

Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 17 (1974)

Rubrik: Theme II: Simple design procedures

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

II

Introductory Remarks to Theme II

Remarques introductives au thème II

Einführende Bemerkungen zum Thema II

J.G. MacGREGOR

Professor of Civil Engineering
University of Alberta
Edmonton, Alberta, Canada

The second session of this Symposium deals with "Simple Design Procedures for Concrete Columns". Before considering the technical contributions it is desirable to define the term "Simple Design Procedures". I shall arbitrarily define a simple design procedure as one which can be carried out economically by the design engineer.

A 40 cm square column 8 meters high in a braced frame building will cost about \$175 to build. Of this sum, about \$8 will go to the consulting engineer to pay for the structural analysis, design, drawing specification writing and inspection related to this member. The portion of this design fee which can be spent on calculating slenderness effects and selecting the column cross section is enough to pay for about 10 to 15 minutes of actual design time. By my definition, any design procedure which requires more design time is not a "simple design procedure".

Since the cost of a bridge pier is much greater, more time can be spent on its design and hence the "simple design procedure" for a bridge pier can and probably should be much more complex than the simple design procedure for a building column.

In an essay on structural design, the late Professor Hardy Cross stated:

"Analytical procedures in mechanics should be so simple and flexible that they may give quickly either a quantitative or a qualitative method of thinking. They should draw a picture of a structure in action. Great builders for thousands of years have necessarily formed in their minds some such pictures. ...

For formal analysis, methods may be used that are not primarily methods of thinking at all. These are often very formalistic, like a sausage grinder. If certain

numerical data are fed into one end of the analysis and a crank is turned, a lot of little sausages -- moments, reactions, stresses, movements -- come inevitably out of the other end of the machine. It works quite smoothly; in fact it works with deceiving smoothness. Because the sausages seem uniform and regular it is often assumed that the meat cannot be spoiled."

The Introductory Report for this session touched on a number of topics, some of which were elaborated on by the participants in this session and by the papers in the preliminary report:

1. Slender Columns

The majority of the contributions deal with some aspect of the behavior or design of slender columns.

(a) Cross-Sectional Stiffness, EI

The submissions by Oelhafen and by Drysdale, Sallem and Tan compare the ACI Code Equations for EI to those back-computed from the theoretical buckling loads of slender columns. Both authors find that the ACI equations become excessively conservative as the eccentricity e/h decreases and as the slenderness ℓ/r increases. Irle, Schäfer and Schäfer propose an equation for EI which is a function of e/h and ℓ/r .

The procedure for calculating EI proposed by Professor Menn comes closest to satisfying Hardy Cross's requirement that analytical procedures should "draw a picture of a structure in action" and for this reason it is valuable. Menn proposes that EI be calculated from the moment and curvature that exist at the onset of simultaneous yielding of the compression and tension reinforcement. This stage in the behavior corresponds to a major decrease in the stiffness of the cross-section and hence corresponds to a turning point in the life of the column. Creep of concrete or lightweight concrete can be accounted for in this model by modifying the concrete stress-strain curve used in computing the moment at this stage of loading. On the other hand, this procedure leads to a constant EI for a given cross-section and time and hence should tend to become conservative as e/h decreases and ℓ/r increases.

Kammenhuber and Dimitrov consider the effect of non-uniform EI values on the stability of slender columns.

Sparowitz presents a graphical solution of the strength of slender columns.

(b) Effects of Sustained Loads

The effects of sustained loads on the EI values for slender columns are discussed by Oelhafen, Menn, and Drysdale et. al. Drysdale, Sallam and Tan suggest that the creep effect should be expressed as a function of the ratio of the sustained load to the short time capacity under pure axial load rather than as a function of the ratio of the sustained load moment to the total load moment or sustained load to ultimate load. This

concept has certain attractive features since it would reduce the strength of columns with low e/h ratios which are most apt to be affected by creep to a greater degree than it affects the EI for columns at large e/h .

(c) Biaxially Loaded Slender Columns

Six submissions dealt with various aspects of the analysis and design of biaxially loaded slender columns. The calculation of the final eccentricity of a rectangular column with biaxial eccentricity is discussed by Okada, Kojima and Hirose. Buck, Benkert, Schröder and Reis discuss a similar problem.

Gardner and Abdel-Sayed present cross-section interaction diagrams that relate load, eccentricity and curvature for bending about one axis and the 45 degree axis and show how these may be used to design slender columns.

Chen and Shoroka discuss the equivalent moment factor, C_m , for biaxially loaded slender columns. A significant portion of the conservatism they observe in the ACI code procedures for such columns is probably due to the conservatism of the ACI EI equation discussed earlier by Oelhafen or Drysdale.

Menegotto and Pinto present a computer analysis of slender biaxially loaded columns. In a second contribution they discuss the practical but here-to-fore neglected case of a rectangular column subjected to different moment diagrams in the two directions in which the points of maximum moment do not coincide.

(d) Other Topics Concerning Slender Columns

Petersen described a design office computer program which used numerical integration of moment curvature diagrams to design statically determinate columns in mill buildings. Oelhafen described a step-by-step solution of the strength of slender columns which has been programmed for mini-computers.

2. Other Aspects of Column Design

In their submission Yamada and Kamamura discussed the shear strength of columns.

Kammenhuber discussed the need for using both load and material safety factors in the design of slender columns.

Leere Seite
Blank page
Page vide

**Die Bemessung von Stahlbetonstützen mit Hilfe von „Ersatzkrümmungslinien“
(Ein einfaches Näherungsverfahren)**

The Design of Reinforced Concrete Columns by Means of „Substituting
Curvature Lines“
(A simple Approximation Method)

Le dimensionnement de colonnes en béton armé à l'aide des „Lignes de
remplacement moment/courbure“
(Une méthode simple d'approximation)

L. SPAROWITZ

Dipl. Ing.

Institut für Stahlbeton- und Massivbau
Technische Hochschule Graz
Graz, Austria

1. EINFÜHRUNG

Die Vereinfachung der Verformungsberechnung durch die Annahme eines bestimmten Krümmungsverlaufes entlang der Stabachse führt zu einer Betrachtung des Momenten-Krümmungs-Zusammenhanges im maßgebenden Stabquerschnitt. Im Abschnitt 3 wird dies am einfachsten Beispiel einer sinusförmigen Krümmungsverteilung gezeigt. Eine bessere Näherung erhält man allerdings, wenn man den Krümmungsverlauf infolge der Biegemomente nach Theorie I. Ordnung affin zu diesen und den Krümmungszuwachs infolge der Stabverformungen parabelförmig annimmt [1].

Durch die klare Trennung in Beanspruchung (Bild 4, M_a -Gerade) und Widerstand (Bild 4, M-K-Linie) lassen sich auch geteilte Sicherheitskoeffizienten in anschaulicher Weise berücksichtigen.

Der Einfluß von Kriechen und Schwinden kann näherungsweise in Rechnung gestellt werden, indem man die Kurzzeit-Stabverformungen mit einem Faktor $1 \leq c_t \leq 2$ vergrößert; er wird in [1] vom Verhältnis der Dauerlast zur Gesamtlast abhängig gemacht.

Damit das Bemessungsverfahren auch für baupraktisch untergeordnete Zwecke verwendbar ist, muß eine einfache Darstellungsform für den M-K-Zusammenhang angegeben werden. Dies wird, wie nachfolgend für den Rechteckquerschnitt gezeigt, mit Hilfe von "Ersatzkrümmungslinien" erreicht.

2. DAS ERSATZ-M-K-DIAGRAMM

Im Bild 1 sind für verschiedene Bewehrungsgrade $\bar{\mu}$ und symmetrische Bewehrungsanordnung ($\mu = \mu'$) bezogene M-K-Diagramme dargestellt, wobei die Ordinatenwerte für die bezogene Krümmung $\bar{K} = 1 \text{ ‰}$ auf eins reduziert sind. Die Normalkraft stellt den Kurvenparameter dar.

Man stellt fest, daß sich die Form der bezogenen M-K-Linien mit der Normalkraft nur relativ geringfügig ändert.

Die die Kurvenscharen rechts begrenzenden strichlierten Hüllkurven werden als "Ersatz-M-K-Linien" für den jeweiligen Bewehrungsgrad definiert. Man erkennt, daß dadurch die Krümmung und damit die

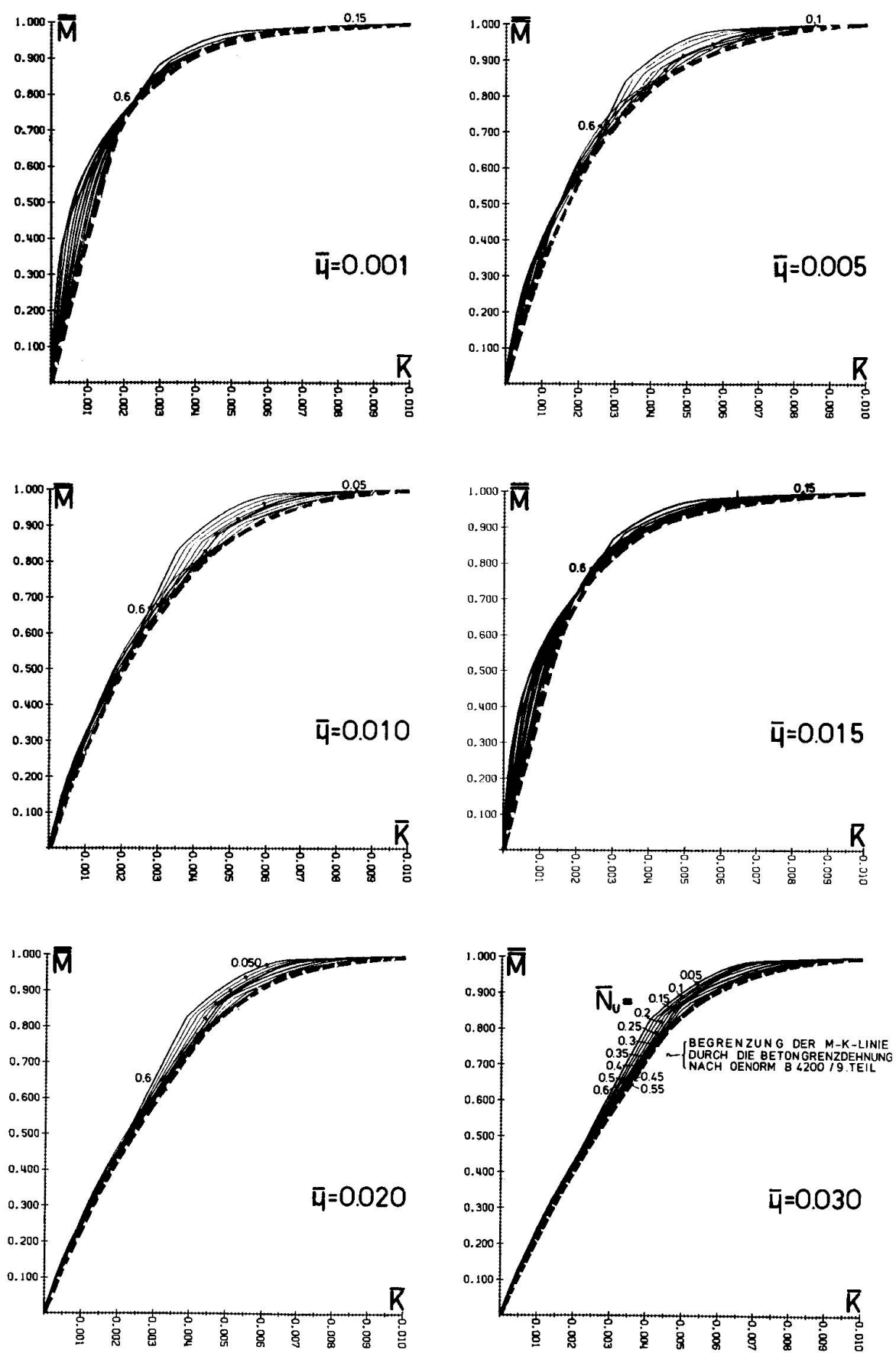


Bild 1

Stabverformung meist etwas zu groß in Rechnung gestellt wird. Das Näherungsverfahren liefert daher immer gegenüber einer strengen Berechnung auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse. Die Abweichungen bleiben für alle möglichen Bewehrungsgrade ungefähr von gleicher Größe.

Im letzten Diagramm des Bildes 1 für $\bar{\mu} = 3\%$ sind die Grenzdehnungszustände als Funktion der Normalkraft eingetragen, die sich aus bestimmten in den Normen festgelegten Grenzdehnungen ergeben. Sie werden horizontal auf die Ersatzlinie übertragen.

Das Bild 2 zeigt die Ersatz-M-K-Linien zu einem Diagramm zusammengefaßt, mit dem bezogenen Bewehrungsgrad als Kurvenparameter. Die Ersatz-M-K-Linien sind unabhängig von der Normalkraftbeanspruchung. Die querverlaufenden Linien (Grenzlinien) stellen Grenzdehnungszustände als Funktion der Normalkraft dar, wie sie sich nach den österreichischen Vorschriften ergeben. Die Grenzlinien für bezogene Normalkräfte $< 0,3$ werden zur Erhöhung der Ablesegenauigkeit aus dem Bild herausgezogen.

