Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 17 (1974)

Rubrik: Theme I: Physical-mathematical models and theoretical considerations

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 21.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Final Summary to Theme I

Résumé final au thème I

Schlusswort zum Thema I

R. F. WARNER
Associate Professor of Civil Engineering
The University of New South Wales
Kensington, Australia

1. General

Attention has been concentrated in Theme I of this Symposium on the more theoretical aspects of reinforced concrete column behaviour. Three main topic areas can be identified in the contributions. These are: load-deformation characteristics of reinforced-concrete cross sections; performance and load-carrying capacity of isolated columns; non-linear analysis of reinforced concrete frames.

In most of the contributions theoretical, computer-oriented methods of analysis are developed with the objective of providing accurate and realistic predictions of column behaviour. However, in several instances simple physical-mathematical models are used to explain and illustrate behaviour on a qualitative rather than a quantitative basis. It will be convenient in the present summary to deal separately with these two approaches.

2. Theoretical Considerations

Cross-Sections

The effect of various parameters on the extreme fibre compressive strain at failure, ε_{cu}, is investigated by MUGURUMA and TANAKA for column sections subjected to combined uniaxial bending and axial thrust. With "failure" defined as peak load-carrying capacity, it is shown that ε_{cu} is a variable which is very much dependent on the load eccentricity, ie on the moment-to-thrust ratio. These results

are of practical interest, because simplified strength calculations are based on an assumed constant value for ε_{cu}. Before final conclusions can be drawn from this work, comparisons need to be made with test data, and sensitivity analyses are required to determine the effect on computed load-carrying capacity of variations in ε_{cu} for various moment-to-thrust ratios.

HSU and MIRZA present an analysis of the load-deformation characteristics of a rectangular section in biaxial bending and compression. The analysis is based on a partitioning of the cross section into small elemental areas which can be considered to be in a state of uniaxial stress. Equilibrium equations are used to determine the moments and axial force in the section for an assumed strain distribution. A simplifying assumption regarding the deflected column shape allows the analysis to be extended to treat the behaviour of a column of finite length with simple end conditions.

The effect of a time-varying sustained loading is studied by SPAROWITZ, who uses an iterative step-by-step analysis to determine stresses and strains in the cross section at a sequence of time instants. The section is again partitioned into small areas, and in each time interval the concrete areas are allowed to deform freely under the effects of creep and shrinkage. The instantaneous stresses and strains in steel and concrete are adjusted at the end of the time interval so that requirements of equilibrium and compatibility are satisfied at the next time instant.

The basic assumption in all of these analyses is that the strain distribution in the section is planar. Detailed numerical calculations are carried out by computer. These and other similar cross-sectional analyses allow the stresses and deformations to be calculated in a section of any arbitrary shape for any given loading history, and provide the starting point for the analysis of structural behaviour.

Questions regarding the adequacy of cross-sectional analyses for reinforced concrete are not simple to answer. Whenever the load eccentricity is large enough to cause tensile cracking, the plane strain hypothesis obviously becomes a gross idealization. Local concrete tensile strains then vary from infinity at the crack to almost zero on the surface between adjacent cracks, while tensile

stresses in both concrete and steel in this same region show considerable variation along the member. On the other hand, the assumption of plane distribution of deformations is probably reasonable if applied to a segment of member which is long enough to contain a typical pattern of cracks. Nevertheless, regions of tensile concrete between cracks can contribute significantly to bending stiffness and need to be taken account of if the analysis is to be "realistic". In such circumstances, an analysis of the load-deformation characteristics of a finite segment could be used either to replace the sectional analysis or to confirm the accuracy of the sectional analysis. Segmental analyses have apparently not yet been undertaken, except for the special case of unloading in local regions of a frame as the collapse load is approached.

Isolated Columns and Frames

An incremental stiffness analysis with a beam-type finite element is used by KULICKI and KOSTEM to treat both geometric and material non-linearities in a beam column subjected to combined transverse loading and end thrust. A finite-element method is also used by ALDSTEDT and BERGAN for the non-linear analysis of plane reinforced-concrete frames. In both of theses contributions, the finite element is assumed to undergo continuous beam-type deformations for which the standard cross-sectional analysis is applicable. Although attention is restricted to short-term loading conditions, the work in each case could probably be extended without conceptual difficulty to cover problems of sustained loading (creep and shrinkage) and cyclic loading (separate loading and unloading curves for concrete and steel). Numerical results obtained in these two studies show good agreement with other calculation methods and with column test results.

OBERNDORFER and FISCHER reverse the usual analysis procedure and take up the design question of providing sufficient steel in the section to ensure stability of a slender column for a given loading condition. The basis for the calculations is a slender column analysis in which a more-or-less standard moment-thrust-curvature calculation is carried out at a number of cross sections. The treatment is extended to one-storey assemblages of columns by providing for compatibility of end displacements at the column heads.

