

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

**Band:** 19 (1974)

**Artikel:** Ein Berechnungsverfahren für dickwandige, rotationssymmetrische Konstruktionen, am Beispiel eines Reaktordruckbehälters aus Spannbeton

**Autor:** Jungwirth, D. / Seidl, O.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-17521>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Ein Berechnungsverfahren für dickwandige, rotationssymmetrische Konstruktionen, am Beispiel eines Reaktordruckbehälters aus Spannbeton

*A calculation system for rotation-symmetric constructions with thick walls, shown by a model of an reactor vessel in prestressed concrete*

*Un procédé de calcul pour constructions rondes, à paroi épaisse à l'exemple d'un réservoir de réacteur sous pression en béton précontraint*

D. JUNGWIRTH, Dr. Ing. - O. SEIDL, Dipl. Ing.  
Fa. Dyckerhoff & Widmann AG  
Deutschland

### 1. Einleitung

Bei der Deckung des progressiv ansteigenden Energiebedarfes unserer Industriegesellschaft werden in Zukunft die Kernkraftwerke eine bedeutende Stellung einnehmen. Zu den ursprünglich dominierenden Problemen, die kernphysikalischen Vorgänge durch geeignete maschinentechnische Anlagen zu beherrschen, kommen nun im Zuge weiteren Ausbaues neue bautechnische Aufgaben hinzu, die die Wirtschaftlichkeit solcher Kraftwerke nicht unwesentlich beeinflussen.

Bei Kernreaktoren läuft die Kernspaltung in einem Druckbehälter gesteuert ab, wobei ein Kühlmittel die entstehende Wärme direkt oder über Wärmetauscher zum Betreiben von Turbinen abführt. In Deutschland (siehe auch [1]) baut bzw. entwickelt man hauptsächlich den Leichtwasserreaktor als Siedewasser - (z.B. AEG) und Druckwasserreaktor (z.B. Siemens) bzw. den gasgekühlten Reaktor als Hochtemperaturreaktor. Ein schematischer Aufbau dieser 3 Typen wird in Bild 1 gezeigt. Während man bei den Leichtwasserreaktoren mit Drücken von 80 bis 180 atü und Temperaturen bis 350° C arbeitet, treten bei den gasgekühlten Reaktortypen Drücke von nur 40 atü, dafür Temperaturen bis zu 800° C auf.

Der bislang überwiegenden Ausführung der Druckbehälter aus Stahl mußte ein weiterer biologischer Schild, vorwiegend aus Beton zur

2.

Abschirmung der Strahlung beigeordnet werden. Es war naheliegend, dem Beton nicht nur eine Abschirmfunktion, sondern in Form des Spannbetondruckbehälters auch die Aufgabe der Druckaufnahme zuzuweisen. Diese Spannbetondruckbehälter lassen sich dem Trend zu größeren Leistungseinheiten besser anpassen als Stahlbehälter, außerdem wird das Risiko des Sprödbrechens bei Stahl umgangen. Alle 3 in Bild 1 angesprochenen Reaktortypen können in Spannbeton wirtschaftlich ausgeführt werden. Stahlbeton wird den Sicherheitsanforderungen nicht gerecht.

Der typische Aufbau eines Spannbetondruckbehälters wird in Bild 2 gezeigt. Der sog. Liner soll gasdicht sein. Je nach Lage spricht man vom kalten oder heißen Liner. Die Isolierung und die Kühlung dient als Hitzeschild, sodaß der Spannbetonbehälter auf seiner Innenseite neben dem Innendruck und der Strahlung nur noch einer Temperaturbeanspruchung von ca. 80° C widerstehen muß. An seiner Außenseite herrscht Raumtemperatur von ca. 25° C.

Solche dickwandige Spannbetonbehälter müssen den Beanspruchungen im Bau- und Betriebszustand bis zum Grenzzustand mit hypothetisch überhöhten Innendrücken gerecht werden. Die hierzu erforderlichen Berechnungen sind am dreidimensionalen rotations-symmetrischen Tragwerk zu untersuchen. Störzonen und unsymmetrische Beanspruchungen sind abzuschätzen [1,2]. Die einzelnen Lastfälle werden im folgenden Abschnitt eingehender erläutert.

## 2. Zu untersuchende Lastfälle und zulässige Beanspruchungen beim Spannbetondruckbehälter.

Neben den üblichen Lastfällen wie Eigengewicht, Wind gegf. Erdbeben usw. sind betriebsspezielle Belastungen zu untersuchen. Sofern kein Containment (Schutzhülle) benötigt wird, müssen wegen der katastrophalen Folgen auch nahezu unwahrscheinliche Ereignisse wie z.B. Absturz eines Flugkörpers, Explosionswellen und Flächenbrände als zusätzliche Lastfälle untersucht werden. Ansonsten ist das Containment u.a. für diese Lastfälle sowie für Strahlkräfte aus möglichen Rohrbrüchen zu bemessen. Die der Tabelle 1 zu entnehmende Zusammenstellung der Lastfälle für Spannbetondruckbehälter wurde im wesentlichen aus einem Normvorschlag [2] gewonnen. Dabei wird zwischen Bauzustand, Betriebszustand und Grenzzustände unterschieden. In der rechten Hälfte der Tabelle werden in Anlehnung an [2] die jeweils zulässigen Spannungen angegeben.

Die Größe und der zeitliche Verlauf der Kriech- und Schwindverformung ist bei dicken Körpern und bei den lokal auftretenden Temperaturen bis zu 80° C noch nicht abschließend geklärt. Die sich nach den neuen Spannbetonrichtlinien [3] ergebenden Werte gelten für Temperaturen bis zu 30° C. Sie sind, soweit dem Kriechen und Schwinden besondere Bedeutung zukommt, zur Erfassung möglicher Grenzwerte um 20 % zu erhöhen oder zu verringern. Die Bereiche mit hoher Temperatur sind mit Zuschlägen zu versehen.

### 3. Berechnungsverfahren

#### 3.1 Allgemeines

Die folgenden Untersuchungen befassen sich hauptsächlich mit der Berechnung des Bau- und Betriebszustandes dickwandiger Behälter. Für den Bruchzustand wird im allgemeinen ein Bruchmodell zugrundegelegt und das Problem nach den Regeln der Bruchlinientheorie gelöst (siehe auch [1]) oder ein Modellversuch durchgeführt. Für die Berechnung des Gebrauchszustandes wird von der E-Theorie ausgegangen, d.h. es werden homogenes isotropes Werkstoffverhalten, das Hookesche Gesetz und kleine Formänderungen unterstellt. Die Dickwandigkeit der Konstruktion muß berücksichtigt werden.

Für die Berechnung der Behälter als dreidimensionales Bauteil stehen im wesentlichen 2 Verfahren zur Verfügung:

#### V e r f a h r e n d e r f i n i t e n E l e m e n t e .

Das Tragwerk wird im allgemeinen in kleine, einfach berandete Flächen bzw. Körper wie Dreiecke, Rechtecke oder Tetraeder unterteilt und die Verträglichkeit sowie das Gleichgewicht zwischen den einzelnen Elementen hergestellt z.B. [4] und [5]. In [6] wird dagegen mit Streifenelementen gerechnet, die sich über die gesamte Länge des Tragwerkes erstrecken.

#### M e t h o d e d e r d y n a m i s c h e n R e l a x a - t i o n .

Dieses Differenzen-Verfahren wird in [1] und [7] ausführlich beschrieben. An den Kreuzungspunkten der mit einem räumlichen Rasternetz überzogenen Konstruktion werden die unbekannten Spannungen und Verschiebungen bestimmt. Dabei geht man nicht nur vom statischen Gleichgewicht aus, sondern vom elasto-dynamischen. Die die Temperaturspannungen erfassende und die veränderlichen Materialeigenschaften berücksichtigende Differentialgleichung wird in die entsprechende Differenzengleichung übergeführt und numerisch gelöst.

In der Firma Dyckerhoff & Widmann wurde in den Sechziger Jahren ein Rechenverfahren ausgearbeitet, das in die Verfahren der finiten Elemente eingeordnet werden kann. Man stellte sich dabei die Aufgabe, ein einfaches anschauliches, ausreichend genaues und flexibles Rechenverfahren zu finden, das mit normalen Rechenanlagen und mit weitgehend bekannten Programmen gelöst werden kann. Eine dicke rotationssymmetrische Behälterwand wird in ihrem statischen Verhalten durch mehrere konzentrisch angeordnete untereinander gekoppelte dünne Schalen erfaßt. Die einzelne Schale kann wiederum durch einen räumlich gekrümmten Trägerrost ersetzt werden. Die Wirkung der Ringstäbe kann durch Federn bzw. Radialstäbe erfaßt werden. Damit wird das räumliche System für rotationssymmetrische Belastung auf ein ebenes zurückgeführt. Für die dicke Platte gilt Entsprechendes.



4.

Die folgende Beschreibung des Rechenganges befaßt sich zunächst mit der dünnen Konstruktion und leitet anschließend auf die Lösung bei dickwandigen Konstruktionen über.

### 3.2 Beschreibung des Rechenganges

#### 3.2.1 Rotationssymmetrische dünne Konstruktionen wie Schalen und Platten unter rotationssymmetrischer Belastung

##### a) Transformation der dünnen Schalen bzw. Platten in ein ebenes Rahmensystem:

Der die Schale ersetzende räumlich gekrümmte Trägerrost (Bild 3) setzt sich aus Ring- und Meridianstäben zusammen, die sich unter  $90^\circ$  kreuzen. Bei rotationssymmetrischer Belastung verformt sich jeder Meridianstab gleich. Es kann also ein Meridianstab stellvertretend für alle betrachtet werden. Bei der Platte liegen die Verhältnisse entsprechend.