ERSATZ-M-K-DIAGRAMM

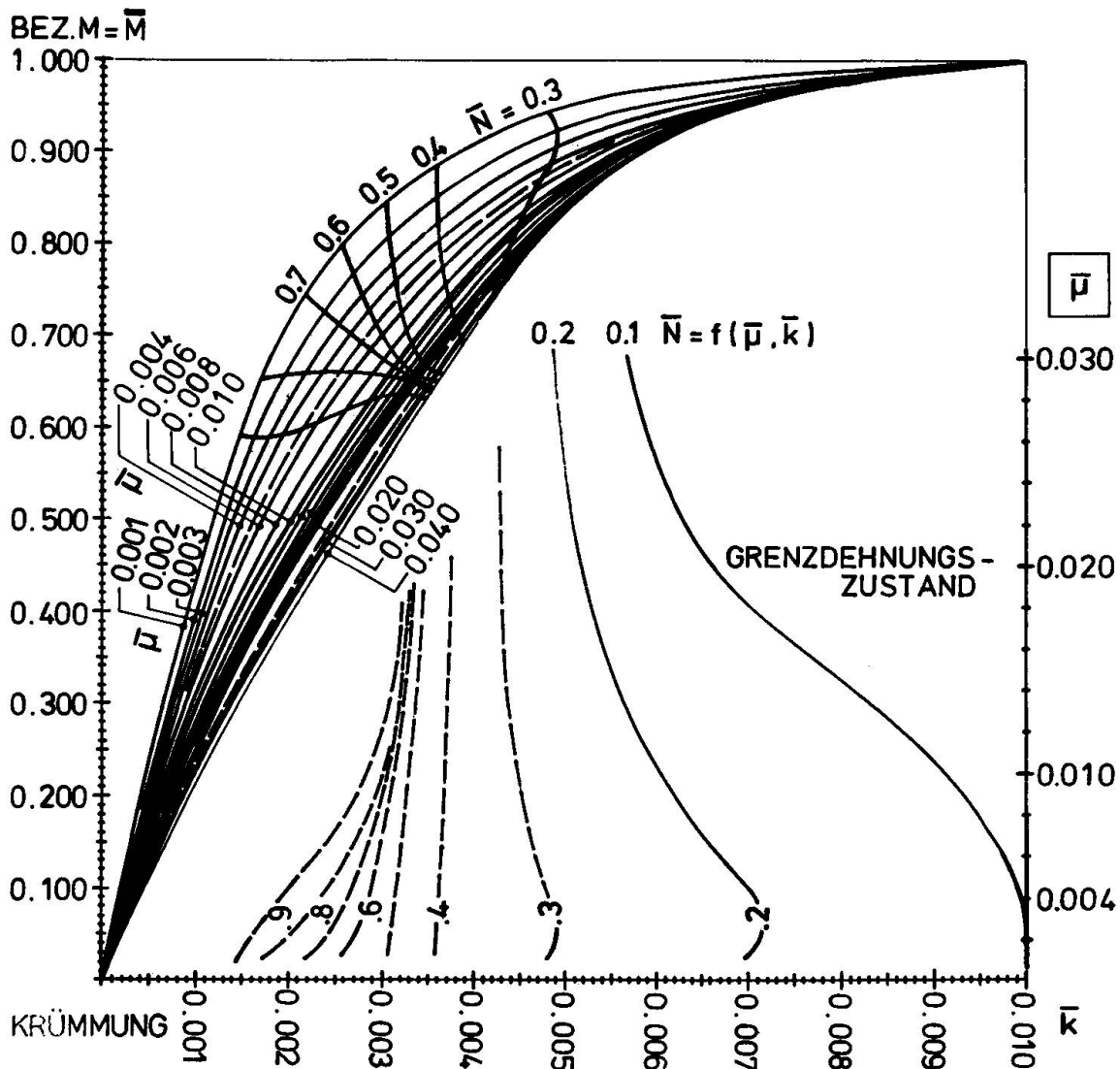


Bild 2

3. DIE VERWENDUNG VON ERSATZ-M-K-DIAGRAMMEN ALS BEMESSUNGSHILFS-MITTEL

Das Bild 3a zeigt die übliche Darstellungsform eines Spannungsfalles. Die M_a -Gerade

$$\bar{M}^{II} = \bar{N} \cdot c_t \cdot \bar{w} + \bar{M}^I \quad +)$$

schneidet die M_r -Linie in jenem Grenzpunkt U, wo mindestens eine Grenzdehnung im maßgebenden Querschnitt erreicht wird. Das Bild 3b stellt einen Instabilitätsfall dar. Die M_a -Gerade tangiert die M_r -Linie im Punkt T, der auf der M_r -Linie zwischen dem Koordinatenursprung und dem Grenzdehnungspunkt U liegt.

Bei Annahme einer bestimmten Krümmungsverteilung entlang der Stabachse ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen der Stabauslenkung \bar{w} und der Krümmung \bar{K} im maßgebenden Querschnitt:

$$\bar{w} = c_1 \cdot \bar{K} + c_2$$

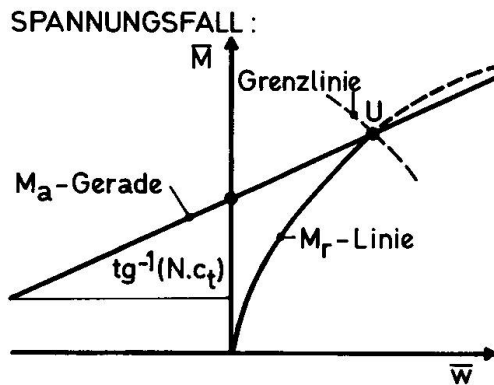


Bild 3a

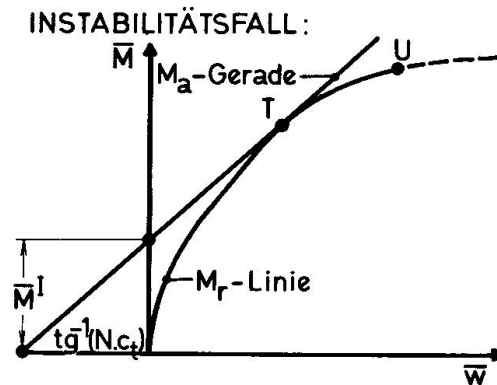


Bild 3b

Die Gleichung der M_a -Geraden ergibt sich dadurch, wie folgt:

$$\bar{M}^{II} = \bar{N} \cdot c_t \cdot c_1 \cdot \bar{K} + \bar{N} \cdot c_t \cdot c_2 + \bar{M}^I = \bar{c}_1 \cdot \bar{K} + \bar{c}_2 \quad (1)$$

Daher lassen sich die Bilder 3 durch affine Verzerrung der Abszissenachse auf eine Betrachtung des M-K-Zusammenhanges umformen, wie das Bild 4 am einfachsten Beispiel einer sinusförmigen Krümmungsverteilung zeigt. Die M_a -Linie entspricht dadurch dem M-K-Diagramm.

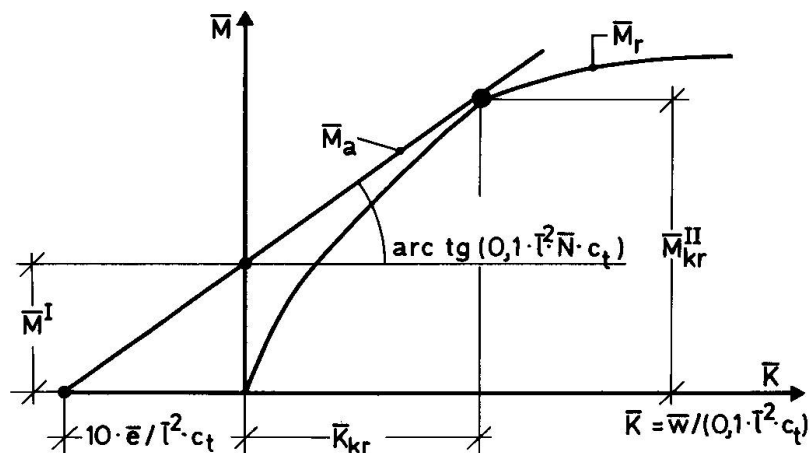


Bild 4

+) Der Beiwert c_t erfasst näherungsweise den Kriech- und Schwindeinfluss des Betons. Er wird im Abschnitt 5 erklärt.

Um die M_a -Gerade direkt in das Bild 2 eintragen zu können, müssen auch die Ordinaten mit dem Maßstabfaktor

$$f = \bar{\bar{M}}_u / \bar{M}_u$$

verzerrt werden. Darin bedeuten \bar{M}_u das unverzerrte Tragmoment, welches z.B. einem Interaktionsdiagramm entnommen wird, und $\bar{\bar{M}}_u$ das Tragmoment im Maßstab des Bildes 2. Sowohl \bar{M}_u als auch $\bar{\bar{M}}_u$ sind von der Normalkraft \bar{N} und dem Bewehrungsgrad $\bar{\mu}$ abhängig.

Für die Bemessung einer Stahlbetonstütze sind somit ein Interaktionsdiagramm und ein Ersatz-M-K-Diagramm erforderlich (Bild 5).

4. BEISPIELE

4.1. Spannungsfall

Die übliche Aufgabenstellung lautet:

Gegeben sind für einen Rechteckquerschnitt:

die Normalkraft $\bar{N} = 0,3$

das Biegemoment nach Theorie I. Ordnung $\bar{M}^I = 0,25$

die Stabschlankheit $\lambda = 60$

das Verhältnis Dauerlast zu Gesamtlast $M_t/\text{ges}M = 0$

Gesucht ist der erforderliche Bewehrungsgrad $\bar{\mu}$.

$$\begin{aligned} \bar{\ell} &= \lambda / \sqrt{12} = 17,32 & c_t &= 1 & \bar{N} \cdot c_t \cdot (\bar{\ell} / \Pi)^2 &= 9,12 \\ \bar{M}^{II} &= \bar{M}^I + \bar{N} \cdot c_t \cdot \bar{w} = \bar{M}^I + \bar{N} \cdot c_t \cdot (\bar{\ell} / \Pi)^2 \cdot \bar{K} = 0,25 + 9,12 \cdot \bar{K} \end{aligned} \quad (2)$$

Aus dem Ersatz-M-K-Diagramm des Bildes 5 entnimmt man nun für einen mittleren Bewehrungsgrad ($\bar{\mu} = 0,010$) die Krümmung ($\bar{K} = 0,0045$). Mit Hilfe der Formel (2) wird eine erste Näherung für das Moment nach Theorie II. Ordnung berechnet:

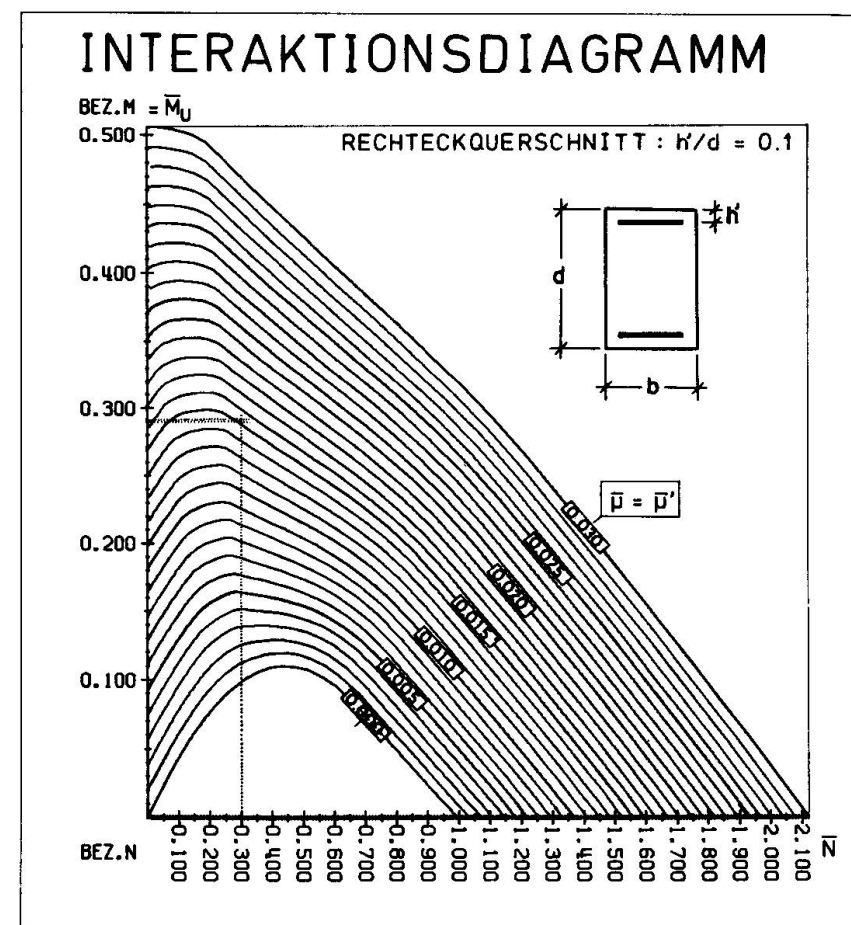
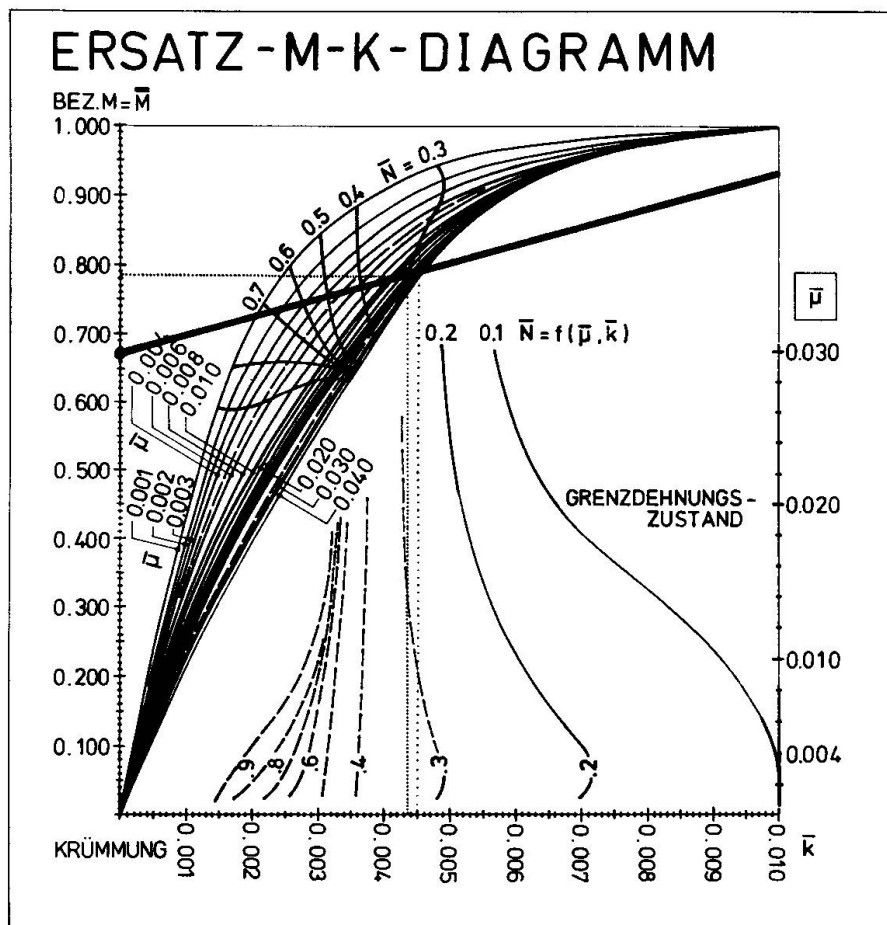
$$\bar{M}^{II} = 0,25 + 9,12 \cdot 0,0045 = 0,291$$

