

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

**Band:** 16 (1974)

**Artikel:** Tragverhalten brandbeanspruchter Stahlbetonstützen

**Autor:** Kordina, K. / Klingsch, W.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-15738>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## **Tragverhalten brandbeanspruchter Stahlbetonstützen**

Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns

Comportement des colonnes en béton armé soumises au feu

K. KORDINA      W. KLINGSCH

Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau  
TU Braunschweig, BRD

### 1. Einleitung

In den letzten Jahren ist die Klärung des Tragverhaltens von Bauteilen unter hohen thermischen Belastungen verstärkt in den Mittelpunkt der Forschung gerückt. Nachdem bisher größtenteils durch Brandversuche experimentell gewonnene Ergebnisse zur Verfügung standen, wird heute auf internationalem Gebiet eine intensive Forschung mit dem Ziel betrieben, verallgemeinerungsfähige Aussagen auf der Grundlage mathematisch-physikalischer Gesetzmäßigkeiten zu erarbeiten. In Deutschland ist zu diesem Zweck im Jahre 1972 an der Technischen Universität Braunschweig mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft ein Sonderforschungsbereich "Brandverhalten von Bauteilen" (SFB 148) gegründet worden. Die hier vorgetragenen Ergebnisse stellen einen Teil der im Teilprojekt "Stützen" bis jetzt erarbeiteten Ergebnisse dar [1].

### 2. Temperaturverteilung

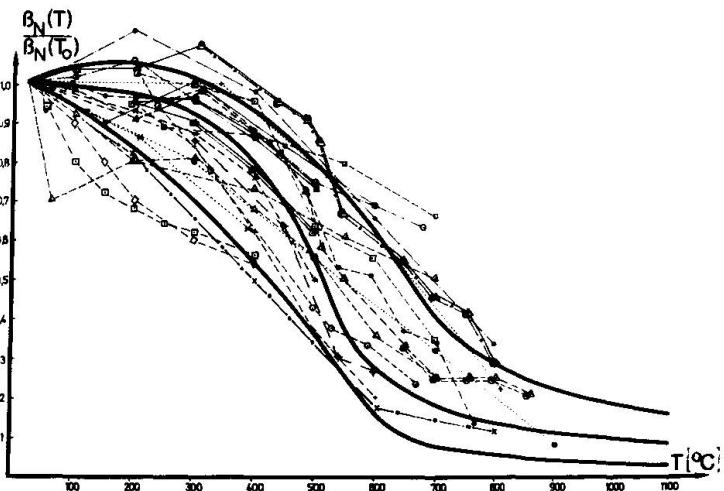
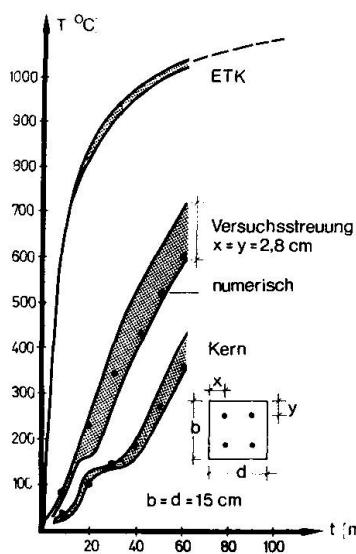
Die instationäre, zeit- und ortsabhängige Temperaturverteilung eines homogenen und isotropen Körpers wird durch die Fouriersche Differentialgleichung

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div} \lambda (\operatorname{grad} \theta) \quad (1)$$

beschrieben. Ihre Anwendung auf Stahlbeton stellt jedoch nur eine Näherung dar, da infolge thermo-chemischer Prozesse sich örtliche Wärmequellen und -senken ausbilden und neben der Wärmeleitung eine Feuchtigkeitsdiffusion mit gegenseitiger Beeinflussung abläuft. Für die praktische Berechnung muß die Beziehung (1) daher noch modifiziert werden. Des Weiteren werden auch die thermischen Randbedingungen durch eine zeitabhängige Funktion beschrieben, und schließlich sind die Stoffwerte  $c, \rho, \lambda$  keine Konstanten, sondern temperaturabhängige Variable. Die Auswertung der Funktion (1) kann daher i.d.R. nur numerisch erfolgen wobei bestimmte thermische Übergangsbedingungen (Brandraum-Bauteiloberfläche) in Zeit- und Ortsabhängigkeit zu beachten sind [3].

