

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

**Band:** 16 (1974)

**Artikel:** Zur zuverlässigen Bemessung von Bauteilen mit Hilfe der ersten und zweiten Momente der Zufallsvariablen von Last und Festigkeit

**Autor:** Schäfer, Horst

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-15736>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Zur zuverlässigen Bemessung von Bauteilen mit Hilfe der ersten und zweiten Momente  
der Zufallsvariablen von Last und Festigkeit**

For a Reliable Design of Structural Elements by Means of the First and Seconds Moments  
of the Random Variables of Load and Strength

Vers un dimensionnement sûr des éléments de construction à l'aide des premiers et  
deuxièmes moments des variables statistiques de la charge et de la résistance

**Horst SCHÄFER**  
TH Darmstadt, BRD

1. Einleitung

Aufgabe des Ingenieurs ist es, Bauwerke wirtschaftlich und zuverlässig zu erstellen, so daß sie die ihnen zugesetzten Funktionen erfüllen können und nur mit einer sehr kleinen, akzeptierten Wahrscheinlichkeit versagen. Für den entwerfenden Ingenieur ist der Teil der Versagenswahrscheinlichkeit, der aus den Streuungen der Beanspruchungs- und Beanspruchbarkeitsparameter herrührt, für die Bemessung ausschlaggebend. Wenn auch bisher noch keine befriedigende Philosophie für die Ermittlung von Grenzwerten für die zulässigen Versagenswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von den Versagensfolgen besteht, so sind sich doch alle Beteiligten einig in der Forderung nach gleicher Versagenswahrscheinlichkeit für vergleichbare Bauwerke und Bauteile. Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit als Maß für die Sicherheit einer Konstruktion hat die Schwächen bisheriger Bemessungsverfahren zutage gefördert, und es besteht der dringende Wunsch nach einem praktikablen neuen Bemessungsverfahren, das die Mängel des auf Nennwerten basierenden Verfahrens mit stark schwankenden Versagenswahrscheinlichkeiten vermeidet. Die Standardabweichung  $\sigma$  ist ein brauchbares Maß für die Streuung der Zufallsvariablen. Ist neben dem Mittelwert  $\bar{x}$  auch die Standardabweichung  $\sigma$  einer Zufallsvariablen mit einer gewissen Aussagewahrscheinlichkeit bekannt, dann führt die Berücksichtigung dieser zusätzlichen Information, auch wenn die genaue Form der Dichtefunktion der Zufallsvariablen unbekannt ist, zu viel ausgeglicheneren Sicherheiten (Versagenswahrscheinlichkeiten) als wenn man nur mit dem Mittelwert  $\bar{x}$  oder einem Fraktilwert  $x_p$  rechnet.

Das Bestreben, dimensionslose Größen zu verwenden, führte auf die bevorzugte Verwendung der Variationskoeffizienten  $V_S = \sigma_S/\bar{x}_S$  und  $V_R = \sigma_R/\bar{x}_R$  der Beanspruchungs- und Beanspruchbarkeitsparameter in den bisher vorgeschlagenen Bemessungsgleichungen, z.B. [1] bis [6]. Dabei wurde zum Teil übersehen oder in Kauf genommen, daß die Variationskoeffizienten der meisten Parameter nicht konstant, sondern eine Funktion des Mittelwertes sind. Aus der Definitionsgleichung des Variationskoeffizienten  $V = \sigma/\bar{x}$  erkennt man, daß bei konstantem Variationskoeffizienten  $V_0$  die Standard-

abweichung eine lineare Funktion vom Mittelwert ist, die für kleine Mittelwerte die Streuung der Parameter unterschätzt.

Dies sei am Beispiel der Lastexzentrizität einer Stahlbetonstütze näher erläutert. Erwartet man bei einer Stütze für die Last die Exzentrizität  $\bar{e} = 0$ , dann bedeutet dies noch nicht, daß die Stütze wirklich mittig belastet wird. In Abhängigkeit von der Streuung der Exzentrizität  $e$ , charakterisiert durch die Standardabweichung  $\sigma_e$ , wird die einzelne Stütze in Wirklichkeit mehr oder weniger exzentrisch belastet. Rechnet man mit konstantem Variationskoeffizienten  $V_{oe}$ , dann erhält man für  $\bar{e} \rightarrow 0$  auch  $\sigma_e = V_{oe} \cdot \bar{e} \rightarrow 0$ . Die Beanspruchung der Stütze wird unterschätzt. Da schlanke Stützen aber sehr empfindlich gegen exzentrische Beanspruchungen sind, erhält man eine große Schein-Sicherheit [18]. Durch die Vorgabe einer konstanten, ungewollten Exzentrizität  $e_u$  wurde das Problem in der deterministischen Sicherheitsanalyse gelöst. Eine stochastische Analyse erfordert jedoch eine Berücksichtigung der streuenden Eigenschaften der Lasten und der Exzentrizität. Bei anderen Parametern wie Lage der Bewehrung, Querschnittsabmessungen und den Festigkeiten von Beton und Stahl liegen die Verhältnisse ähnlich. Deshalb wird nachfolgend ein Vorschlag für eine bessere Erfassung der Streuungen der Parameter unterbreitet.