WAKABAYASHI and his co-workers present a simplified analysis of steel-reinforced columns and portal frames subjected to constant vertical loading and cyclic horizontal loading. The concept of a unique moment-thrust-curvature relation is invalid for this type of loading, and an incremental analysis has to be used to treat the sequence of loadings and load reversals. Extensive iterative calculations at various cross sections are avoided by considering the columns to be rigid except in a short segment in the region of maximum moment. This very much simplified approach shows good agreement with experimental results presented in condensed form.

3. Physical-Mathematical Models

The methods of analysis referred to above are generally directed towards an accurate and realistic treatment of column behaviour, and rely on the computer for detailed numerical calculations. Such methods provide the most reliable predictions of column performance, but frequently do not give a correspondingly clear picture of physical behaviour or of overall trends. Physical-mathematical models can sometimes provide a good qualitative (but less accurate quantitative) representation which is of heuristic value both to the design engineer and to the research worker attempting to develop a more precise analysis.

A physical-mathematical model usually contains one or more simplifications - often these are over-simplifications - which can be interpreted in purely physical terms. The bar-spring model of a slender column is a classic example of a physical-mathematical model and was used in the Introductory Report to develop a linear viscoelastic analysis to parallel Dischinger's classic analysis of a slender concrete compression member.

In their contributions to the Preliminary Report, CERVERA and CREUS use several bar-spring models to investigate non-linear viscoelastic behaviour in a slender column. A refined bar-spring assemblage is proposed to account both for the effect of axial thrust on bending stiffness and the non-coincidence of the loading and unloading paths for concrete subjected to compressive stress.

A bar-spring assemblage with two springs (two degrees of freedom of deformation) is used by GRENACHER to investigate the deformation capacity of reinforced concrete columns with special end conditions. By varying the moment-rotation characteristics of the springs, Grenacher draws conclusions of practical importance concerning the ductility of fixed-ended columns. This work is particularly interesting, in that a much more refined and detailed computer analysis confirms the conclusions obtained from the simple model.

The basic idea of a physical-mathematical model is of course not restricted to bar-spring assemblages. A lumped, two-fibre idealization can for example be used in a simplified analysis of the load-deformation characteristics and even load-carrying capacity of column sections. The two-fibre model is particularly useful in the analysis of creep effects and is, in effect, used by CERVERA and CREUS. A three-fibre model is introduced by YAMADA and KAWAMURA in their contribution to Theme II.

Physical-mathematical models can also be used in the analysis of small frames and assemblages. The analysis of WAKABAYASHI et alia, already referred to, uses rigid bar models to obtain quantitative results for portal frames under complex loadings. By increasing the number of springs (ie degrees of freedom) in a bar-spring model, one can obtain an accurate numerical analysis which corresponds closely to the non-linear methods of analysis normally used for slender columns and frames

4. CONCLUDING REMARKS

Attention in Theme I tended to concentrate on accurate methods of analysis of overload behaviour and load-carrying capacity. As a consequence several other topic areas of importance were to some extent neglected. A range of serviceability problems, such as the axial shortening of columns and the differential displacements of members in frames under sustained loading were thus ignored. In both The I and Theme II only minimal attention was given to intermediate methods of analysis such as those based on tri-linear and multi-linear moment-curvature relations.

Nevertheless, the range of questions studied in the Preliminary Report and in the subsequent Session I discussions was fairly wide, and the contributions, taken together, give an indication of the theoretical methods at present available for the analysis of reinforced concrete columns.

Zur Frage der Lagerung von Stahlbetonstützen bei aufgezwungenen Verformungen

The Problem of Support Conditions for Reinforced Concrete Columns subjected to Imposed Displacements

La question des conditions d'appui pour des colonnes en béton armé sous l'effet de déformations imposées

M. GRENACHER
Dipl. Ing. ETH
Institut für Baustatik, ETH, Zürich
Zürich, Schweiz

Problemstellung

Die Frage der Stützenlagerung ist bei vielen Stahlbetonkonstruktionen eines der vordringlichsten Probleme. Zum Beispiel bei Brücken mit grossen Spannweiten sind die auftretenden Horizontalverschiebungen, die durch Kriechen, Schwinden, Temperaturänderungen und andere Einflüsse bedingt sind, von entscheidender Bedeutung für die Wahl der Lagerung der Stützen. Grosse horizontale Stützenverschiebungen stellen bei eingespannten Stützen hohe Anforderungen an die Duktilität des Materials oder machen Gelenkanschlüsse notwendig. Wird die Art der Stützenlagerung aufgrund elastischer Untersuchungen unter Einhaltung irgendwelcher zulässiger Spannungen bestimmt, so bedingen schon relativ kleine Verschiebungen Gelenkkonstruktionen. Gelenke haben aber verschiedene Nachteile:

- Sie stellen gewisse konstruktive Probleme und sind dementsprechend teuer.
- Je nach Konstruktionsart erfordern sie einigen Aufwand für den Unterhalt.
- Die Einführung eines Gelenkes bedeutet eine Schwächung der Konstruktion und führt zu einer geringeren Gesamtstabilität.