Führt man nun anstelle der Ringstäbe Federn bzw. Radialstäbe ein, die das gleiche Verformungsverhalten wie die Ringstäbe aufweisen, wird das räumliche System in ein ebenes Rahmensystem (elastisch gelagerter Stabzug) übergeführt (Bild 4).

Bei entsprechend enger Teilung geht der Meridianstab in einen elastisch gebetteten Balken über. Nachdem zwischen der Differentialgleichung für die Lösung des elastisch gebetteten Balkens und der Rotationsschale eine Analogie besteht [8] und [9], die bereits im siebzehnten Jahrhundert von L. Euler erkannt wurde, geht das vorgesehene Rechenverfahren bei dichter Teilung in die Schalen-Lösung über.

Die Ergebnisse werden also umso genauer je feiner die Unterteilung in Ring- und Meridianstäbe ist. Der Rechenaufwand steigt. Da aber das Tragverhalten des vorgeschlagenen Ersatzsystemes kaum von dem des endgültigen Systems abweicht und außerdem eine mathematische Analogie zwischen den beiden Systemen besteht, ist die Rechengenauigkeit sehr groß.

In Bild 5 wird am Beispiel einer Zylinderschale unter rotationssymmetrischer Randbelastung gezeigt, daß beim Rechnen mit dem elastisch gelagerten Stabzug sich die grobe Intervalleinteilung weniger nachteilig auf das Rechenergebnis auswirkt als bei anderen Verfahren wie z.B. der normalen finiten Element Methode ([4], Seite 145). Hier bleiben die Spannungen innerhalb der Elemente konstant, außerdem weicht das statische System der finiten Elemente stark vom endgültigen System ab. Neuerdings kann jedoch der Spannungsverlauf innerhalb eines finiten Elementes nach einer beliebigen Funktion angesetzt werden, wodurch die Rechengenauigkeit erhöht wird.

## b) Ermittlung der Querschnittswerte:

Nach Bild 4 lautet die Querschnittsfläche des Meridianstabes n

$$F_n = b_n \times d_n \quad (1)$$

das Trägheitsmoment

$$J_n = \frac{1}{12} \times F_n \times d_n^2 \quad (2)$$

Es bedeuten

i+1, i, i-1	Knoten des Meridianstabes
n+1, n, n-1	Stababschnitte in Meridianrichtung
$l_n$	Länge des Stabes n
$b_i$	Breite des Meridianstabes im Knoten i
$d_i$	Schalendicke im Knoten i
$b_n$	Breite des Meridianstabes n $b_n = \frac{1}{2}(b_i + b_{i-1})$
$d_n$	Schalendicke des Meridianstabes n $d_n = \frac{1}{2}(d_i + d_{i-1})$

Die Querschnittsfläche  $F_{ki}$  des Radialstabes ist so festzulegen, daß sein Verformungsverhalten  $\Delta k_i$  in Stabrichtung dem des zu ersetzenden Ringstabes  $\Delta r_i$  unter einer Linienlast p entspricht. Nach Bild 6 ist:

$$\Delta r_i = \frac{p \times r_i^2}{E \times h_i \times d_i} = \Delta k_i = \frac{p \times b_i \times l_{ki}}{E \times F_{ki}} \quad (3)$$

daraus folgt

$$F_{ki} = \frac{b_i \times l_{ki} \times h_i \times d_i}{r_i^2} \text{ oder } \frac{b_i \times l_{ki} \times F_{\text{Ring}}}{r_i^2} \quad (4)$$

$$\text{Für } b_i = l_{ki} = r_i \text{ wird } F_{ki} = F_{\text{Ring}} \quad (5)$$

Eine entsprechende Bedingung ist für die Bestimmung des Trägheitsmomentes  $J_{ki}$  anzusetzen. Es ist die Verdrehung  $\phi_r$  unter einem Krepelmoment m gleichzusetzen mit dem Enddrehwinkel  $\phi_{ki}$  des Radialstabes unter einem Moment  $m \cdot b_i$  (siehe Bild 7).<sup>ki</sup> Bei der Auswertung der Rechenergebnisse müssen, besonders bei flachen Schalen, die Radialstabmomente  $M$  zur Erlangung der Schalenmomente  $M_\phi$  in die Schalenebene transformiert werden.

$$\phi_r = \frac{m \times r_i^2}{E \times J_{x,\text{Ring}}} = \phi_{ki} = \frac{m \times b_i \times l_{ki}}{E \times J_{ki}} \quad (6)$$

Daraus folgt

$$J_{ki} = \frac{b_i \times l_{ki} \times J_{x,\text{Ring}}}{r_i^2} \quad (7)$$

6.

Für  $b_i = l_{ki} = r_i$  wird

$$J_{ki} = J_{x, \text{Ring}} \quad \text{oder} \quad (8)$$

$$J_{ki} = J_{1-1, \text{Ring}} \times \sin^2 \alpha + J_{2-2, \text{Ring}} \times \cos^2 \alpha \quad (9)$$

Es bedeuten:

$k_i$	Radialstab
$l_{ki}$	Länge des Radialstabes
$h_i$	Höhe des Ringstabes
$r_i$	Radius des Ringstabes (Parallelkreis)
$J_{x, \text{Ring}}$	Trägheitsmoment des Ringstabes in x-Richtung

#### d) Schlußbemerkung

Meridian- und Radialstäbe bilden einen Rahmen und ersetzen eine rotationssymmetrische Konstruktion wie z.B. eine Schale unter rotationssymmetrischer Belastung in ihrer Tragwirkung. Mit einem entsprechenden Rahmenprogramm können Schnittgrößen, Spannungen und Verformungen für beliebige rotationssymmetrische Beanspruchungen elektronisch berechnet werden.

Die Belastungen sind in Knotenlasten zusammenzufassen. Das Temperaturfeld bzw. die Zwangverformungen können jeweils über Temperaturverformungen der Stäbe in meridianer und radialer Richtung eingegeben werden.

Der Einfluß der Querkontraktion kann über modifizierte Querschnittswerte bzw. Federn iterativ bzw. genähert berücksichtigt werden. Selbst wenn die Querdehnung vernachlässigt wird, erhält man in vielen Fällen bessere Übereinstimmung mit der E-Theorie als vom System anderer Verfahren überhaupt möglich ist (Bild 5, 16 und f.f.).

### 3.2.2 Rotationssymmetrische dickwandige Konstruktionen

#### a) Ersatz der rotationssymmetrischen dickwandigen Konstruktion durch konzentrisch dünne Systeme.

Die dickwandige Konstruktion wird durch gekoppelte dünne Schalen und Platten ersetzt. Jede Schale wird in einem Meridianstab und in Radialstäbe übergeführt. Die Koppelung erfolgt durch sog. Verbindungsstäbe. Verbindungsstäbe und Meridianstäbe bilden demnach einen Rahmen, in dessen Knoten die Radialstäbe (elastisch gelagerter Rahmen) angreifen (Bild 8). Die Verhältnisse bei Platten sind entsprechend. Der Verbindungsstab soll möglichst senkrecht zum Meridianstab verlaufen.

Im Hinblick auf eine genaue Extrapolation der Randspannungen sollten die äußeren Schalen nicht wesentlich dicker als  $\frac{1}{10} \times r$  sein ( $r$ =Radius). Die Zwischenschalen können dagegen den doppelten bis dreifachen Wert aufweisen. Wie die Gegenüberstellung mit der exakten Lösung nach Lamé [10] beim Beispiel "Dickwandiger Kreisring unter Innendruck" (Bild 9) zeigt, liegt der Fehler bei dieser relativ groben Teilung unter 3 %.

#### b) Ermittlung der Querschnittswerte

Die Querschnittswerte der Meridian- und Radialstäbe werden wie in Abschn. 3.2.1 gezeigt, gefunden. Die Länge des Verbindungsstabes  $l_{i-k}$  ergibt sich aus der Teilung der Dicke der Behälterwand in einzelne Schalendicken  $d_i, d_k \dots$

$$l_{i-k} = \frac{1}{2}(d_i + d_k) \quad (10)$$

Für die Fläche gilt

$$F_{i-k} = \frac{1}{2}(h_i + h_k) \times \frac{1}{2}(b_i + b_k) \quad (11)$$

und für das Trägheitsmoment

$$J_{i-k} = \frac{1}{12} F_{i-k} \times \frac{1}{4}(h_i + h_k)^2 \quad (12)$$

### 3.3 Elektronisches Rechenprogramm

Für die Ermittlung der Schnittgrößen, Spannungen und Verformungen des elastisch gelagerten Rahmens steht wiederum ein elektronisches Rechenprogramm zur Verfügung. Ein Vorprogramm ermittelt die System- und Querschnittswerte, sodaß lediglich die Eingabe der Koordinaten der "Elementeckpunkte" erforderlich ist. Eingabefehler werden somit auf ein Minimum reduziert. Die Ergebnisse können über Plotter aufgezeichnet werden.

### 3.4 Sonderfälle

#### 3.4.1 Die Vorspannung, Kriechen und Schwinden

Es ist ein wesentliches konstruktives Problem, die Vielzahl an Spanngliedverankerungen bei den vorgespannten Reaktoren unterzubringen. Beim Wickelverfahren wird dies zunächst umgangen. Bei doppelt gekrümmten Schalen muß die Oberfläche jedoch gegen das Abgleiten beim Wickeln mit besonderer Profilierung versehen werden. Die den Spannstahl vor Korrosion schützende äußere Betonschicht ist nicht vorgespannt.

Ein in der Firma Dyckerhoff & Widmann entwickeltes Verfahren bringt eine optimale Lösung (Bild 10). Über einen äußeren Wandring wird mit Hilfe von Radialspanngliedern ein innenliegendes Spanngliedbündel vorgespannt. Nach dem Betonieren

und Erhärten des inneren Betonringes kann die Umlagerung der Druckkraft im äußeren Ring auf den inneren erfolgen. Durch Korrektur der Kraft in den Radialspanngliedern läßt sich ggf. die Vorspannung beliebig steuern, sodaß z.B. der heiße Liner durch Kriechumlagerung keine Überbeanspruchung erfährt.

