t,i+1}$	$\sigma_{r,i+2}$	$\sigma_{r,n-1}$	$\sigma_{z,n-1}$	$\sigma_{t,n-1}$	$\sigma_{r,n}$	$\sigma_{z,n}$	$\sigma_{t,n}$	Belastung
1	G_z	$S_{s,1}$			$S_{s,2}$				$S_{s,i-1}$			$S_{s,i}$			$S_{s,i+1}$				$S_{s,n-1}$			$S_{s,n}$		$B_{G,z}$
2	$G_{r,1}$		$B_{s,1}$	$C_{s,2}$																				$B_{G,r,1}$
3	$K_{r,2}$	$E_{s,1}$	$F_{s,1}$	$G_{s,2}$	$H_{s,2}$	$J_{s,2}$	$K_{s,3}$																	$B_{K,r,2}$
4	$K_{z,2}$	$M_{s,1}$	$N_{s,1}$	$O_{s,2}$	$P_{s,2}$	$Q_{s,2}$	$R_{s,3}$																	$B_{K,z,2}$
5	$G_{r,i-1}$							$A_{s,i-1}$		$B_{s,i-1}$	$C_{s,i}$													$B_{G,r,i-1}$
6	$K_{r,i}$							$D_{s,i-1}$	$E_{s,i-1}$	$F_{s,i-1}$	$G_{s,i}$	$H_{s,i}$	$J_{s,i}$	$K_{s,i+1}$										$B_{K,r,i}$
7	$K_{z,i}$							$L_{s,i-1}$	$M_{s,i-1}$	$N_{s,i-1}$	$O_{s,i}$	$P_{s,i}$	$Q_{s,i}$	$R_{s,i+1}$										$B_{K,z,i}$
8	$G_{r,i}$										$A_{s,i}$		$B_{s,i}$	$C_{s,i+1}$										$B_{G,r,i}$
9	$K_{r,i+1}$										$D_{s,i}$	$E_{s,i}$	$F_{s,i}$	$G_{s,i+1}$	$H_{s,i+1}$	$J_{s,i+1}$	$K_{s,i+2}$							$B_{K,r,i+1}$
10	$K_{z,i+1}$										$L_{s,i}$	$M_{s,i}$	$N_{s,i}$	$O_{s,i+1}$	$P_{s,i+1}$	$Q_{s,i+1}$	$R_{s,i+2}$							$B_{K,z,i+1}$
11	$G_{r,i+1}$													$A_{s,i+1}$		$B_{s,i+1}$	$C_{s,i+2}$							$B_{G,r,i+1}$
12	$K_{r,n}$																	$D_{s,n-1}$	$E_{s,n-1}$	$F_{s,n-1}$	$G_{s,n}$	$H_{s,n}$	$J_{s,n}$	$B_{K,r,n}$
13	$K_{z,n}$																	$L_{s,n-1}$	$M_{s,n-1}$	$N_{s,n-1}$	$O_{s,n}$	$P_{s,n}$	$Q_{s,n}$	$B_{K,z,n}$
14	$G_{r,n}$																				$A_{s,n}$		$B_{s,n}$	$B_{G,r,n}$

ABB. 5

Die Unterschiede der Bruchspannungen nach den Theorien von Mohr, Leon, Coulomb sowie nach den Untersuchungen von Weigler-Becker an Scheiben, Rosenthal-Glucklich an Hohlzylindern zu der Normalspannungshypothese sind in diesem Spannungsbereich gering (Lit. 10,11,12). Es liegt daher nahe, für die Rißbildung die größte Zugspannung, in diesem Fall die Tangentialspannung, verantwortlich zu machen und senkrecht auf diese die Bruchfläche anzunehmen. Der mögliche Fehler durch Nichtbeachtung der zwei anderen Spannungen dürfte gegenüber den Unsicherheiten der Materialkenntnisse, wie Elastizitätsmodul, Querdehnzahl, mehrachsiges Kriechen, vagabundierende Spannungen aus Abbindewärme usw., vernachlässigbar klein sein.