Wegen dieser Nachteile sollten Gelenke möglichst vermieden werden können. Diese Forderung bedingt ein eingehendes Studium der Duktilität von Stahlbeton und der Rotationsfähigkeit der Einspannquerschnitte. Im Folgenden soll der Einfluss verschiedener Momenten-Krümmungsverhalten auf das Verformungsverhalten von eingespannten Stützen untersucht werden.

Verformungsfähigkeit von eingespannten Stützen

Die Traglast- und Verformungsberechnungen von Stahlbetondruckgliedern bieten zwei grundsätzliche Schwierigkeiten:

- Das Materialverhalten ist nichtlinear.
- Der Einfluss der Verformungen auf das Gleichgewicht bewirkt eine geometrische Nichtlinearität (Theorie 2. Ordnung).

Diese Einflüsse können praktisch nur mit Hilfe eines Computers berücksichtigt werden. Ein entsprechendes Programm wurde am Institut für Baustatik und Konstruktion der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich entwickelt [1], [2].

Der Zusammenhang zwischen dem Momenten-Krümmungsverhalten der Querschnitte und dem Verformungsverhalten von eingespannten Stützen kann aber auf einfache Art und Weise an einem Modell untersucht werden (Bild 1). Aus Symmetriegründen können die Ueberlegungen am Kragarm gemacht werden. Das Modell besteht aus nur zwei Elementen, und die Verformungsmöglichkeiten sind beschränkt auf die beiden Federverbindungen 1 und 2. Der am meisten beanspruchte Querschnitt ist bei der Einspannstelle. Dort muss die grösste Anforderung an die Rotationsfähigkeit des Querschnittes gestellt werden. Deshalb soll für die nachfolgenden Ueberlegungen immer von den Krümmungen resp. Verdrehungen θ im Einspannquerschnitt ausgegangen werden. Diese werden bei der Untersuchung der Verformungseigenschaften stetig erhöht. Es handelt sich also um einen verformungsgesteuerten Rechenvorgang.

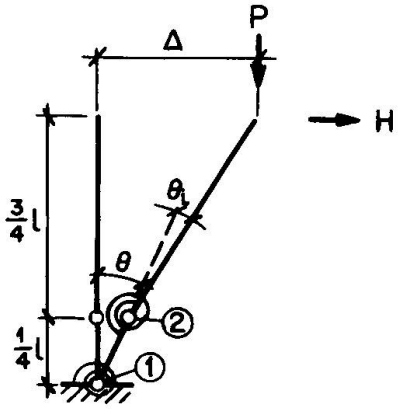

Bild 1: Federmodell

Schon dieses einfache Federmodell zeigt die Wichtigkeit der Elementeinteilung. Vor allem die Länge des untersten Elementes ist von grosser Bedeutung für die Berechnung der Stützenauslenkungen. Diese Elementlänge ist bestimmt durch die Ausbreitung des Fliessbereiches bei der Einspannstelle.

Bild 2 zeigt vier schematische Momenten-Verdrehungsbeziehungen für eine Last p = 0.3. Es stellt sich nun die Frage, welchen Einfluss das verschiedene Materialverhalten auf die Auslenkungskurven hat. Die vier Kennlinien unterscheiden sich nur im Bereich grosser Verformungen nach Ueberschreiten des maximalen Momentes m_u. Dieser Bereich ist für Stahlbeton grossen Streuungen unterworfen und ist stark beeinflusst von der Art und Weise wie die Last aufgebracht wird und von der Anordnung der Armierung. Die getroffenen Annahmen sind sehr extrem und schliessen das wirkliche Materialverhalten ein.

Bild 3 zeigt die maximalen horizontalen Stützenkopfverschiebungen Δ/h für die vier Materialkennlinien in Abhängigkeit der Rotation Θ des Einspannquerschnittes. Bis zum Erreichen des maximal möglichen Einspannmomentes m_u sind die Beziehungen entsprechend der Annahmen für das Materialverhalten identisch. Bei weiterer Verformung im Einspannquerschnitt nimmt das Einspannmoment gemäss Kennlinie a) wieder ab. Da infolge der äusseren Belastung das Moment bei der Einspannung maximal ist, muss auch das Moment im Stützeninnern kleiner werden, was nur möglich ist bei einer Abnahme der Krümmungen. Die Biegelinie streckt sich also bei weiterer Stützenfussverdrehung. Dies führt zu einer verminderten Zunahme der maximalen Auslenkungen. Für einen steileren Momentenabfall gemäss Kennlinie b) ist dieser Effekt noch deutlicher und die Auslenkungen können sogar abnehmen trotz weiterer Verdrehung beim Einspannquerschnitt. Ein horizontaler Momentenverlauf für grosse Verdrehungen gemäss Kennlinie c)