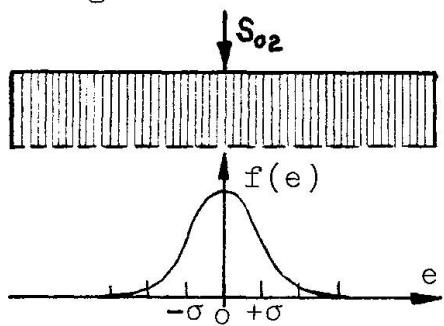


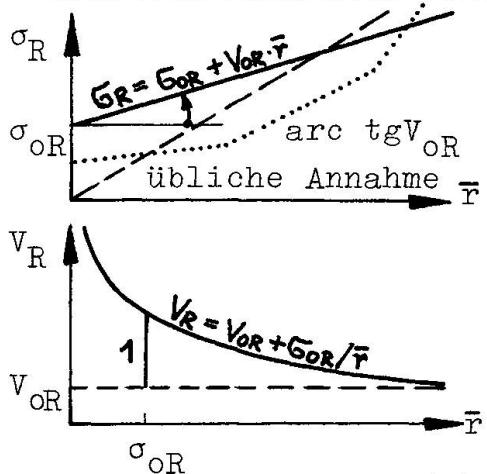
Abb. 1: "Mittig" belastete Stahlbetonstütze

Um die Abhängigkeit der Standardabweichung vom Mittelwert zu erfassen, werden die folgenden linearen Funktionen angenommen mit denen die Streuungen der meisten Parameter ausreichend genau beschrieben werden können:

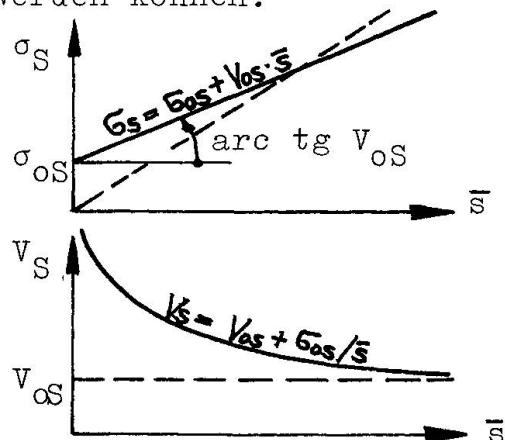
$$\text{Festigkeit: } \sigma_R = \sigma_{oR} + V_{oR} \cdot \bar{r}, \quad V_R = V_{oR} + \sigma_{oR}/\bar{r} \quad (1)$$

$$\text{Last: } \sigma_S = \sigma_{oS} + V_{oS} \cdot \bar{s}, \quad V_S = V_{oS} + \sigma_{oS}/\bar{s}$$

Darin sind  $\sigma_{oR}$ ,  $V_{oR}$ ,  $\sigma_{oS}$ ,  $V_{oS}$  konstante Werte, die mit Hilfe der linearen Regressionsanalyse in Abhängigkeit vom Mittelwert der untersuchten Parameter bestimmt werden können.



a) Beanspruchbarkeit (R)



b) Beanspruchung (S)

Abb. 2: Standardabweichung und Variationskoeffizient in Abhängigkeit vom Mittelwert.

Die bei konstanten Variationskoeffizienten  $V_{ox}$ ,  $V_{os}$  bisher stillschweigend vorausgesetzten Beziehungen sind gestrichelt in Abb. 2 eingetragen. Sollte eine lineare Beziehung nach Gl. (1) bei der Beschreibung der Streuung für einen Einzelparameter einmal nicht ausreichen, dann kann durch eine bereichsweise Linearisierung (punktierter Linienzug in Abb. 2a) eine gute Annäherung erzielt werden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß die Variationskoeffizienten  $V_R$ ,  $V_S$  für kleine Mittelwerte  $\bar{x}$ ,  $\bar{s}$  über alle Grenzen anwachsen. In diesen Bereichen darf das bei der Ermittlung der Streuung von Funktionen  $Z=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  von unkorrelierten Zufallsgrößen  $X_i$  aus der TAYLOR-Entwicklung gewonnene GAUSS'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n (\partial f / \partial x_i |_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n})^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 \quad (2)$$

das nur für kleine Werte von  $\sigma_x \ll \bar{x}$  oder  $\frac{\sigma_x}{\bar{x}} \equiv V_x \ll 1$

(in praxi  $\frac{\sigma_x}{\bar{x}} \equiv V_x < 0,3$ ) gilt, nicht angewendet werden.

