Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 11 (1971)

Rubrik: Introductory reports

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 30.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

RAPPORTS INTRODUCTIFS / EINFÜHRUNGSBERICHTE / INTRODUCTORY REPORTS

Stresses in Thin Cylindrical Webs of Curved Plate Girders

Contraintes dans les âmes minces cylindriques de poutres courbes à âme pleine

Spannungen in dünnen, zylindrischen Stegen von gekrümmten Vollwandträgern

RYSZARD DABROWSKI
Institute of Civil Engineering
Technical University
Gdańsk, Poland

JERZY WACHOWIAK
Polytechnic Institute
Koszalin, Poland

1. Introduction

The title subject falls beyond the scope of the present Colloquium on limit design of plane plate girders. Stresses and displacements in thin cylindrical webs of curved plate girders under design loads are analysed herein. However, in both analyses one approaches the problem as a stress problem - without bifurcation of equilibrium - on the basis of a geometrically nonlinear theory of elastic plates and shells, respectively. Whereas investigation of postcritical behaviour of plane webs is rather well advanced, the present paper ought to be considered as a first step toward a more comprehensive investigation of the title problem.

The analysis of stresses and displacements in thin cylindrical webs of curved plate girders is of practical interest to designers of horizontally curved bridge girders in multi-girder or box-type bridge structures. Curved girders are subjected to stresses and displacemets under given dead and live loads. These stresses and displacements can be calculated e.g. according to the theory of torsion and bending of thin-walled girders with nondeformable or deformable cross-section [1] . Free transverse displacements of a cylindrical web panel within its supporting edges - which on two opposite sides are formed by curved flanges

and by vertical stiffeners (Fig.1) - give rise to a redistribution of stresses and, consequently, to a deviation of the final stress pattern from the original one calculated on the basis of torsion bending theory.

The problem is treated as a so-called second-order-theory stress problem within elastic range of material properties. Small deflections, say, not exceeding half web thickness, are assumed. Donnell-type equations describing bending of shallow cylindrical shells are employed. Thus second-order effects due to the original membrane stresses only are accounted for. Linearized relations do not, however, constitute a serious limitation of the present solution. More refined results can be obtained by a step-by-step procedure.

11.2

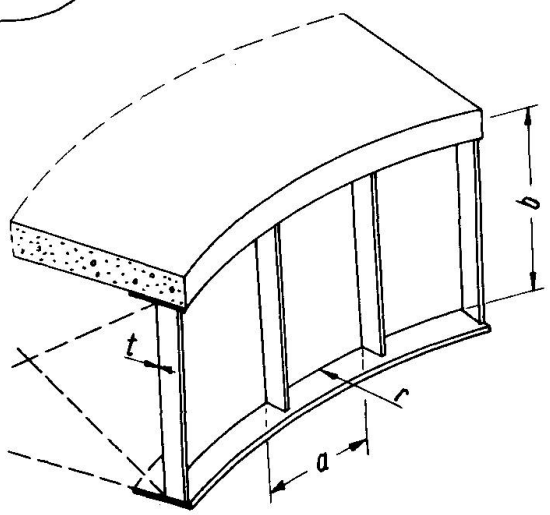


Fig. 1

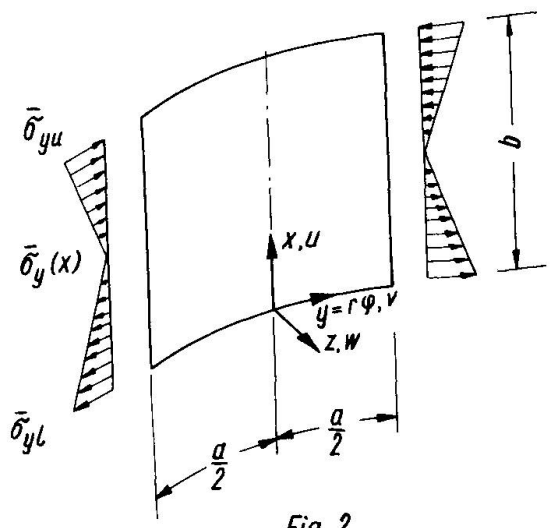


Fig. 2

2. Differential equations of the problem

A cylindrical panel (Fig.2) rigidly supported along curved edges at the junction with flanges and fixed along straight edges at vertical stiffeners is considered. The assumption of absolutely rigid stiffeners means a simplification of analysis and an oversimplification of the problem in many situations of practical design. It allows, however, to expose more clearly the relative importance of other parameters. Two kinds of support along curved edges are considered: (1) simple (hinged) support, and (2) fixed support with unrestricted displacement in x-direction (Fig.2).

Load acting upon cylindrical web panel is formed by original longitudinal stresses $\bar{\sigma}_y(x) = \bar{n}_y(x)/t$ uniformly distributed over web thickness t and varying linearly over web depth b (a bar is placed over the symbol σ for distinction of the original stress pattern from the final one which is denoted simply by σ without a bar). The assumed stress pattern, constant in y-direction, corresponds realistically with the performance of a web panel at midspan sections of the girder where maximum bending and warping moments due to continuous load occur and, accordingly, shear forces and secondary torsion moments disappear. (This is, of course, not the case with panels adjacent to intermediate supports of continuous girders where large shear forces are present, and should be accounted for, and, besides, the stresses $\bar{\sigma}_y(x)$ vary markedly in y-direction as well.)

Pertinent equations based on large deflections theory [2], [3], relating normal displacement w, stress function F with the original membrane forces $\bar{n}_x = \bar{\sigma}_x t$, $\bar{n}_y = \bar{\sigma}_y t$ and $\bar{n}_{xy} = \bar{\tau}_{xy} t$ read as follows

$$\left.\begin{aligned} K\nabla^4 w &= (\bar{n}_y + F'')\left(\frac{1}{r} + w^{\cdot\cdot}\right) + \\ &\quad + 2\left(\bar{n}_{xy} - F'^{\cdot}_{xy}\right) w'^{\cdot} + (\bar{n}_x + F^{\cdot\cdot}) w'', \\ \frac{1}{Et}\nabla^4 F &= -\frac{1}{r} w'' + (w'^{\cdot})^2 - w'' w^{\cdot\cdot}; \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

in which $K = Et^3/12(1-\nu^2)$ is the plate bending stiffness and r denotes the radius of curvature of web panel. Derivatives with respect to x and y are denoted as follows:

$$(\ )' = \frac{\partial(\ )}{\partial x}, \qquad (\ )^{\cdot} = \frac{\partial(\ )}{\partial y},$$

and, furthermore,

$$\nabla^2(\ ) = (\ )'' + (\ )^{\cdot\cdot}.$$

Final membrane forces are given by the relations

$$n_x = \bar{n}_x + F^{\cdot\cdot}, \quad n_y = \bar{n}_y + F'', \quad n_{xy} = \bar{n}_{xy} - F'^{\cdot}. \quad (2)$$

For a preliminary research pursued in this paper Eqs.(1) are to much involved. Linearized Donnell-type equations of small deflections theory are deduced directly from Eqs.(1) by deleting products of the unknowns w and F. Thus one obtains for the case under consideration, with $\bar{n}_x = \bar{n}_{xy} = 0$, the equations

$$\left.\begin{aligned} K\nabla^4 w - \frac{1}{r}F'' &= \bar{n}_y\left(\frac{1}{r} + w^{\cdot\cdot}\right), \\ \frac{1}{Et}\nabla^4 F + \frac{1}{r}w'' &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Second-order effect is accounted for by a single load term $\bar{n}_y w^{\cdot\cdot}$ on the right-hand side of the first Eq.(3).

For convenience in dealing with boundary conditions an equivalent set of three differential equations with respect to displacement components u, v, w (Fig.2) has been used - in conjunction with Galerkin's method of solution. These equations are as follows [4]:

$$\left.\begin{aligned} & u'' + \frac{1-\nu}{2}u^{\cdot\cdot} + \frac{1+\nu}{2}v'^{\cdot} - \frac{\nu}{r}w' = 0, \\ & \frac{1+\nu}{2}u'^{\cdot} + v^{\cdot\cdot} + \frac{1-\nu}{2}v'' - \frac{1}{r}w^{\cdot} = 0, \\ & -\frac{1}{r}\left(\nu u' + v^{\cdot} - \frac{1}{r}w\right) + \frac{t^2}{12}\nabla^4 w - \bar{n}_y\frac{1-\nu^2}{Et}\left(\frac{1}{r} + w^{\cdot\cdot}\right) = 0. \end{aligned}\right\} (4)$$

Accordingly, membrane forces n_x, n_y and n_{xy} and bending moments m_x, m_y and m_{xy} are given by the relations [4]

$$\left.\begin{aligned} n_x &= \frac{Et}{1-\nu^2}\left[u' + \nu\left(v^{\cdot} - \frac{w}{r}\right)\right], \\ n_y &= \bar{n}_y + \frac{Et}{1-\nu^2}\left(v^{\cdot} - \frac{w}{r} + \nu u'\right), \\ n_{xy} &= \frac{Et}{2(1+\nu)}\left(u^{\cdot} + v'\right) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

and

$$\left.\begin{aligned} m_x &= -K(w'' + \nu w^{\cdot\cdot}), \\ m_y &= -K(w^{\cdot\cdot} + \nu w''), \\ m_{xy} &= -(1-\nu)K w'. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

The most significant stress component, σ_y, on the inward and outward (with relation to the centre of curvature) web surfaces is equal to

$$(\sigma_y)_{z=\pm t/2} = \frac{n_y}{t} \pm \frac{6 m_y}{t^2}, \tag{7}$$

in which n_y is given by the second Eq.(5).