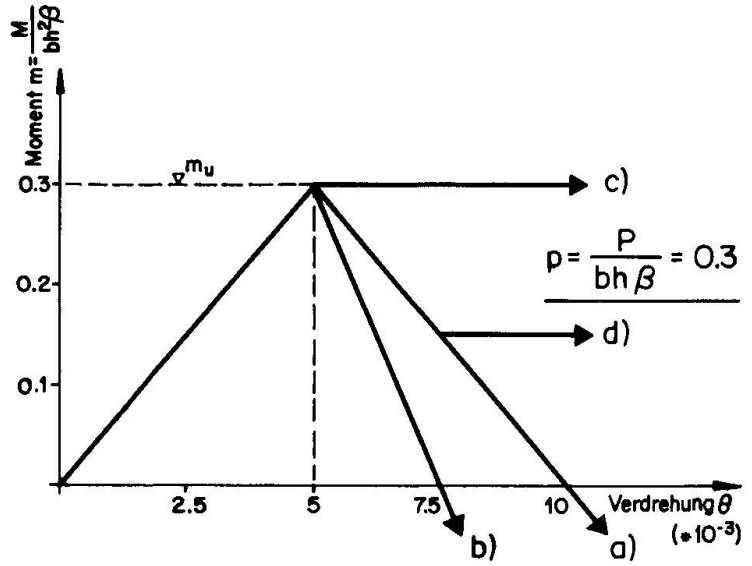

Bild 2: Schematische Momenten-Verdrehungsbeziehung

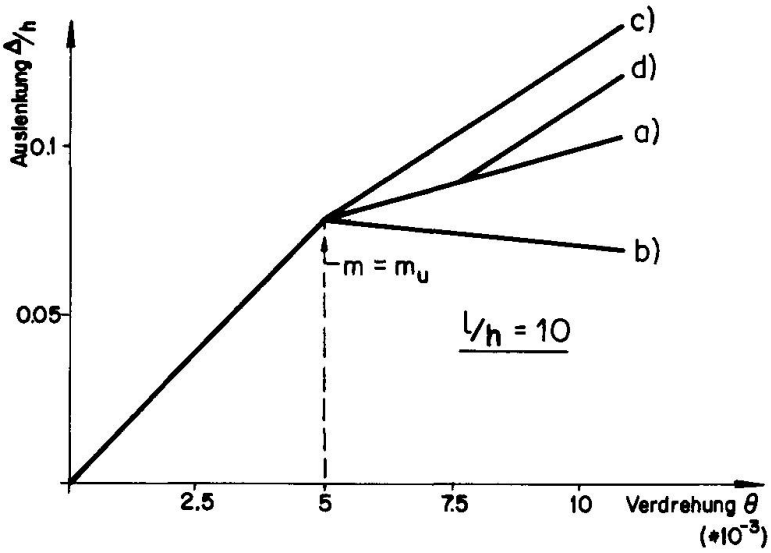

Bild 3: Maximale Stützenkopfverschiebung Δ/h

oder Kennlinie d) bewirkt ein "Erstarren" der Biegelinie. Auch die Momente im Stützeninnern müssen konstant bleiben. Die Stütze verhält sich daher wie ein gekrümmter Pendelstab und dreht sich nur noch um den Einspannquerschnitt. Bei weiterer Stützenfussverdrehung Θ nehmen die Auslenkungen wieder vermehrt zu. Diese unterschiedliche Veränderung der Auslenkungen ist nur möglich durch die Verformungssteuerung bei der Einspannstelle. Wird die maximale Auslenkung Δ/h erzwungen und stetig vergrössert, so muss die Rotation bei der Einspannstelle sprungartig zunehmen. Dieser Vorgang entspricht einem Durchschlagen und ist vergleichbar mit einer "Rutschkupplung", die nach dem Erreichen der Haftreibung plötzlich nachlässt bis die Gleitreibung massgebend wird.

Aufgrund dieser einfachen Ueberlegungen am Federmodell können zusammenfassend folgende Feststellungen über das Verformungsverhalten von eingespannten Stahlbetonstützen gemacht werden:

- Die Momenten-Krümmungsbeziehung ist von zentraler Bedeutung bei der Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stützen.
- Abnehmender Momentenverlauf bei zunehmender Verformung, wie er für Stahlbeton bei grossen Stauchungen vorkommt, bewirkt ein "Strecken" der Stütze und damit eine verringerte Zunahme der Stützenkopfverschiebung bei weiterer Rotation am Stützenfuss.
- Ein horizontaler Ast des Momenten-Krümmungsverhaltens bewirkt ein "Erstarren" der Stütze. Diese biegt sich nicht mehr weiter und dreht sich wie ein Pendelstab nur noch um den Stützenfuss.