Diese verschiedenen Last- und Bauzustände bedürfen aber einer genauen Nachrechnung unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden, was mit dem vorliegenden Programm kein Problem ist. Man wird zweckmäßig mit einem wahrscheinlichen oberen und unteren Kriech- und Schwindwert rechnen, um den Temperatureinfluß (Abschnitt 2) auf die Größe von Kriechzahl und Schwindmaß einigermaßen abzugrenzen.

Es erweist sich dabei als zweckmäßig, innerhalb der Zeitintervalle mit mittleren kriecherzeugenden Spannungen zu rechnen. Neben den elastischen Verformungsgliedern sind dann lediglich noch die plastischen Glieder sowie das Schwinden zu berücksichtigen. Eine ausführliche Beschreibung dieses Rechenverfahrens kann [3] entnommen werden. Das vorliegende Rechenprogramm wurde entsprechend erweitert.

#### 3.4.2 Untersuchung des Einflusses örtlicher Fehlstellen

Das Rechenprogramm ermöglicht durch Variation der Eingaben entweder nach statistischen Methoden [11] (Monte Carlo-Prinzip) oder gezielt die Auswirkung örtlicher Fehlstellen zu verfolgen. So kann durch Ausfall eines Meridianstabes der Einfluß eines örtlichen Versagens (Riß) untersucht werden. Der entsprechende Spaltendruck kann berücksichtigt werden. Auf diese Weise läßt sich sukzessive ein Bruchbild entwickeln.

#### 3.4.3 Unsymmetrische Lastfälle

Unsymmetrische Lastfälle treten bei Spannbetonreaktoren bis auf Erdbebenbeanspruchungen nur selten auf. Dies gilt jedoch nicht für das Containment bzw. im allgemeinen Schalenbau. Man wird dann diesen Lastfall in einen symmetrischen und in einen antimetrischen Anteil zerlegen. Der symmetrische Anteil wird wie beschrieben gelöst. Für die Untersuchung des antimetrischen Lastfalles muß der räumliche gekrümmte Trägerrost (Bild 3 b) in seiner Gesamtheit betrachtet werden. Bei dickwandigen Schalen nimmt jedoch die Zahl der Unbestimmten rasch zu. Die Rechenkapazität der EDV-Anlage reicht dann in vielen Fällen nicht mehr aus.

Es empfiehlt sich dann einen ersten Rechenschritt am Gesamtsystem mit einem groben Raster durchzuführen. Der darauf folgende zweite Rechenschritt wird an einem Teilausschnitt mit entsprechend feinem Raster vollzogen, wobei die Randbedingungen vom ersten Rechenschritt übernommen werden.

#### 4. Beispiele

Es ließe sich eine Vielzahl von bereits gerechneten Beispielen aufführen, angefangen von der Platte zur Schale bis zum dickwandigen Behälter, mit der Absicht, die Ergebnisse der exakten Theorie, anderen Rechenverfahren oder Messungen gegenüber zu stellen. Die Zahl der Beispiele soll aber auf die folgenden beiden beschränkt bleiben.

##### 4.1 Zylindrischer Wasserbehälter

Der in Bild 11 gezeigte Wasserbehälter wird mit dem in Bild 12 aufgetragenem Ersatz-System gerechnet. In Bild 13 sind die Ergebnisse denjenigen nach der Elastizitätstheorie 12 gegenübergestellt. Der maximale Fehler ist kleiner 3 %.

##### 4.2 Reaktordruckbehälter aus Spannbeton

Es handelt sich hier um einen Versuchsreaktor [13] (Bild 14), bei dem die errechneten Beanspruchungen mit Messungen verglichen werden konnten. Bild 15 zeigt das statische Ersatz-System und Bild 16 die Richtung und Größe der Spannungstrajektorien im Störbereich infolge Innendruck. In Bild 17 sind die Ringzugspannungen im Zylinderschaft aufgetragen. Die Übereinstimmung mit den Messungen kann als sehr gut bezeichnet werden.

#### 5. Schlußwort

Am Beispiel des Reaktordruckbehälters wird ein sehr flexibles Rechenverfahren zur Erfassung des Tragverhaltens rotations-symmetrischer, dickwandiger Konstruktionen beschrieben. Das Tragwerk wird dabei in dünne gekoppelte konzentrische Tragsysteme (Bild 8) unterteilt. Die einzelnen dünnwandigen Systeme werden durch einen elastisch gelagerten ebenen Stabzug erfaßt. Es geht die Analogie der Schale zum elastisch gebetteten Balken ein. Mit diesem Ersatzsystem kann der Bau- und Betriebszustand vom Reaktor-Druckbehälter aus Spannbeton mit großer Genauigkeit gerechnet werden. Dynamische Lasten werden durch statische Ersatzlasten berücksichtigt. Das Kriechproblem wird durch die Annahme einer mittleren kriecherzeugenden Spannung vereinfacht. Asymmetrische Lasten können durch die Wahl geeigneter Randbedingungen berücksichtigt werden.

Herrn Dr. Neunert sei an dieser Stelle für seine wertvollen Anregungen, den Herren Bercea und Knell für die Mitarbeit gedankt.

## 6. Schrifttum

- 1 Konstruktiver Ingenieurbau, Berichte, Bautechnische Aufgaben bei Kernkraftwerken, Heft 10, Vulkanverlag Essen 1971
- 2 DNA, Reaktordruckbehälter aus Spannbeton, Studie für einen Norm-Entwurf 1972
- 3 Rüsç H.,                      Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Jungwirth D.,                      Schwinden des Betons auf das Verhalten der Hilsdorf H.                      Tragwerke. Beton und Stahlbetonbau 1973/3,4 und 6
- 4 Zienkiewicz O.C.              The finite Element Method. Mc. Graw Hill. und Cheung Y.K.              London 1967
- 5 Fette H.                      Gekrümmte finite Elemente zur Berechnung von Schalenträgwerken. Dissertation 1969, Werner-Verlag Düsseldorf
- 6 Rudy du Preez                Berechnung prismatischer Flächenträgerwerke mit Hilfe finiter Streifenelemente. Bautechnik 1972/5
- 7 Zerna W.,                      Zur Berechnung von Spannbeton-Reaktordruckbehälter. Beton- und Stahlbetonbau 1970/11 Schellenbach G.
- 8 Ackert U.,                      Numerische Berechnung von Rotationsschalen unter rotationssymmetrischer Last. Der Bauingenieur 1971/6. Kreuzinger H.
- 9 Starke P.                      Biegesteife Rotationsschale. Verlag W.Ernst & Sohn 1968
- 10 Worch G.                      Elastische Scheiben. Betonkalender Teil II, 1967, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
- 11 Grasser E.,                      Arbeitstagung: Sicherheit von Betonbauten. Kraemer U.                      Deutscher Beton Verein 1973
- 12 Girkmann K.                      Flächenträgerwerke. 5.Auflage Wien 1959, S.454.
- 13 Dorner H.,                      Spannbeton-Reaktordruckbehälter für 100 atü Gruhl H.                      Innendruck. Technische Überwachung, Siemens, 1966/1.

Tabelle 1: Lastfälle und zulässige Beanspruchungen bei Spannbetondruckbehälter in Anlehnung an [2]

	BAUTEIL	LASTFALL	ZUL. BEANSPRUCHUNG BETON	ZUL. BEANSPRUCHUNG STAHL
BAUZUSTAND (E-Theorie)	Behälter	verschiedene Herstellungsphasen	nach DIN 4227 bzw. Spannbetonrichtlinien	DIN 4227 bzw. Spannbetonrichtlinien und Stahlbauvorschriften
BETRIEBSZUSTAND (E-Theorie)	Behälter+Liner	<p>Eigengewicht <math>g</math>  Vorspannung <math>v</math> mit Kriechen <math>k</math> und Schwinden <math>s</math>  Innendruck <math>p_0</math> (Bemessungsdruck, An- und Abschalten sowie Schnellabschalten)  Innendruck beim Störfall <math>p_s</math>  Innendruck beim Prüfen <math>p_p</math>  Temperatur <math>T</math>  Kriech- und Schwind-Umlagerung  Erdbeben (über statische Ersatzlast)</p> <p>Verformungsberechnung für Liner-Integrität mit oberen und unteren Grenzwerten aus <math>k+s</math></p>	<p>In der Regel gilt <math>zul\sigma = \sigma_c/2,1</math> für Druckspannungen.  Bei mehrachsiger Druckbeanspruchung dürfen die entsprechenden Laboregebnisse berücksichtigt werden mit <math>v = 2,1</math>, aber nicht größer als <math>1,5 \cdot \sigma_c/2,1</math> (<math>\sigma_c = 5\%</math> Fraktile der Zylinderfestigkeit nach 90 Tagen).  Bei instationärer Temperaturbeanspruchung <math>v = 1,8</math>  Bei normalem Betriebszustand wird in jedem Schnitt in Druckkräfte gefordert</p> <p>Zugbeanspruchung im Normalfall, zentrisch:  <math>zul\sigma = \sigma_c/30</math>,  Zugbeanspruchung in Außenflächen:  <math>zul\sigma = \sigma_c/10</math>  Zugbeanspruchung in Störungszone:  keine Begrenzung von <math>zul\sigma</math></p>	<p>Spannstahl:  <math>zul.\sigma_2 = 0,7 \cdot \sigma_{2,0,95} \leq 0,95 \cdot \sigma_{0,01}</math>; bei Randspannungen <math>+15\% \leq \sigma_{0,01}</math>  Kurzzeitiges Überspannen  <math>zul.\sigma_2 = \sigma_{0,01}</math>  Relaxation des Spannstahles ist zu beachten</p> <p>Betonstahl: DIN 1045</p>
GRENZZUSTÄNDE (E-Theorie, besser aber mit Bruchmodell III; z.B. kinematische Kette oder Modell-Ver-such).	<p>für Liner-Integrität</p> <p>für Behälter</p> <p>am Behälter-Ersatzsystem, wenn Containment fehlt</p>	<p>Lastkombinationen:  <math>g+1,8 \cdot p_0</math>  <math>g+1,8 \cdot p_0 + T</math> mit <math>k, s</math>  <math>g+1,8 \cdot p_0 + 0,8 \cdot T</math> mit <math>k, s + 0,2 \cdot T</math> ohne <math>k, s</math>  (wenn <math>1,6 \cdot p_s &gt; 1,8 \cdot p_0</math>, dann mit <math>1,6 \cdot p_s</math> rechnen)</p> <p>Erhöhung des Betriebsdruckes auf das 2,5+3fache je nach Genehmigungsbehörde</p> <p>Stat.Ersatzlasten für Druckstoß (Explosion), für Prallstoß (Absturz)</p>	<p><math>\sigma_{gr} = 0,9 \cdot \text{Mehrachsiges Druckfestigkeit bzw. } 0,9 \cdot \sigma_c</math> im Druck-Zugbereich  wenn <math>\sigma_{Zug} &gt; \sigma_c/30</math>, Zug voll abdecken</p> <p><math>\sigma_{gr} = 0,9 \cdot \sigma_c</math> bzw. <math>\sigma_c</math> je nach Genehmigungsbehörde</p> <p>Anzustreben lokal in den plastischen Bereich zu kommen ohne schwerwiegende Zerstörung auszulösen.</p>	<p>Spannstahl: <math>\sigma_{gr} = 0,95 \cdot \sigma_s</math>  Betonstahl: <math>\sigma_{gr} = \sigma_s</math></p> <p><math>\sigma_{gr} = \sigma_s</math> bzw. <math>\sigma_s</math> je nach Genehmigungsbehörde</p>



