

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

**Band:** 17 (1974)

**Artikel:** Krümmungszunahme exzentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile bei Dauerlasteinwirkung

**Autor:** Krüger, Wolfgang

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-16488>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Krümmungszunahme exzentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile bei Dauerlasteinwirkung

Curvature Increase of Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Members under Sustained Loads

Accroissement de courbure des éléments en béton armé sous l'effet de charges excentriques de longue durée

Wolfgang KRÜGER  
Dr.-Ing.  
Ingenieurhochschule Wismar  
DDR

Bei exzentrisch belasteten Stahlbetonbauteilen befindet sich je nach Beanspruchungsgrad ein Teil der Querschnitte im Zustand I, der andere Teil im Zustand II.

Schwierigkeiten bei der Ermittlung der Krümmung solcher Bauteile bürgt die wirklichkeitsnahe Erfassung des Rißbildes und des Langzeitverhaltens des Betons in sich. Neben einer Reihe rein theoretischer Ansätze [1,2,3,4], die entweder auf den Zustand I oder Zustand II bezogen sind, existieren auch Vorschläge zur Erfassung der tatsächlich vorhandenen Spannungs- und Krümmungsbeziehungen von dauerbeanspruchten Stahlbetonbauteilen auf der Grundlage halbempirischer Ansätze [5], [6], [7].

In [6] wird darauf hingewiesen, daß die als Grundlage für die Verformungsberechnung dienende Beziehung zwischen Moment - Axiallast und Krümmung nicht aus lokalen Dehnungen berechnet werden darf, da diese zu stark durch Risse beeinflußt sind, sondern daß eine nominelle Krümmung definiert werden muß, die aus Dehnungsmittelwerten über eine Länge von mehreren Rißabständen zu bestimmen ist. Der gleiche Gedanke liegt dem in [7] unterbreiteten Vorschlag zugrunde, nach dem sich die mittlere Krümmung  $1/\rho_m(t)$  eines exzentrisch belasteten Stahlbetonbauteiles zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t$  errechnen läßt nach der Formel

$$\frac{1}{\rho_m(t)} = \frac{\varepsilon_{am}(t) - \varepsilon'_{am}(t)}{c} = \frac{\vartheta_a(t)}{c} \left\{ \varepsilon_a^I(t) + \varepsilon_a^{II}(t) - \frac{\vartheta'_a(t)}{\vartheta_a(t)} [\varepsilon_a'^I(t) + \varepsilon_a'^{II}(t)] \right\} \quad (1)$$

$$\vartheta_a(t) = \frac{\varepsilon_{am}(t)}{\varepsilon_a^I(t) + \varepsilon_a^{II}(t)} \quad \vartheta'_a(t) = \frac{\varepsilon'_{am}(t)}{\varepsilon_a'^I(t) + \varepsilon_a'^{II}(t)} \quad (2)$$

- $\varepsilon_{am}(t); \varepsilon'_{am}(t)$  - mittlere Relativverformung der Zug und Druckbewehrung zur Zeit  $t$
- $\varepsilon_a^I(t); \varepsilon'^I_a(t)$  - Relativverformungen der Zug- und Druckbewehrung zur Zeit  $t$  im ungerissenen Querschnitt (Zustand I)
- $\varepsilon_a^{II}(t); \varepsilon'^{II}_a(t)$  - Relativverformungen der Zug- und Druckbewehrung zur Zeit  $t$  im gerissenen Querschnitt (Zustand II)

Während die Relativverformungen für Zustand I und II auf theoretischem Wege ermittelt werden, sind zur Bestimmung der mittleren Relativverformungen und damit der Beiwerte  $\vartheta_a(t)$  und  $\vartheta'_a(t)$  Versuche erforderlich, deren Anzahl von den verschiedenen Betongüten, Bewehrungsgraden und Exzentrizitäten der Dauerlast abhängen. Die bei ersten Versuchen erhaltenen Ergebnisse für diese Beiwerte lagen in den Grenzen [7] :  $0,37 < \vartheta_a(t) < 0,46$ ;  $0,45 < \vartheta'_a(t) < 0,61$  ( $\mu = 1\%$ ;  $\mu' = 0,5\%$  bzw.  $1\%$ ;  $\eta = 2,0$  bzw.  $2,6$ ; B 300).