## 2.1 Ermittlung der Standardabweichung $\sigma_{ox}$ und des Variationskoeffizienten $V_{ox}$ einer Zufallsgröße $X$

Vorausgesetzt wird die Auswertung einer großen Zahl von Zufallsexperimenten (Versuchen), wobei jeweils für einen erwarteten Mittelwert  $\bar{x}$  die Standardabweichung  $\sigma_x$  bestimmt worden sei. Trägt man die  $\sigma_x$  über  $\bar{x}$  auf (Abb. 3), dann läßt sich meist mit guter

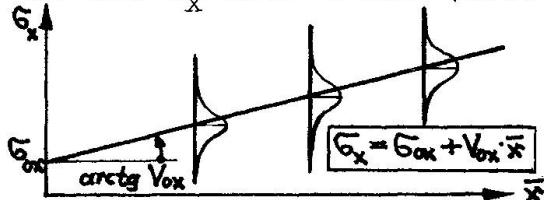


Abb. 3 zur Ermittlung einer Ausgleichsgeraden

Näherung eine Ausgleichsgerade durch diese Punkte zeichnen. Numerisch gewinnt man Schätzwerte für die Regressionskoeffizienten  $\sigma_{ox}$  und  $V_{ox}$  mit den Mitteln der linearen Regressionsanalyse (Fehlerquadratminimum, Maximum-Likelihood-Methode), die der Fachliteratur entnommen werden können.

Nachfolgend soll versucht werden, die Standardabweichung der für die Stützenbemessung wesentlichen Parameter anzugeben. Hierzu sind weitere Untersuchungen erforderlich.

## 2.2 Standardabweichung der Last

Während die Streuung des Eigengewichts im allgemeinen vernachlässigbar sein wird, kommt einer richtigen Einschätzung der Streuung der Verkehrslast eine große Bedeutung zu. Größe, Verteilung und Streuung der Verkehrslast ist für die verschiedenen Lastarten sehr verschieden [7]. Ihre Transformation zu den Schnittgrößen, z. B. zum Biegemoment  $S_1$  und zur Normalkraft  $S_2$  exzentrisch belasteter Stützen kann bei linearen Systemen durch die folgenden Gleichungen beschrieben werden [5]:

$$S_1 = \sum_{i=1}^m a_{1i} \cdot S_{oi}, \quad S_2 = \sum_{i=1}^m a_{2i} \cdot S_{oi}. \quad (3)$$

Darin sind die  $S_{oi}$  die einzelnen Lasten und die  $a_{1i}$ ,  $a_{2i}$  system- und steifigkeitsabhängige Zufallsgrößen, die aber infolge der dabei durchgeführten Integrationen meist deterministisch angenommen werden können. Da die Lasten oft mehr oder weniger streng korreliert sind, ist die Ermittlung der Streuungen der Schnittgrößen

aufwendig [5]. Die Lasten sind am wenigsten erforscht. Ihrer besseren Erfassung kommt daher eine große Bedeutung zu.

### 2.3 Standardabweichung der Lastexzentrizität

Die Exzentrizität der Stützenlast setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, der Lastexzentrizität an der Lasteinleitungsstelle und den geometrischen Imperfektionen der Stütze. Der erste Anteil hängt mit den im vorigen Abschnitt besprochenen Problemen zusammen. Der zweite Anteil, bisher ebenfalls wenig untersucht, kann näherungsweise aus den Neigungen der Stützen ermittelt werden. Angaben über Fertigteilstützen finden sich in [8], mit deren Hilfe die in Abb. 4

dargestellten Standardabweichungen ermittelt wurden. Die geometrischen Imperfektionen sind unabhängig von  $\bar{e}_2$ . Die Gesamt-Standardabweichung ergibt sich zu  $\sigma_e = \sqrt{\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2}$ .