Für die hier vorliegenden Untersuchungen wird ein zeitabhängiger Verlauf der Umgebungstemperatur (Brandraumtemperatur) entsprechend der "Einheitstemperaturkurve" (ETK) nach DIN 4102 angenommen. Weiterhin soll hier nur der Fall einer allseitig erwärmten Rechteckstütze mit quarzitischen Zuschlägen behandelt werden.

Bild 1 zeigt den Verlauf der ETK und die Temperaturentwicklung für zwei ausgewählte Querschnittspunkte.



### 3. Temperaturabhängiges Materialverhalten

Die Formulierungen der temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton und Stahl werden so gewählt, daß sie zum Zeitpunkt  $t = 0$  gegen die entsprechenden Werte der DIN 1045 konvergieren.

Der funktionale Zusammenhang  $\sigma = \sigma(\epsilon)$  muß verschiedenen Randbedingungen genügen, die durch die mechanischen Materialeigenschaften angegeben werden ( $\beta_N$ ,  $\epsilon_u$ ,  $\epsilon_f$  usw.). Diese Materialdaten zeigen sehr unterschiedliche, i. d. R. nichtlineare Temperaturabhängigkeiten. Es ist daher erforderlich, sämtliche Einzelparameter, die den Verlauf der  $\sigma$ - $\epsilon$ -Beziehung bestimmen, als temperaturabhängige Funktionen zu entwickeln.

Bild 2 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Betondruckfestigkeit, bezogen auf den "kalten" Ausgangszustand ( $t = 0$ ,  $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$ ). Der Schwankungsbereich der Meßwerte hat verschiedene Gründe, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann. Die Analyse einer Vielzahl von international vorhandenen Versuchsergebnissen zeigte jedoch, daß durch die Rechenwert-Funktion in guter Näherung jenes Verhalten wiedergegeben werden kann, das für einen baupraktischen Fall von Interesse ist (Aufheizgeschwindigkeit, Erwärmung unter Last, heißer Zustand u. a.).

Für den Verlauf dieser Funktion wurde folgender Ansatz gewählt:

$$\beta_N(T) = \beta_N(T_0) \begin{cases} \sum_{n=0}^4 A_n \cdot T^n \\ B \cdot (T - T_2)^{-1} \end{cases} \quad \text{für } \begin{cases} T_0 \leq T \leq T_1 \\ T > T_1 \end{cases} \quad (2)$$

Alle anderen Materialdaten wurden in ähnlicher Art entwickelt. Dabei läßt sich für alle mechanischen Materialdaten folgende qualitative Temperaturabhängigkeit feststellen:

1. Festigkeitsabnahme bei zunehmender Temperatur,
2. Zunahme des Plastizierungsvermögens bei zunehmender Temperatur.

Diese so erhaltenen Funktionen treten an die Stelle der konstanten Materialdaten in den Gleichungen der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton bzw. Stahl.