Schlussfolgerungen

Umfangreiche Computerberechnungen mit realistischen Annahmen für das Materialverhalten haben die vom einfachen Federmodell abge-

leiteten Schlüsse bestätigt. Die Verformungseigenschaften von Stahlbeton nach dem Erreichen des maximalen Momentes m_u sind grossen Streuungen unterworfen und können nur experimentell erfasst werden. Verschiedene Forschungsergebnisse zeigen zum Teil widersprüchliche Resultate. Immerhin lässt sich daraus ableiten, dass vor allem die Querarmierung die maximal möglichen Stauchungen erheblich erhöht. Es wurden Stauchungen gemessen von mehreren Prozenten ohne wesentlichen Spannungsabfall. Dies führt zu Momenten-Krümmungsbeziehungen, die dem Extremfall c) in Bild 2 sehr ähnlich sind. Die daraus resultierende Duktilität gewährleistet auch bei eingespannten Stützen eine grosse Verformungsfähigkeit. Die maximal erreichbaren Stützenkopfverschiebungen nähern sich damit einer Grössenordnung, die auch für einseitig gelenkig gelagerte Stützen im Bruchbereich liegen. Auf diese Weise sind eingespannte Anschlüsse möglich, die konstruktiv einfach und für die Gesamtstabilität des Tragwerkes günstig sind.

Literaturverzeichnis

[1] Aas-Jakobsen K., Grenacher M.: Berechnung unelastischer Rahmen nach der Theorie 2. Ordnung, Institut für Baustatik, ETH Zürich, Bericht Nr. 45, 1973.

[2] Aas-Jakobsen K., Grenacher M.: Analysis of Slender Reinforced Concrete Frames, IVBH-Abhandlungen, Band 34 I, 1974.

ZUSAMMENFASSUNG

An einem einfachen Modell wird der Einfluss verschiedener Momenten-Krümmungsbeziehungen auf das Verformungsverhalten von eingespannten Stahlbetonstützen diskutiert. Es können einige Schlüsse gezogen werden, die für die Frage der Stützenlagerung bei aufgezwungenen Verformungen von entscheidender Bedeutung sind.

SUMMARY

The influence of different moment-curvature relations on the deformation capacity of reinforced concrete columns with fixed ends is discussed on a simple model. Some conclusions can be drawn which are of great importance for the problem of column support conditions for imposed deformations.

RESUME

A l'aide d'un modèle simple on examine l'influence de différentes relations moment-courbure sur les déformations de colonnes encastrées en béton armé. On en tire quelques conclusions d'une importance primordiale pour les conditions d'appui de colonnes lorsque les déformations sont imposées.

Krümmungszunahme exzentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile bei Dauerlasteinwirkung

Curvature Increase of Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Members under Sustained Loads

Accroissement de courbure des éléments en béton armé sous l'effet de charges excentriques de longue durée

Wolfgang KRÜGER
Dr.-Ing.
Ingenieurhochschule Wismar
DDR

Bei exzentrisch belasteten Stahlbetonbauteilen befindet sich je nach Beanspruchungsgrad ein Teil der Querschnitte im Zustand I, der andere Teil im Zustand II.

Schwierigkeiten bei der Ermittlung der Krümmung solcher Bauelemente bürgt die wirklichkeitsnahe Erfassung des Rißbildes und des Langzeitverhaltens des Betons in sich. Neben einer Reihe rein theoretischer Ansätze [1,2,3,4], die entweder auf den Zustand I oder Zustand II bezogen sind, existieren auch Vorschläge zur Erfassung der tatsächlich vorhandenen Spannungs- und Krümmungsbeziehungen von dauerbeanspruchten Stahlbetonbauteilen auf der Grundlage halbempirischer Ansätze [5] , [6] , [7] .
In [6] wird darauf hingewiesen, daß die als Grundlage für die Verformungsberechnung dienende Beziehung zwischen Moment - Axiallast und Krümmung nicht aus lokalen Dehnungen berechnet werden darf, da diese zu stark durch Risse beeinflußt sind, sondern daß eine nominelle Krümmung definiert werden muß, die aus Dehnungsmittelwerten über eine Länge von mehreren Rißabständen zu bestimmen ist. Der gleiche Gedanke liegt dem in [7] unterbreiteten Vorschlag zugrunde, nach dem sich die mittlere Krümmung $1/\varrho_m(t)$ eines exzentrisch belasteten Stahlbetonbauteiles zu einem beliebigen Zeitpunkt t errechnen läßt nach der Formel

$$\frac{1}{\varrho_m(t)} = \frac{\varepsilon_{am}(t) - \varepsilon'_{am}(t)}{c} = \frac{\vartheta_a(t)}{c}\left\{\varepsilon_a^{I}(t) + \varepsilon_a^{II}(t) - \frac{\vartheta'_a(t)}{\vartheta_a(t)}\left[\varepsilon_a^{'I}(t) + \varepsilon_a^{'II}(t)\right]\right\} \qquad (1)$$

$$\vartheta_a(t) = \frac{\varepsilon_{am}(t)}{\varepsilon_a^{I}(t) + \varepsilon_a^{II}(t)} \qquad \vartheta'_a(t) = \frac{\varepsilon'_{am}(t)}{\varepsilon_a^{'I}(t) + \varepsilon_a^{'II}(t)} \qquad (2)$$