Für dieses Moment entnimmt man einem üblichen Bemessungsbehelf (Interaktionsdiagramm im Bild 5) den erforderlichen Bewehrungsgrad $\bar{\mu} = 0,0152$. Dem linken Bild kann nun ein verbesserter Krümmungswert $\bar{K} = 0,00435$ entnommen werden. Das Biegemoment ändert sich dabei nach Formel (2) nur geringfügig ($\bar{M}^{II} = 0,290$). \bar{M}^{II} entspricht dem Tragmoment $\bar{\bar{M}}_u$. Aus dem Interaktionsdiagramm im Bild 5 erhält man den gesuchten Bewehrungsgrad $\bar{\mu} = 0,015$. Bei Verwendung exakter M-K-Diagramme erhält man in diesem Fall dasselbe Ergebnis.

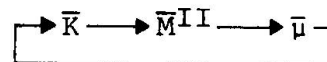
Um die Gerade der äußeren Beanspruchung in das linke Bild eintragen zu können, muß das Moment nach Theorie I. Ordnung \bar{M}^I in den Maßstab des Ersatz-M-K-Diagrammes verzerrt werden, was mit dem Maßstabfaktor f erfolgt.

$$\begin{aligned} f &= \bar{\bar{M}}_u^I / \bar{M}_u^I = 0,785 / 0,290 = 2,70 \\ \bar{\bar{M}}^I &= f \cdot \bar{M}^I = 2,7 \cdot 0,25 = 0,67 \end{aligned}$$

Mit $\bar{\bar{M}}^I$ und \bar{M}^{II} ist die Gerade der äußeren Beanspruchung im Ersatz-M-K-Diagramm (Bild 5) bestimmt. Im vorliegenden Beispiel handelt es sich um einen Spannungsfall, da der Anstieg der M_a -Geraden geringer ist als der der M_r -Kurve im Schnittpunkt $\bar{\bar{M}}_u^I$.



$$\bar{M}^{II} = \bar{M}^I + \bar{N} \cdot c_t \cdot (\bar{\ell}/\Pi)^2 \cdot \bar{K}$$



$$\bar{M}^I = f \cdot \bar{M}^I$$

Bild 5

4.2. Instabilitätsfall

Gegeben: $\bar{M}^I = 0,042$; $\bar{N} = 0,1$; $\lambda = 180$; $c_t = 1$
 Gesucht: $\bar{\mu}$

$$\bar{e} = \bar{M}^I / \bar{N} = 0,42 \quad ; \quad \bar{\ell} = \lambda / 12 = 51,96 \quad ; \quad \bar{N} \cdot (\bar{\ell} / \pi)^2 = 27,36$$

Der Abszissenabschnitt der M_a -Geraden (vgl. Bild 4):

$$\bar{e} \cdot (\pi / \bar{\ell})^2 \cdot c_t = 0,0015$$

$$\bar{M}^{II} = \bar{M}^I + \bar{N} \cdot (\bar{\ell} / \pi)^2 \cdot \bar{K} = 0,042 + 27,36 \cdot \bar{K}$$

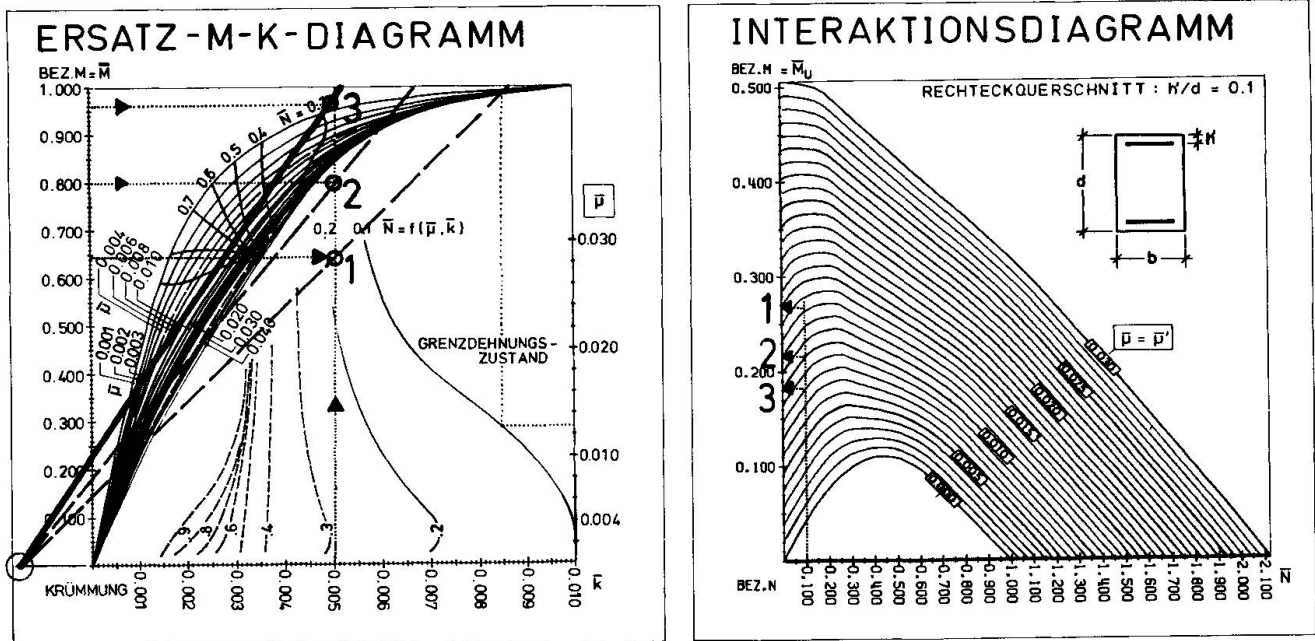
Die Berechnung als Spannungsfall würde einen Bewehrungsgrad von $\bar{\mu} = 13,2 \%$ und die M_a -Gerade 1 im Bild 6 ergeben. Da die M_a -Gerade 1 steiler verläuft als die M_r -Linie im Grenzpunkt \bar{M}_u^{II} , hat man es jedoch mit einem Instabilitätsfall zu tun. Der Bewehrungsgrad kann abgemindert werden. Dabei vergrößert sich der Maßstabfaktor f , wodurch sich die M_a -Gerade um ihren Schnittpunkt mit der Abszissenachse dreht. Zur Bestimmung der Lage der M_a -Geraden wird z.B. der Punkt mit der Abszisse $\bar{K} = 0,005$ herangezogen:

$$\bar{M}_{0,005}^{II} = 0,042 + 27,36 \cdot 0,005 = 0,179$$

Der Bewehrungsgrad wird solange variiert, bis die M_a -Gerade die entsprechende M_r -Linie tangiert. $\bar{\mu} = 0,01$ liefert die Gerade 2 im Bild 6. Für $\bar{\mu} = 0,008$ ergibt sich mit

$$\bar{M}_u = 0,99 \quad ; \quad \bar{M}_u = 0,184 \quad ; \quad f = 5,38 \quad ; \quad \bar{M}_{0,005} = f \cdot \bar{M}_{0,005}^{II} = 0,96$$

die Gerade 3, die die M_r -Linie für $\bar{\mu} = 0,008$ tangiert. Der gesuchte Bewehrungsgrad ergibt sich somit zu $\bar{\mu} = 0,008$.



$$\bar{\mu} \rightarrow \bar{M}_u \quad , \quad \bar{M}_u \rightarrow f = \bar{M}_u / \bar{M}_u$$

Bild 6

5. BEZEICHNUNGEN

Der Querstrich über den Bezeichnungen bedeutet, daß es sich um eine bezogene (dimensionslose) Größe handelt. Der Kopfzeiger I bzw. II bedeutet Theorie I. bzw. II. Ordnung.

M_a	aktives (äußeres) Biegemoment	$\bar{M} = M/(\beta_c \cdot b \cdot h^2)$	
M_r	reaktives (inneres) Biegemoment		
N	Normalkraft	$\bar{N} = N/(\beta_c \cdot b \cdot h)$	
β_c	rechnungsmäßige Prismenfestigkeit des Betons		
β_{300}	Bezugsgröße: rechnerische Prismenfestigkeit eines Betons, dessen mittlere 28 Tage Würfelzugfestigkeit 300 kp/cm ² beträgt. ($\beta_{300} = 225$ kp/cm ²)		
b	Querschnittsbreite		
h	Querschnittshöhe		
μ	Bewehrungsgrad	$\bar{\mu} = \mu \cdot \frac{\beta_{300}}{\beta_c}$	
K	Krümmung		$\bar{K} = K \cdot h$
λ	Stabschlankheit	$\lambda = l \cdot \sqrt{12}/h$	
l	Stablänge		$\bar{l} = l/h$
w	Stabausbiegungen	$\bar{w} = w/h$	
e	Lastexzentrizität		$\bar{e} = \bar{M}^I/\bar{N}$
c_t	Beiwert zur Erfassung von Kriecheffekten [1]	$c_t = 1 + \frac{M_t}{M_{ges}}$	$1 \leq c_t \leq 2$
M_t	Biegemoment infolge der Dauerlast		
M_{ges}	Biegemoment infolge der Gesamtlast		

6. LITERATUR

- [1] Kordina K., Quast U.
Bemessung von schlanken Bauteilen - Knicksicherheitsnachweis
Betonkalender 1974 (1. Teil)

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird ein Näherungsverfahren vorgeschlagen, das auf einfache und anschauliche Art die Bemessung von Stahlbetonstützen ermöglicht. Neben einem üblichen Interaktionsdiagramm verwendet das Verfahren ein Ersatz-Momenten-Krümmungs-Diagramm.

SUMMARY

A method of approximation is proposed allowing in a simple and clear way the design of reinforced concrete columns. Besides from a usual interaction diagram the method is based on a substitute moment/curvature diagram.

RESUME

On propose une méthode d'approximation permettant de calculer d'une façon simple et claire le dimensionnement de colonnes en béton armé. La méthode emploie le diagramme d'interaction conventionnel et un diagramme de remplacement moment/courbure.

II

Die Druckbiegung eines Stahlbetonbalkens — Bemessung und Gebrauchszustand —

The Bending by Compression of a Reinforced Concrete Beam
— Design and Serviceability State —

La flexion sous compression d'une poutre en béton armé
— Dimensionnement et état d'utilisation —

Nikola S. DIMITROV
Prof. Dr. Ing.
Stuttgart

Im Einführungsbericht wurde die Momentenvergrößerungsmethode für die Ermittlung der Momente nach Theorie 2. Ordnung vorgeschlagen.

Schwierigkeiten bei der Anwendung dieser einfachen asymptotischen Formel

$$M = M_0 \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \quad (1)$$

entstehen bei der Festlegung der Eulerlast, da die Biegesteifigkeit EI selbst eine Funktion von M und P ist.

Da die vorgeschlagenen empirischen Formeln auf Seite 30 und 31 z.T. stark vom wirklichen Steifigkeitsverlauf abweichen, soll hier ein einfacher Verbesserungsvorschlag gemacht werden.

Zur Vermeidung einer Iteration gibt man sich an der Stelle des Maximalmomentes

$$M_U^*$$

den Grenzzustand $\varepsilon_{e,s} = 2\%$ vor, um nach Untersuchungen von Kordina/Quast [1] für Normalkräfte $P \leq 0,4 \cdot b \cdot d \cdot \beta_R$ Instabilität auszuschalten, und bestimmt die zugehörige Betonstauchung ε_b . Somit kann man EI_{min} ermitteln. Mit den Werten EI_{max} an den Rändern ist der Verlauf der Biegesteifigkeit genügend genau durch eine Parabel approximiert. Die Ersatzsteifigkeit αEI_{max} ergibt dann die kritische Last

$$P_{cr}^* = \alpha \pi^2 \cdot EI_{max} / l_k^2 \quad (2)$$

Wählt man als "einzige Sicherheit" $\gamma = 1,75$, dann lautet das Grenzmoment für die Bemessung:

$$M_U^* = 1,75 \cdot M_0 \frac{\frac{P_{cr}^*}{1,75 \cdot P} + \delta}{\frac{P_{cr}^*}{1,75 \cdot P} - 1} \quad (3)$$

Auf der Geraden

$$V \cdot M$$

(4)

ist für $V = 1$ das Gebrauchsmoment M .