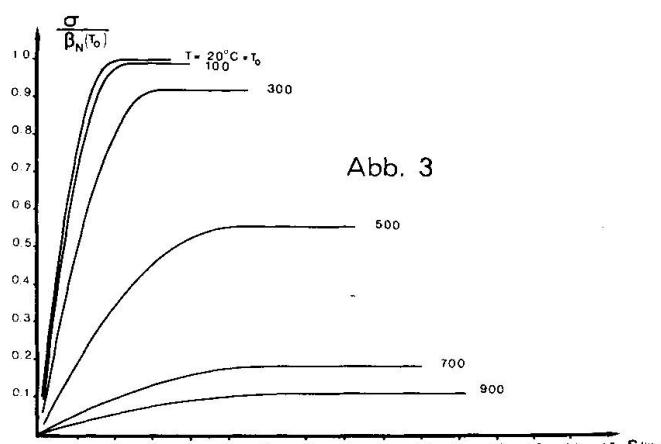


Abb. 3

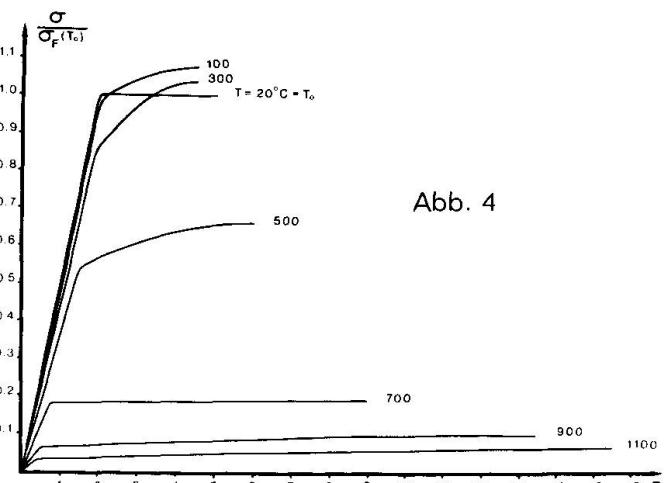


Abb. 4

Die Abbildungen 3 (Beton) und 4 (Stahl) zeigen die Verläufe dieser Funktionen. Es ist zu erkennen, daß die physikalische Nichtlinearität mit steigender Temperatur zunimmt ( $T = 20^\circ\text{C}/\text{min}$ ). Eine umfassende experimentelle Bestätigung dieser Gesetze steht noch aus. Erste Messungen von Arbeitslinien, die allerdings nicht in allen Punkten den o. g. Versuchsbedingungen entsprechen, scheinen den hier postulierten Verlauf jedoch prinzipiell zu bestätigen [2].

#### 4. Rechenverfahren

Die Anwendung der temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungs-Gesetze auf einen instationär thermisch belasteten Querschnitt führt zu der Aufgabe, jeder Isotherme das ihr eigene Materialverhalten zuzuordnen. Damit wird das Problem der Berechnung eines Verbundquerschnitts aus zwei Materialien, Beton und Stahl, erweitert zur Berechnung eines Vielstoffquerschnitts, Beton und Stahl in Zeit- und Ortsabhängigkeit. Dies geschieht am sinnvollsten durch eine Diskretisierung des Querschnitts. Jetzt lassen sich für jedes Element die Temperatur berechnen und die entsprechenden Materialwerte zuordnen. Damit erhält jedes Element ein eigenes Spannungs-Dehnungs-Gesetz, das in Beziehung steht zur vorgewählten Aufheizgeschwindigkeit. Diese zweidimensionale Diskretisierung erlaubt zunächst jedoch nur die Berechnung von Bauteilen, bei denen eine geometrische Nichtlinearität nicht zu berücksichtigen ist. Das Traglastproblem für Stützen bedingt jedoch i.d.R. die Berechnung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung, also am verformten System. Diese zusätzliche geometrische Nichtlinearität wird durch eine weitere Diskretisierung in Richtung der Stabachse erreicht.

#### 5. Dehnungs-Spannungs-Zustände im Querschnitt

Die Ermittlung der Dehnungs-Spannungsverteilung eines thermisch belasteten Querschnitts wird wesentlich von der Größe der thermischen Dehnung beeinflußt, die affin zur Temperaturverteilung verläuft. Während bei der "kalten" Stahlbetonberechnung die Dehnungen linear über den Querschnitt verlaufen, sind bei instationärer thermischer Belastung diese spannungserzeugenden Dehnungen selbst nichtlinear (Bild 5). Dieser Sachverhalt muß bei der Ermittlung der zu einer vorgegebenen Lastkombination  $N$ ,  $M$  zugehörigen Grenzdehnungen  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  beachtet werden. Diese Berechnung geschieht, wie üblich, mit Hilfe des totalen Differentials der beiden Funktionen