3. Galerkin's method of solution

The unknown displacement components u, v, w of Eq.(4) are assumed in form of double series with unknown coefficients u_{mn}, v_{mn}, w_{mn} as follows:

$$\left.\begin{aligned} u(x,y) &= \sum_m \sum_n u_{mn}\, u_m(y)\, u_n(x), \\ v(x,y) &= \sum_m \sum_n v_{mn}\, v_m(y)\, v_n(x), \\ w(x,y) &= \sum_m \sum_n w_{mn}\, w_m(y)\, w_n(x). \\ &(m = 1,2\ldots,\ n = 1,2\ldots) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Shape functions $u_m(y)$, $u_n(x)$, $v_m(y)$, $v_n(x)$ are the sine and cosine functions satisfying appropriate boundary conditions at $y = \pm a/2$ and $x = 0, b$ (Fig.2). Shape functions $w_m(y)$ and $w_n(x)$ are assumed in form of eigenfunctions of transverse vibrations of a beam with fixed or simply supported ends, respectively, which comply with corresponding boundary conditions of the web panel.

Taking m = 1, 2, 3, 4 and n = 1, 2, 3, 4 one has to determine 48 unknown coefficients of the series, Eqs.(8), from

a set of 48 linear equations obtained by means of Galerkin's method. The equations written down in general terms are as follows [5]:

$$\left.\begin{aligned} \iint_A R_u (\varphi_u)_{mn}\, dx\, dy &= 0, \\ \iint_A R_v (\varphi_v)_{mn}\, dx\, dy &= 0, \\ \iint_A R_w (\varphi_w)_{mn}\, dx\, dy &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

in which R_u, R_v and R_w denote left-hand sides of equilibrium equations (4) expressed by the series, Eqs.(8), and $(\varphi_u)_{mn}$, $(\varphi_v)_{mn}$ and $(\varphi_w)_{mn}$ are virtual displacements in x, y and z-direction, complying with given boundary conditions. Clearly, these displacements are selected as products of assumed shape functions: $u_m(y)\,u_n(x)$, $v_m(y)\,v_n(x)$ and $w_m(y)\,w_n(x)$, respectively.

All calculations involved in determination of stresses and displacements have been programmed for a digital computer [6]. Some numerical results are presented subsequently in Section 3.3.

3.1 Cylindrical panel fixed at vertical stiffeners and simply supported along curved edges

Boundary conditions at $y = \pm a/2$ are as follows: $u = v = w = w' = 0$, and boundary conditions at $x = 0, b$: $u' = v = w = w'' = 0$. With newly introduced notations

$$\xi = x/b, \qquad \eta = y/a$$

the above conditions are satisfied by the following shape functions:

$$\left.\begin{aligned} u_m(y) &= \cos(2m-1)\pi\eta, \\ u_n(x) &= \cos n\pi\xi, \\ v_m(y) &= \sin 2m\pi\eta, \\ v_n(x) &= \sin n\pi\xi, \\ (m &= 1,2,3,4;\ n = 1,2,3,4) \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$\left.\begin{aligned} W_m(y) &= \cos 2m^*\pi\eta - \frac{\cos m^*\pi}{\cosh m^*\pi}\cosh 2m^*\pi\eta, \\ W_n(x) &= \sin n\pi\xi, \end{aligned}\right\} \qquad (10a)$$

in which

$$m^* = 0{,}7528 \text{ for } m = 1,$$

$$m^* \approx m - 0{,}25 \text{ for } m = 2,\ 3,\ 4.$$

3.2 Cylindrical panel fixed at vertical stiffeners and fixed along curved edges while free to move in x-direction

Boundary conditions at $y = \pm a/2$ stated in Section 3.1 do apply again, and boundary conditions at $x = 0, b$ taking the form $u' = v = w = w' = 0$ are satisfied by the shape functions, Eqs. 10 , and by the following functions $W_m(y)$ and $W_n(x)$:

$$\left.\begin{aligned} W_m(y) &= \cos 2m^*\pi\eta - \frac{\cos m^*\pi}{\cosh m^*\pi}\cosh 2m^*\pi\eta, \\ W_n(x) &= \sin n^*\pi\xi - \sinh n^*\pi\xi - \\ &\quad - \frac{\sin n^*\pi - \sinh n^*\pi}{\cos n^*\pi - \cosh n^*\pi}(\cos n^*\pi\xi - \cosh n^*\pi\xi), \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

in which

$$m^* = 0{,}7528 \text{ for } m = 1,$$

$$m^* \approx m - 0{,}25 \text{ for } m = 2,\ 3,\ 4,$$

$$n^* = 1{,}5056 \text{ for } n = 1,$$

$$n^* \approx n + 0{,}5 \text{ for } n = 2,\ 3,\ 4.$$

3.3 Numerical results expressed in terms of nondimensional parameters of web panel geometry

In Fig.3 there are shown normal displacements w at middle section of a square web panel $(a = b)$ for both sets of boundary conditions stated in Sections 3.1 and 3.2 and three different stress patterns characterized by the ratio of the upper edge stress to the lower edge stress, i.e. by $\varepsilon = \bar{\sigma}_{yu} / \bar{\sigma}_{yl}$, equal

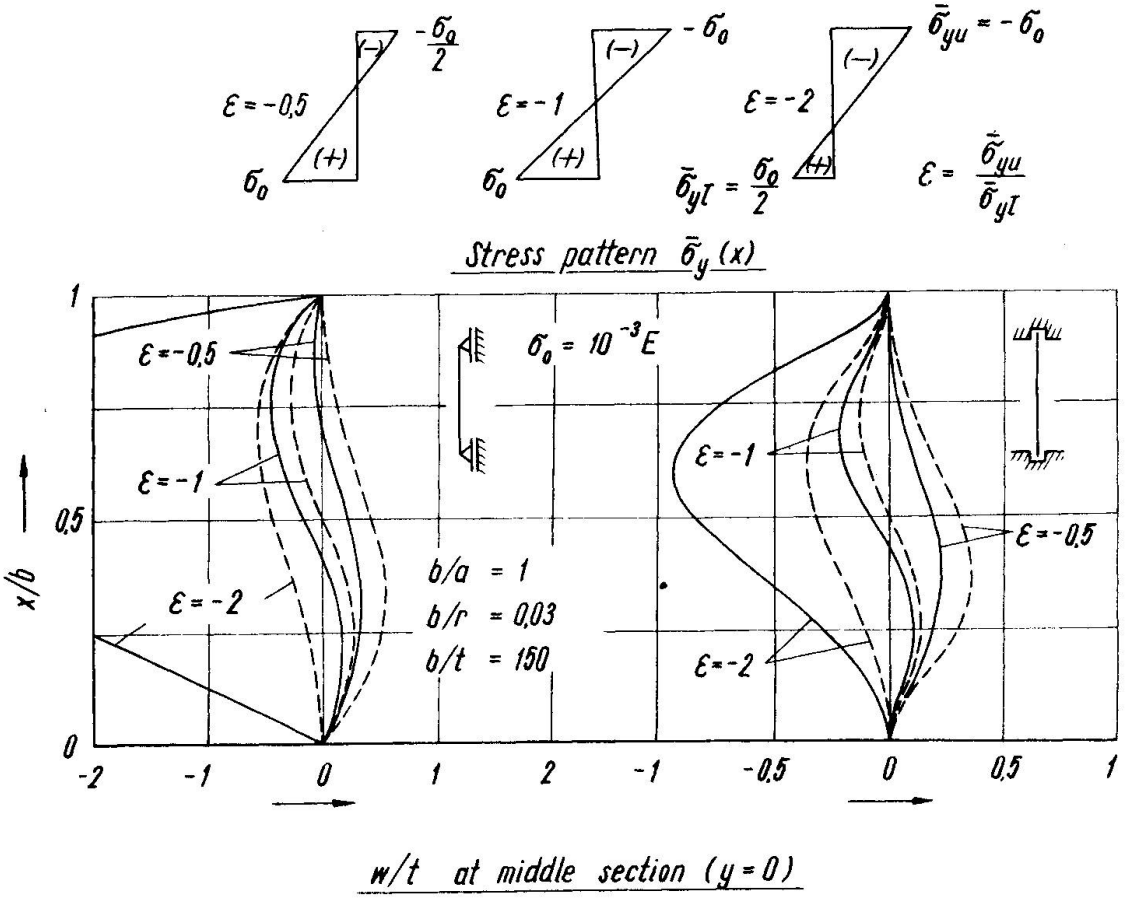

Stress pattern $\bar{\sigma}_y(x)$
$\varepsilon = -0{,}5$
$\varepsilon = -1$
$\varepsilon = -2$
$\sigma_0 = 10^{-3}E$
$b/a = 1$
$b/r = 0{,}03$
$b/t = 150$
x/b
w/t at middle section $(y=0)$