In den Bildern 1 und 2 ist das Zahlenbeispiel erläutert.

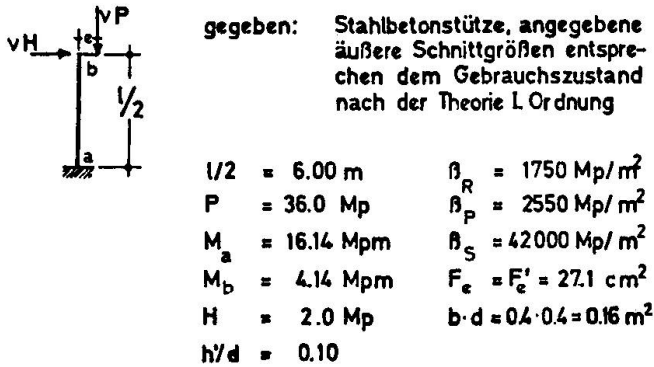


Fig. 1

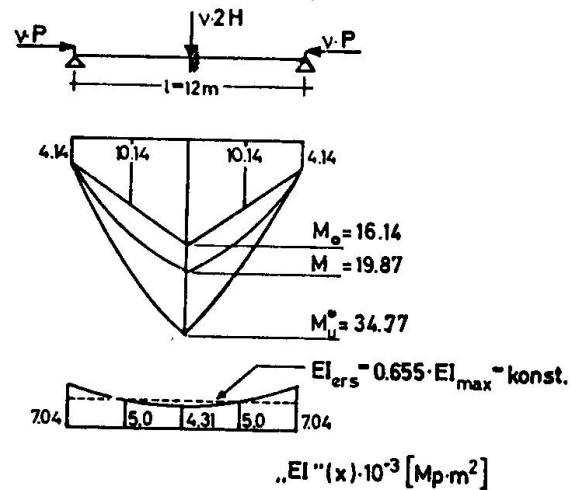


Fig. 2

Figur 2 ist das statische Ersatzsystem der Stahlbetonstütze in Fig. 1. Das Gebrauchsmoment $M_a = M_o = 16,14 \text{ Mpm}$ wird unter Verwendung des Grenzmomentes M_u^* nach Gl. (3) vergrößert auf $M = 19,87 \text{ Mpm}$.

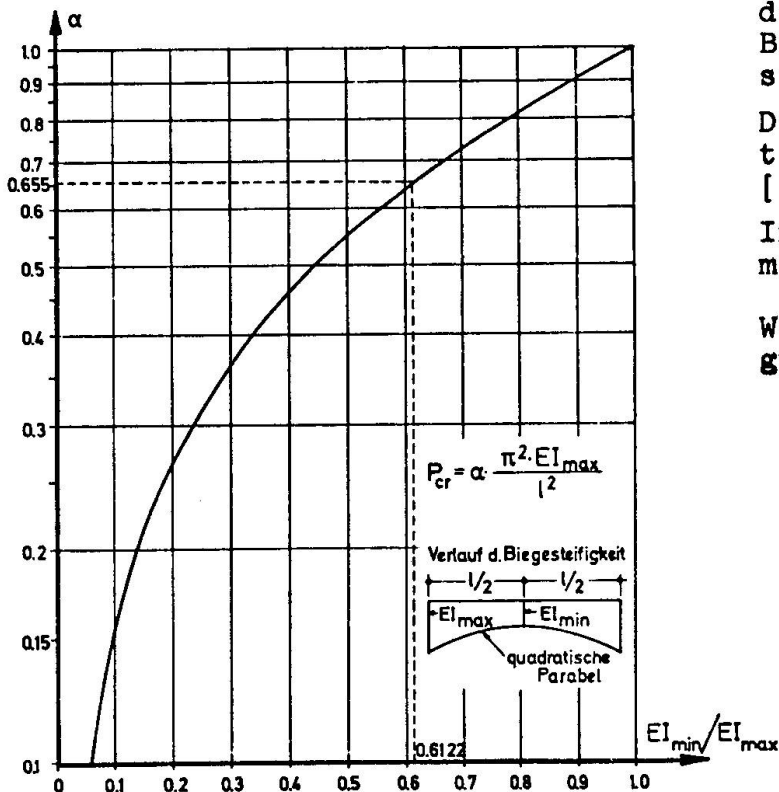


Fig. 3

In Fig. 3 wird der Verlauf der abgeminderten Ersatz-Biegesteifigkeiten dargestellt.

Die Annahme einer quadratischen Parabel wurde in [3] mit Erfolg angewandt.

In [2] wurde ein sinusförmiger Verlauf benutzt.

Die Ermittlung des α -Wertes nach Fig. 3 zeigt gute Übereinstimmung.

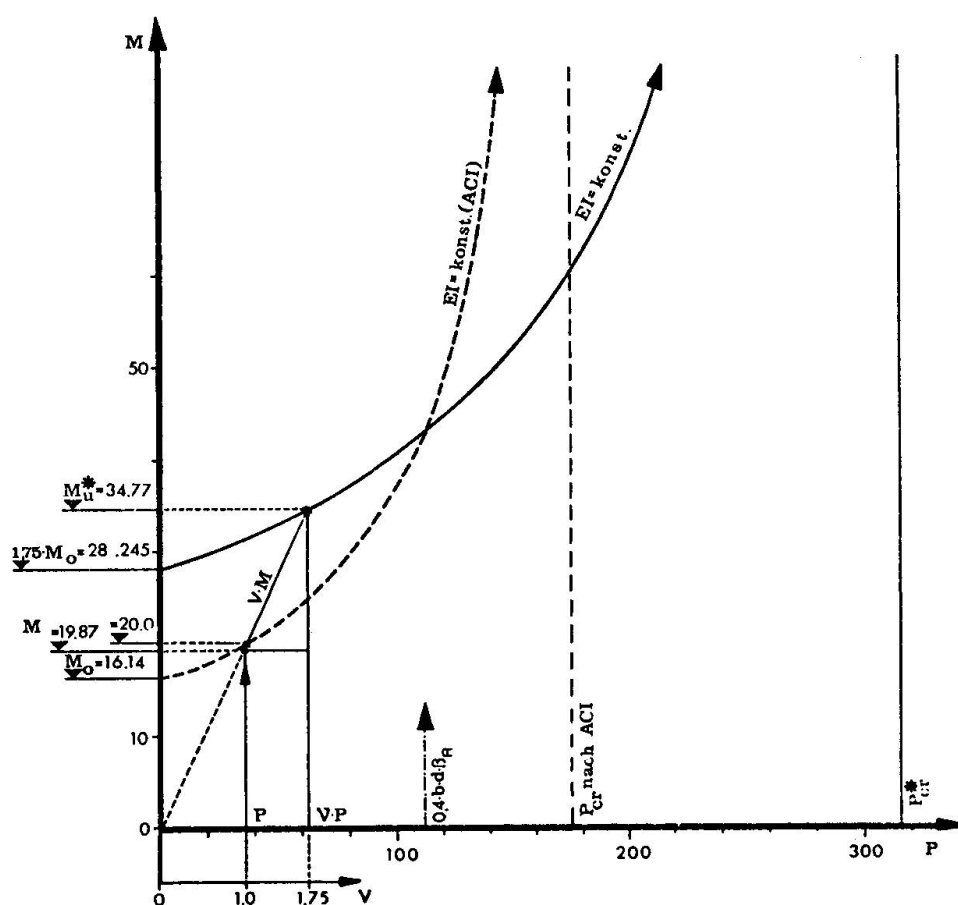


Bild 4 beschreibt schließlich das Verfahren. Der Vergleich mit Gl. (1) und Gl. (9a) ACI Building Code ist überraschend gut:

Nach Gl. (4) für $v = 1$ ist $M = 19,87 \text{ Mpm}$
nach Gl. (1) $M = 20,00 \text{ Mpm.}$

- Literatur:
- [1] Quast, U.: Traglastnachweis für Stahlbetonstützen nach der Theorie 2. Ordnung ...
Beton und Stahlbetonbau, 1970 (65) Nr.11, S.265/71.
 - [2] Dimitrov, N.: Ermittlung konstanter Ersatz-Trägheitsmomente für Druckstäbe mit veränderlichen Querschnitten.
Der Bauingenieur 1953 (28) Nr.6, S. 208/11.
 - [3] Schutte, A.: Die Druckbiegung einer Stütze mit veränderlicher Biegesteifigkeit.
Diss. Universität Stuttgart, 1973.

Leere Seite
Blank page
Page vide

II

Zur Bemessung von Druckgliedern aus Stahlbeton

Design of Reinforced Concrete Compression Members

Dimensionnement des pièces comprimées en béton armé

J.H. KAMMENHUBER

Prof. Dr.-Ing.

Ordinarius für Baustatik

Technische Hochschule Aachen

Aachen, BRD

Fünf Hauptpunkte sind zu beachten:

1. Biegesteifigkeit
2. Unplanmäßige Geometrieabweichungen
3. Lastansatz am verformten System
4. Kriechen
5. Sicherheit

Die richtige Einschätzung dieser fünf Punkte soll mit baupraktisch vertretbarem Aufwand erfolgen.

Zu 1. : Biegesteifigkeit

Unterschätzungen der Biegesteifigkeit B liegen bei Rahmen nicht immer auf der "sicheren" Seite. Zu grosse Vereinfachungen können daher untragbar sein. MENN [1] hat die starke Abhängigkeit von den Schnittkräften N und M dargestellt (Abb. 1).

Für den "Standardstab" kann MENN auf einen "sicheren" Minimalwert der Sehnen-Biegesteifigkeit vereinfachen. Die Vernachlässigung der Abhängigkeit vom Biegemoment M liegt hierbei um zirka 10 - 20 Prozent auf der sicheren Seite, die Vernachlässigung der Abhängigkeit von der Normalkraft N für $N > N_F$ allerdings auch mehr, da die Biegesteifigkeit im Bereich der grössten Momente einen dominierenden Einfluss hat.

Bei JANKÓ [2] ist zwar eine Abhängigkeit von der Normalkraft gegeben, eine vom Moment aber nur über den Armierungsgehalt. Bei IRLE [3] ist mit e/d eine wesentliche Abhängigkeit erfasst, aber für kleine Werte von e/d sollte auch noch eine Abhängigkeit von der Normalkraft hinzukommen.

Bei der Uebernahme von Angaben ist stets zu beachten, ob

- a) ein oder mehrere Werte je Stab verarbeitet werden sollen,
- b) die Sehnen-Biegesteifigkeit B_S oder die Tangenten-Biegesteifigkeit B_T gemeint ist (Abb. 2).

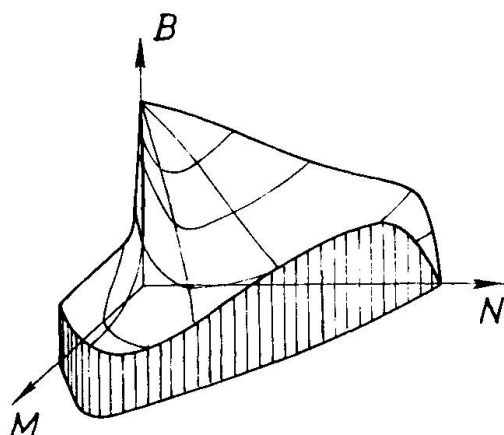


Abb. 1
Biegesteifigkeit B - Schnittkräfte (M, N)

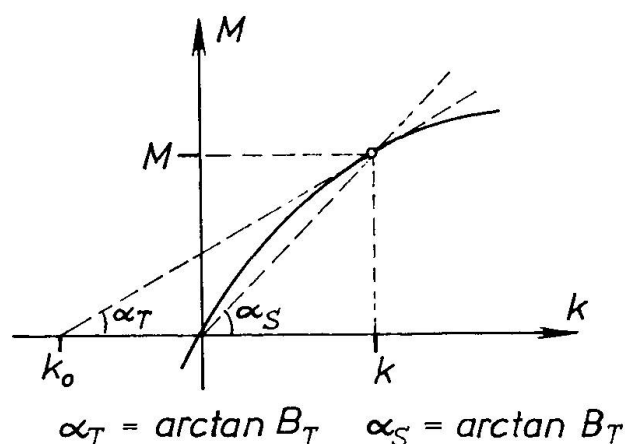


Abb. 2
Momente M - Krümmungen k :
Tangenten-Biegesteifigkeit B_T ,
Sehnen-Biegesteifigkeit B_S

Da bei Rahmen ohnehin in irgendeiner Form über den Momentenverlauf integriert wird und die Normalkräfte in der Regel stabsweise konstant angenommen werden können, ist eine bilineare Approximation der Krümmung k zweckmässig (Abb. 3). Mit virtuellen Momenten M' ergeben sich Formänderungsgrössen nach Abb. 4 dann zu

$$\delta = \int M' \cdot \left(k_0 + \frac{M}{B} \right) dx .$$

Dieser Grundansatz kann auch für verfeinerte Iterationsverfahren verwendet werden (vgl. [5]). Zahlenwerte, aus denen der Krümmungsanteil k_0 und die Biegesteifigkeiten B_1 und B_2 hervorgehen, sind zwar bereits in Abhängigkeit von der Normalkraft tabelliert [6], doch scheint eine weitere Vereinfachung zweckmässig.