Auf der Grundlage der in [7] und [8] dargelegten Formeln zur Erfassung des Betonkriechens wurden weitere theoretische Untersuchungen zur Krümmungsermittlung und zur zeitlichen Zunahme der Krümmung exzentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile durchgeführt. Die Ermittlungen erfolgten für Zustand I und Zustand II, wobei für jeden Berechnungsfall die Querschnittsabmessungen, die Lastexzentrizität und der Bewehrungsgrad beibehalten wurde. Die allgemeinen Querschnittsangaben sind aus Bild 1 ersichtlich. Als Grundlage dieser Ermittlungen wurde angenommen, daß auch die mittleren Krümmungen der betrachteten Elemente einen Wert annehmen,

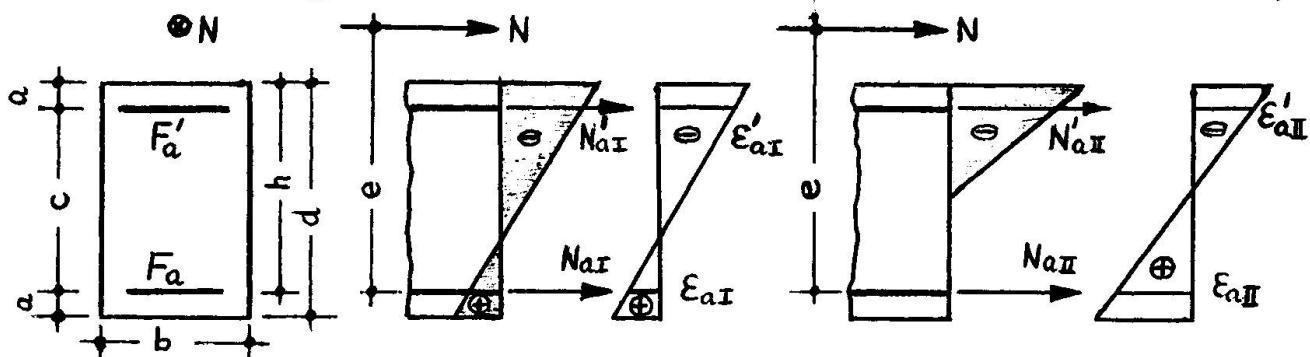


Bild 1: Querschnittsbezeichnungen und Schnittgrößen

der größer als der für Zustand I und geringer als der für Zustand II bestimmbare Wert ist. Somit hat folgende Ungleichung Gültigkeit:

$$\frac{1}{\varphi_I(t)} < \frac{1}{\varphi_m(t)} < \frac{1}{\varphi_{II}(t)} \quad (3)$$