Bei Ortbetonstützen ergeben sich wahrscheinlich größere Werte. Die Stahlbetonnorm der BRD schreibt eine ungewollte Exzentrizität  $e_u = s_k/300$  ( $s_k$  = Abstand der Wendepunkte der Knickbiegelinie) vor. Dieser Wert ist sehr gering; er darf aber nicht separat, sondern muß im Rahmen des gesamten Sicherheitssystems der Norm betrachtet werden.  $e_u = 1\text{ cm} + 0,03 \cdot d \leq 5\text{ cm}$  [18] entspricht der Wirklichkeit wahrscheinlich besser.

Abb. 4: Geometrische Imperfektionen von Fertigteilstützen

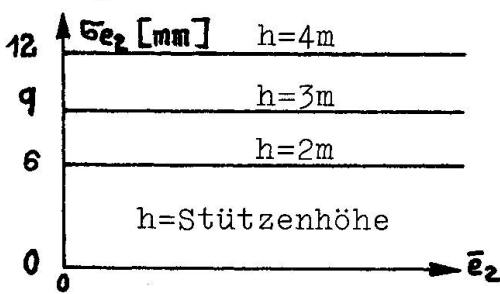


Abbildung 4 zeigt die Standardabweichungen  $\sigma_{e1}$  in Abhängigkeit von der Stützenhöhe  $h$  für verschiedene Stützenhöhen  $h = 2\text{ m}, 3\text{ m}, 4\text{ m}$ .

### 2.4 Standardabweichung der Betondruckfestigkeit

Die Abhängigkeit der Standardabweichung von der Betondruckfestigkeit wurde in [9] für Normalbetone eingehend untersucht. Im interessierenden Festigkeitsbereich kann eine konstante Standardabweichung von  $\sigma_{\text{sp}b} \approx 50 \text{ kp/cm}^2$  angenommen werden.

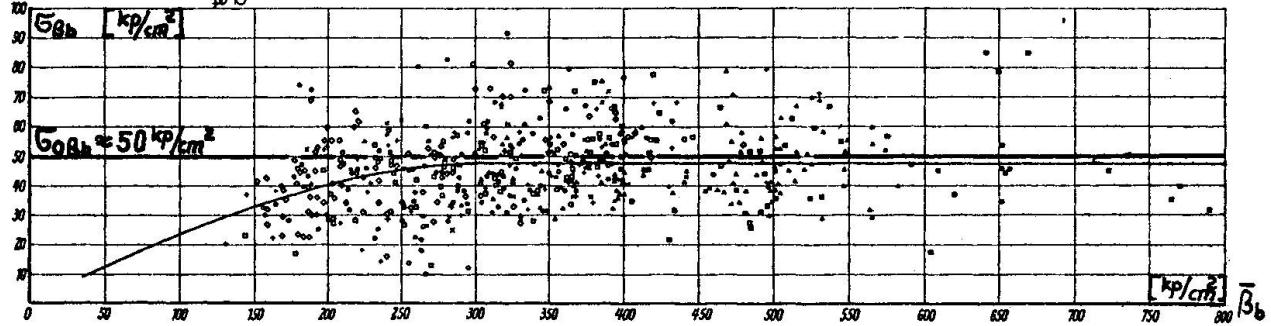


Abb. 5: Standardabweichung der Betondruckfestigkeit

Die Standardabweichung des Betons hängt sehr stark von der Sorgfalt bei der Herstellung, Verdichtung und Nachbehandlung des Betons ab. Aus Abb. 5 erkennt man auch, daß jede Aussage über die zu erwartenden statistischen Kennzahlen nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit möglich ist.

Die Betonzugfestigkeit streut noch stärker als die Druckfestigkeit. In Abb. 6 sind die Standardabweichungen über den Mittelwerten aus 648 unter Laborbedingungen durchgeföhrten reinen Zugversuchen aufgetragen [10]. Die relativ geringe Zahl erlaubt noch keine endgültigen Schlüsse. Im Gegensatz zur Druckfestigkeit scheint bei der Zugfestigkeit eine lineare Abhängigkeit der Stan-