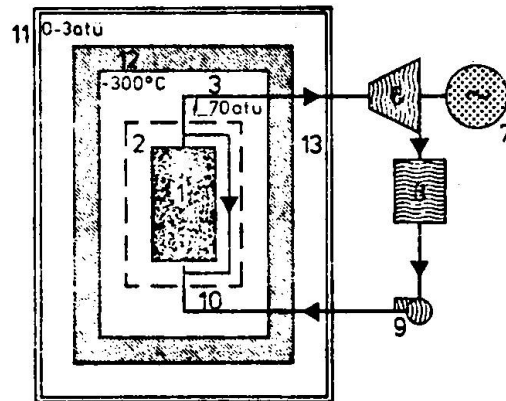
# BILD 1: REAKTORTYPEN IN DEUTSCHLAND

## Reactor types in Germany

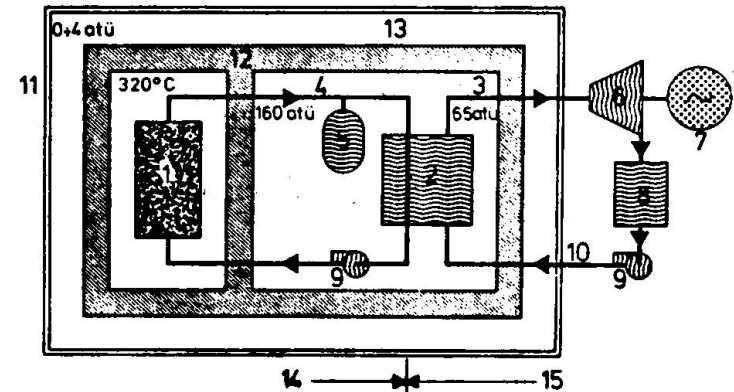
12.

Erläuterung zu a, b, und c,:

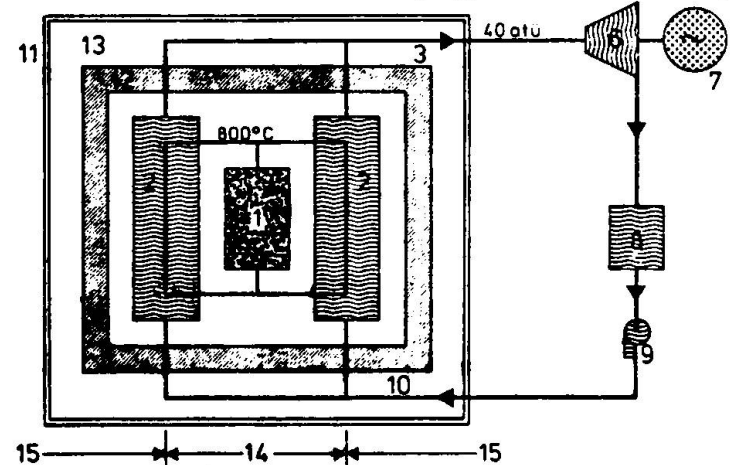
- 1 Core
- 2 Dampferzeugung, Wärmetauscher
- 3 Frischdampf
- 4 Druckwasser
- 5 Druckhalter
- 6 Turbine
- 7 Generator
- 8 Kondensator
- 9 Pumpe
- 10 Speisewasser
- 11 Abschirmbehälter, Containment
- 12 Druckbehälter
- 13 Sicherheitsanlagen, Anlage zum Wechseln der Brennelemente
- 14 Primärkreis
- 15 Sekundärkreis



a. SIEDEWASSERREAKTOR Boiling water reactor  
(LEICHTWASSERREAKTOR) (Light water reactor)



b. DRUCKWASSERREAKTOR Pressure water reactor  
(LEICHTWASSERREAKTOR) (Light water reactor)



c. HOCHTEMPERATURREAKTOR High temperature reactor  
(GASGEKÜHLTER REAKTOR) (reactor cooled with gas)

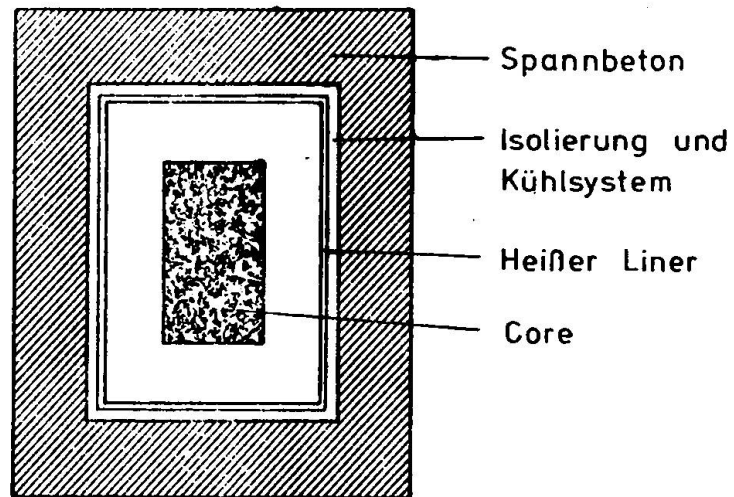
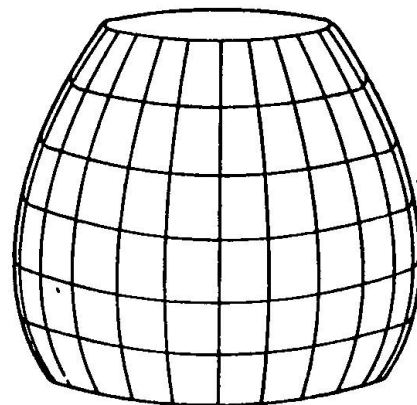
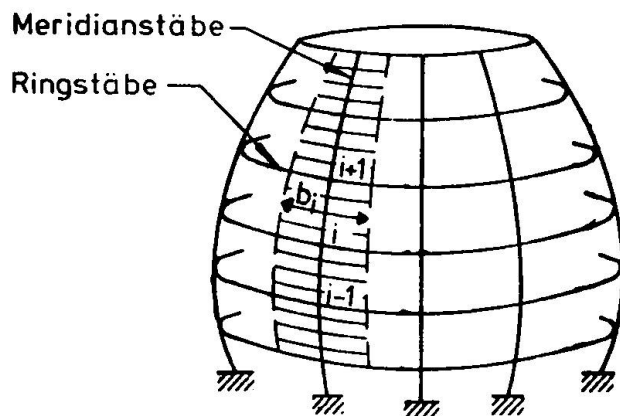


Bild 2: Spannbeton-Druckbehälter  
Pressure vessel in prestressed concrete

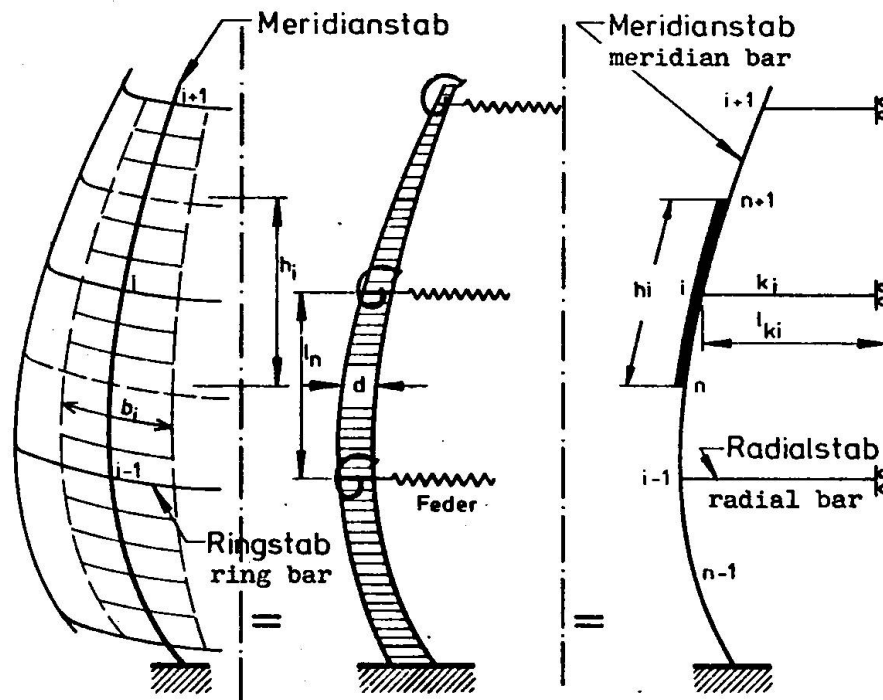


a) Schale  
shell



b) räumlich gekrümmter  
Trägerrost  
locally curved  
girder grillage

Bild 3: Von der Schale zum räumlich gekrümmten Trägerrost  
From the shell to the locally curved girder grillage