$$N = N(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad (5.1)$$

$$M = M(\epsilon_1, \epsilon_2) \quad (5.2)$$

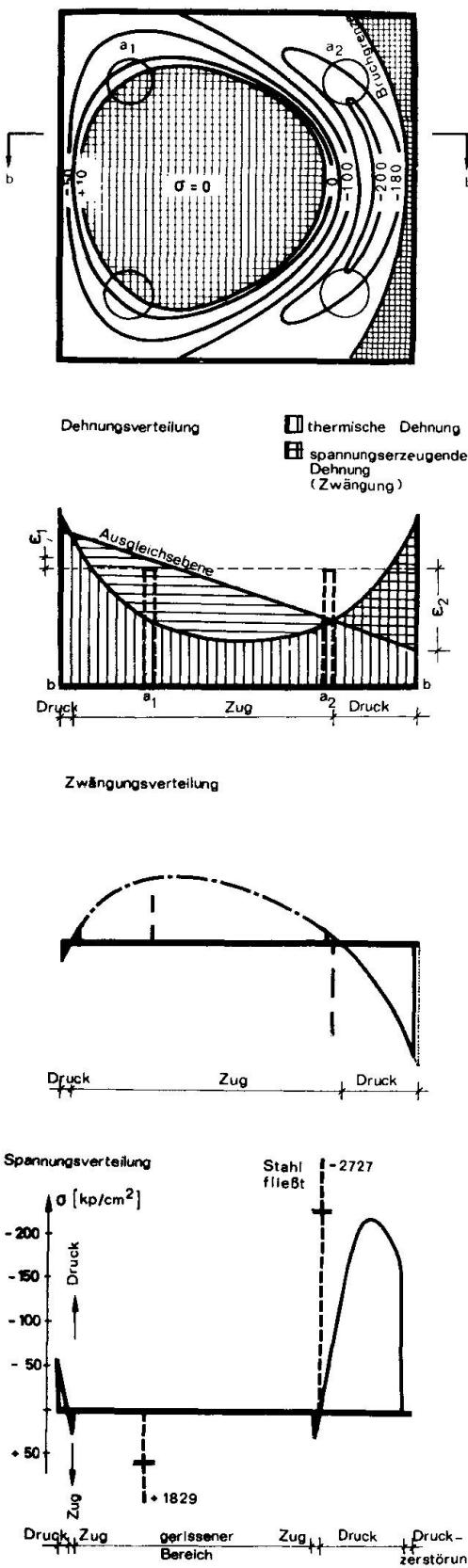


Abbildung 5

Ein ähnlicher Effekt zeigt sich bei der Bestimmung von  $\max M$  nach (6.2). Am Betondruckrand kann sich als maßgebender Dehnwert für die Randelemente  $\epsilon_2 > \epsilon_u$  ergeben.

Infolge der nichtlinearen Zwängungsverteilung und der zum Rand hin abnehmenden Materialfestigkeit ergeben sich jedoch zwei wesentliche Änderungen. Die normalerweise gültigen Grenztragfähigkeitskriterien

$$\max P_{\text{zentr.}} = \sigma(\epsilon = \epsilon_{0,2}) \cdot F_{\text{ideell}} \quad (6.1)$$

$$\max M = M(\epsilon_1 = \delta_5, \epsilon_2 = \epsilon_u) \quad (6.2)$$

lassen sich nur modifiziert auf den "heißen" Traglastfall übertragen. Die Anwendung der Gleichung (6.1) ist a priori wegen der nichtlinearen  $\epsilon$ -Verteilung über den Querschnitt ausgeschlossen. Zudem gilt außerdem für jede Isotherme ein anderer  $\epsilon_{0,2}$ -Wert. Die zentrische Tragfähigkeit eines Querschnittes kann dadurch nur bestimmt werden, indem man das Maximum der  $P(\epsilon)$ -Funktion ermittelt. In Abhängigkeit von der Temperaturverteilung kann sich u. U.  $\max P_{\text{zentr.}}$  erst für einen  $\epsilon$ -Wert ergeben, bei dem die kälteren und damit in ihrer Festigkeit weniger reduzierten Kernbereiche aktiviert und die heißen Randbereiche infolge Druckzerstörung (Zermürbung) bereits ausgefallen sind (Bilder 6 bis 8).

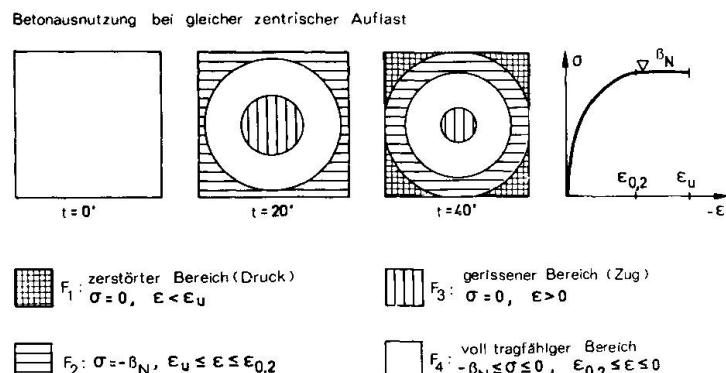
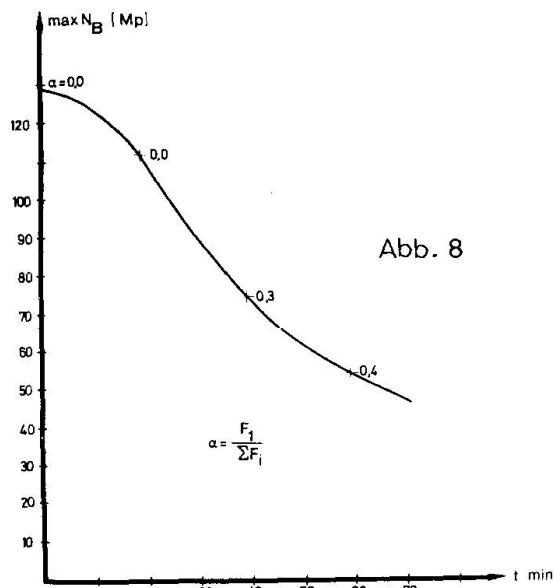
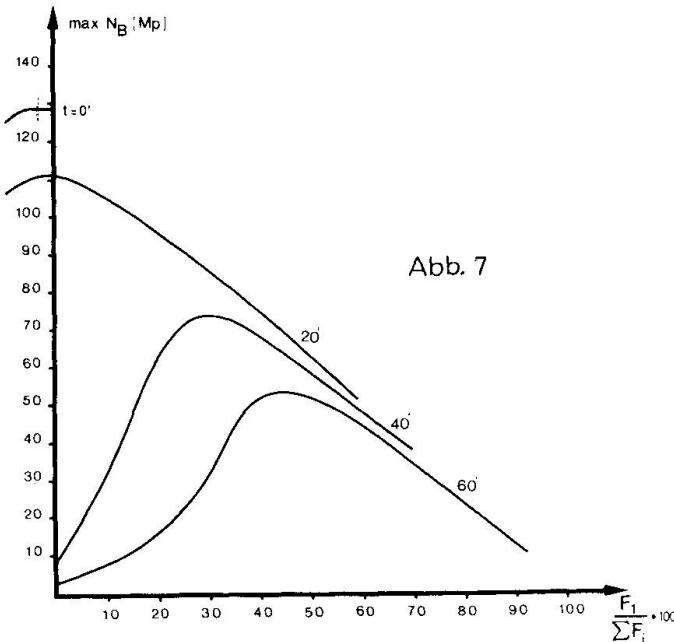