Fig. 3

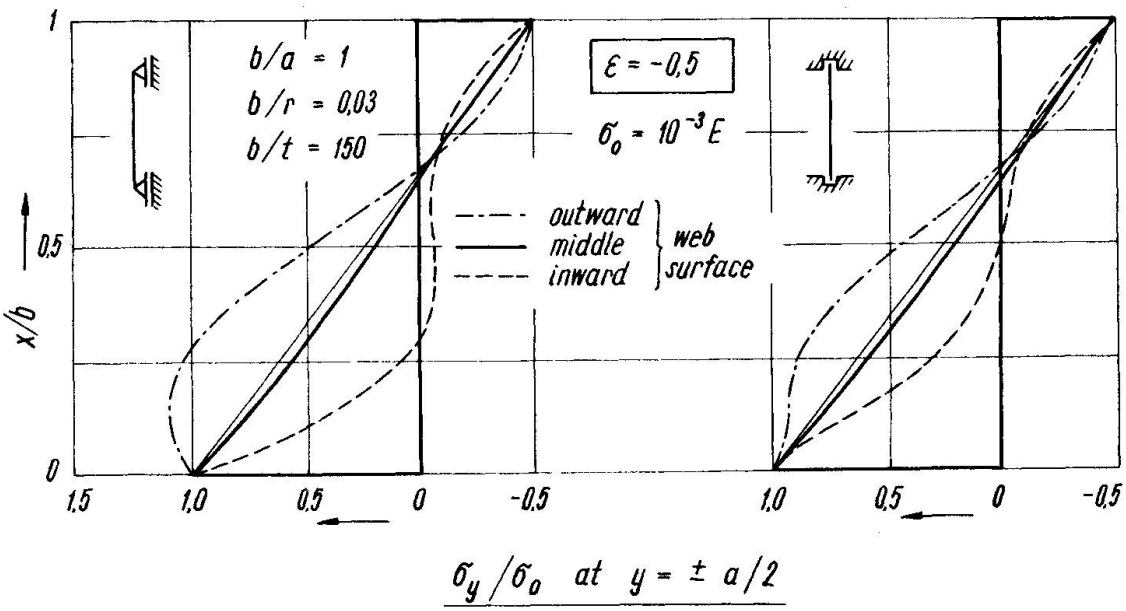

$b/a = 1$
$b/r = 0{,}03$
$b/t = 150$
$\varepsilon = -0{,}5$
$\sigma_0 = 10^{-3}E$
outward
middle
inward
web surface
x/b
σ_y/σ_0 at $y = \pm a/2$

Fig. 4

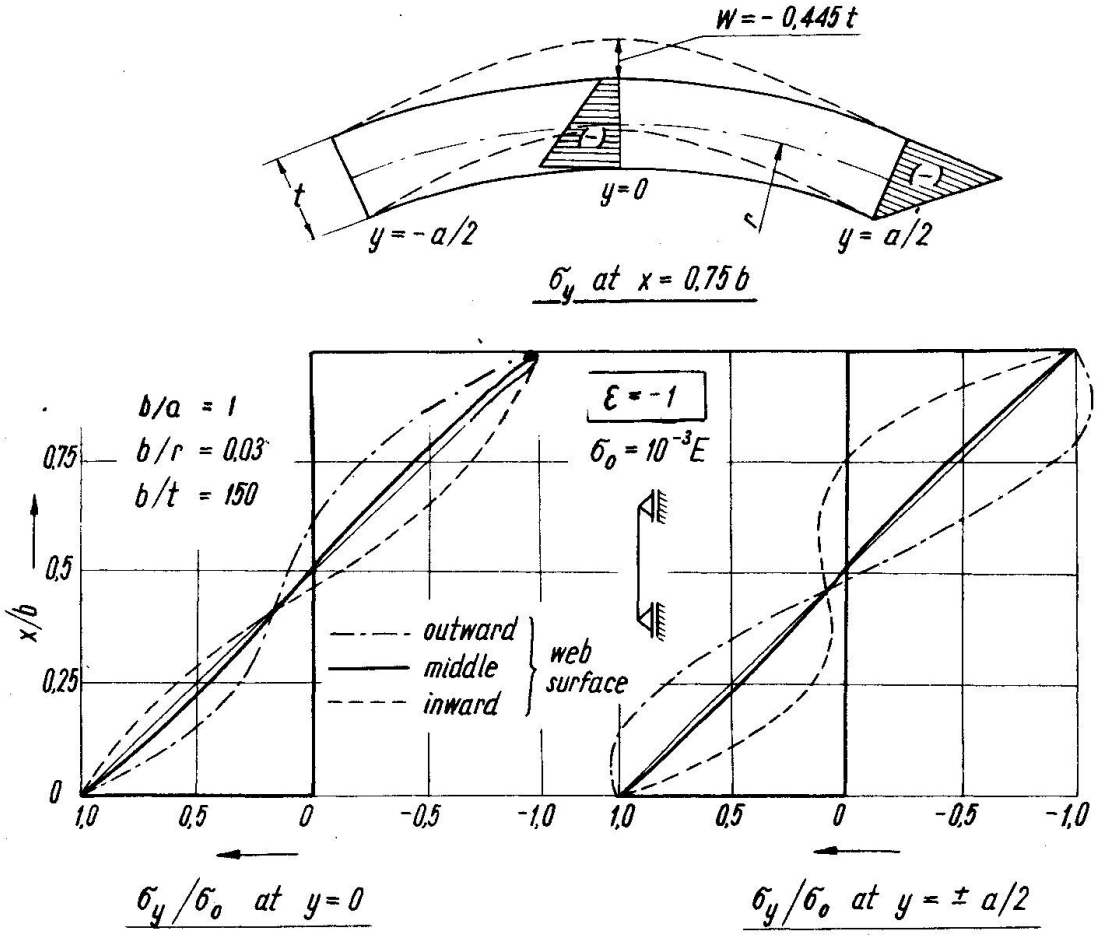

w = - 0,445 t
(-)
(-)
t
y = 0
y = - a/2
y = a/2
σy at x = 0,75 b
b/a = 1
b/r = 0,03
b/t = 150
ε = -1
σ0 = 10^-3 E
0,75
0,5
0,25
0
x/b
outward
middle
inward
web surface
1,0
0,5
0
-0,5
-1,0
σy/σ0 at y = 0
σy/σ0 at y = ± a/2

Fig. 5

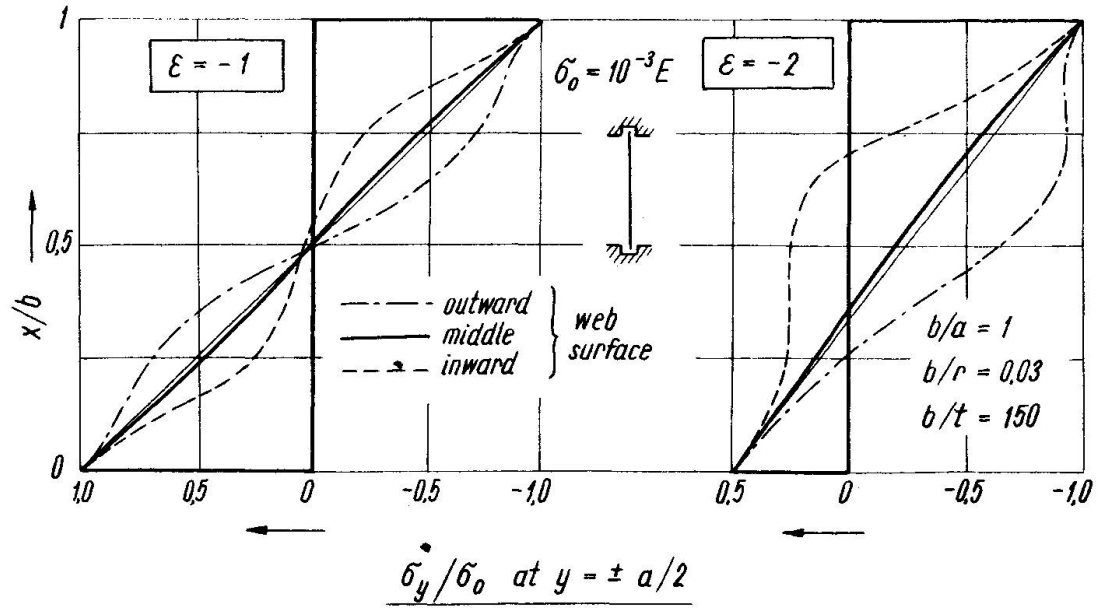

1
0,5
0
x/b
ε = -1
σ0 = 10^-3 E
ε = -2
outward
middle
inward
web surface
b/a = 1
b/r = 0,03
b/t = 150
1,0
0,5
0
-0,5
-1,0
σy/σ0 at y = ± a/2

Fig. 6

to -0,5, -1,0 and -2,0. The curves of w/t (solid lines) have been calculated for indicated nondimensional parameters b/a, b/r, b/t and the stress level $\sigma_0 = 10^{-3}E = 2100$ Kp/cm^2, σ_0 being the higher of the absolute values of edge stresses $\bar{\sigma}_{yu}$ and $\bar{\sigma}_{yl}$ Poisson's ratio equal $\nu = 0,3$ has been assumed.

As seen from inspection of diagrams on left-hand side of Fig.3, w/t-values for $\varepsilon = -2$ (solid line) fall beyond the range of validity of (second-order) theory of small deflections. Of course, they are somewhat exaggerated because for most of the panel area the final membrane forces $|n_y(x)|$ are smaller than membrane forces $|\bar{n}_y(x)|$ assumed in the third Eq.(4) - see Figs. 4 to 6 for comparison. Values obtained by first-order theory of cylindrical shells (dashed lines in Fig.3) do not convey a true picture of deformation of cylindrical web panels with relatively large radiuces of curvature. From comparison of diagrams in Fig.3, a favorable effect of fixity of web panel at the junction with curved flanges on limiting deflections is evident.

The stresses are of primary interest to designers. Longitudinal stresses σ_y in the middle web surface and on the outward and inward web surfaces are shown in Figs. 4 to 6. The curves of Fig.4 pertain to stress pattern with $\varepsilon = -0,5$. Stresses at end section of the panel are plotted for both boundary conditions considered. Diagrams of Fig.5 pertain to $\varepsilon = -1$ and panels with simply supported curved edges, while those of Fig.6 refer to panels with fixed curved edges and two stress ratios: $\varepsilon = -1$ and $\varepsilon = -2$.

Extremal values of normal deflection w with a corresponding ordinate x at which these values do occur are assembled for comparison in Tables 1 and 2, for two sets of boundary conditions considered. Several values of parameters ε, r/b, a/b and t/b, and two stress levels: $\sigma_0 = 10^{-3}E = 2100$ Kp/cm^2 and $\sigma_0 = (2/3)10^{-3}E = 1400$ Kp/cm^2 are taken into account.