- a) räumlich gekrümmter Trägerrost    b) elastisch gelagerter Stabzug    c) Ersatzsystem  
 a) locally curved girder grillage    b) elastically placed bar    c) system for replacement

Bild 4: Vom räumlich gekrümmten Trägerrost zum Ersatzsystem  
 From the locally curved girder grillage to the system of replacement

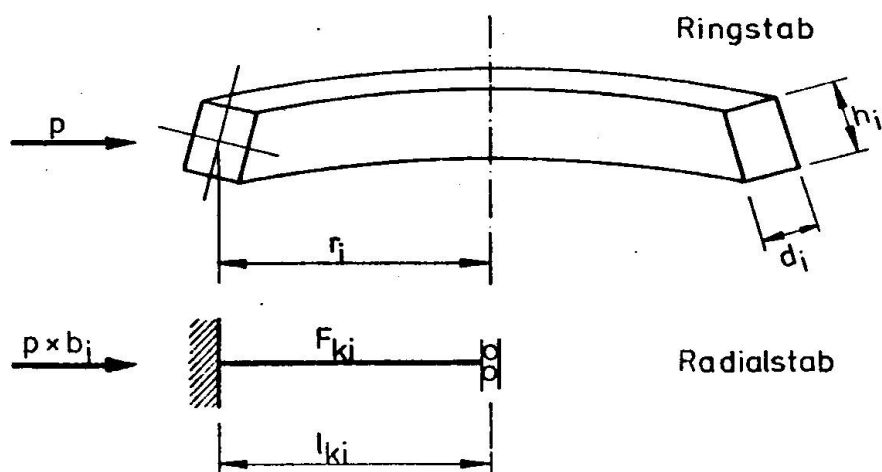


Bild 6: Bedingung zur Bestimmung der Fläche des Radialstabes.  
 Condition for determination of the area for the radial bar

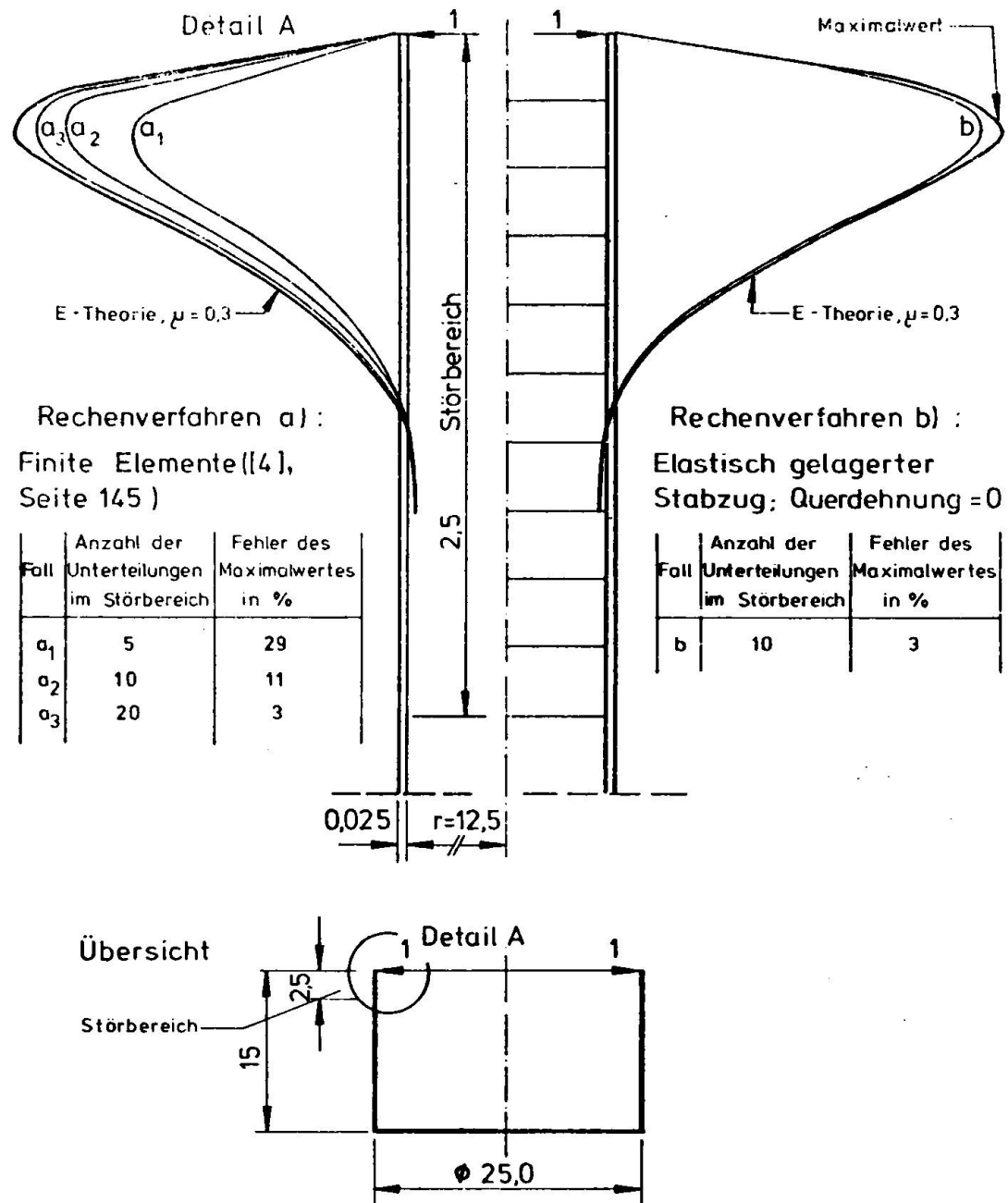


Bild 5: Fehler verschiedener Rechenverfahren in % Bezogen auf die exakte Lösung am Beispiel einer randbelasteten Zylinderschale

Errors of different calculation systems in percentage referred to the exact solution with the sample of a cylinder shell loaded at the edge

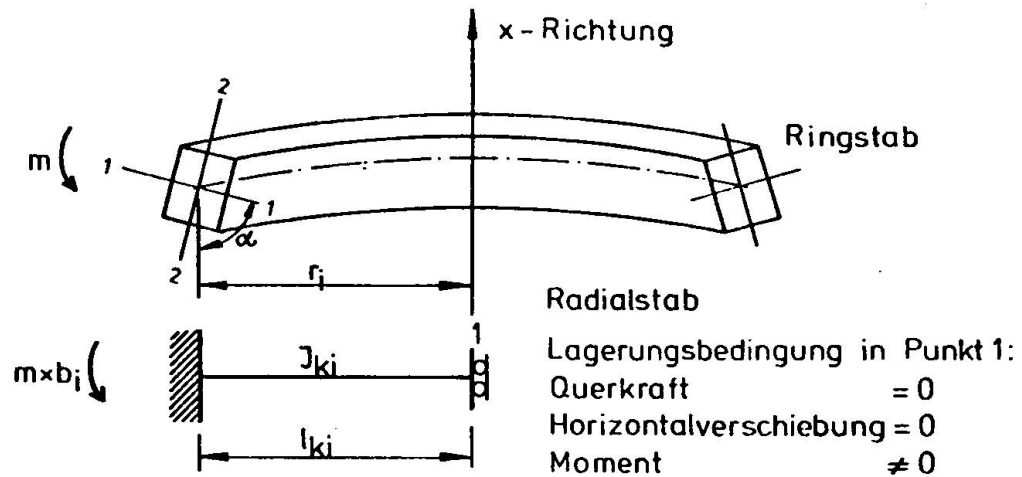


Bild 7: Bedingung zur Bestimmung des Trägheitsmoments  
des Radialstabes  
Condition for determination of the moment of inertia of  
the radial bar