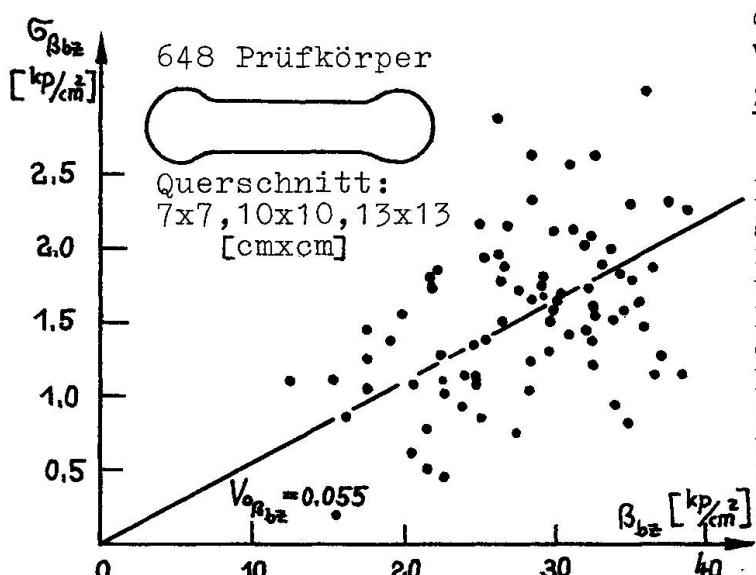


Abb. 6: Standardabweichung der Betonzugfestigkeit (Labor)

dardabweichung vom Mittelwert gegeben zu sein.

### 2.5 Standardabweichung der Stahlstreckgrenze

Der Stahl kann bei Druckgliedern infolge der geringen Betongrenzstauchung und bei biegebeanspruchten Bauteilen wegen der erforderlichen Begrenzung der Rißweiten meist nur bis zur Streckgrenze ausgenutzt werden. Die Streuung der Streckgrenze ist relativ gut erforscht. Aus Abb. 7 geht hervor, daß die Standardabweichung nur wenig von der Stahlgüte abhängt ( $\sigma_{0.2S}$  2,4 kp/mm<sup>2</sup>). Natürlich kann man für die einzelnen Stahlgüten auch Variationskoeffizienten festlegen und damit rechnen (punktierter Linien in Abb. 7). Man erkennt jedoch, daß diese Vorgehensweise nur bei Größen mit diskreten Mittelwerten sinnvoll ist.

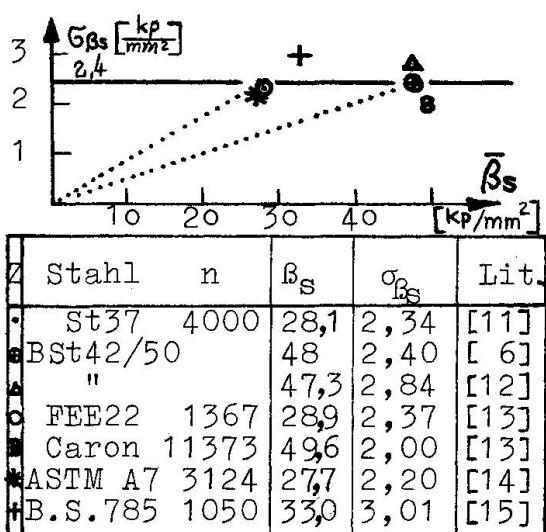


Abb. 7: Standardabweichung der Stahlstreckgrenze

### 2.6 Standardabweichung der Querschnittswerte

Die Streuungen der Betonquerschnitte können aus den Streuungen der Querschnittsabmessungen ermittelt werden. An 1068 Fertigteilstützen wurden die in Abb. 8 dargestellten Streuungen der Stützenabmessungen gemessen [8]. Ortbetonstützen dürften erheblich stärker streuende Querschnittsabmessungen besitzen. Die geringen Streuungen der Querschnittsfläche der Bewehrungsstäbe wird man meist vernachlässigen können. Je nach Prüfvorschrift sind sie auch in den Streuungen der Stahlstreckgrenze enthalten.

Bei den Querschnittswerten ist die Lage der Bewehrung im Querschnitt bei biegebeanspruchten Bauteilen von großem Einfluß auf die Traglast. Hierbei muß mit noch größeren Streuungen gerechnet werden, als bei den Querschnittsabmessungen von Ortbetonstützen.

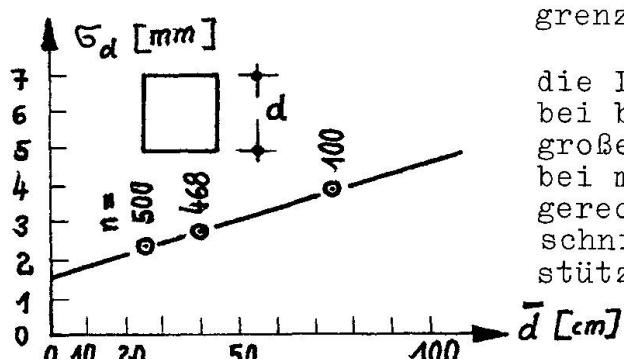


Abb. 8: Standardabweichungen der Querschnittsabmessungen

### 3. Bemessungsgleichungen für normalverteilte Lasten und Festigkeiten

Für die folgenden Bemessungsgleichungen sei vorausgesetzt, daß die Beanspruchungen und Beanspruchbarkeiten durch jeweils eine eindimensionale, normalverteilte Zufallsgröße ausreichend genau beschrieben werden können. Diese Voraussetzung ist oft nur näherungsweise erfüllt.