Tables 1 and 2 also comprise extremal values of stress increase on either surface of web panel, in the tension and the compression zone of the panel. The stress increase above the initial value $\bar{\sigma}_y(x) = \bar{n}_y(x)/t$ at a distinct point with ordinate x is equal to

$$\Delta\sigma_y = \left(\frac{n_y}{t} \pm \frac{6m_y}{t^2}\right) - \frac{\bar{n}_y}{t} \qquad (12)$$

Table 1. Extremal values of normal displacement w and of stress increase $\Delta\sigma_y$ in cylindrical web panels simply supported along curved edges

Nondimensional parameters			Stress level	Extremal normal displacement at middle section				Extremal stress increase			
				in tension zone		in compression zone		at middle section		at end section	
r/b	a/b	t/b	σ_0 ($10^{-3}E$)	w/t	at x/b	w/t	at x/b	in tension zone	in compression zone	in tension zone	in compression zone
Stress pattern $\varepsilon = -0,5$											
33,3	0,5	1/100	2/3	0,016	0,25	-0,004	0,85	0,083	-0,024	0,189	-0,054
			1	0,022	0,25	-0,006	0,85	0,077	-0,023	0,184	-0,054
		1/150	2/3	0,047	0,25	-0,013	0,85	0,102	-0,034	0,259*	-0,080
			1	0,063	0,25	-0,019	0,85	0,090	-0,034	0,244*	-0,080
	1,0	1/100	1	0,130	0,30	-0,006	0,90	0,101	-0,026	0,328*	-0,049
		1/150	1	0,318	0,30	-0,018	0,90	0,091	-0,021	0,403*	-0,072
100	0,5	1/150	1	0,021	0,25	-0,006	0,85	0,032	-0,012	0,084	-0,028
Stress pattern $\varepsilon = -1,0$											
33,3	0,5	1/100	2/3	0,013	0,20	-0,015	0,80	0,071	-0,085	0,162	-0,176
			1	0,019	0,20	-0,022	0,75	0,068	-0,089	0,159	-0,180
		1/150	2/3	0,040	0,20	-0,055	0,80	0,094	-0,141	0,228	-0,276
			1	0,056	0,20	-0,092	0,80	0,087	-0,160	0,218	-0,293
	1,0	1/100	1	0,069	0,20	-0,104	0,75	0,073	-0,106	0,223	-0,258
		1/150	1	0,186	0,20	-0,445	0,75	0,082	-0,193	0,305	-0,395*
100	0,5	1/100	1	0,006	0,20	-0,008	0,80	0,024	-0,031	0,054	-0,061
		1/150	1	0,019	0,20	-0,031	0,80	0,031	-0,057	0,075	-0,102
Stress pattern $\varepsilon = -2,0$											
33,3	1,0	1/100	1	-		-0,305	0,65	0,143	-0,290	0,192	-0,492*
		1/150	1	-		-4,700	0,65	-	-2,518	-	-1,505*

and is related to stress level σ_o .

With regard to extremal values of normal stresses σ_y on web surfaces the following observations should be made. As the extremal value of $\Delta\sigma_y$ in cylindrical panels simply supported along curved edges occurs at some distance from the curved edge, the sum $|\sigma_y| = |\sigma_y + \Delta\sigma_y|$ at that point falls in most cases below σ_o. Exceptional cases are indicated by an asterik in Table 1. In those cases extremal values of the sum $|\sigma_y + \Delta\sigma_y|$ are higher than σ_o

In cylindrical panels fixed along curved edges bending moments $m_y = \nu m_x$ do occur along those edges (with the exception of corner points where $m_x = m_y = 0$) and, accordingly, the sum $|\sigma_y + \Delta\sigma_y|$ at the curved edges is higher than σ_o. This being taken into account, the extremal values of $\Delta\sigma_y$ at middle section given in Table 2 refer to field or edge points of that section, wherever the absolutely largest value does occur.

Normal stresses $\sigma_x \equiv \Delta\sigma_x$ due to bending moments m_x deserve attention. For example, σ_x at upper edge of middle section of a web panel with $\varepsilon = -1$, $r/b = 33,3$, $a/b = 1$, $t/b = 1/150$ according to Table 2 is equal to $\sigma_x = \Delta\sigma_y/\nu = -0,129\,\sigma_o/\nu = -0,43\,\sigma_o$. For $\varepsilon = -2$ it is even higher compare last line of Table 2 , but still below the approximate upper limit $\sqrt{3/(1-\nu^2)}\,\sigma_o = 1,81\,\sigma_o$ derived from a solution to a case of rotational symmetry. (Normal stresses σ_x due to bending moments m_x at the joints of web panels and flanges are of secondary importance as far as ultimate strength of the girder is concerned. However, they are significant in design of welded joints for fatique strength.)

Shear stresses $\tau_{xy} = n_{xy}/t$ resulting from transverse deflection of the cylindrical panel are, in the considered range of curvatures, very small und amount to a few percent of σ_o .

4. Results and conclusions

Calculations based on second-order small deflections theory for two stress levels, situated in the range of working and yield stresses of structural steel, do not provide full insight into behaviour of thin cylindrical webs in curved plate girders with increasing load. Displacemets and stresses in the considered range increase virtually in proportion to load (i.e. to stress level σ_o) and to girder curvature (i.e. to $1/r$). More

Table 2. Extremal values of normal displacement w and of stress increase $\Delta\sigma_y$ in cylindrical web panels fixed along curved edges with free displacement in x-direction

Wondimensional parameters			Stress level σ_o	Extremal normal displacement at middle section				Extremal stress increase at middle section				at end section	
				in tension zone		in compression zone		in tension zone		in compression zone		in tension zone	in pression zone
r/b	a/b	t/b	$10^{-3}E$	w/t	at x/b	w/t	at x/b	$\Delta\sigma_y/\sigma_o$	at x/b	$\Delta\sigma_y/\sigma_o$	at x/b		
Stress pattern $\varepsilon = -0,5$													
33,3	0,5	1/150	1	0,051	0,30	-0,011	0,80	0,073	0,25	-0,022	0,80	0,205	-0,053
	1	1/150	1	0,223	0,35	-0,001	0,90	0,112	0	-0,022	0,70	0,294	-0,041
100	0,5	1/150	1	0,017	0,30	-0,004	0,80	0,026	0,25	-0,008	0,80	0,070	-0,018
	1	1/150	1	0,079	0,35	-		0,039	0	-0,007	0,70	0,108	-0,015
Stress pattern $\varepsilon = -1,0$													
33,3	0,5	1/100	1	0,014	0,25	-0,018	0,75	0,051	0,25	-0,068	0,75	0,121	-0,138
		1/150	1	0,041	0,25	-0,071	0,75	0,063	0,25	-0,125	0,75	0,167	-0,225
	1,0	1/100	1	0,036	0,25	-0,048	0,70	0,065	0	-0,076	1,0	0,137	-0,153
		1/150	1	0,101	0,25	-0,197	0,70	0,088	0	-0,129	1,0	0,186	-0,227
100	0,5	1/100	1	0,004	0,25	-0,006	0,75	0,018	0,25	-0,024	0,75	0,041	-0,047
		1/150	1	0,014	0,25	-0,024	0,75	0,023	0,25	-0,044	0,75	0,057	-0,077
	1,0	1/100	1	0,012	0,25	-0,017	0,70	0,022	0	-0,026	1,0	0,047	-0,053
		1/150	1	0,034	0,25	-0,070	0,70	0,029	0	-0,045	1,0	0,071	-0,076
Stress pattern $\varepsilon = -2,0$													
33,3	1,0	1/100	1	-		-0,154	0,60	0,064	0,30	-0,145	1,0	0,093	-0,285
		1/150	1	-		-0,934	0,60	0,221	0,30	-0,457	0,65	0,242	-0,422

relevant are the following observations: with increasing distance between vertical stiffeners deflections grow very markedly; stresses do increase as well, but to a lesser degree. A reduction of web thickness results in a very prenounced increase of deflections; remarkably enough, bending stresses become higher as well.

Flexibility of vertical stiffeners in real structures would cause a further increase of deflections and bending stresses at middle sections of web panels. Only the results obtained by ordinary (first-order) theory of cylindrical shells are available for comparison. It can be be inferred from them that in moderately stiffened cylindrical panels - as is the case with plane webs designed for stability and not for ultimate strength - this increase can be as high as by one third or more

In general, displacements and additional stresses due to bending under design conditions remain within acceptable limits in the parameter range considered. As evident from Figs.4 to 6, the mean membrane stresses σ_y drop only slightly - as the result of transverse web deflection - from the originally assumed linear pattern. Consequently, the reduction of web-area contribution to overall section modulus of the curved girder amounts only to a few percent and is insignificant.

5. Scope of further research

A more intrinsic analysis by large deflections theory is needed to clarify the perfarmance of thin cylindrical webs under loads well in excess of working loads - in particular, when extremely thin webs are investigated. Presumably, for higher loads, still within elastic range, deformed configuration characterized by one half-wave in longitudinal direction changes into another one with more half-waves.

Web performance under an initial stress pattern which includes longitudinal stresses $\bar{\sigma}_y$ as well as shear stresses $\bar{\tau}_{xy}$ remains to be investigated.

Experimental work is necessary, i.a. to check the influence of plastic zones on ultimate strength of thin cylindrical webs.

Acknowledgement. The results presented in this paper have been obtained by J.Wachowiak in 1966 in the course of prepa-

ration of his dissertation [6], under the guidance of the senior author, at the Department of Civil Engineering, Technical University, Gdańsk.

References

[1] Dąbrowski, R.: Gekrümmte dünnwandige Träger. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1968.