Abbildung 6



## 6. Tragfähigkeit nicht stabilitätsgefährdeter Stahlbetonbauteile

Bei Stahlbetonquerschnitten, die i.d.R. ohne Rücksicht auf Bauteilverformungen berechnet werden (Balken, Rahmenriegel, gedrungene Stützen u. a.) lässt sich deren Grenztragfähigkeit bei Biegedruckbeanspruchung durch das Mu-Nu-Interaktionsdiagramm angeben.

Mit Hilfe der in den Abschnitten 3 und 4 aufgezeigten zweidimensionalen Diskretisierung und Grenztragfähigkeitsbestimmung können jetzt entsprechende Diagramme für thermisch belastete Querschnitte berechnet werden, deren Scharparameter bei konstanten Querschnittswerten die Zeit ist (Bild 9).

## 7. Tragfähigkeit stabilitätsgefährdeter Stahlbetonbauteile

Stabilitätsgefährdete Bauteile sind dadurch gekennzeichnet, daß ein Versagen vor Eintritt der Grenzschnittgrößen nach Abschnitt 5 eintritt. Infolge der Zusatzverformungen nach Theorie II. Ordnung kann das äußere Moment schneller anwachsen als das innere Moment. Die Folge ist ein Stabilitätsversagen ohne Gleichgewichtsverzweigung. Zur Berechnung solcher Systeme wird, wie unter Punkt 3 beschrieben, eine dreidimensionale Diskretisierung benutzt.

Greifen an einem Stabelement  $j$  der Länge  $\Delta l_j$  die beiden Endmomente  $M_i$  und  $M_{i+1}$  an, so ergibt sich über die zugehörigen Krümmungen mit ausreichender Genauigkeit die Stabauslenkung, d. h. Verformung nach Theorie II. Ordnung zu