Nach [2], [3], erhält man die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  als Funktion der ersten und zweiten Momente von Beanspruchung und Beanspruchbarkeit  $\frac{\bar{x}}{G_z}$

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\bar{x}/G_z} \exp[-\xi^2/2] d\xi = \phi(\bar{x}/G_z) = \phi(\beta) \quad (4)$$

mit  $\beta = \frac{\bar{x}}{G_z} = \frac{\bar{r} - \bar{s}}{\sqrt{G_R^2 + G_S^2}}$ .

Bei einer maximal zulässigen Versagenswahrscheinlichkeit von  $zul. P_f$  muß  $\beta = \bar{\beta} \geq 0$  (zul.  $P_f$ ) sein. Die erforderlichen  $\bar{\beta}$ -Werte können Abb. 9 entnommen werden. Damit ergibt sich die Bemessung in der Form

$$\bar{r} \geq \bar{s} + \bar{\beta} \cdot \sqrt{G_R^2 + G_S^2} \quad (5)$$

Werden die Ansätze für die Standardabweichungen (1) eingesetzt, erhält man

$$\bar{r} \geq \bar{s} + \bar{\beta} \cdot \sqrt{(G_{oR} + V_{oR} \cdot \bar{r})^2 + (G_{oS} + V_{oS} \cdot \bar{s})^2} \quad (6)$$

Für die Ermittlung der erforderlichen Beanspruchbarkeit  $\bar{r}$  ist diese Gleichung ungeeignet, weil  $\bar{r}$  links und rechts vom Gleichheitszeichen steht. Das Bemessungsproblem ist auf verschiedenen Wege lösbar:

a. Geschlossene Lösung

$$\bar{r} \geq \bar{s} \left\{ \frac{1 + \bar{\beta}^2 V_{oR} \cdot G_{oR} / \bar{s} + \bar{\beta} \cdot \sqrt{V_{oR} \left[ 2 \frac{G_{oR}}{\bar{s}} + V_{oR} \left( 1 + \bar{\beta}^2 \frac{G_{oR}}{\bar{s}^2} \right) \right] + \left[ V_{oS}^2 + 2V_{oS} \frac{G_{oS}}{\bar{s}} + \left( \frac{G_{oS}}{\bar{s}} \right)^2 \left( \frac{G_{oR}}{\bar{s}} \right)^2 \right] \left[ 1 - \bar{\beta}^2 \frac{V_{oR}^2}{\bar{s}^2} \right]}}}{1 - \bar{\beta}^2 V_{oR}^2} \right\} \quad (7)$$

b. Iterative Lösung

Man setzt in erster Näherung auf der rechten Seite von Gl. (6)  $\bar{r} = \bar{s}$  und ermittelt  $\bar{r}$  aus Gl. (6) neu; usw.

c. Näherungslösung

Setzt man  $\bar{r} = \bar{s} / (1 - \bar{\beta} \cdot V_{oR})$  in die Lösung des ersten Iterations schrittes nach b. und diese in Gleichung (6), dann erhält man als Bemessungsgleichung

$$\bar{r} \geq \bar{s} + \bar{\beta} \cdot \sqrt{G_{oR} + V_{oR} \left( \bar{s} + \bar{\beta} \cdot \sqrt{G_{oR} + V_{oR} \cdot \bar{s} / (1 - \bar{\beta} \cdot V_{oR})} \right)^2 + (G_{oS} + V_{oS} \cdot \bar{s})^2} \quad (8)$$

Diese Näherung liefert ausreichend genaue Ergebnisse. Für konstante Standardabweichungen, d. h.  $V_{oR} = 0$ ,  $V_{oS} = 0$ , erhält man folgende einfache Bemessungsgleichung

$$\bar{r} \geq \bar{s} + \bar{\beta} \sqrt{G_{oR}^2 + G_{oS}^2} \quad (9)$$

In dieser Form ist die Gleichung invariant gegen Koordinatentransformationen. Hängen die Standardabweichungen linear vom Mittelwert ab und ist  $\sigma_{oR} = 0$ ,  $\sigma_{oS} = 0$ , dann erhält man die Bemessungsgleichung in der von CORNELL [3] angegebenen Form.

$$\bar{r} \geq \bar{s} \cdot \left\{ \left[ 1 + \bar{\beta} \sqrt{V_{oR}^2 + V_{oS}^2 - \bar{\beta}^2 V_{oR}^2 V_{oS}^2} \right] / [1 - \bar{\beta}^2 V_{oR}^2] \right\} \quad (10)$$