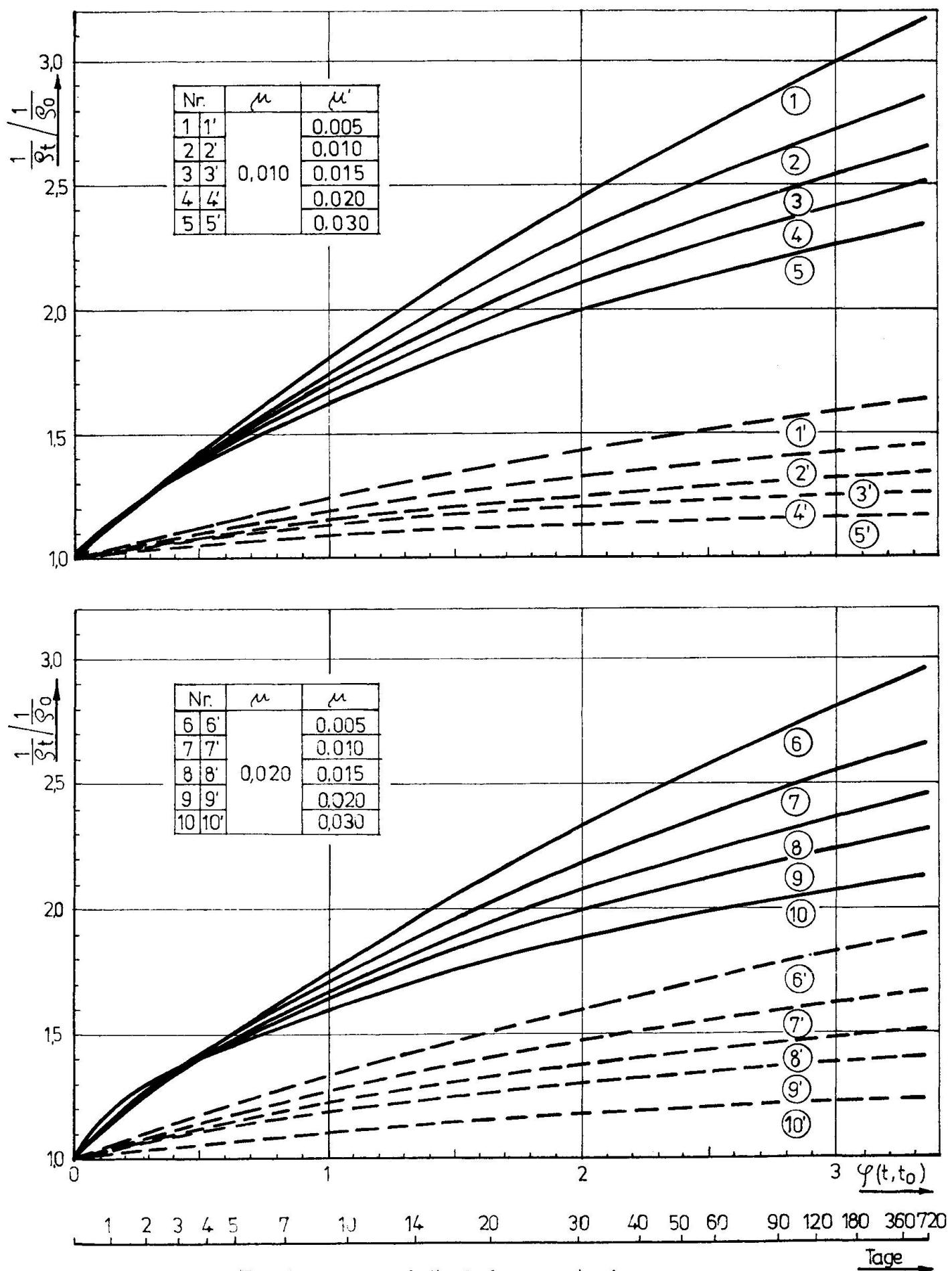


Bild 2: Zeitliche Zunahme der auf die Anfangswerte bezogenen Krümmungen bei  $e/h = 2,0$  (— Zustand I, --- Zustand II)

Die durchgeführten Ermittlungen erstrecken sich vorerst nur auf die Grenzkurven  $1/\rho_I(t)$  und  $1/\rho_{II}(t)$ .

Um allgemeine Aussagen zu erhalten, wurden die Berechnungen mit den bezogenen Größen durchgeführt.

Im einzelnen wurden gewählt:

$$\alpha = a/h = 0,1; \gamma = c/h = 0,9; \eta = e/h = 2,0 \text{ bzw. } 4,0;$$

$$n = E_a/E_b = 7,0 \quad (\text{B 300}); \mu = F_a/(b \cdot h) \text{ und } \mu' = F_a/(b \cdot h).$$

Für die Kriechzahl wurde nach [7] folgender Ausdruck in Ansatz gebracht:

$$\varphi(t, \tau) = \lambda(\tau) \cdot f(t, \tau) = \left(0,828 + \frac{60,28}{13+\tau}\right) \frac{(t-\tau)}{[22+(t-\tau)]} \quad (4)$$

Die für die verschiedenen Bewehrungsgrade bei der Lastexzentrizität  $\eta = 2,0$  erhaltenen Krümmungen sind im Bild 2 über der Zeit bzw. der Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  aufgetragen. Es wurde auch bei den Krümmungen die bezogene Darstellungsweise gewählt.

Da für die Anfangswerte der Krümmungsradien die Bedingung  $\rho_{I0} > \rho_{m0}$  Gültigkeit besitzt, folgt aus (3)

$$\frac{1/\rho_I(t)}{1/\rho_{I0}} > \frac{1/\rho_m(t)}{1/\rho_{m0}} > \frac{1/\rho_{II}(t)}{1/\rho_{II0}} \quad (5)$$

Die Gültigkeit dieser Bedingung ist auch aus Bild 2 ersichtlich.