$\varepsilon_{am}(t)$; $\varepsilon'_{am}(t)$ – mittlere Relativverformung der Zug und Druckbewehrung zur Zeit t

$\varepsilon_a^{I}(t)$; $\varepsilon_a^{'I}(t)$ – Relativverformungen der Zug- und Druckbewehrung zur Zeit t im ungerissenen Querschnitt (Zustand I)

$\varepsilon_a^{II}(t)$; $\varepsilon_a^{'II}(t)$ – Relativverformungen der Zug- und Druckbewehrung zur Zeit t im gerissenen Querschnitt (Zustand II)

Während die Relativverformungen für Zustand I und II auf theoretischem Wege ermittelt werden, sind zur Bestimmung der mittleren Relativverformungen und damit der Beiwerte $\vartheta_a(t)$ und $\vartheta'_a(t)$ Versuche erforderlich, deren Anzahl von den verschiedenen Betongüten, Bewehrungsgraden und Exzentrizitäten der Dauerlast abhängen. Die bei ersten Versuchen erhaltenen Ergebnisse für diese Beiwerte lagen in den Grenzen [7] : $0{,}37 < \vartheta_a(t) < 0{,}46$; $0{,}45 < \vartheta'_a(t) < 0{,}61$ ($\mu = 1$ %; $\mu' = 0{,}5$ % bzw. 1 %; $\eta = 2{,}0$ bzw. 2,6; B 300).

Auf der Grundlage der in [7] und [8] dargelegten Formeln zur Erfassung des Betonkriechens wurden weitere theoretische Untersuchungen zur Krümmungsermittlung und zur zeitlichen Zunahme der Krümmung exzentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile durchgeführt. Die Ermittlungen erfolgten für Zustand I und Zustand II, wobei für jeden Berechnungsfall die Querschnittsabmessungen, die Lastexzentrizität und der Bewehrungsgrad beibehalten wurde. Die allgemeinen Querschnittsangaben sind aus Bild 1 ersichtlich. Als Grundlage dieser Ermittlungen wurde angenommen, daß auch die mittleren Krümmungen der betrachteten Elemente einen Wert annehmen,

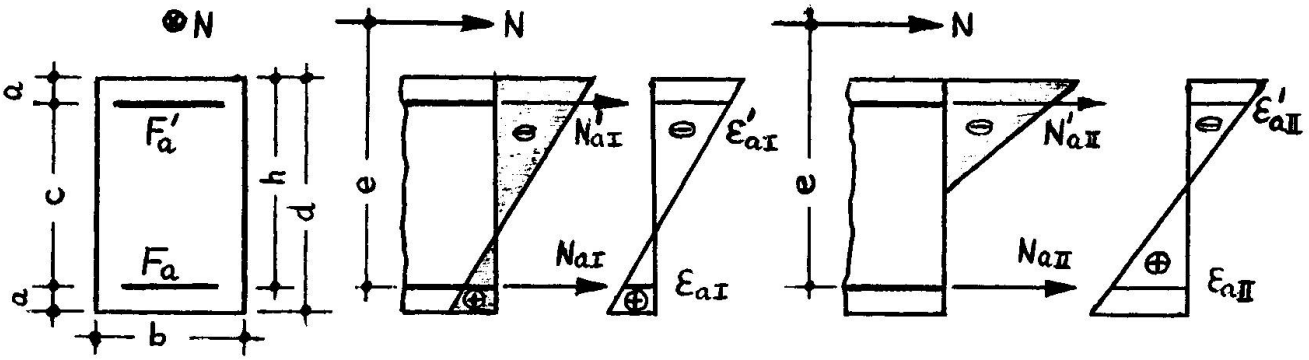

Bild 1: Querschnittsbezeichnungen und Schnittgrößen

der größer als der für Zustand I und geringer als der für Zustand II bestimmbare Wert ist. Somit hat folgende Ungleichung Gültigkeit:

$$\frac{1}{\rho_I(t)} < \frac{1}{\rho_m(t)} < \frac{1}{\rho_{II}(t)} \qquad (3)$$