[2] Marguerre, K.: Theorie der gekrümmten Platte grosser Formänderung. Proceedings 5th Intern. Congress of Appl. Mech., Cambridge, Mass., 1938.

[3] Volmir, A.S.: Gibkiye plastinki i obolochki. Gos. izdat. tekhn.-tieoret. lit., Moscow, 1956.

[4] Flügge, W.: Stresses in Shells. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1960.

[5] Kornishin, M.S.: Nielinieynye zadachi tieorii plastin i pologikh obolochek i mietody ikh resheniya. Izdat. Nauka, Moscow, 1964.

[6] Wachowiak, J.: Obliczenie środnika zakrzywionej belki cienkościennej na podstawie teorii powłok. Diss., Politechnika Gdańska, Gdańsk, 1967.

SUMMARY

Stresses and displacements in thin cylindrical webs of curved plate girders are analysed on the basis of second-order theory of small deflections by means of Galerkin's method. A cylindrical web panel (Fig. 2) rigidly supported along curved edges and fixed along straight edges (at vertical stiffeners) is considered. Stresses on middle web surface and on outward and inward web surfaces as well, at end and middle section of the web panel, are shown in Fig. 4 to 6. Numerical results are assembled in Tables 1 and 2.

RESUME

Les auteurs déterminent les contraintes et les déflexions de l'âme mince cylindrique des poutres courbes, en utilisant la théorie du second ordre pour les petites déformations à l'aide de la méthode de Galerkin. On considère un panneau d'âme cylindrique appuyé le long des membrures et encastré au droit des raidisseurs verticaux. Les figures 4 à 6 représentent les contraintes de la surface moyenne ainsi que des surfaces intérieure et extérieure, aux extrémités et au milieu du panneau d'âme. Les tableaux 1 et 2 contiennent des résultats numériques.

ZUSAMMENFASSUNG

Spannungen und Verformungen in dünnwandigen, kreiszylindrischen Stegen von gekrümmten Vollwandträgern werden aufgrund der Theorie II. Ordnung für kleine Verschiebungen, mit Hilfe des Galerkin'schen Verfahrens untersucht. Es wird eine Teilschale (Fig. 2), die an gekrümmten Rändern starr gestützt und an geraden Rändern (an den Vertikalsteifen) eingespannt ist, betrachtet. Spannungen in der Mittelfläche sowie an der äusseren und inneren Schalenoberfläche, im Endquerschnitt bzw. Mittelquerschnitt der Teilschale, werden in Abb. 4 bis 6 gezeigt. Zahlenresultate sind in den Tafeln 1 und 2 zusammengestellt.

III

Strength of Thin Plate Girders with Circular or Rectangular Web Holes without Web Stiffeners

Résistance des poutres à âme mince non-raidies, comportant des ouvertures rondes ou rectangulaires

Festigkeit dünnwandiger, unversteifter Blechträger mit runden oder rechteckigen Stegaussparungen

TORSTEN HÖGLUND
Techn. lic.
Department of Building Statics and
Structural Engineering of The Royal
Institute of Technology
Stockholm, Sweden

1. INTRODUCTION

The thin plate I-girder has become a frequently used element in roof con-constructions. This has been possible by the use of rational methods of fabrication and design. One essential point is to avoid web stiffeners, which have to be manually fitted and welded and thus cause conciderable costs.

In modern buildings there are often a lot of service ducts and pipings which due to limited construction height intersect the steel structure. The necessary holes in the girder webs have previously been reinforced, mainly due to the lack of knowledge of the buckling conditions of perforated webs. In order to cut costs web stiffeners should be avoided even at such weakenings as holes in the web.

The web of rolled beams are thick and it is usually sufficient to check the stress concentrations around the holes. For thin plate girders web buckling at the holes has to be considered. Only if the postbuckling strength is made full use of web stiffeners around large holes can be avoided in plate girders with thin web.

Very few investigations about buckling of thin plate girder webs with holes has been published |1| and the author has not found any theoretical investigations of the postbuckling strength in the literature. This paper deals with experimental and theoretical study of the strength of statically loaded plate I-girders with circular or rectangular web holes. Girders with very thin web are treated. A more extensive report has been published in Swedish [3]. The distance between holes and web stiffeners is supported to be so large that the web alone must prevent the flanges from vertical buckling.

2. TEST PROGRAM AND TEST PROCEDURE.

A series of four girders of structural carbon steel with two, three or four holes in the web of each girder were tested, see fig. 1. The depth to thickness ratios of the web ranged from 200 to 300, cf fig. 2. The holes were placed in sections loaded in shear only, bending only or a combination of shear and bending.

Table 1. Cross sectional dimensions and constants and yield point of the flange and the web material.

Test girder	h cm	d cm	b cm	t cm	$\frac{h}{d}$	A_w cm^2	I_x cm^4	σ_y kp/cm^2 flange	web
B2	59,0	0,292	20,2	0,86	202	17,24	36080	2750	3491
B3	59,0	0,293	20,0	0,88	202	17,30	36450	2750	3490
B4	60,0	0,200	15,1	0,61	300	12,00	20520	3040	2800
K1	60,0	0,286	22,6	0,99	210	17,16	46600	2944	4185

The girders were simply supported and loaded with gravity loads in nine or six points with a spacing of 5/3 of the girder depth. The gravity loads were produced by levers and scales with weights, see fig 3.

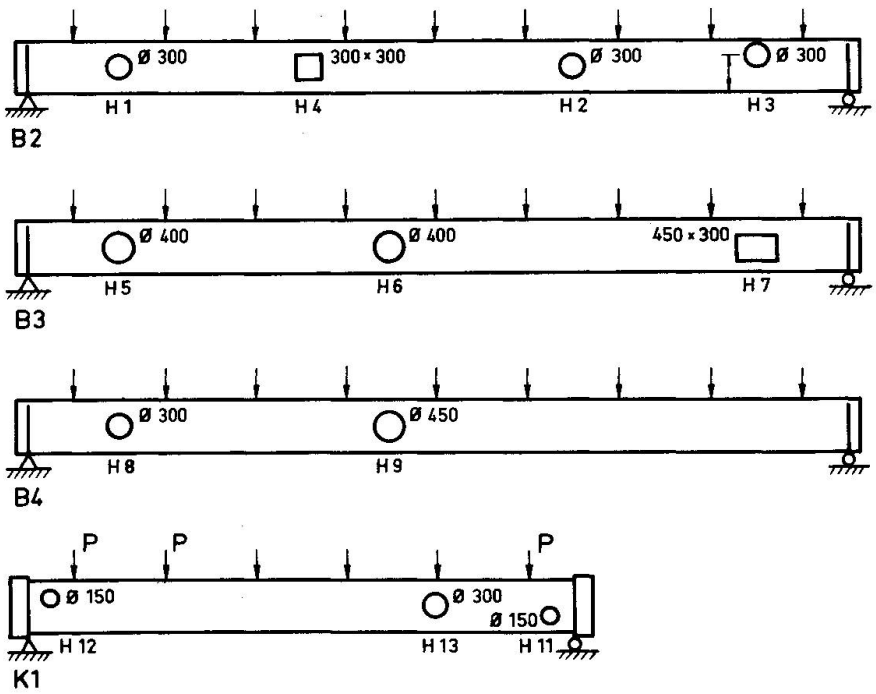


Fig. 1 Test girders

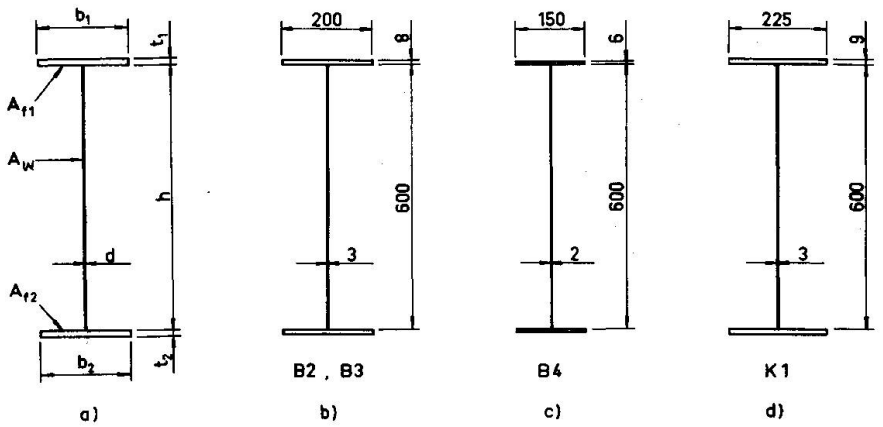
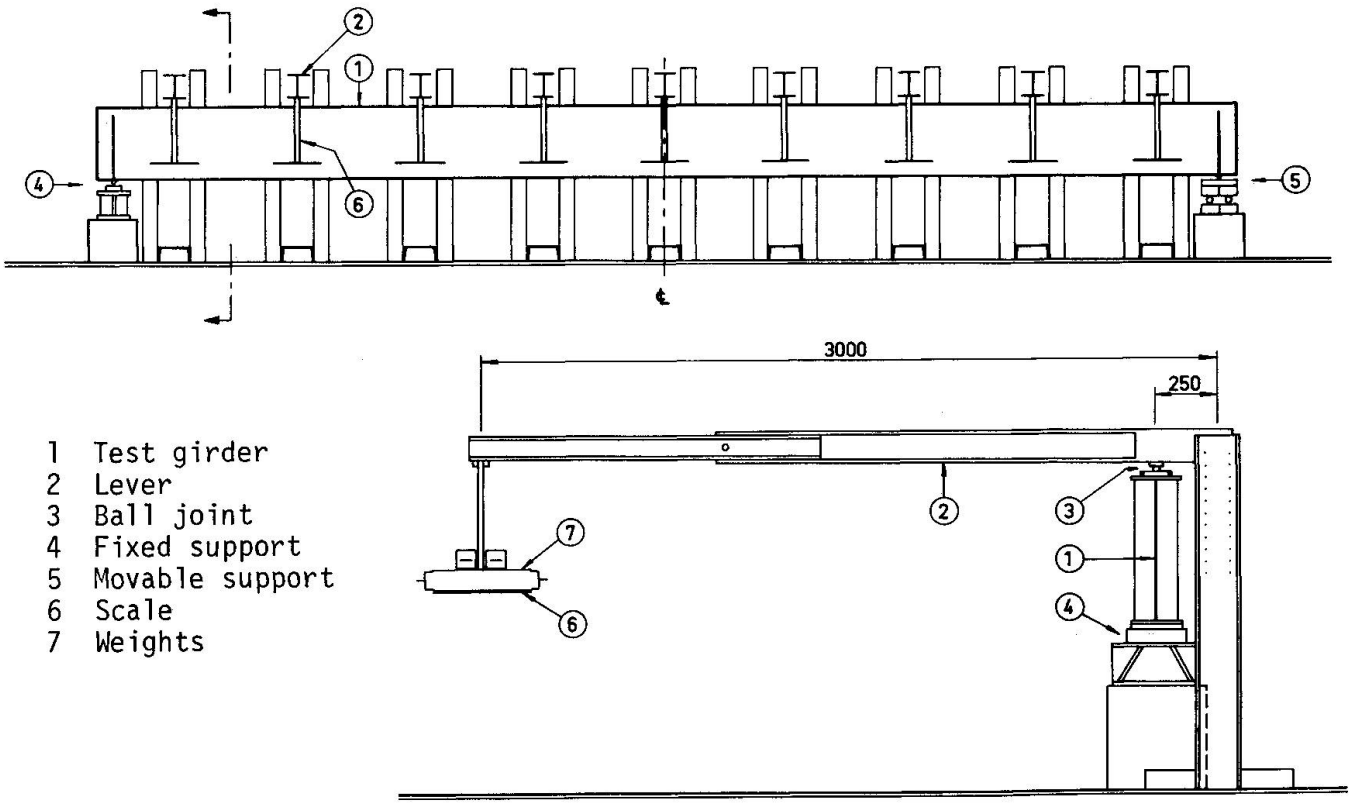