Die Untersuchungsergebnisse zeigen, daß eine Änderung des Bewehrungsgrades einen wesentlich größeren Einfluß auf die zeitliche Krümmungszunahme hat als eine Änderung der Lastexzentrizität.

Deutlich erkennbar ist auch die größere zeitliche Zunahme der für den Zustand I ermittelten bezogenen Krümmungen gegenüber den im Zustand II ermittelten Werten.

Der Absolutwert der Krümmung für den ungerissenen Querschnitt ist in jedem Fall kleiner als der des gerissenen Querschnittes.

Der Abstand der mittleren Krümmung vom unteren oder oberen Grenzwert (ungerissener oder gerissener Querschnitt) muß nun in einer Reihe von praktischen Versuchen bestimmt werden, die Ziel weiterer, bereits laufender Untersuchungen sind.

### Literatur

- [1] Dischinger, F.  
Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken  
Bauingenieur, Berlin 20 (1939) 5/6; 21/22; 31/32; 47/48
- [2] Distefano, J.N.  
Creep Buckling of Slender Columns  
Journal of the Structural Division, Proc. ASCE  
(1965) ST 3, Proc. Paper 4369

- [3] Habel, A.  
Die Tragfähigkeit der ausmittig gedrückten Stahlbeton-säulen  
Beton- und Stahlbetonbau, Berlin 48 (1953) 8
- [4] Ržanicyn, A.R.  
Ustojčivost' sžatych elementov pri polzučesti materiala  
(Stabilität gedrückter Elemente unter Berücksichtigung  
des Materialkriechens)  
Stoitel'naja mechanika i rascet sooruzenii,  
Moskva 28 (1959) 5
- [5] Rao, P.S.  
Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auf-tretenden Umlagerungen der Schnittkräfte  
Diss. TH München vom 2. 2. 1965
- [6] Grenacher, M.; Thürlmann, B.  
Kriechknicken von Stahlbetonstützen  
Institut für Baustatik der ETH Zürich, Bericht Nr. 35  
Zürich
- [7] Krüger, W.  
Kriechberechnungen bei Stahlbetonelementen  
Bauakademie der DDR, Schriftenreihe der Bauforschung,  
Reihe Stahlbeton, H. 25  
Berlin - 1973
- [8] Krüger, W.  
Anwendung der Theorie des elastisch-kriechenden Körpers  
bei der Ermittlung der Stahl- und Betonspannungen in  
doppelt bewehrten Stahlbetonquerschnitten  
IVBH - Symposium Madrid 1970, Vorbericht

## ZUSAMMENFASSUNG

Unter Berücksichtigung des Betonlangzeitverhaltens (Kriechen) werden auf theoretischem Wege die zeitlich veränderlichen Krümmungszunahmen exzentrisch gedrückter, doppelt bewehrter Stahlbetonbauteile ermittelt. Die Untersuchungen erstrecken sich auf die für den ungerissenen bzw. gerissenen Querschnitt gültigen Grenzkurven, wobei die Lastexzentrizitäten und Bewehrungsgrade variiert werden. Die Ermittlung der zwischen diesen beiden Grenzkurven liegenden mittleren Krümmung bleibt praktischen Versuchen vorbehalten.

## SUMMARY

The time dependant curvature increase of eccentrically compressed double reinforced concrete members are theoretically determined considering the long-time behaviour of concrete (creep). The investigations are made for the limiting curves of the cracked and uncracked cross section, in function of the load eccentricities and reinforcement degrees. The middle curvature between the two limiting curves will be studied later on by practical tests.

## RESUME

Tenant compte du comportement du béton en fonction du temps (fluage), le calcul des accroissements de courbure des éléments en béton armés sous compression excentrique est à la base de cette étude théorique. Cette recherche conduit à des courbes limites valables pour la section fissurée ou non-fissurée, en fonction de l'excentricité de charge ainsi que des degrés d'armature. La vérification expérimentale de la courbure moyenne existant entre les deux courbes limites doit encore être effectuée.