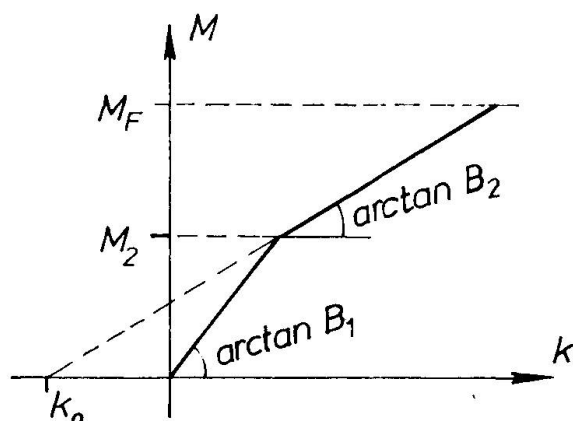


Abb. 3
Bilineares M-k-Diagramm

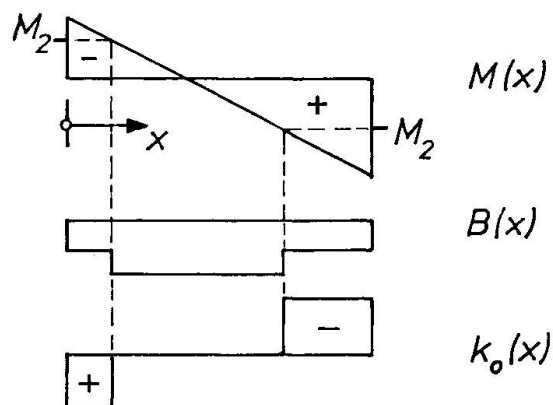


Abb. 4
Momente M, Biegesteifigkeit B und
Krümmungsanteil k_0 - Stab-
abszisse x

Abb. 5 zeigt Niveaulinien der Krümmung. Abb. 6 zeigt die weitere Vereinfachung. Letztere lässt sich mit sehr wenigen Konstanten festlegen.

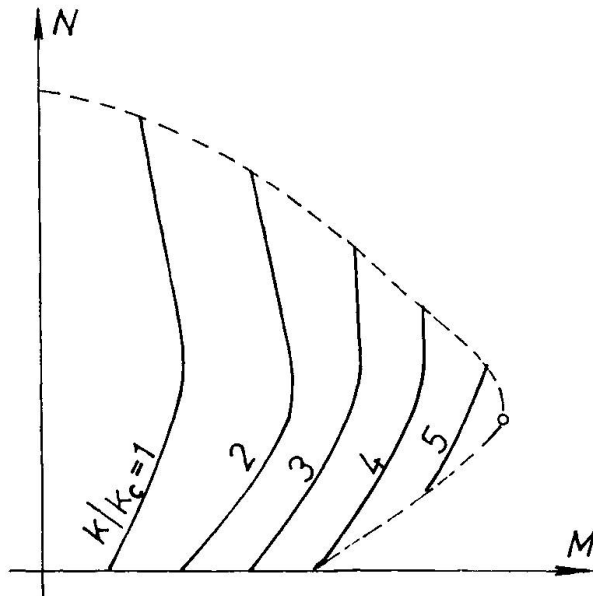


Abb. 5
Krümmung k - Schnittkräfte (M, N)
: Tatsächliche Niveaulinien

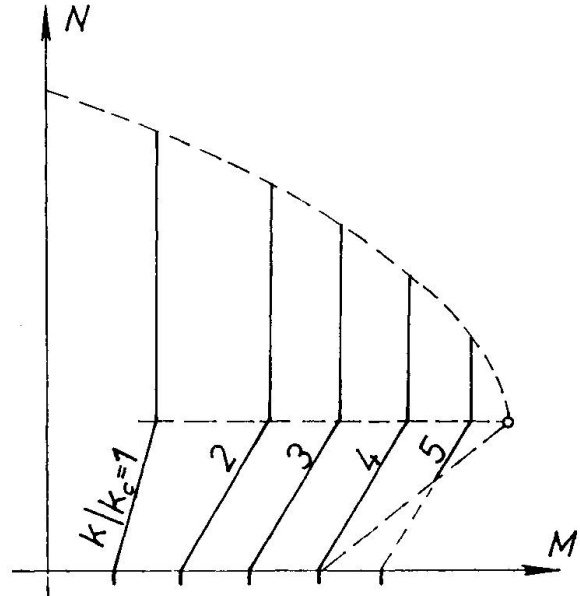


Abb. 6
Krümmung k - Schnittkräfte (M, N)
: Idealisierte Niveaulinien

Zu 3. : Lastansatz am verformten System

Neben dem Ansatz der von MacGREGOR [7] beschriebenen H-Lasten (Abb. 7a) zur Untersuchung des Ausweichens des Gesamtsystems wird vorgeschlagen, gleichzeitig alle Stützen zum örtlichen Ausweichen

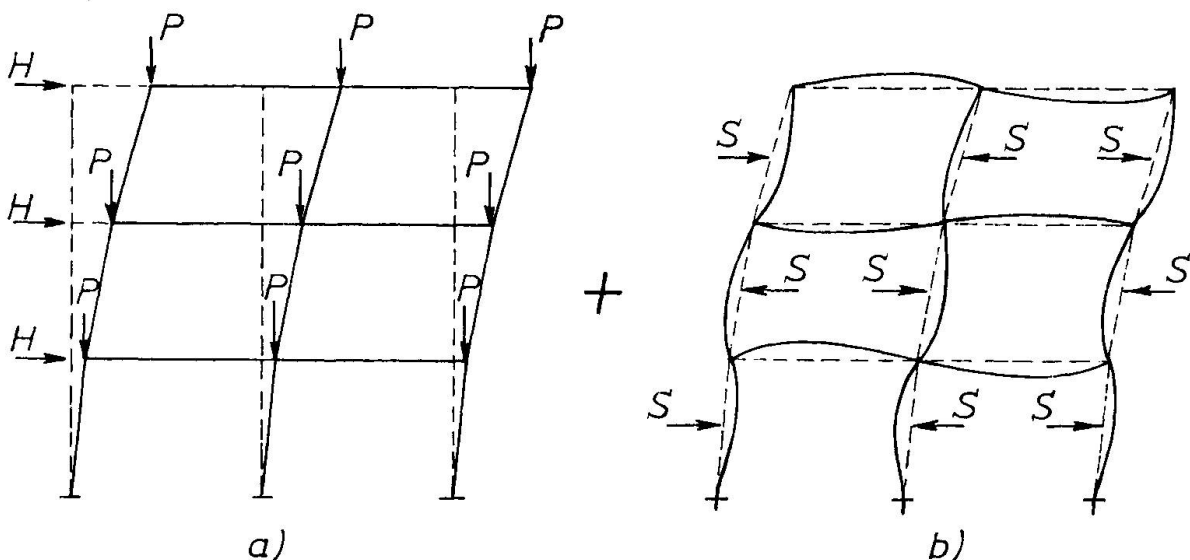


Abb. 7
Lastansatz am verformten System
a) mit H-Lasten nach MacGREGOR und
b) mit Störlasten $N/100$

Literaturhinweise:

- [1] MENN C : Einfache Methode zur Berechnung der Bruchlast von schlanken Druckgliedern.
Vorbericht Symposium IVBH, Quebec 1974, S. 137 - 144.
Dort insbesondere Fig. 4.
- [2] JANKO B : vgl. Glg. (3) in IRLE/SCHAEFER/SCHAEFER [4] .
- [3] IRLE A : vgl. Glg. (4) in IRLE/SCHAEFER/SCHAEFER [4] .
- [4] IRLE A, SCHAEFER H, SCHAEFER H G : Zur einfachen Bemessung schlanker Stahlbetonrahmen.
Vorbericht Symposium IVBH, Quebec 1974, S. 127 - 135.
- [5] KAMMENHUBER J : Kraftgrössenverfahren der Stabstatik bei nichtlinearem Elastizitätsgesetz.
Dissertation TH Aachen 1961.
- [6] Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen.
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 220, Berlin 1972.
Dort insbesondere S. 76 - 99.
- [7] MacGREGOR J G : Simple Design Procedures for Concrete Columns.
Einführungsbericht Symposium IVBH, Quebec 1974, S. 23 - 49.
Dort insbesondere S. 37 - 41.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird darauf hingewiesen, dass die Tragfähigkeit des "Standardstabes" primär durch seine Biegesteifigkeit im Bereich der grössten Biegemomente bestimmt wird. Für Rahmenberechnungen nach der Theorie II.Ordnung werden idealisierte Niveaulinien der Krümmung in Abhängigkeit von den Schnittkräften (M,N) vorgeschlagen sowie die Einführung eines Störlastfalles. Zur Anbringung von Sicherheitsfaktoren erfolgen grundsätzliche Bemerkungen.

SUMMARY

The carrying capacity of the "Standard bar" is determined mainly by its bending stiffness within the range of the maximum bending moments. For calculating the frames in accordance with the theory of second order the author proposes idealized level lines of the curvature depending upon the reactions (M,N) as well as the introduction of a case of disturbing load. Principal remarks are made regarding safety factors.

RESUME

La charge ultime de la "barre standard" est déterminée en premier lieu par sa raideur dans la zone des moments de flexion maxima. Pour le calcul de cadres selon la théorie du deuxième ordre, on propose des lignes de niveau idéalisées de la courbure en fonction des forces (M,N) ainsi que l'introduction d'un cas de charge perturbé. Des remarques fondamentales sont faites au sujet des facteurs de sécurité.

Leere Seite
Blank page
Page vide

II

Some Remarks on the Preliminary Report

Quelques remarques sur le rapport préliminaire

Einige Bemerkungen zum Vorbericht

Svend E. PETERSEN

Civil engineer M.Sc.

Cowiconsult

Consulting Engineers and Planners

Copenhagen, Denmark

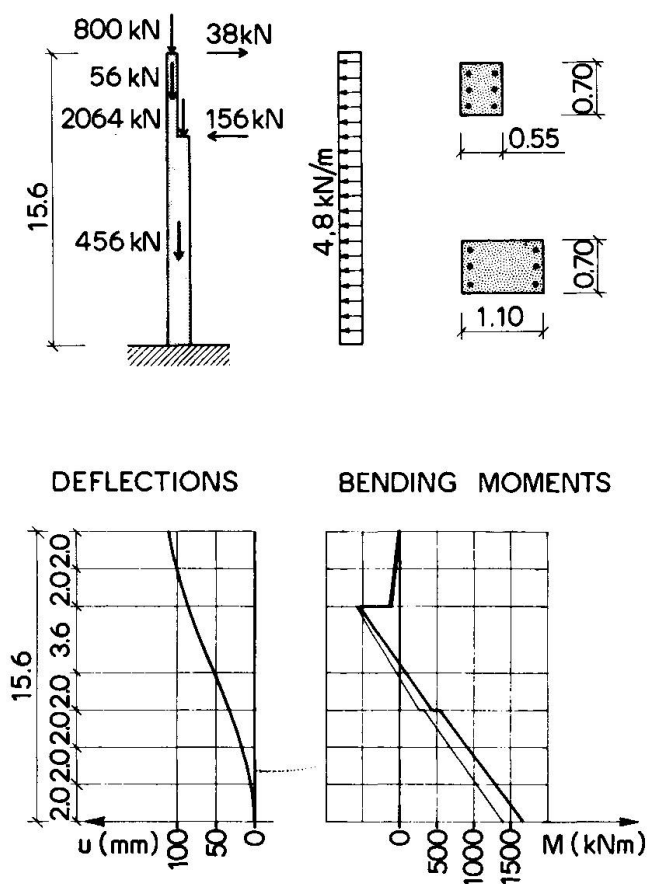
It is remarkable that several contributors to this section share the view of professor Oelhafen expressed in his concluding remarks: "sophisticated computer oriented incremental analysis procedures are therefore not suited to be used in common design practice". Even Menegotto and Pinto who in their paper have shown us a most interesting practical application of such a method hold the view that "use of tables, drafts or approximate formulae is sufficient for design needs" when ordinary columns in buildings are considered.

I do not quite share this point of view.

I believe that if one has developed a method of analysis which shows satisfactory results when compared with laboratory tests, it is worthwhile trying to maintain the main features of the method when simplifications have to be made for practical applications. In this case everybody seems to agree that a step - or iterative - procedure is one of the most accurate ways of predicting the behaviour of reinforced concrete columns subject to combined compression and bending.

The main features of this method is that the division of the column in discrete elements makes it possible to handle arbitrary loads and that the use of numerical integration in the calculation of curvature enable us to base the calculation of deflections on cracked/non-cracked sections and the non-linear stress/strain relationship of the concrete. Why not then use this method directly and maintain these basic features in ordinary analysis and practical design of columns? As a matter of fact this is what we have done in our structural department for the last three years.

The computer programme which we have developed is very similar to the one described by Menegotto and Pinto and we also use a similar technique to improve the convergence. We have, however, made some simplifications and accepted limitations although we have



maintained the abovementioned main features of the method.

I can illustrate what the programme can do and what its limitations are by showing an example which quite often appears in our practice. (See fig.). It is able to handle statical determinate columns hinged at both ends or fixed fully or partially at one end. The columns may be loaded with any kind of distributed load or single forces acting in the plane of one of the principal axes. The cross sections must be solid and rectangular and only two different cross sections in the same column can be considered. In return the programme includes the possibility of dimensioning the main reinforcement.

The latter two limitations are purely introduced to simplify the programme and make it easier to use in daily routine work. It is the intention to extend the programme to include

biaxial bending and arbitrary and varying cross section. These extensions do not contain any fundamental problems with relation to the method. But a further extension to include also statical indeterminate structures do, so we are reading and listening with great interest to the news in that respect from our colleagues at universities and research-laboratories.

Reference:

A. Hougaard Nielsen & Svend E. Petersen:
EDB-beregning af betonsøjler
(Computer calculation of concrete columns)
Nordisk Betong nr. 2, 1973.