Fig. 2 a) Notations for cross section
b), c) och d) Girder cross sections for the test girders.

The test girders were fabricated from flamecut flange- and webplates in an automatic welding machine. The holes were sawed and the edges around the holes where grinded. Details of the test girders are given in table 1.

The surface strains at points around the holes in the web and in the flanges were measured with electrical strain gauges. The web deflections near the holes and the centerline deflection were measured with dial gauges.



1 Test girder
2 Lever
3 Ball joint
4 Fixed support
5 Movable support
6 Scale
7 Weights

Fig. 3 Test setup.

3. TEST RESULT AND THEORY

Fig. 4, 5, 6 and 7 show the load deflection relationships of the test girders. The shear buckling load, $P_{\tau cr}$, for the web without holes calculated under the assumption that the web is simply supported, very long and subjected to constant shear, the buckling load in bending $P_{\sigma cr}$ for the mid span of the girders, the load $P_{\sigma su}$ which gives the bending moment $\sigma_y \cdot 2I/h$ at the center of the girders and the load $P_{\sigma red}$ which gives the reduced bending moment M_{red} according to Basler and Thürlimann |2| are given in the figures.

$$M_{red} = \frac{2I}{h}\,\sigma_y\left(1 - 0{,}0005\,\frac{A_w}{A_f}\left(\frac{h}{d} - 5{,}7\sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}\right)\right)$$

In fig. 4, 5, 6 and 7 are also given the ultimate loads for the girder sections with the holes (P_{br}^{H1} for hole H1 and so on).. Finally the web deflection configurations at ultimate load and the stiffener arrangements round the holes after a testcycle to ultimate load are indicated in the figures.

Table 2 gives a summary of test results.

In the following some typical results of measured strain distributions and web deflection curves are given.

Table 2 Summary of test results. (1Mp = 2205 ℔b)

Test girder	Hole	P Mp	T Mp	τ kp/cm²	M Mpm	σ kp/cm²	$\frac{\tau}{\tau_y}$	$\frac{\sigma}{\sigma_y}$
B2	H1	2,21	7,73	449	8,84	734	0,223	0,267
	H3	2,27	7,94	461	9,08	753	0,229	0,274
	H4	3,04	4,56	264	27,36	2270	0,131	0,825
	H2	3,25	4,87	283	29,25	2430	0,141	0,883
B3	H7	1,52	5,32	307	6,08	507	0,152	0,184
	H5	1,68	5,88	340	6,72	560	0,169	0,203
	H6	3,02	1,51	87	30,20	2517	0,043	0,915
B4	H8	1,07	3,74	312	4,28	636	0,193	0,209
	H9	1,40	0,70	58	14,00	2080	0,036	0,685
	H9A	2,00	0	0	16,00	2380	0	0,783
K1	H11	4,53	13,60	792	3,40	223	0,328	0,076
	H12	4,77	14,30	834	3,58	234	0,345	0,079
	H13	4,71	9,42	543	16,49	1080	0,229	0,366

3.1 Circular holes.

3.11 Shear force.

Fig. 8a shows the distribution of the tangential middle surface strains in the web around the hole H1 which was situated in a girder section essentially subjected to shear. Two stages are shown; one at a load lower than the buckling load and one near the ultimate load. When the load is small the

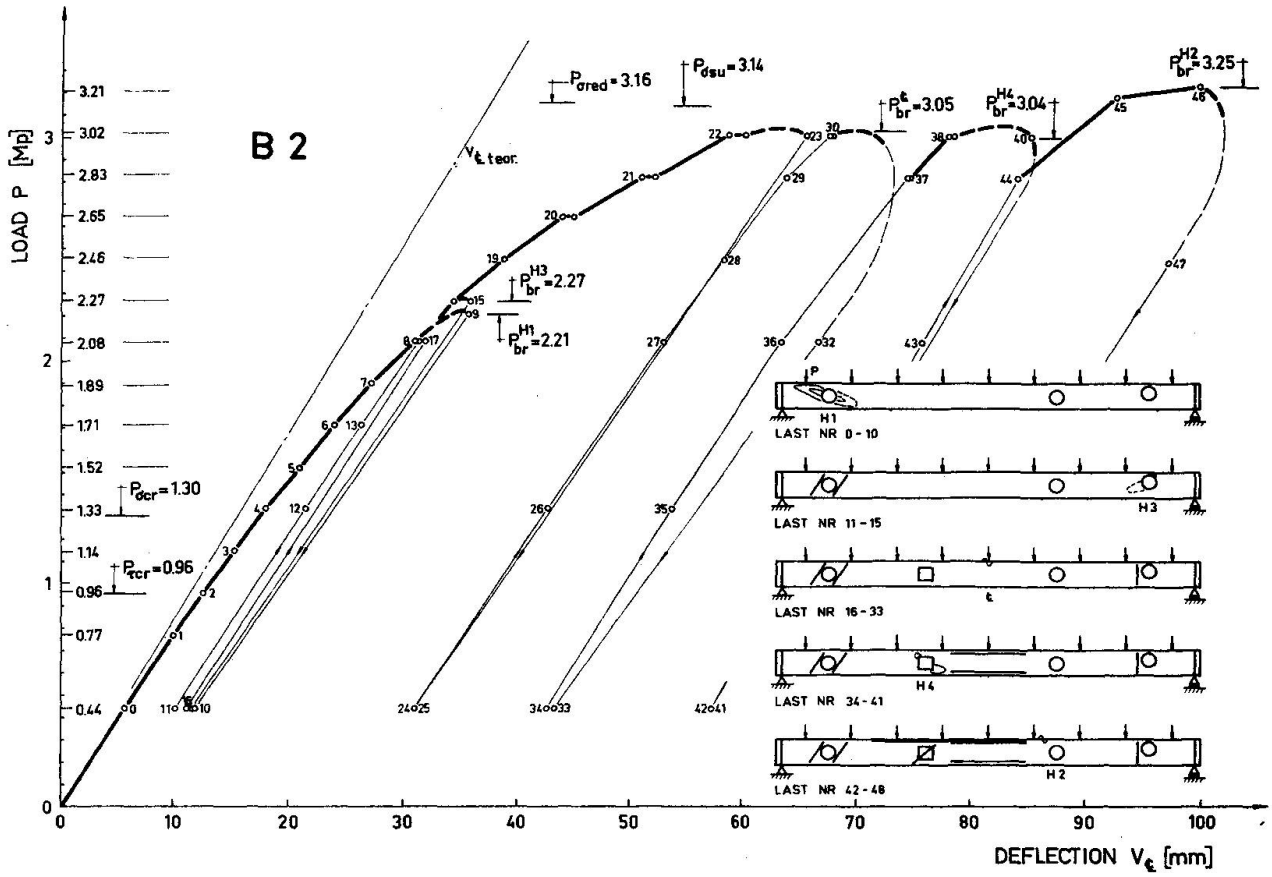


Fig. 4 Load-deflection curve of girder B2.