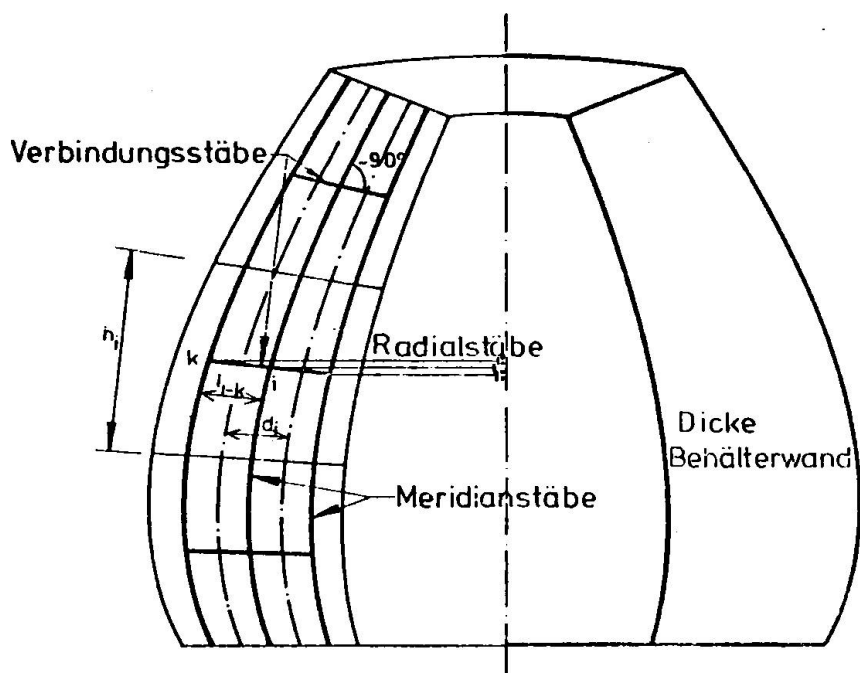
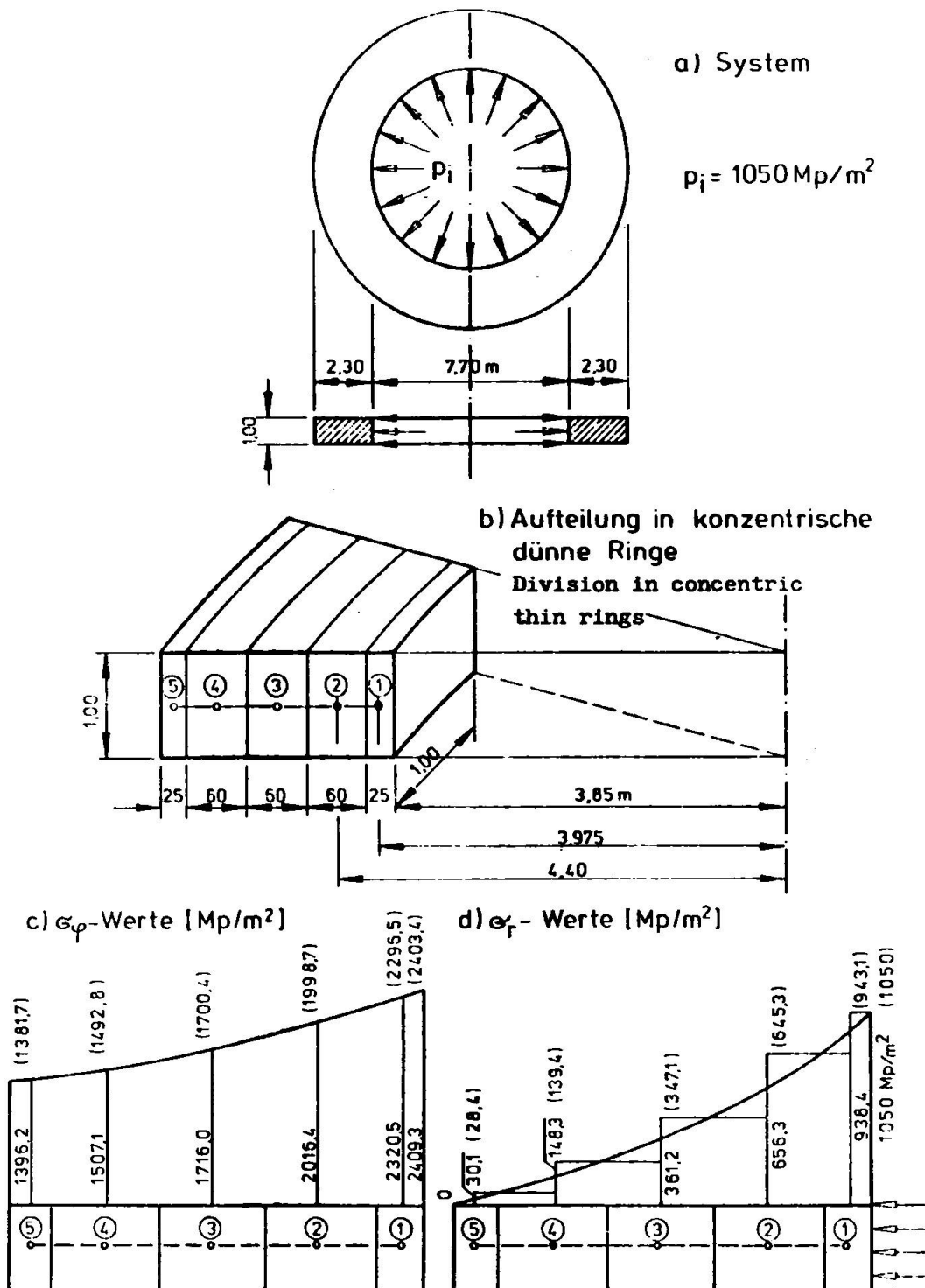


Bild 8: Unterteilung der dickwandigen Schale in zB 3 konzentrisch  
dünne Schalen  
Splitting up the thick-walled shell - for example  
in 3 concentric thin shells



Die Klammerwerte entsprechen der exakten Lösung nach Lamé [10]  $\nu=0.3$

Bild 9: Dickwandiger Kreisring unter Innendruck

Circle ring with thick walls under internal pressure

18.

Detail A

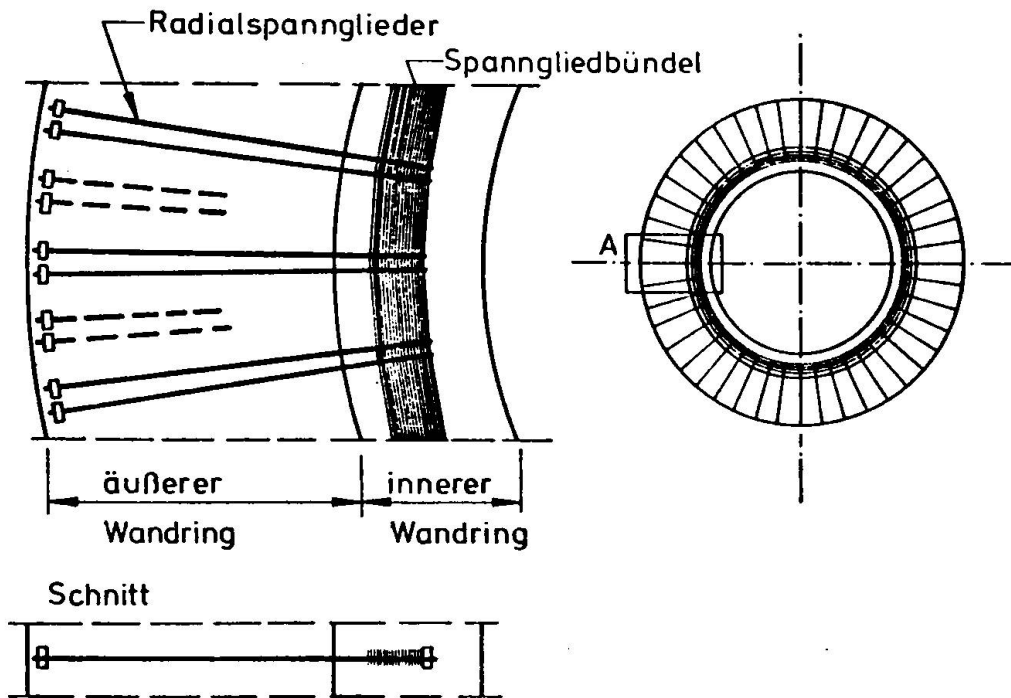


Bild 10: Neuartige Vorspannung eines Spannbeton-Druckbehälters  
Novel type of prestressing of p.c. pressure vessel