$$\Delta w_j = \frac{\Delta l_j}{6} (2\kappa_i + \kappa_{i+1}) \quad (7)$$

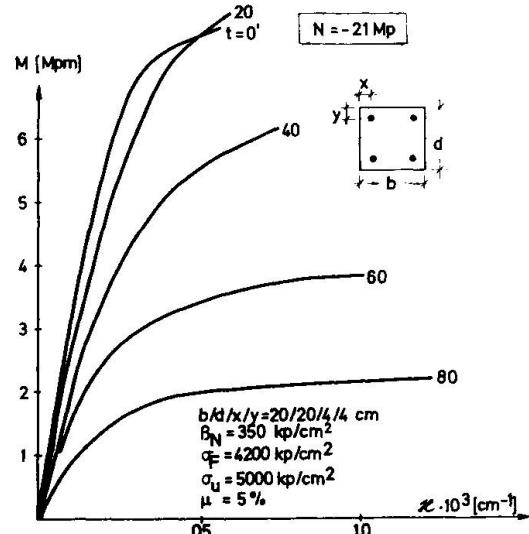
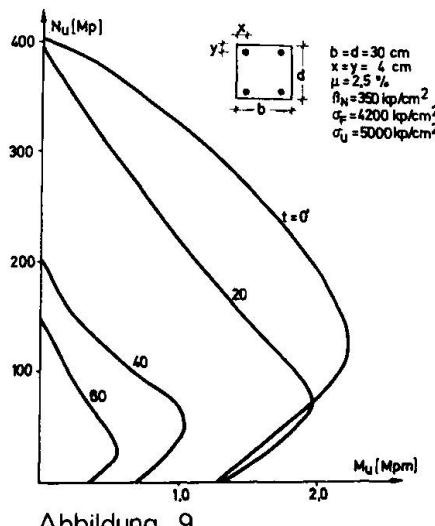
Mit einer rekursiven Iteration kann dann bei einem vorgegebenen Anfangswert von  $M_i$  das Moment  $M_{i+1}$  so bestimmt werden, daß die Kopplungen

$$M_{II} = P \cdot w \quad (8.1)$$

$$M_i = M_{i+1} + M_{II} \quad (8.2)$$

erfüllt werden.

Da die Beziehung Moment-Krümmung ( $M-\kappa$ ) in direkter Form die Steifigkeit repräsentiert, lässt sich aus Bild 10 deren Fortschreitender Abbau bei zunehmender Temperaturbeanspruchung erkennen. Unter Beachtung der Gleichungen (7) und (8) wird der zunehmende Einfluss der Verformungsmomente nach Theorie II. Ordnung und damit der zu erwartende Traglastverlust deutlich.



Die praktische Bemessung schlanker Stahlbetondruckglieder erfolgt in der BRD nach DIN 1045 i.d.R. mit Hilfe des sogenannten "Ersatzstabverfahrens". Um einen Vergleich zwischen "heißer" und "kalter", also der üblichen Traglast zu ermöglichen, soll den folgenden Betrachtungen auch das statische Modell dieses "Ersatzstabverfahrens" zugrunde gelegt werden (s. Bild 11).

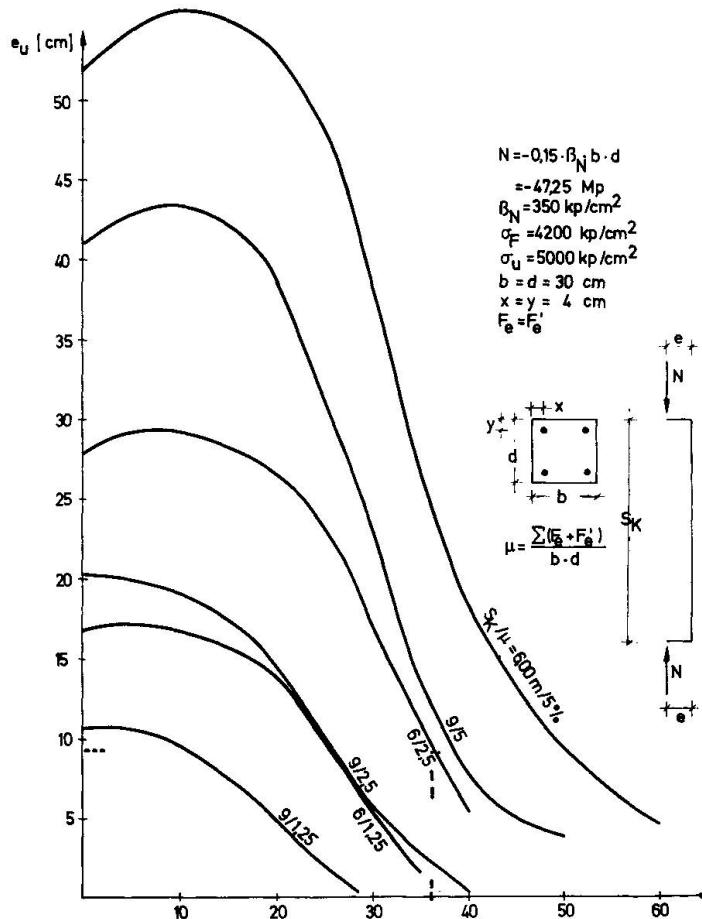


Abbildung 11

Definiert man als Traglast die Kombination aus  $N$  und zugehörigem Maximalmoment  $M_u(N) = N \cdot e_u$ , so lässt sich der Abbau der Traglast bei konstanter Auflast  $N$  durch die Verkleinerung der maximal aufnehmbaren Exzentrizität  $e_u$  darstellen. Abb. 11 zeigt diesen so definierten Abbau der Traglast für einen Querschnittstyp bei verschiedenen Bewehrungsprozentsätzen und Stablängen. Der Zeitpunkt, zu dem kein planmäßiges Moment mehr aufnehmbar ist, wird erreicht mit  $e_u \leq \bar{e}_o$ , wobei hier  $\bar{e}_o$  die sicherheitstheoretisch bedingte "ungewollte" Ausmitte darstellt ( $\bar{e}_o \approx S_k / 300$ ).