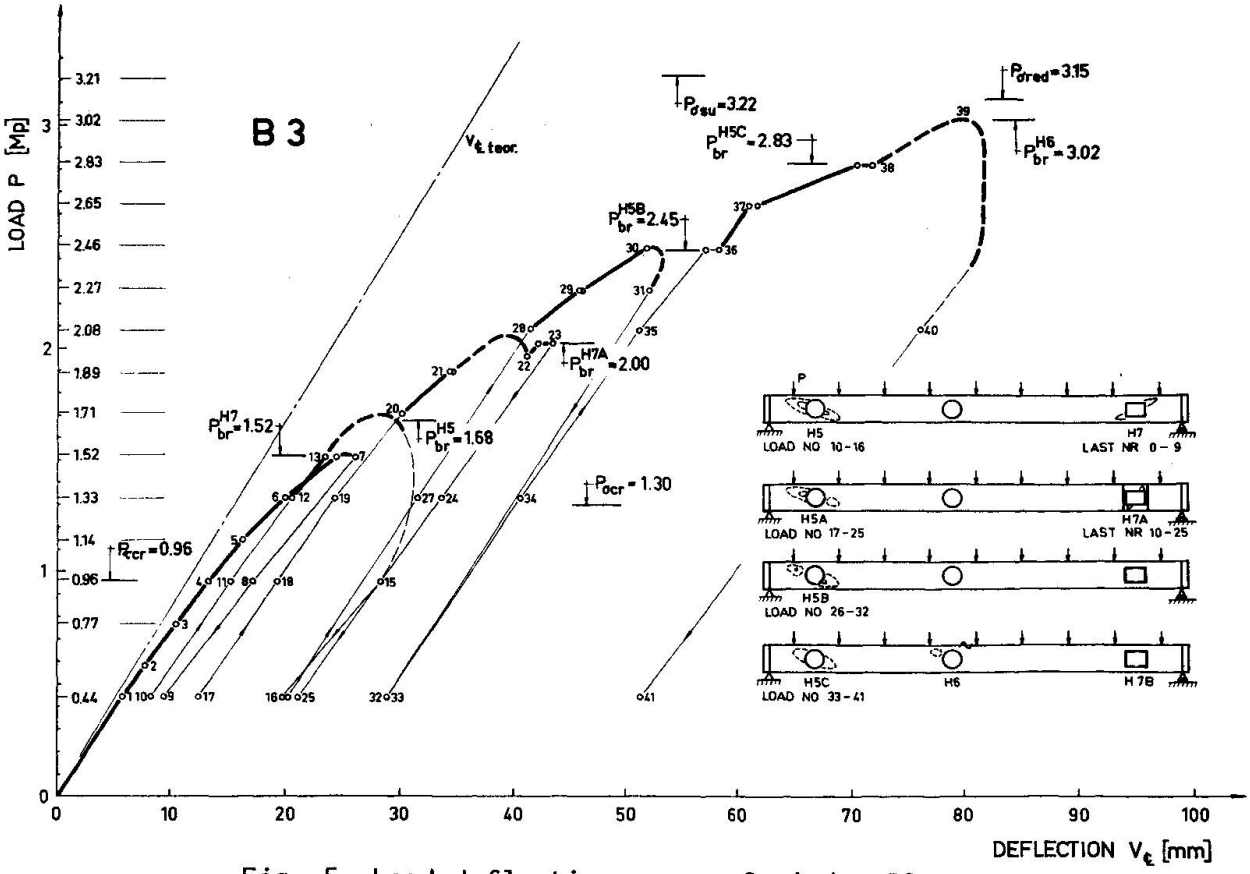


Fig. 5 Load-deflection curve of girder B3.

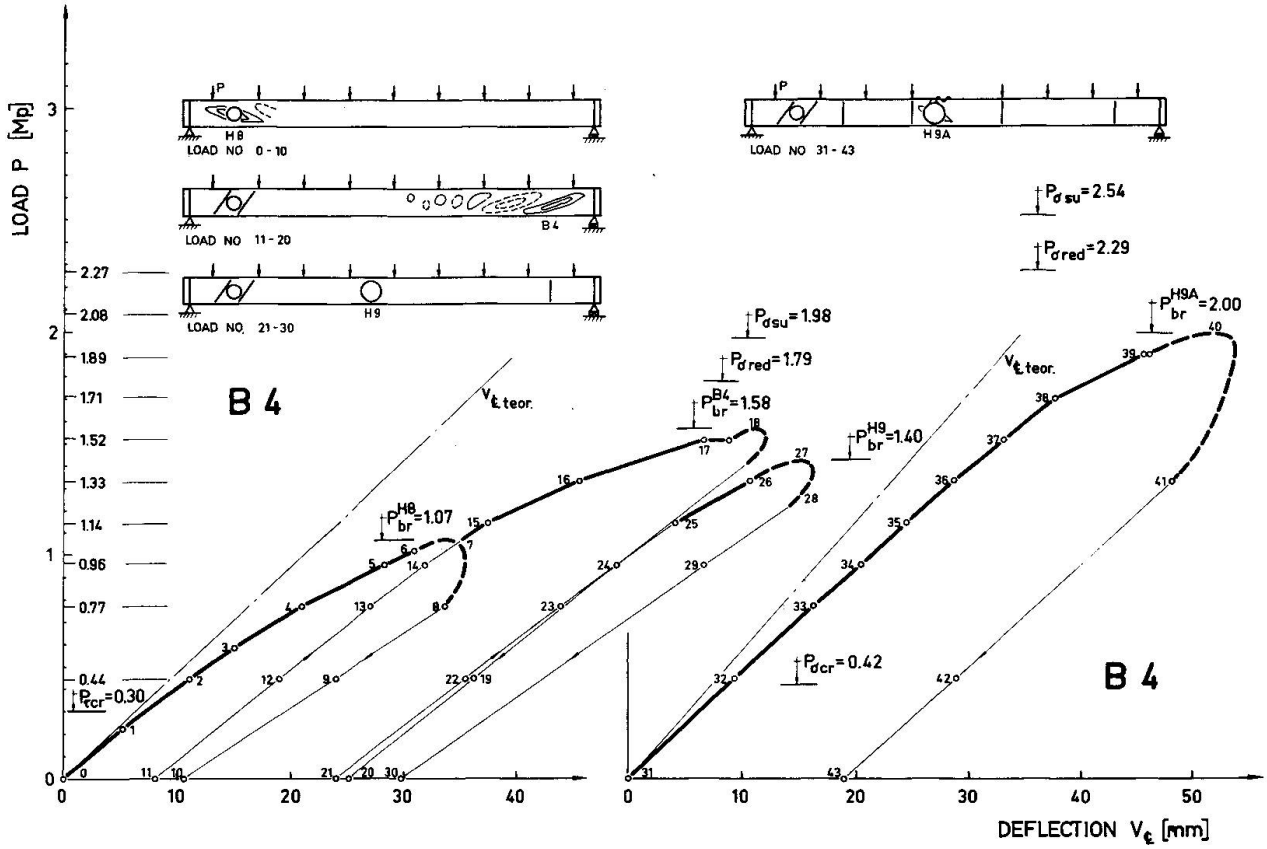


Fig. 6 Load-deflection curve of girder B4.

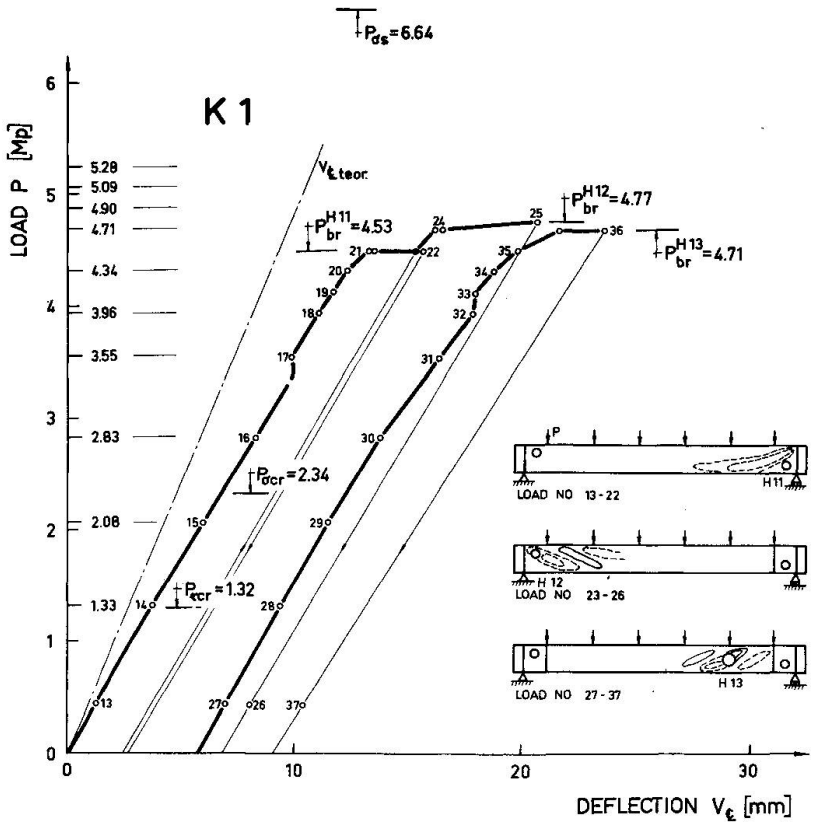


Fig. 7 Load-deflection curve of girder K1.

maximum tangential compressive and tensile strain is about of the same size. When the load is increased the compressive strain remains at a certain level while the tensile strain increases rapidly because of redistribution of stresses after web buckling and lokal yielding.

A model of a shear loaded girder section with a circular hole is shown in fig. 9. The web is supposed to consist of tension fields with the stress equal to the yield stress σ_y and compression fields with a stress estimated as the elastic buckling stress for a web strip with the buckling length ℓ, see fig 9. The inclinations of the tension and compression fields are postulated to be those which furnish the greatest total vertical shear component of the fields.

The diagram in fig. 10 shows curves for the calculated ultimate load as a function of the web slenderness ratio and the size of the hole. The results of the tests of girders with circular web holes in sections essentially loaded in shear are compared with calculated ultimate loads in fig. 10 and in table 3.