Der Ausdruck in der geschweiften Klammer kann als Sicherheitsfaktor gedeutet werden. Diese Schreibweise kommt der Vorstellung entgegen, daß eine Last mit einem konstanten Faktor zu erhöhen sei, um ausreichende Sicherheit zu erhalten. KIRCHNER [16] schlug vor, bei kleinen Mittelwerten die Streuung direkt additiv zu berück -

sichtigen, wie es in Gl. (9) zum Ausdruck kommt. Die vorangehenden Beziehungen lassen die Zusammenhänge von additiven oder multiplikativen Sicherheitszuschlägen gut erkennen. Ein Sicherheitssystem mit ausgeglichenen Versagenswahrscheinlichkeiten erfordert eine unterschiedliche Beaufschlagung der streuenden Parameter:

Parameter mit  $\sigma_0 \neq 0$ ,  $V_0 = 0$ : additiver Zuschlag

Parameter mit  $\sigma_0 = 0$ ,  $V_0 \neq 0$ : multiplikative Erhöhung

Parameter mit  $\sigma_0 \approx V_0 \cdot \bar{x}$ : kombinierter Zuschlag

Ein solches System wird für die praktische Anwendung recht kompliziert. Demgegenüber erscheint die direkte Anwendung der Bemessungsgleichungen (5)-(10) als eine mögliche Alternative. Wenn die Standardabweichungen  $\sigma_R$  und  $\sigma_S$  aus den Streuungen weniger Parameter relativ mühelos ermittelt werden können, kann für eine gegebene Last  $\bar{s}$  die erforderliche Beanspruchbarkeit  $r$  bestimmt und damit z. B. die Bemessung der Bewehrung vorgenommen werden. Für das anzustrebende Sicherheitssystem ist es von untergeordneter Bedeutung, ob mit Erwartungswerten oder Fraktilwerten gerechnet wird, wenn der Informationsgehalt der verwendeten Größen gleich ist.

#### 4. Ermittlung der Kenngrößen von Beanspruchungen und Beanspruchbarkeiten

Beanspruchung und Beanspruchbarkeit sind meist Funktionen einer großen Zahl von Zufallsvariablen. Wird der Vergleich von Beanspruchung und Beanspruchbarkeit auf der Basis von Spannungsresultanten der Koordinatenspannungen durchgeführt, dann handelt es sich zudem meist um mehrdimensionale Probleme, deren einfache rechnerische Handhabung nur möglich ist, wenn ihre Reduktion auf ein ein dimensionales Problem gelingt [5].

Nachfolgend sollen einige Transformationsgleichungen mitgeteilt werden, die für normalverteilte Zufallsvariable  $X_i$  meist streng und für Variable mit anderen Dichtefunktionen näherungsweise gelten.

Summe von Zufallsvariablen  $X_i$ :  $Z = \sum_{i=1}^n X_i$

$$\bar{z} = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i, \quad \sigma_z^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2 \quad (11)$$

Produkt von Zufallsvariablen  $X_i$  [7]:  $Z = \prod_{i=1}^n X_i$

$$\bar{z} = \prod_{i=1}^n \bar{x}_i, \quad \bar{z}^2 + \sigma_z^2 = \prod_{i=1}^n (\bar{x}_i^2 + \sigma_{x_i}^2) \quad (12)$$

#### 5. Vergleich mit Bemessungsverfahren von BASLER oder CORNELL

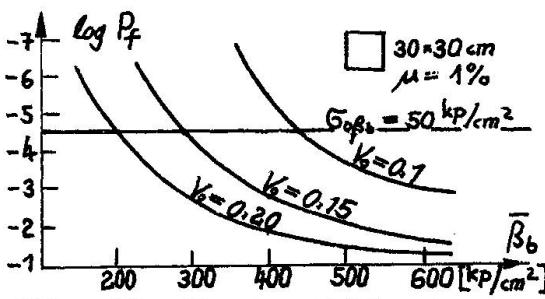


Abb. 10:  $P_f$  in Abhängigkeit von der Betongüte

An einem einfachen Beispiel sei ein Vergleich durchgeführt. Eine mittig belastete Stütze wurde mit dem vorgeschlagenen Verfahren Gl. (7) für eine Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f = 3 \cdot 10^{-5}$  bemessen. Für verschiedene Variationskoeff.  $V_S$ ,  $V_R$  wurde nun die Versagenswahrscheinlichkeit nach [2], [3] ermittelt. Abb. 10 zeigt die starke Abhängigkeit von  $P_f$  von der Betongüte bei einer Bemessung mit konstanten Variationskoeffizienten. Natürlich kann man Übereinstimmung erzielen, wenn man die Variationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Betongüte festlegt