### 8. Längsdehnungsbehinderte Stützen

Die Dehnung einer thermisch belasteten Stahlbetonstütze wird in vielen Fällen durch Unterzüge, Wandscheiben oder andere Stützen mehr oder weniger stark behindert. Eine Beurteilung des Versagenszeitpunktes ist ohne Kenntnis der daraus resultierenden Zwängungs Kräfte nicht möglich.

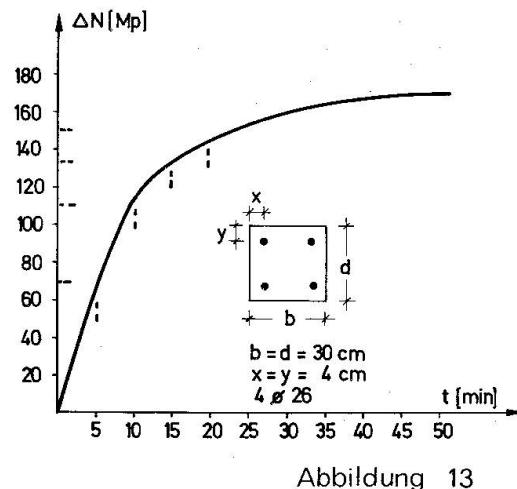
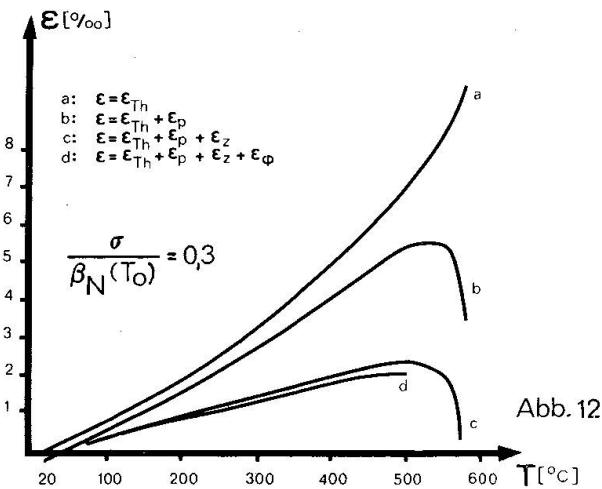
Neuere experimentelle Untersuchungen über das Verformungsverhalten von belastetem Beton bei instationärer Temperaturbeanspruchung zeigen eine der aktuellen Festigkeitsausnutzung überproportionale Zunahme der Stauchungen. Diese Verformungen sind wesentlich größer als die den Lastspannungen zugeordneten Dehnwerte  $\varepsilon_p = \varepsilon(\sigma)$ . Die Gesamtstauchungen einer unter Last stehenden Betonprobe gegenüber einer unbelasteten Probe setzt sich additiv aus folgenden Einzeldehnungen zusammen:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_z + \varepsilon_\varphi \quad (9)$$

Der Anteil  $\varepsilon_\varphi$  stellt einen reinen viskoelastischen, temperatur- und spannungsabhängigen Kriechanteil dar, der jedoch i.d.R. vernachlässigt werden kann. Der verbleibende Anteil  $\varepsilon_z$  resultiert aus einer fortschreitenden Gefügezerstörung infolge innerer Mikrorißbildung. Bild 12 zeigt das temperaturabhängige Verhalten dieser Einzelverformungen. Überträgt man diesen Sachverhalt auf einen Stützenquerschnitt, so gilt es, jedem Punkt das ihm eigene funktional gekoppelte Wertetripel

$$\{ \sigma, T, \varepsilon_z \}$$

zuzuordnen und gleichzeitig gewisse physikalische Randbedingungen des Gesamtquerschnitts zu erfüllen. Bild 13 zeigt die so ermittelte zeitliche Entwicklung der Zwängungs Kräfte für einen Querschnittstyp bei vollständiger Längsdehnungsbehinderung.