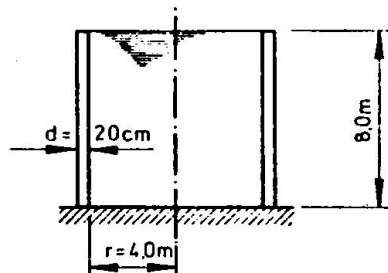


Bild 11: Zylindrischer Wasserbehälter  
cylindrical water reservoir

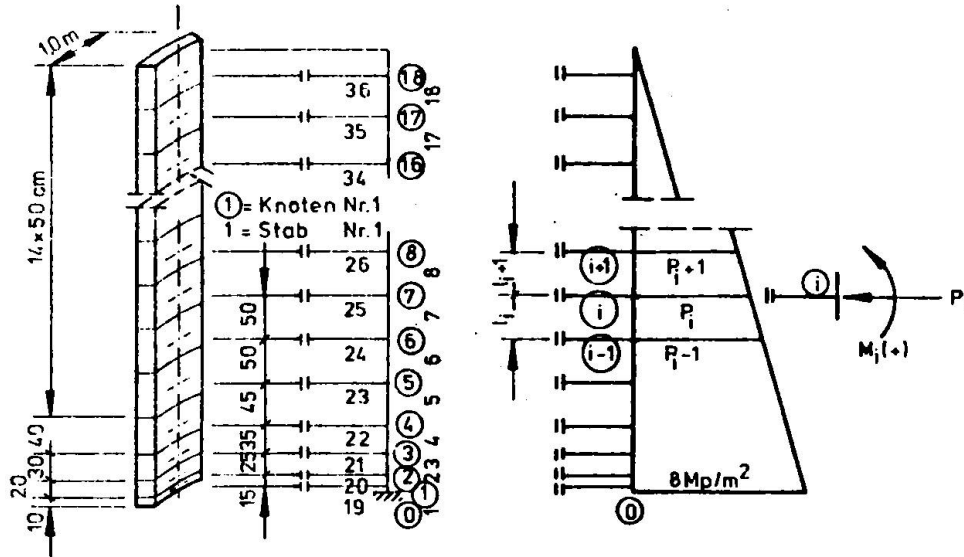


Bild 12: Statisches System und Belastung  
Statics and loading

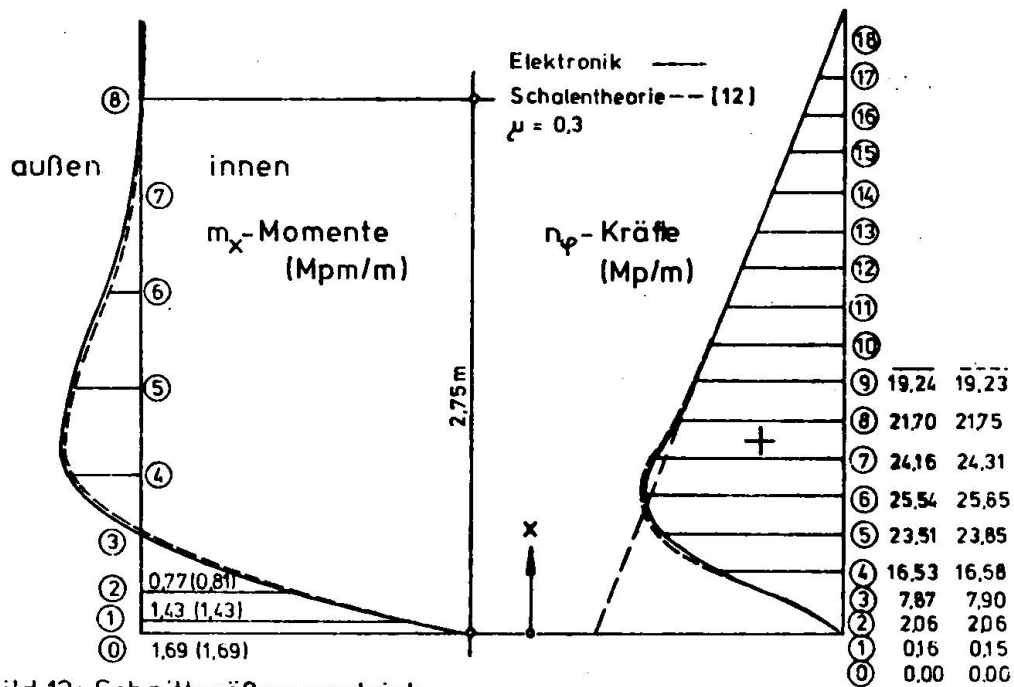
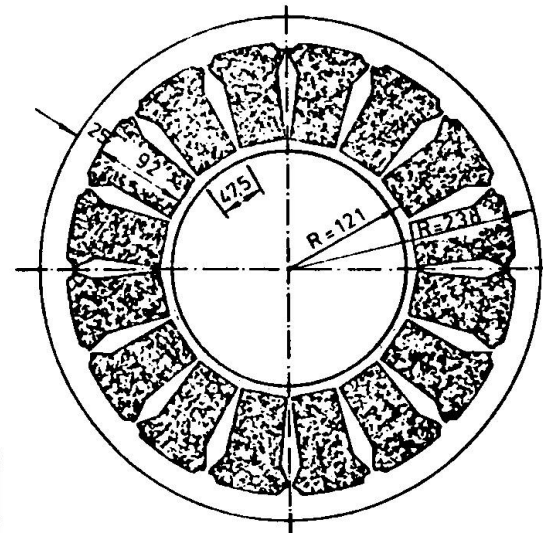
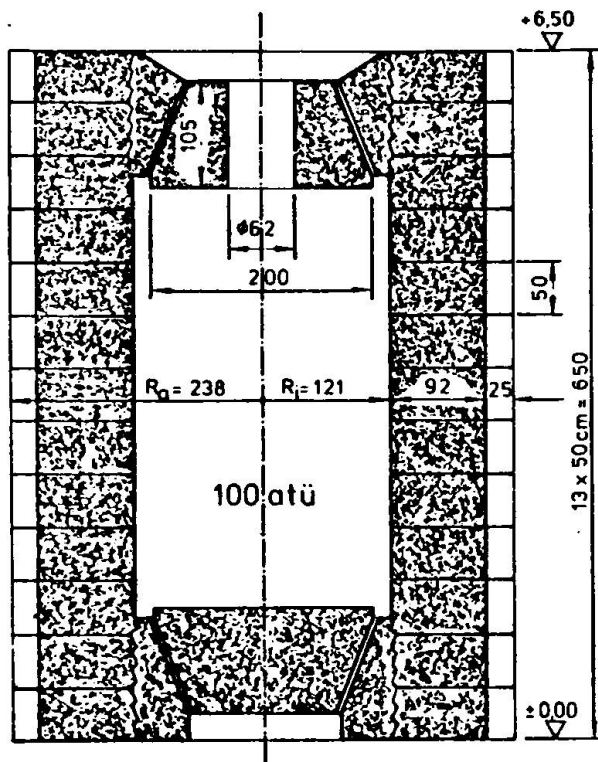


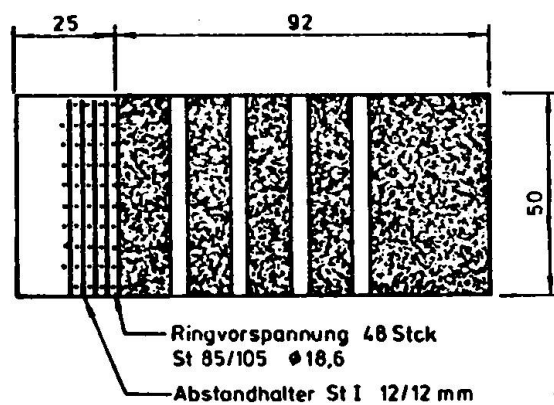
Bild 13: Schnittgrößenvergleich  
Comparison of section sizes