Literaturverzeichnis

- [1] Freudenthal, A. M.: Safety and the Probability of Structural Failure, Proceedings of ASCE, Separate No. 468, 1954.
- [2] Basler, E.: Untersuchungen über den Sicherheitsbegriff von Bauwerken. Dissertation, ETH, Zürich, 1960.
- [3] Cornell, C. A.: A Probability-Based Structural Code. Journal of the ACI, 1969, S. 974.
- [4] Ang, A. H.-S., Amin, M.: Safety Factors and Probability in Structural Design. Journal of the Struct. Div., Proc. of the ASCE, Vol. 95, 1968, S. 1389.
- [5] Ferry Borges, J., Castanheta, M.: Structural Safety. 2nd edition - Lisbon, 1971.
- [6] König, G., Heunisch, M.: Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau. Berlin, 1972.
- [7] König, G. Marten, K.; Linse, D.; Müller, K. F., Rackwitz, R.; Davenport, G., Zilch, K. in: Sicherheit von Betonbauten, Wiesbaden, 1973.
- [8] Rudersdorf, F. A.: Maßtoleranzen im Bauwesen. betonfertigteilforum 5/72, S. 3
- [9] Rüsch, H., Sell, R., Rackwitz, R.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit. DAFStb, H. 206, Berlin, 1969.
- [10] Komloš, K.: Über den Einfluß der Querschnittsfläche auf die Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Betons im unmittelbaren Zugversuch. beton, 8/70, S. 345.
- [11] Rüsch, H.: Betrachtungen zur Prüfung der Betonfestigkeit. Beton und Stahlbetonbau 51, 1956, S. 135.
- [12] Jänicke, W.: Werkstoffprüfung im Dienst der Qualitätssicherung und -verbesserung. Berg- und Hüttenmännische Monatshefte, Heft 3, 1968.
- [13] Leclerc, J.: Inventaire des causes possibles de dispersions des caractéristiques exigées pour les produits siderurgiques prêts à l'emploi. In: IVBH Ber. der Arbeitskomm., Vol. 3, London, 1969.
- [14] Tall, L., Alpsten, G. A.: On the Scatter in Yield Strength and Residual Stresses in Steel Members. In: IVBH Symposium, London 1969, Schlußbericht, S. 151 - 163.
- [15] Baker, M. J.: Variations in the Mechanical Properties of Structural Steels. In: IVBH Symposium, London, 1969, Schlußbericht, S. 165 - 174.
- [16] Kirchner, G.: Wo als Sicherheitsmaßstab nicht ausreicht. In: Sicherheit von Betonbauten, Wiesbaden, 1973.
- [17] Haugen, E. B.: Probabilistic Approaches To Design. John Wiley & Sons, Inc., London - New York - Sydney, 1968.
- [18] MacGregor, J. G.: Simple Design Procedures for Concrete Columns. IVBH Symposium, Quebec - 1974, Einführungsbericht, Zürich, 1973.

## ZUSAMMENFASSUNG

Für eine zuverlässige Bemessung von Bauteilen mit Hilfe der ersten und zweiten Momente der Zufallsvariablen von Last und Festigkeit werden Bemessungsgleichungen angegeben. Die Streuung der Zufallsvariablen wird durch eine lineare Funktion vom Erwartungswert beschrieben. Für einige Parameter werden Streuungen mitgeteilt. Die angegebenen Transformationsgleichungen erlauben die Ermittlung der Momente von Funktionen. Am Beispiel der mit-

tig belasteten Stütze wird eine Vergleichsuntersuchung durchgeführt.

#### SUMMARY

Design equations are given for a reliable design of structural elements by the means of the first and second moments of the random variables of load and resistance. The standard deviation of the random variable was chosen a linear function of the expected value. For some parameters the standard deviations are given. The presented transformation equations allow the computation of the moments of random functions. A comparison is made by an example of a centrically loaded column.

#### RESUME

Pour un dimensionnement sûr des éléments de construction à l'aide des premiers et deuxièmes moments des variables statistiques de la charge et de la résistance, on indique des équations de dimensionnement. La dispersion des variables statistiques est écrite par une fonction linéaire à partir de la valeur probable. Pour quelques paramètres, on indique les dispersions. Les équations de transformation indiquées permettent d'obtenir les moments des fonctions statistiques. On effectue un calcul comparatif pour l'exemple d'une colonne soumise à une charge centrée.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**