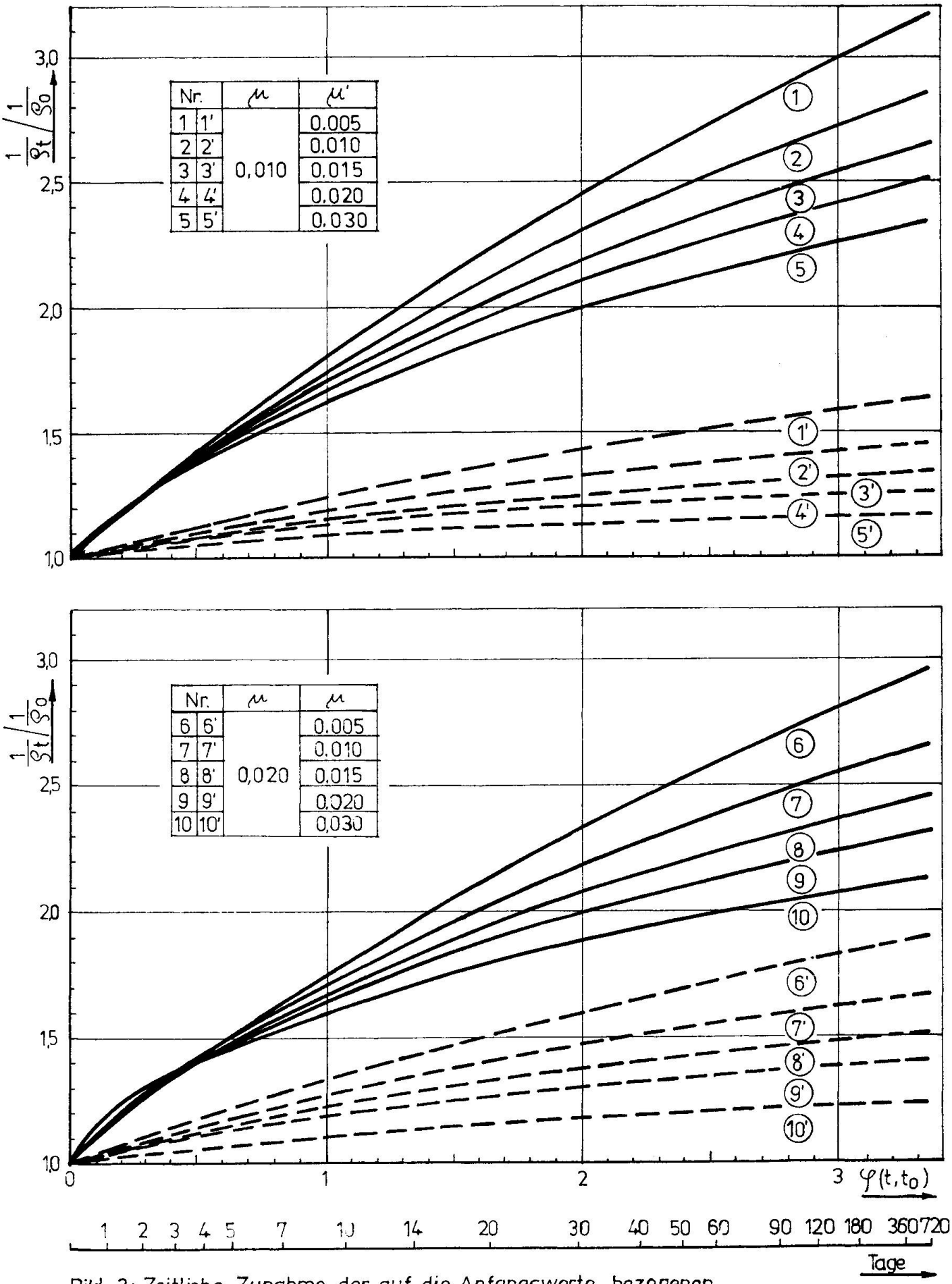

Bild 2: Zeitliche Zunahme der auf die Anfangswerte bezogenen Krümmungen bei e/h = 2,0 (— Zustand I, -- Zustand II)

Die durchgeführten Ermittlungen erstrecken sich vorerst nur auf die Grenzkurven $1/\varrho_I(t)$ und $1/\varrho_{II}(t)$.

Um allgemeine Aussagen zu erhalten, wurden die Berechnungen mit den bezogenen Größen durchgeführt.
Im einzelnen wurden gewählt:

$\alpha = a/h = 0{,}1$; $\gamma = c/h = 0{,}9$; $\eta = e/h = 2{,}0$ bzw. $4{,}0$;

$n = E_a/E_b = 7{,}0$ (B 300); $\mu = F_a/(b \cdot h)$ und $\mu' = F_a/(b \cdot h)$.