Stabilität zweiachsig ausmittig beanspruchter Stahlbeton-Druckglieder

Stability of Reinforced Concrete Compression Members subjected to
Biaxial Eccentric Loads

Stabilité des éléments comprimés en béton armé chargés excentriquement
par rapport à deux axes

P. BUCK **K.-H. BENKERT**
Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing.
Bauakademie der DDR, Berlin
Berlin, DDR

S. SCHRÖDER **E. REIS**
Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Ing.
Technische Universität Dresden
Sektion Bauingenieurwesen

1. Einleitung

Zur Untersuchung des Stabilitätsverhaltens zweiachsig ausmittig beanspruchter Druckglieder aus Stahlbeton stehen der Praxis nur in unzureichendem Maße Hilfsmittel zur Verfügung. Die in den verschiedenen Ländern geltenden Stahlbetonbestimmungen enthalten deshalb nur unvollständige Angaben für die Berechnung dieser Bauteile oder schreiben die Einhaltung von auf der sicheren Seite liegenden Forderungen vor.

Um diese in der Literatur vorhandene Lücke zu füllen, wurde in Zusammenarbeit zwischen der Bauakademie der DDR, Zentralinstitut Einheitssystem Bau und der Technischen Universität Dresden, Sektion Bauingenieurwesen, eine umfangreiche Forschungsarbeit abgeschlossen. Auf der Grundlage der für die Erfassung des Stabilitätsverhaltens einachsig ausmittig beanspruchter Druckglieder bewährten Voraussetzungen und Annahmen wurden theoretische Entwicklungen zur vorliegenden Problematik durchgeführt. Die dabei gewonnenen theoretischen Ergebnisse wurden experimentell überprüft und zu Ausweichzahlen für die praktische Anwendung aufbereitet. Außerdem konnte zur Erleichterung der praktischen Handhabung ein Näherungsverfahren entwickelt werden, das in die in der DDR geltenden Stahlbetonbestimmungen TGL 0-1045, Ausgabe 1973, aufgenommen wurde.

2. Durchgeführte Untersuchungen

Für die theoretischen Untersuchungen wurden die bereits teilweise in der Literatur begründeten Annahmen eingeführt

- die Aufrißprojektionen der Biegelinie verlaufen sinusförmig
- die Grundrißprojektion der Biegelinie verläuft linear

- die Bruchstauchung des Betons beträgt $= - 2 \text{ ‰}$
- die Grenzdehnung des Stahles beträgt $= 5 \text{ ‰}$
- die Querschnitte bleiben eben
- das Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betons verläuft nach einer quadratischen Parabel
- das Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Stahls verläuft ideal-elastisch und ideal-plastisch
- das Moment 1. Ordnung ist längs der Stabachse konstant, die Differenz zum Moment 2. Ordnung verläuft affin zur Knickbiegelineie.

Die Annahmen über die Form der Biegelinie wurden durch die Untersuchung des Ausweichvorganges eines zweiachsig ausmittig belasteten Druckstabes aus elastischem, homogenem Material überprüft. Die Auswertung der Ergebnisse zeigte, daß mit den getroffenen Annahmen die Verformung eines Druckstabes mit Ausbiegung in zwei Richtungen in guter Näherung beschrieben werden kann.

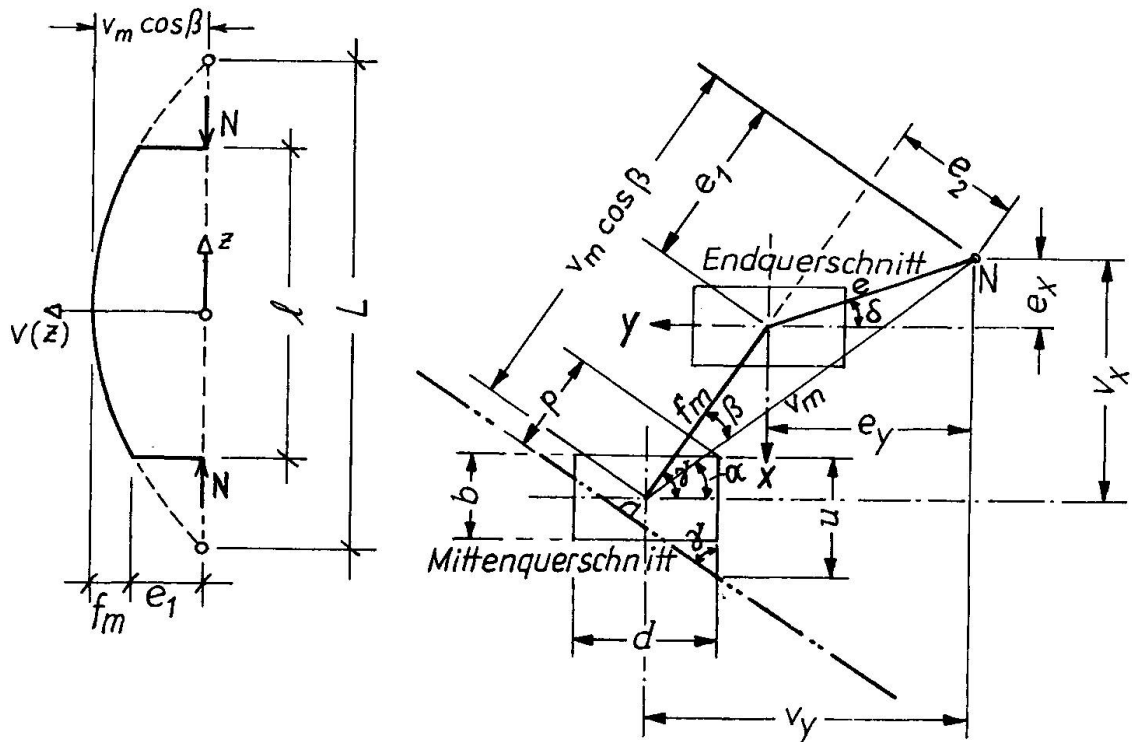


Bild 1: Stabverformungen

Durch Verknüpfung der Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen für den Querschnitt in der Stabmitte wurden Beziehungen aufgestellt, mit deren Hilfe es möglich ist, für vorgegebene Querschnittswerte, Stabschlankheiten, Normalkräfte und Winkel der Lastangriffsebene die kritische Exzentrizität zu ermitteln.

Mit den angenommenen Arbeitslinien für Beton und Stahl können für den Querschnitt in der Mitte des Druckstabes drei Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt werden. Die Verformung des Mittenquerschnitts ist durch die angenommene Biegelinie sowie durch die Beanspruchung des Querschnitts bestimmt, womit sich die Größe der Krümmung und die Lage der Krümmungsebene dieses Querschnitts ergeben. Auf diese Weise erhält man 5 Gleichungen mit 6 Unbekannten. Die fehlende Gleichung ergibt sich aus der Bedingung, daß die kritische Last die maximale Last ist, bei der ein stabiler Gleichgewichtszustand gerade noch möglich ist.

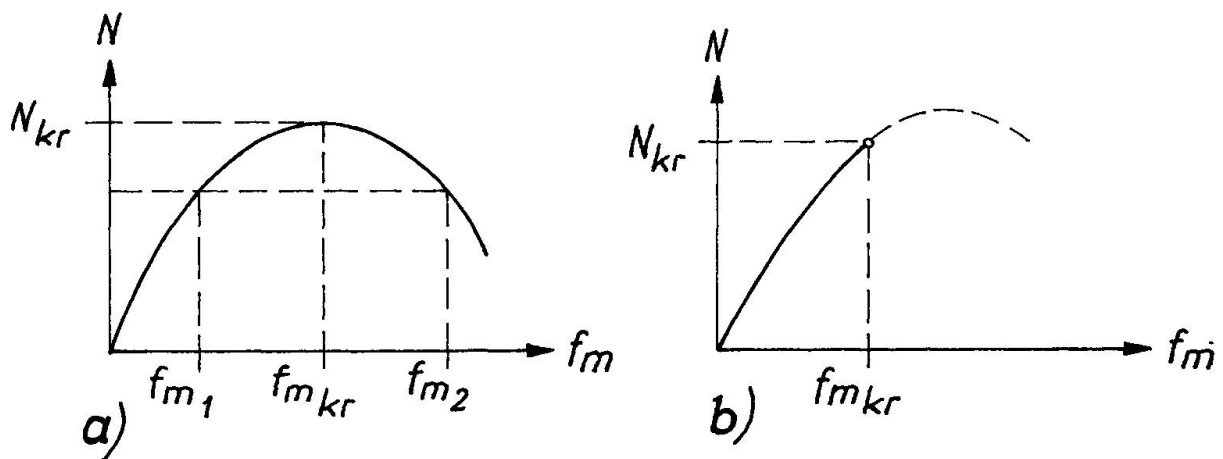


Bild 2: Last-Verformungs-Diagramm

- a) Stabilitätsproblem
b) Spannungsproblem

Die Auswertung der Gleichungen erfolgte iterativ mit Hilfe eines elektronischen Rechners IBM 360 für die

Winkel der Lastangriffsebene	$\delta = \pi/8; \pi/4; 3\pi/8; \pi/2$
Verhältnisse der Querschnittsseiten d/b	$= 1,0; 1,5; 2,0$
Betonfestigkeiten	$\sigma_p = 135; 270; 360 \text{ kp/cm}^2$
Bewehrungsprozensätze	ges. $\mu = 0,5 \%; 1,0 \%; 2,0 \%$
Stabschlankheiten	$0 \leq \lambda \leq 220$ mit $\Delta\lambda = 20$.

Die Berechnungen wurden für die Stahlgüte St A-I mit der Streckgrenze $\sigma_s = 2400 \text{ kp/cm}^2$ durchgeführt. Da der Einfluß der Stahlgüte auf das Stabilitätsverhalten sehr gering ist, konnte auf eine Variation der Stahlgüte verzichtet werden. Für die genannten Neigungen der Anfangsausmitte, Seitenverhältnisse, Betongüten und Bewehrungsprozensätze wurden im angegebenen Schlankheitsbereich zu einer Anzahl gewählter Knickspannungen die zugehörige Ausmitte e und die auf die Kernwerte k der kleineren Querschnittsseite b bezogene Ausmitte $m_a = e/k$ bestimmt. Für alle untersuchten Fälle wurden durch grafische Interpolation die Knickspannungswerte für ausgewählte bezogene Ausmitten bestimmt und in Diagrammen zu Knickspannungslinien $m_a = f(\sigma_{kr}/\sigma_p; \lambda)$ aufgetragen.

3. Aufbereitung für die praktische Nutzung

Für die praktische Nutzung wurden die Ergebnisse zu Knickzahlen (Ausweichzahlen) aufbereitet. Die Ausweichzahlen lassen sich unmittelbar aus den Knickspannungslinien ermitteln. Sie ergeben sich als Verhältnis der Spannung der Tragfähigkeit für die Schlankheit $\lambda = 0$ zur kritischen Spannung $\lambda \neq 0$ für konstante Ausmitten e , die als bezogene Ausmitten m_a eingeführt wurden. In [1] sind die so ermittelten Ausweichzahlen als Funktion der Schlankheit und der Ausmittigkeit in Abhängigkeit von der Betongüte, dem Bewehrungsprozensatz, dem Seitenverhältnis und dem Winkel der Lastangriffsebene tabellarisch dargestellt. Mit diesen Ausweichzahlen lassen sich die Tragkräfte des stabilitätsgefährdeten Druckgliedes bestimmen, indem die Tragkräfte des Querschnitts durch die Ausweichzahl dividiert werden.

Zur Erleichterung der praktischen Handhabung wurde ein Näherungsverfahren entwickelt, das in die in der DDR geltenden Stahlbetonbestimmungen TGL O-1045, Ausgabe 1973, in folgender Form aufgenommen wurde:

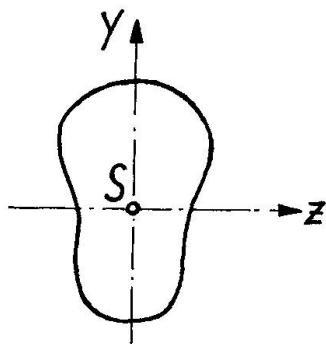


Bild 3

"Weicht die Lage der Momentebene von der Hauptachse y des Querschnitts um den Winkel α° ab, darf, wenn kein genauere Nachweis erfolgt, als Ausweichzahl

$$\omega_\alpha = \omega_z + \frac{\alpha}{90^\circ} (\omega_y - \omega_z)$$

eingeführt werden. ω_z = Ausweichzahl für die Außermittigkeit rechtwinklig zur Hauptachse z des Querschnitts, ω_y = Ausweichzahl für die Außermittigkeit rechtwinklig zur Hauptachse y des Querschnitts." Der Vorschrift lie-

gen die Ausweichzahlen nach Jäger zugrunde.

Im Vergleich zur bisherigen Festlegung, wonach der ungünstigere Wert von ω_y und ω_z für die Bemessung maßgebend war, reduzieren sich nach dem Näherungsverfahren die Ausweichzahlen um durchschnittlich 11 %. Die Werte nach dem Näherungsverfahren liegen im Vergleich zu den theoretischen Werten für den praktisch interessierenden Bereich auf der sicheren Seite. Nur bei sehr kleinen Bewehrungsprozentsätzen, kleinen Ausmitten und großem Seitenverhältnis ergeben sich geringfügig auf der unsicheren Seite liegende Ausweichzahlen.

Die durchgeführten Untersuchungen gelten für Kurzzeitbelastung. In der TGL O-1045, Ausgabe 1973 sind Beiwerte enthalten, womit sehr einfach der Einfluß von langfristig wirkender Belastung, sowie der Betongüte und des Bewehrungsanteils auf die Ausweichzahlen berücksichtigt werden kann.