a) Übersicht

Schnitt a - a



b) Detail

Draufsicht

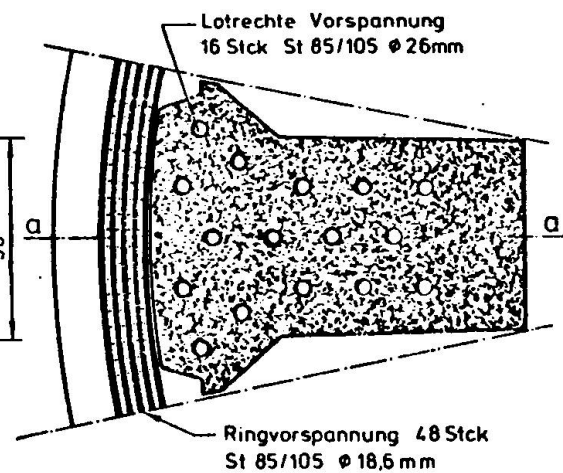


Bild 14: Versuchsreaktor Erlangen  
Test Reactor Erlangen

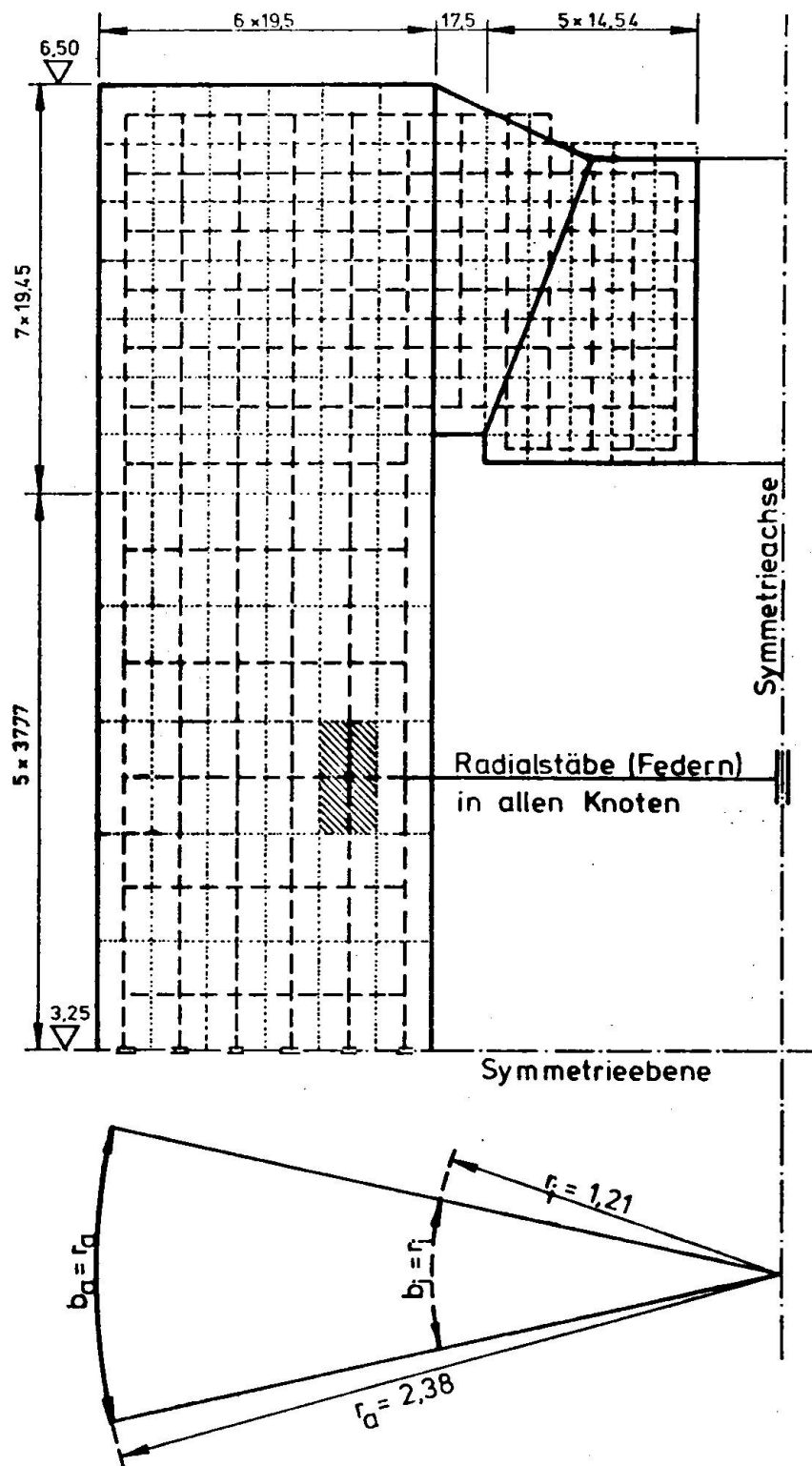


Bild 15: Statisches Ersatz - System  
Equivalent static system

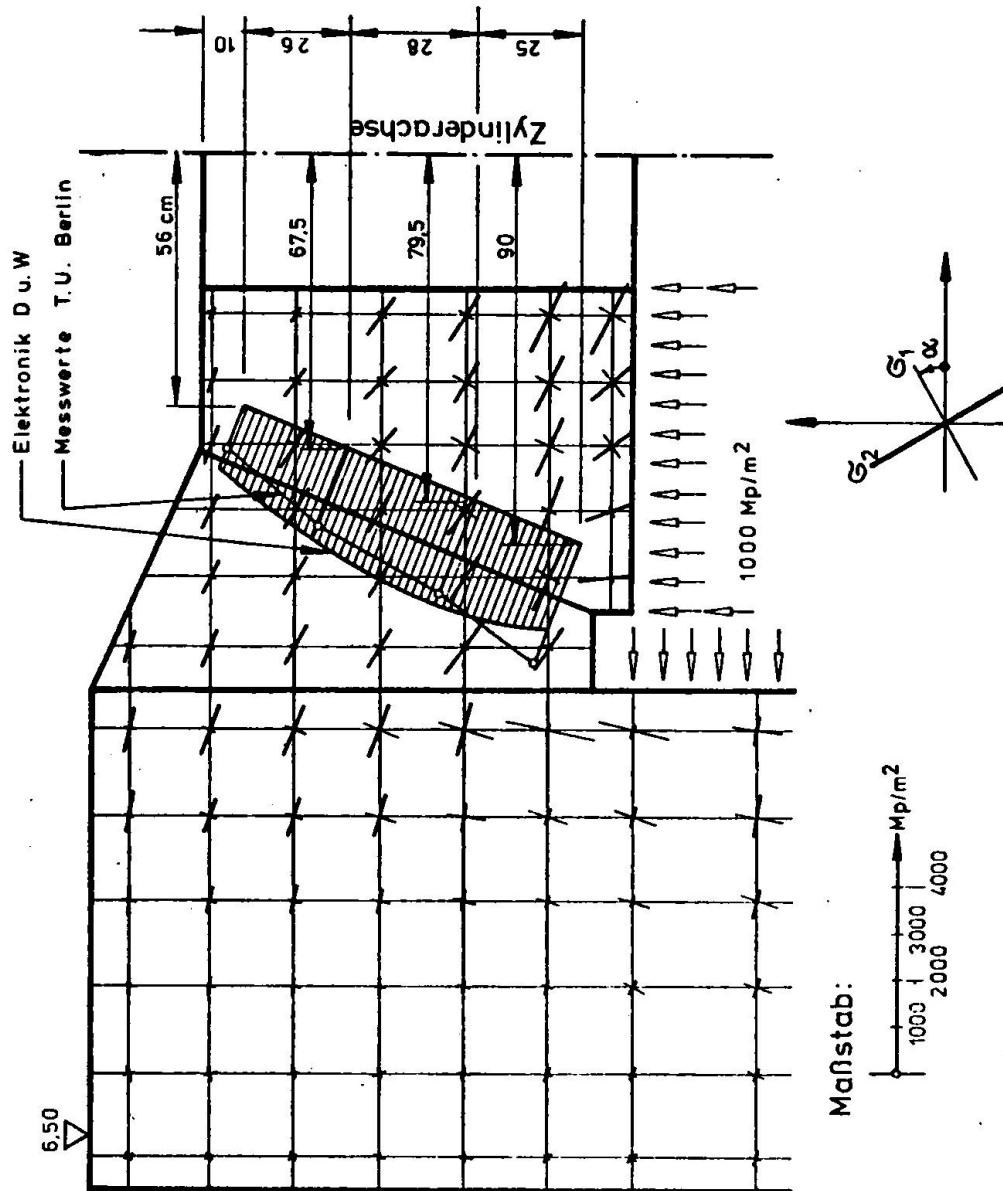


Bild 16: Schiefe Hauptspannungen im Störungsbereich -  
Lastfall Innendruck  
Vergleich Messung mit Rechnung

Inclined main stresses in the upper edge of the vessel  
- loading case internal pressure -  
comparing measurements with calculation

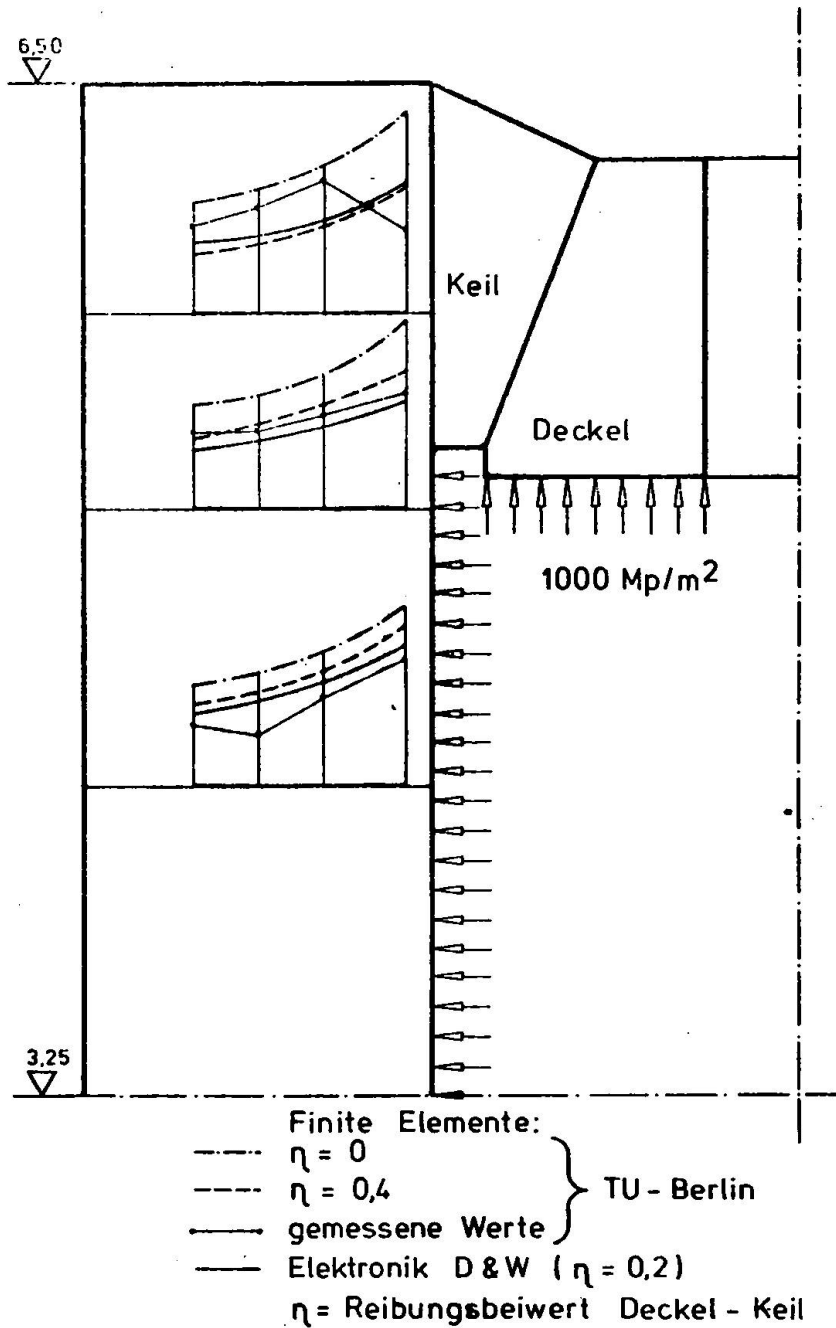


Bild 17: Betonringspannungen  $\sigma_{\varphi}$  kp/cm<sup>2</sup> im Schaftbereich,  
Lastfall Innendruck,  
Vergleich Messung mit Rechnung

Stresses of concrete ring  $\sigma_{\varphi}$  kp/sq.cm  
in the zone of the shaft, loading case internal pressure,  
comparing measurement with calculation

### Zusammenfassung

Der Beschreibung verschiedener Reaktortypen und der zu führenden Rechennachweise folgt die Ableitung eines weiteren Berechnungsverfahrens für dickwandige, rotationssymmetrische Konstruktionen. Die Behälterwand wird in ihrem statischen Verhalten durch untereinander gekoppelte Schalen ersetzt; diese werden durch räumlich gekrümmte Trägerroste erfaßt, deren Ringstäbe ins Rechenprogramm über Federn eingehen. Als Anwendungsbeispiel dient ein neuartiger Reaktordruckbehälter aus Spannbeton.

### Summary

The description of different reactor types and of the calculation which have to be carried out is followed by the description of a further calculation system for rotation-symmetric constructions with thick walls. For its static behaviour the thick tank wall will be divided in different thin shells coupled to each other; these will be changed into curved girder grillages; the ring bars of which are entering into the technical data programme by means of springs. As a model of application may serve a new type of a reactor vessel in prestressed concrete.

### Résumé

La description de différents types de réacteurs avec les correspondantes preuves de calcul est suivie de la dérivation d'un autre procédé de calcul pour constructions rondes, à paroi épaisse. Le comportement statique de la paroi épaisse est remplacé par des voiles minces couplées les unes avec les autres. Ces voiles minces sont remplacées par des grilles de poutres spatialement courbées. Les barres à anneau de ces grilles de poutres entrent dans le programme de calcul à l'aide de ressorts. Un nouveau réservoir de réacteur sous pression en béton précontraint sert d'exemple d'application.