Für die Kriechzahl wurde nach [7] folgender Ausdruck in Ansatz gebracht:

$$\varphi(t,\tau) = \lambda(\tau) \cdot f(t,\tau) = \left(0{,}828 + \frac{60{,}28}{13+\tau}\right) \frac{(t-\tau)}{[22+(t-\tau)]} \qquad (4)$$

Die für die verschiedenen Bewehrungsgrade bei der Lastexzentrizität $\eta = 2{,}0$ erhaltenen Krümmungen sind im Bild 2 über der Zeit bzw. der Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ aufgetragen. Es wurde auch bei den Krümmungen die bezogene Darstellungsweise gewählt.

Da für die Anfangswerte der Krümmungsradien die Bedingung $\varrho_{I0} > \varrho_{II0}$ Gültigkeit besitzt, folgt aus (3)

$$\frac{1/\varrho_I(t)}{1/\varrho_{I0}} > \frac{1/\varrho_m(t)}{1/\varrho_{m0}} > \frac{1/\varrho_{II}(t)}{1/\varrho_{II0}} \qquad (5)$$

Die Gültigkeit dieser Bedingung ist auch aus Bild 2 ersichtlich.

Die Untersuchungsergebnisse zeigen, daß eine Änderung des Bewehrungsgrades einen wesentlich größeren Einfluß auf die zeitliche Krümmungszunahme hat als eine Änderung der Lastexzentrizität.

Deutlich erkennbar ist auch die größere zeitliche Zunahme der für den Zustand I ermittelten bezogenen Krümmungen gegenüber den im Zustand II ermittelten Werten.
Der Absolutwert der Krümmung für den ungerissenen Querschnitt ist in jedem Fall kleiner als der des gerissenen Querschnittes.

Der Abstand der mittleren Krümmung vom unteren oder oberen Grenzwert (ungerissener oder gerissener Querschnitt) muß nun in einer Reihe von praktischen Versuchen bestimmt werden, die Ziel weiterer, bereits laufender Untersuchungen sind.

Literatur

[1] Dischinger, F.
Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken
Bauingenieur, Berlin 20 (1939) 5/6; 21/22; 31/32; 47/48

[2] Distefano, J.N.
Creep Buckling of Slender Columns
Journal of the Structural Division, Proc. ASCE (1965) ST 3, Proc. Paper 4369

[3] Habel, A
Die Tragfähigkeit der ausmittig gedrückten Stahlbetonsäulen
Beton- und Stahlbetonbau, Berlin 48 (1953) 8

[4] Ržanicyn, A.R.
Ustojčivost' sžatych elementov pri polzučesti materiala
(Stabilität gedrückter Elemente unter Berücksichtigung des Materialkriechens)
Stoitel'naja mechanika i rascet sooruženii,
Moskva 28 (1959) 5

[5] Rao, P.S.
Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte
Diss. TH München vom 2. 2. 1965

[6] Grenacher, M.; Thürlimann, B.
Kriechknicken von Stahlbetonstützen
Institut für Baustatik der ETH Zürich, Bericht Nr. 35
Zürich

[7] Krüger, W.
Kriechberechnungen bei Stahlbetonelementen
Bauakademie der DDR, Schriftenreihe der Bauforschung,
Reihe Stahlbeton, H. 25
Berlin - 1973

[8] Krüger, W.
Anwendung der Theorie des elastisch-kriechenden Körpers bei der Ermittlung der Stahl- und Betonspannungen in doppelt bewehrten Stahlbetonquerschnitten
IVBH - Symposium Madrid 1970, Vorbericht

ZUSAMMENFASSUNG

Unter Berücksichtigung des Betonlangzeitverhaltens (Kriechen) werden auf theoretischem Wege die zeitlich veränderlichen Krümmungszunahmen exzentrisch gedrückter, doppelt bewehrter Stahlbetonbauteile ermittelt. Die Untersuchungen erstrecken sich auf die für den ungerissenen bzw. gerissenen Querschnitt gültigen Grenzkurven, wobei die Lastexzentrizitäten und Bewehrungsgrade variiert werden. Die Ermittlung der zwischen diesen beiden Grenzkurven liegenden mittleren Krümmung bleibt praktischen Versuchen vorbehalten.

SUMMARY

The time dependant curvature increase of eccentrically compressed double reinforced concrete members are theoretically determined considering the long-time behaviour of concrete (creep). The investigations are made for the limiting curves of the cracked and uncracked cross section, in function of the load eccentricities and reinforcement degrees. The middle curvature between the two limiting curves will be studied later on by practical tests.

RESUME

Tenant compte du comportement du béton en fonction du temps (fluage), le calcul des accroissements de courbure des éléments en béton armés sous compression excentrique est à la base de cette étude théorique. Cette recherche conduit à des courbes limites valables pour la section fissurée ou non-fissurée, en fonction de l'excentricité de charge ainsi que des degrés d'armature. La vérification expérimentale de la courbure moyenne existant entre les deux courbes limites doit encore être effectuée.