4. Experimentelle Untersuchungen

Die theoretischen Entwicklungen wurden experimentell an 20 Stützen aus Feinkornbeton mit den Abmessungen $b = 10$ cm, $d = 15$ cm und $l = 310$ cm überprüft. Die theoretischen Ergebnisse wurden als Mittelwert der experimentell gewonnenen Werte bestätigt. Tabelle I zeigt den Vergleich der theoretischen Ausweichzahlen mit den experimentell ermittelten Werten.

Versuch	Ausmitte e (cm)	m_a	σ (°)	K_b (kp/cm ²)	Ausweichzahl		$\frac{\omega_v}{\omega_{Th}}$
					Versuch ω_v	Theorie ω_{Th}	
I/1	10,85	6,70	22,5	199	1,57	1,56	1,01
2				270	1,45	1,58	0,92
II/1	19,50	11,70	22,5	240	1,15	1,33	0,86
2				235	1,50	1,33	1,13
III/1	8,80	5,30	67,5	260	2,53	1,75	(1,44)
2				276	1,61	1,75	0,92
IV/1	3,90	2,34	22,5	290	1,78	2,08	0,86
2				286	2,02	2,08	0,97
V/1	3,54	2,12	45,0	287	2,13	2,49	0,85
2				253	2,53	2,42	1,04
VI/1	10,85	6,70	22,5	440	1,66	1,48	1,12
2				365	1,45	1,44	1,01
VII/1	19,50	11,70	22,5	275	1,33	1,20	1,11
2				330	1,39	1,25	1,11
VIII/1	8,80	5,30	67,5	320	1,92	1,57	1,22
2				265	1,72	1,55	1,11
IX/1	13,00	7,80	67,5	250	1,47	1,40	1,05
2				200	1,49	1,40	1,06
X/1	16,97	10,20	45,0	213	1,45	1,41	1,03
2				213	1,49	1,41	1,06

m_a – Auf Kernweite der kleineren Seite b bezogene Ausmitte

σ – Neigung der Lastebene

K_b – Primfestigkeit, ermittelt an Druckprismen 15 x 15 x 60 cm³

Literatur

- [1] P. Buck, K.-H. Benkert, S. Schröder und E. Reis: Stabilität zweiachsig ausmittig beanspruchter Stahlbeton-Druckglieder. Schriftenreihe der Bauforschung, Reihe Stahlbeton, Bauinformation der DDR, Berlin

ZUSAMMENFASSUNG

Das Tragverhalten zweiachsig ausmittig belasteter Druckstäbe aus Stahlbeton wurde untersucht. Als Ergebnisse wurden erzielt:

1. Für Druckglieder mit Rechteckquerschnitt wurden in Abhängigkeit von der Betongüte, dem Bewehrungsanteil, dem Seitenverhältnis und dem Winkel der Lastangriffsebene die Ausweichzahlen als Funktion der Schlankheit und der Ausmittigkeit tabellarisch dargestellt.
2. Zur praktischen Untersuchung des vorliegenden Problems wurde eine leicht zu handhabende Näherungslösung in Abhängigkeit von getrennt wirkenden Bedingungen einachsig ausmittiger Druckbeanspruchung entwickelt.

SUMMARY

The behaviour of reinforced concrete compression members subjected to biaxial eccentric loads is investigated. The following results were found:

1. For compression members with rectangular section tables show the buckling coefficients in function of the slenderness ratio and the eccentricity. These coefficients consider the quality of concrete, the percentage of reinforcement, the relation of the sides of the rectangle and the angle of the plane of application of the load.
2. A simple and easily applicable solution is shown, which bases on the uniaxial eccentric compressive load.

RESUME

Le comportement de pièces en béton armé comprimées excentriquement par rapport à deux axes est étudié. Les résultats sont les suivants:

1. Pour des éléments d'une section rectangulaire les coefficients de flambage sont présentés dans des tableaux en fonction de l'élancement et de l'excentricité. Ces coefficients tiennent compte de la qualité du béton, du pourcentage d'armature, du rapport des côtés de la section et de l'axe d'application de la force.
2. Une solution simple et pratique est présentée, qui tient compte d'un effort de compression excentrique et uniaxiale.

A Simple Design Criterion for Biaxially Loaded Columns

Un critère simple pour le dimensionnement de colonnes chargées de façon biaxiale

Ein einfaches Kriterium für zweiachsig exzentrisch belastete Stützen

Marco MENEGOTTO Paolo E. PINTO
Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni
University of Rome
Rome, Italy

OBJECT.

The purpose of the criterion is to check the safety against biaxial failure of reinforced concrete slender columns subject to general loadings and restraints. Conditions for applicability are: - the columns must have two major planes, - limit load factors can be determined for loadings acting separately on each major plane. The criterion provides only a simplified check, not an exact determination, of the limit load factor when both loadings act together.

DESCRIPTION.

Given is a column, with different restraints in the two major planes, subject to one fixed system of axial loads: \underline{Z} , and two systems of lateral loads: \underline{X} and \underline{Y} (Fig. 1).

First, the values of the multipliers α_x^{lim} and α_y^{lim} which separately determine the limit state are calculated.

The present criterion considers admissible a combination of the two load systems: $\alpha_x \cdot \underline{X} + \alpha_y \cdot \underline{Y}$, such that the following relationship is satisfied:

$$\bar{\alpha}_x < 1 - \bar{\alpha}_y \quad \text{with:} \quad \begin{aligned} \bar{\alpha}_x &= \alpha_x / \alpha_x^{lim} \\ \bar{\alpha}_y &= \alpha_y / \alpha_y^{lim} \end{aligned}$$

or equivalently:

$$\bar{\alpha}_y < 1 - \bar{\alpha}_x$$

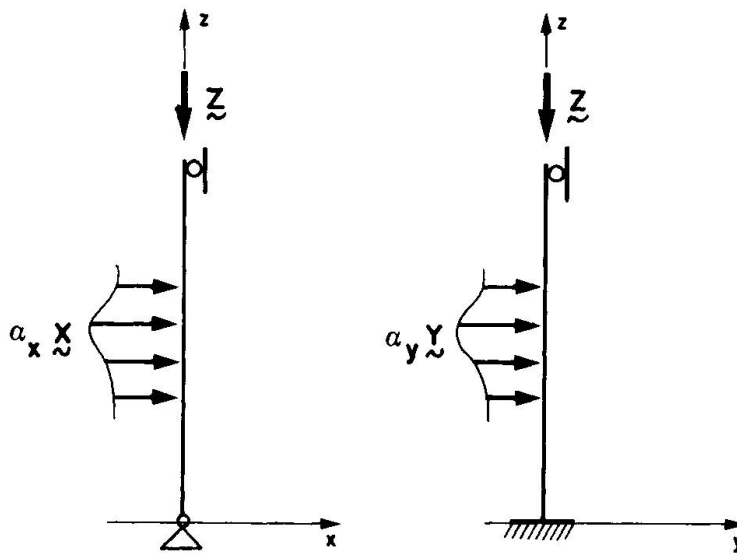


Fig. 1 - Column with different restraints on the two planes

The inequalities above, when plotted as in Fig. 2, imply that the point $C (\bar{\alpha}_x, \bar{\alpha}_y)$ be internal to the triangle 0-1-1.

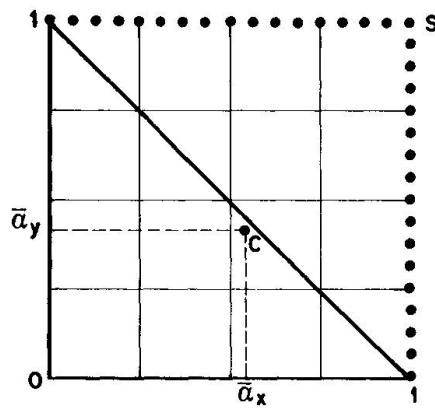


Fig. 2 - Admissible loading domain

The criterion itself doesn't specify by what means the load factors of major planes are determined: either by an "exact" or by an approximate analysis, or by a code formula.

In fact, it just extends to biaxial cases any kind of uni-axial check of a column.

COMMENTS.

Generally, in the analysis for the two separate directions, the respective critical sections are not the same.

When these sections coincide, as for example in a biaxially loaded cantilever column, the application of the proposed criterion is equivalent to a linearization of the reduced interaction diagram of the section itself (Fig. 3).

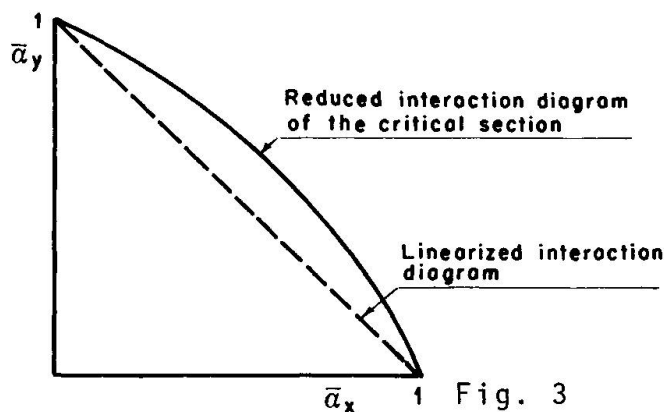


Fig. 3

In fact, several approximate expressions for reduced interaction diagrams, including the linear, are in use today ([1], [4], [5]).

When, instead, the "critical" sections of the two uniaxial loadings do not coincide, the criterion no longer refers to the interaction diagram of one section.

For these cases, no adequate practical method or formulas exist to date.

The following may be noted about the proposed criterion.

It would provide very restrictive conditions for those linear elastic cases in which the effects of the two orthogonal deformations do not interfere: for example, if one considers deformed shapes shifted by a quarter of wave, the actual limit load diagrams would approach the dotted rectangle in Fig. 2.

For materials of non-linear behavior and shift of critical sections other than a quarter, the actual diagram ordinarily lies between the triangle and the rectangle, so that the criterion is on the safe side.

COMPARISONS.

The empirical origin of the criterion requires numerical and experimental checks, for evaluating the degree of safety in different cases. A systematic investigation is currently under way, which makes use of rigorous methods of analysis recently set up ([2], [3]).

As a sample of the first results, cases are presented of columns with coincidental critical sections in the two planes, and with critical sections wide apart.

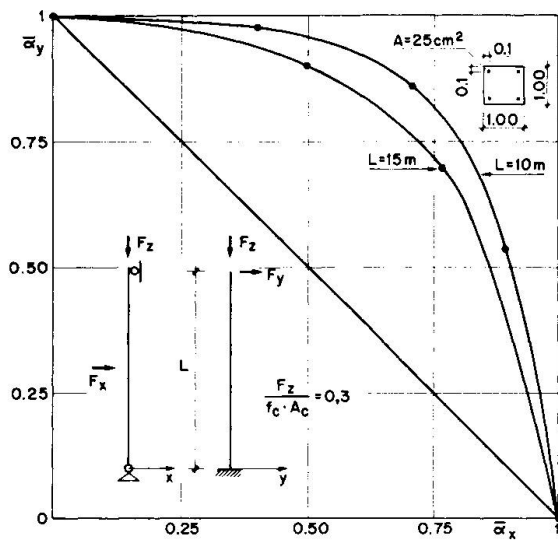


Fig. 4

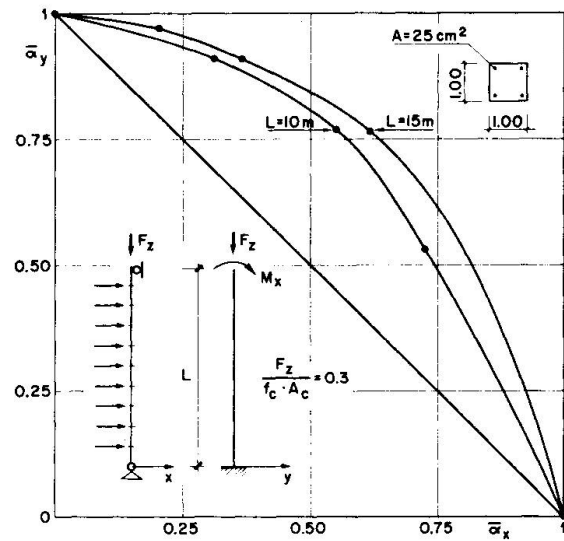


Fig. 5

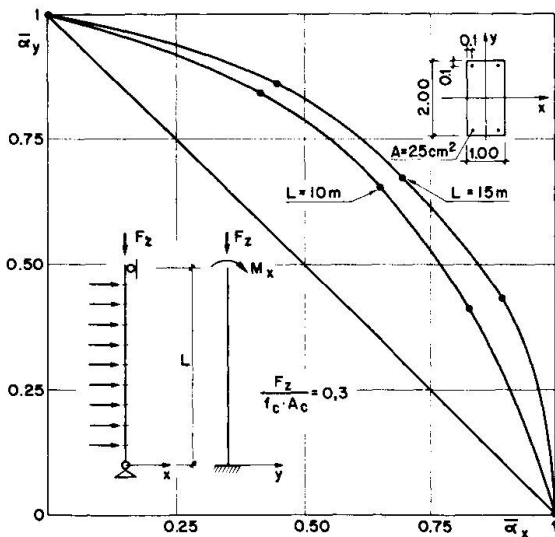


Fig. 6

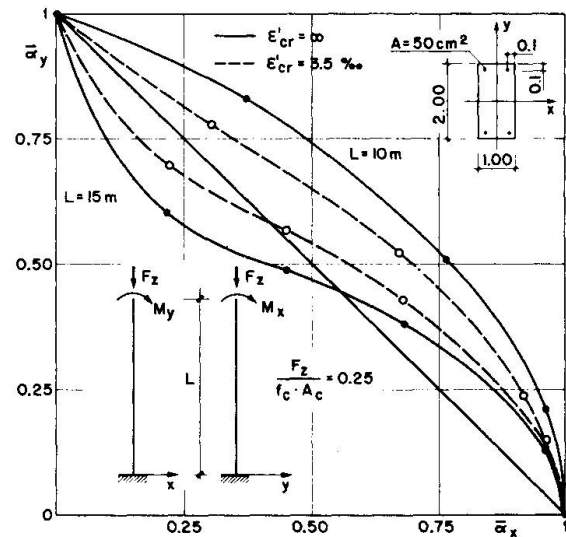


Fig. 7

Figs. 4, 5, 6 $\left\{ \begin{array}{l} f_c = 200 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y = 4000 \text{ "} \end{array} \right.$

Fig. 7 $\left\{ \begin{array}{l} f_c = 360 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y = 16000 \text{ "} \end{array} \right.$

The figures 4, 5 and 6 refer to columns simply supported in one plane and cantilevered in the other.