### 9. Beispiel

Es soll die Sicherheit einer Stahlbetonstütze im Brandlastfall mit folgenden geometrischen Daten untersucht werden:  $b = d = 30 \text{ cm}$ ,  $x = y = 4,0 \text{ cm}$ ,  $s_K = 6,00 \text{ m}$ . Die Werkstoffe werden entsprechend DIN 1045 gewählt: Bn 350, BST 42/50. Die Stütze sei, einer Beanspruchung im Gebrauchszustand von  $N_o = -47,25 \text{ Mp}$  und  $M_o = 4,55 \text{ Mpm}$  ( $e_o = 4,55/47,25 = 9,63 \text{ cm}$ ) entsprechend, mit  $Fe+Fe' = 4,5,6 \text{ cm}^2$  (2,5 %) bewehrt. Die Traglast dieser Stütze im "kalten" Zustand errechnet sich zu

$$M_u = 17,0 \text{ Mpm} \text{ und } e_u = 28,0 \text{ cm.}$$

Für eine thermische Belastung entsprechend der ETK (Abb. 1) soll der Zeitpunkt ermittelt werden, zu dem die Stütze unter Gebrauchslast versagt. Unterliegt die Stütze keiner Längsdehnungsbehinderung, so kann der Traglastabbaubild 11 entnommen werden. Der Versagenszeitpunkt ergibt sich zu krit  $t = 36$  Minuten.

Bei vollständiger Längsdehnungsbehinderung werden Zwängungskräfte geweckt, deren Verlauf Bild 13 wiedergibt. Der Einfluß auf die Traglast kann nur erfaßt werden, indem  $\epsilon_u$ -Verläufe entsprechend Bild 11 für diskrete Zeitpunkte  $t$  mit der Gesamtlast  $P(t) = N + \Delta P(t)$  berechnet werden (Bild 14). Es zeigt sich, daß infolge der starken Normalkraftzunahme die gleichzeitig mögliche Momentenbelastung stark zurückgeht und ein Versagen bereits nach krit  $t = 14$  Minuten eintritt.

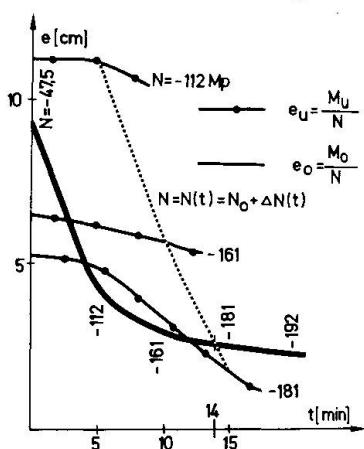


Abbildung 14

#### Literatur:

- [1] Klingsch, W.: "Traglastberechnung thermisch beanspruchter Stahlbetondruckglieder mit zwei- und dreidimensionaler Diskretisierung" – Dissertation, TU Braunschweig, 1974 –
- [2] Schneider, U.: "Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen" – Dissertation, TU Braunschweig, 1973 –
- [3] Ehm, H.: "Ein Beitrag zur rechnerischen Bemessung von brandbeanspruchten balkenartigen Stahlbetonbauteilen" – Dissertation, TU Braunschweig, 1967 –

#### ZUSAMMENFASSUNG

Eine zwei- und dreidimensionale Diskretisierungsmethode zur Traglastberechnung von brandbeanspruchten Stahlbetonstützen unter Beachtung eines wirklichkeitsnahen Festigkeits- und Verformungsverhaltens wird erläutert. Es werden sowohl physikalische als auch geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt. Es wird gezeigt, dass ein Bauteilversagen bereits unter Gebrauchslasten zu erwarten ist und dass bei Längsdehnungsbehinderung dieser Versagenszeitpunkt sehr früh eintreten kann.

**SUMMARY**

A 2- and 3-dimensional discretization process is discussed for the ultimate-load calculation of reinforced concrete columns under fire conditions, considering the stiffness and deformation behavior close to reality. Not only the physical but also the geometric non-linearities are taken into consideration. It is shown that failure of a structural element may be expected under service loading, and that the instant of failure can be very early if the longitudinal expansion is restrained.

**RESUME**

On indique une méthode de discrétisation bi- et tridimensionnelle pour le calcul de la charge ultime des colonnes en béton armé soumises au feu, en tenant compte d'un comportement tension - déformation proche de la réalité. On tient compte des comportements non-linéaires aussi bien physiques que géométriques. On démontre que la ruine d'un élément soumis à sa charge utile peut se produire, et qu'en cas d'empêchement de déformation longitudinale, cette ruine peut intervenir très tôt.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**