Literatur

(1) Y.R. Rashid: "Ultimate Strength Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels"; Nuclear Engineering and Design 7 (1968), 334 - 344; North-Holland Publishing Comp., Amster

(2) W. Walluschek-Wallfeld: "Beitrag zur Berechnung von Druckbehältern aus Spannbeton"; Dissertation, Techn. Hochschule Graz 1973.

(3) H.H. Hofmann: "Grenztragfähigkeitsanalyse - Verbindung statistischer Methoden (Monte Carlo Methode) mit der Finite Element Analysis, z.B. für die Bruchberechnung von Spannbeton-Reaktordruckgefäßen"; Proc. of the 1st Intern. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, H 3/6 Berlin 1971.

(4) G. Schnellenbach: "Allgemeine Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehältern unter Berücksichtigung von nichtlinearen Spannungs-Dehnungsgesetzen nach der Methode der dynamischen Relaxation"; Proc. of the 1st Intern. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, H 1/3, Berlin

(5) K. Schimmelpfennig, V. Hansson: "Untersuchungen zur Grenztragfähigkeit von Spannbeton-Reaktordruckbehältern"; Preprints of the 2nd Intern. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, H 2/3, Berlin 1973.

(6) J. Németh: "Status Report on the Austrian PCRV Model with Hot Liner"; 2nd Intern. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, H 3/8, Berlin 1973.

(7) F. Bremer, W. Fürste: "Entwicklung eines Spannbetondruckbehälters für Leichtwasserreaktoren und zugehörige Komponenten"; Techn. Mitt. Krupp - Forschungsberichte, Band 31 (1973) Heft 3.

(8) S. Menon et al.: "Scandinavian PCRV Development: Present Status and Planned Work, 1973 - 1975"; Preprints of the 2nd Intern. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, H 3/9, Berlin 1973.

(9) A. Nesitka, W. Walluschek-Wallfeld: "Statische Berechnung, Sicherheitsüberlegungen und Untersuchungen des Bruchvorganges von Reaktordruckbehältern aus Spannbeton"; Preprints of the 2nd Intern. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, H 2/7, Berlin 1973.

(10) H. Kupfer: "Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung"; Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 229, Berlin 1973.

(11) H. Weigler, G. Becker: "Über das Bruch- und Verformungsverhalten von Beton bei mehr-achsiger Beanspruchung"; Bauingenieur 36 (1961), Heft 10, S. 390 - 396.

(12) I. Rosenthal, J. Glucklich: "Strength of Plain Concrete under Biaxial Stress"; ACI Journal, November 1970, S. 903 - 914.

ZUSAMMENFASSUNG

Reaktordruckgefäße aus Spannbeton sind zum großen Teil Behälter von zylindrischer Form. Für den zylindrischen Mittelteil wird ein Näherungsverfahren gezeigt, das gut zur Festlegung von Wandstärke und Spannkräften geeignet ist und eine Abschätzung der Bruchsicherheit ermöglicht. Die Verwendung der Normalspannungshypothese als Bruchkriterium für den Beton wird begründet.

SUMMARY

In general, prestressed concrete pressure vessels are vessels of cylindric shape. The paper shows a simple method with good accuracy for calculating the middle cylindric part of pressure vessels.

This method is well suited to determine the thickness of the wall and the tendons as well as to estimate the ultimate load. The paper explains the reason for the application principal stress hypothesis as failure criterion for concrete.

RÉSUMÉ

La plupart des caissons en béton précontraint pour des réacteurs nucléaires est d'une forme cylindrique. Pour la partie cylindrique du caisson une méthode approximative est présentée, particuliereme appropriée à déterminer l'epaisseur de la paroi et les précontrain Par la même méthode, il est possible d'estimer la sécurité de rupture. L'application de l'hypothèse de la contrainte principale pour le critère de rupture du béton est motivée.