The column in Fig. 4 is acted by concentrated loads, while for the other two examples the loading consists of a distributed load in one plane and a couple in the other.

The diagram in Fig. 7 shows a rectangular cantilever column with two different heights. The solid line diagrams refer to failures calculated with unlimited compressive concrete strain, whereas for the dotted lines the strain was limited to 3.5%.

The diagram relative to $L = 15$ enters partially into the triangular area. This can occur when the slendernesses in the major planes are such that the column collapses for instability in one direction - with the materials still in the linear field -, while it undergoes a clear "material failure" in the other major plane.

A trend can be caught from the examples presented: the approximation improves the more the "critical zones" in the two planes spread into each other, as a consequence of the way of loading or of the restraints, or both.

CONCLUSIONS.

The advantage of the proposed criterion is that a very simple operation in a single diagram checks the capacity of all the sections including the second order effects, once the uniaxial problems have been solved.

On the other hand, the criterion provides sometimes too restrictive values, namely for cases of linear materials and distant critical sections in the two principal planes.

For standard columns, the criterion could undoubtedly be refined by means of extensive numerical checks. It is felt, however, that in the present form it can be of use for those non standard cases whose importance does not call for rigorous analysis.

ACKNOWLEDGEMENT.

This work forms part of the studies supported by the C.N.R., for the revision of the Italian Code for Reinforced Concrete.

REFERENCES.

- [1] AAS-JAKOBSEN, A. - "Biaxial Eccentricities". Chapter M.42 of C.E.B. "Bulletin d'Information N.93": Buckling Manual, and: Revision proposed at the Athens Meeting, April 1974.

- |2| MENEGOTTO, M., PINTO, P.E. - "Strength of Reinforced or Prestressed Concrete Slender Columns under Biaxial Load" IABSE Symposium Quebec 1974, Preliminary Report, IABSE Vol. 16.
- |3| MENEGOTTO, M., PINTO, P.E. - "Hyperstatic Slender Columns under Biaxial Load" Istituto di Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Univ. di Roma, Rep. N. 47, 1974, to be published.
- |4| KORDINA, K., RAFLA, K., HJORTH, O. - "Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung mit Achsdruck" - Techn. Univ. Braunschweig, Juli 1973.
- |5| PARME, A.L., NIEVERS, J.M., GOUWENS, A. - "Capacity of Rectangular Columns Subject to Biaxial Bending" Proc. A.C.I., Vol. 63, Sept. 1966
- |6| IABSE Symposium - "Design and Safety of Reinforced Concrete Compression members"- Quebec, 1974, Introductory Report IABSE, Vol. 15.

SUMMARY

A simplified criterion is illustrated for checking the biaxial ultimate load of reinforced concrete slender columns, based on a linearization of the interaction diagram.

RESUME

Un simple critère permet la vérification de la charge ultime déviée de colonnes élancées en béton armé; ce critère est basé sur une linéarisation du diagramme d'interaction.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird ein vereinfachtes Kriterium zur Nachprüfung der Tragfähigkeit schlanker Stahlbetonstützen unter zweiachsig exzentrischer Last gegeben, welches auf einer Linearisierung des Interaktionsdiagramms beruht.

Einfache Methode zur Berechnung schlanker Druckglieder

A Simple Method for Calculating Slender Compression Members

Une méthode simple pour le calcul de pièces comprimées élancées

C. MENN
Prof. Dr.
ETH Zürich
Zürich, Schweiz

1. Einführung

Im Vorbericht wurde eine neue, einfache Methode zur Berechnung schlanker Druckglieder vorgestellt (1). Sie beruht im Prinzip darauf, dass die Verformungen infolge der Spannungen 2. Ordnung mit einer mittleren, fiktiven Steifigkeit EJ_F gerechnet werden.

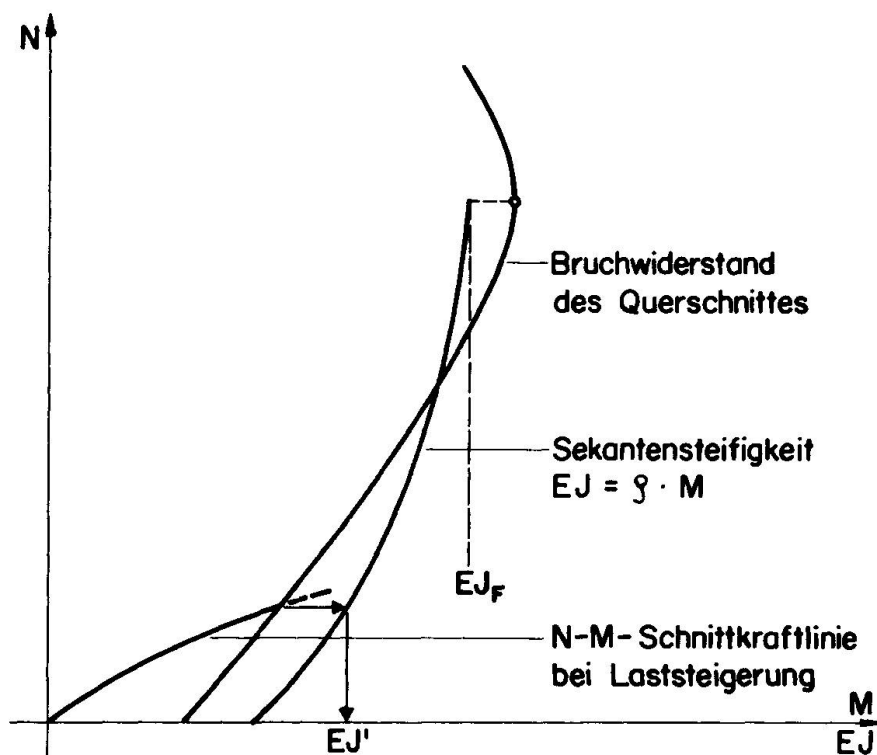
Der Wert von EJ_F wird bestimmt aus der Krümmung ρ_F und dem Biegemoment M_F , wenn die Bewehrung gleichzeitig am Druck- und am Zugrand die Fließgrenze erreicht

$$EJ_F = \rho_F \cdot M_F.$$

Die Methode dient ausschliesslich zur Berechnung der Bruchlast. Ihr Vorteil besteht darin, dass in jedem Falle mit der elastischen Theorie bis zum Erreichen der Bruchlast gerechnet werden darf; andererseits muss aber betont werden, dass die Methode nicht angewendet werden darf für Verformungsberechnungen im Gebrauchszustand und für die Ermittlung der Schnittkräfte bei Zwängungsbeanspruchungen. Denn die effektive Steifigkeit wird bei Lasten, die im Verhältnis zur Bruchlast klein sind, wesentlich unterschätzt, bei Lasten in Nähe der Bruchlast dagegen überschätzt.

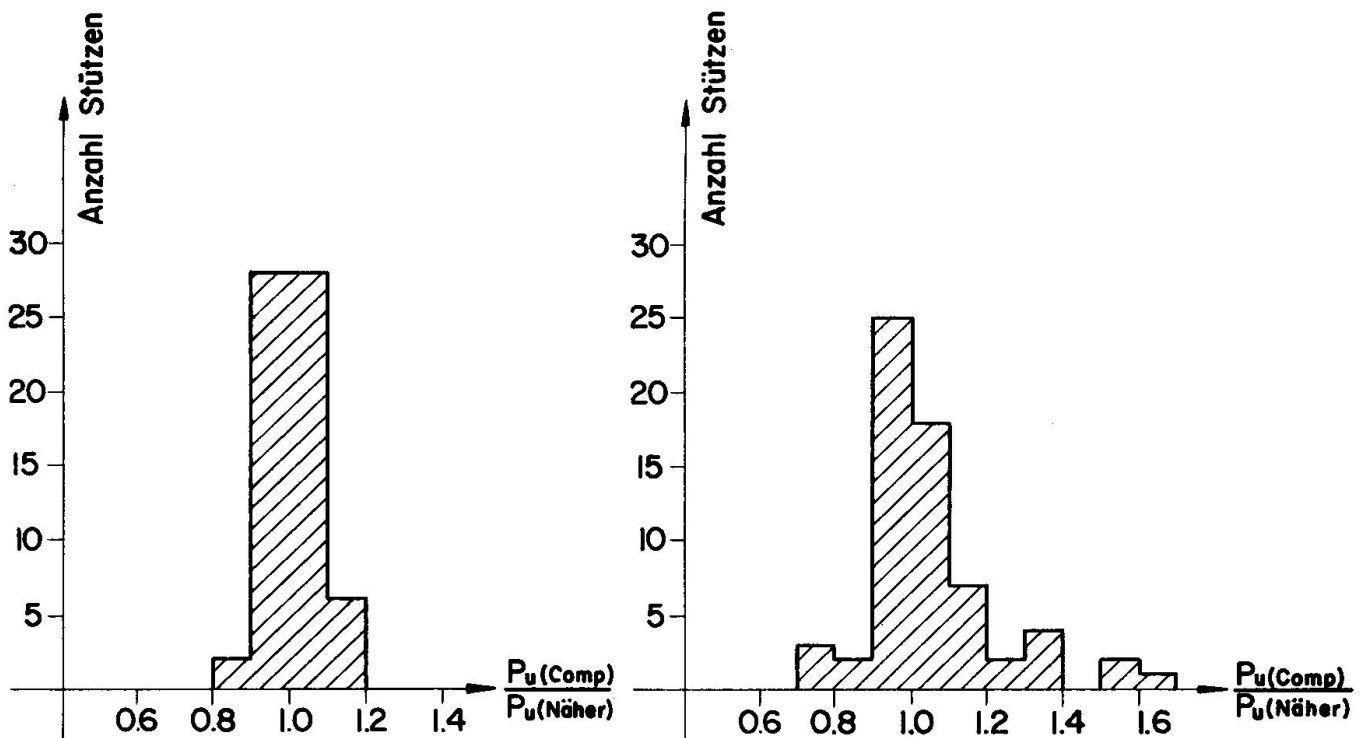
2. Ergänzungen

Bei kleinen Anfangsexzentrizitäten ist die so berechnete Bruchlast im allgemeinen bedeutend kleiner als die mit genaueren Verfahren bestimmte Bruchlast. Für diese Fälle wurde im Vorbericht (1) ebenfalls ein relativ einfaches Näherungsverfahren angegeben, das auch zwischen Stabilitäts- und Festigkeitsbruch zu unterscheiden vermag. Vergleichende Untersuchungen haben inzwischen gezeigt, dass es zweckmässig ist, dieses Verfahren anzuwenden, wenn $e_0 < k$ (Kernweite des Querschnitts) ist. Andererseits liefert die EJ_F -Methode eher zu grosse Bruchlasten, wenn $N_U < N_F$ ist. In diesen Fällen wird mit derjenigen Steifigkeit $EJ' = \rho M$ gerechnet, die den mit EJ_F gerechneten Bruchschnittkräften zugeordnet ist (Bild 1).



Eine Prüfung dieses Verfahrens, bei der die mit einer Computer-Berechnung ermittelte Bruchlast mit der mit dem erwähnten Verfahren berechneten Bruchlast verglichen wurde, zeigt folgende Hystogramme (Bild 2, Bild 3). Bei den 64 berechneten Stützen wurden jene Parameterkombinationen berücksichtigt, die auch im Vorbericht (2), Tabelle 1) für vergleichende Untersuchungen verwendet wurden.

Das Verfahren lässt sich ohne weiteres auch anwenden bei beliebigen Dehnungs-Stauchungs-Diagrammen für Beton; zB. Dauerlasten (Kriecheinfluss), Leichtbeton etc.



Literaturverzeichnis

- (1) Menn, C.: Einfache Methode zur Berechnung der Bruchlast von schlanken Druckgliedern. IVBH-Symposium, Quebec 1974, Vorbericht S. 137 - 144.
- (2) Oelhaven, U.: Accuracy of simple design procedures for concrete columns. IVBH-Symposium, Quebec 1974, Vorbericht S. 93 - 115.

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorgeschlagene Methode zur Berechnung der Traglast von schlanken Druckgliedern weist im Vergleich zur Einfachheit der Berechnung eine sehr gute Genauigkeit auf. Das Verfahren ist besonders geeignet für die praktische Anwendung.

RESUME

La méthode proposée pour le calcul de la charge de pièces comprimées élancées montre une très bonne exactitude en tenant compte de la simplicité du calcul. La méthode est surtout appropriée pour l'usage pratique.

SUMMARY

The proposed method for calculation of the load of slender compression members proves to be very exact taking into account the simplicity of the calculation. The method is particularly suitable for the practical use.

Leere Seite
Blank page
Page vide