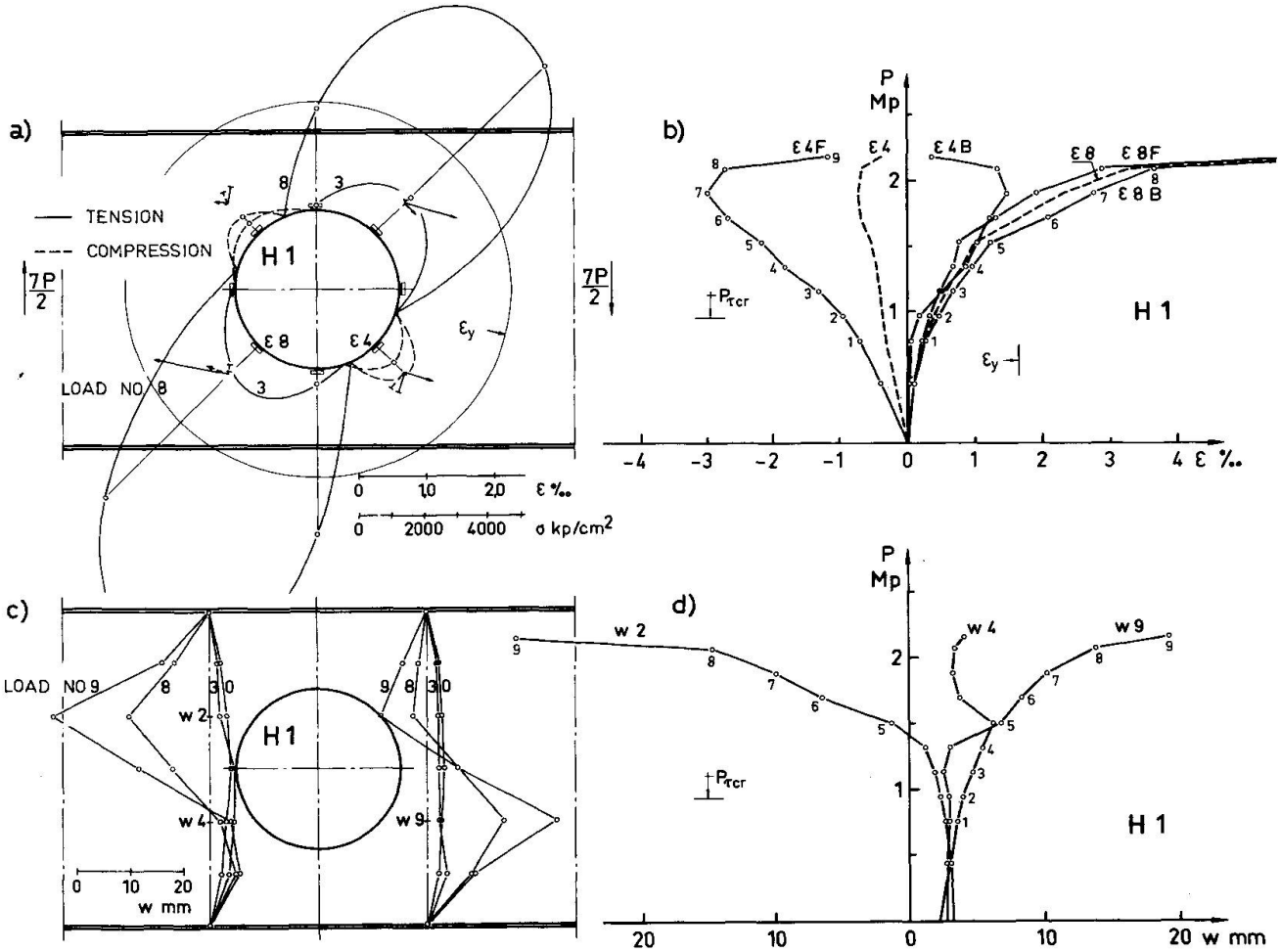


Fig 8 Web strains and web deflections at hole H1.

a) Tangential mean strains and principal mean stresses in the web evaluated from measurements with strain rosettes.

b) Tangential strain in the points ε4 and ε8 see fig. a). ε4f and ε8f are the strains in the front surface, ε4B and ε8B are the strains in the back surface of the web. The dashed lines marked ε4 and ε8 are the mean stresses in point ε4 and ε8.

c) Web deflections in ten points near the hole.

d) Load-web deflection curves for points w2, w4 and w9, see fig. c)

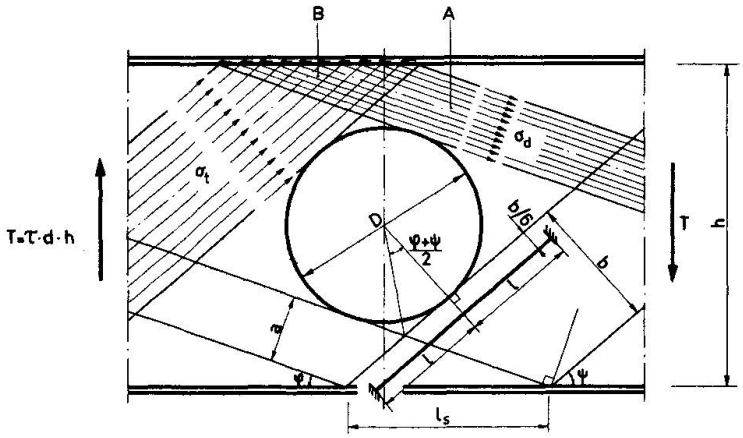


Fig. 9 Model for a girder with a circular web hole subjected to shearing force.

The theory and the tests show that the ultimate shear force is approximately (1 - D/h) times the ultimate buckling shear force for the girder without hole, where D is the diameter if the hole and h is the girder depth.

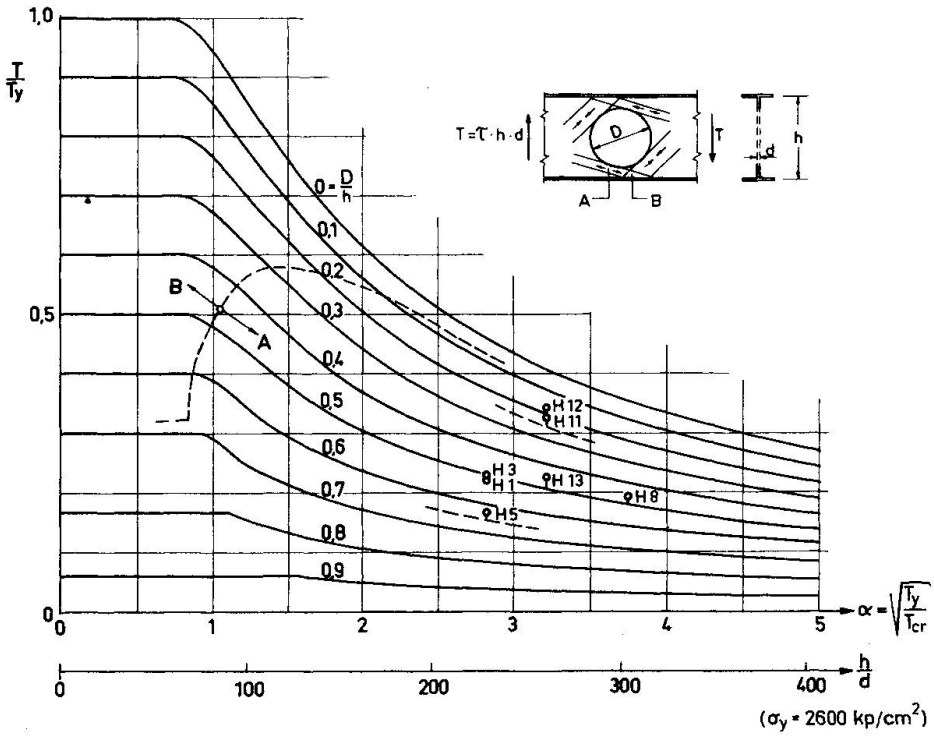


Fig. 10 Calculated ultimate load as a function of hole-size and web slenderness ratio. Circular hole, shear.

Table 3 Summary of test loads and theoretical ultimate loads for girders with circular web holes loaded with shear forces.

Hole	Girder	$\frac{D}{h}$	$\frac{h}{d}$	τ_y a) kp/cm²	τ_{cr} b) kp/cm²	α c)	$\frac{T_{th}}{T_y}$ d)	$\frac{T_u}{T_y}$ e)	$\frac{T_u}{T_{th}}$
H1	B2	0,51	202	2015	249	2,85	0,237	0,223	0,94
H3	B2	0,51	202	2015	249	2,85	0,237	0,228	0,96
H5	B3	0,67	202	2015	249	2,85	0,154	0,169	1,10
H8	B4	0,50	300	1617	113	3,78	0,187	0,193	1,03
H11	K1	0,25	210	2416	230	3,24	0,322	0,328	1,02
H12	K1	0,25	210	2416	230	3,24	0,322	0,345	1,07

a) $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3}$ for the web plate

b) $\tau_{cr} = 5{,}34 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{d}\right)^2$

c) $\alpha = \sqrt{\frac{\tau_y}{\tau_{cr}}}$

d) T_{th} = predicated ultimate load.

e) T_u = ultimate test load.

3.12 Bending moment

The distribution of the tangential middle surface strains in the web round the hole H6, situated in a section essentially subjected to bending moment is shown in fig 11a.

A possible mode of action is given in fig. 12. At a distance from the hole the stresses are not influenced of the hole and the stress distribution will be as shown to the right. As the web is thin the stress distribution on the compression side is not triangular. The tension force D_1 and the compression force T_1 corresponding to the parts of the stresses which cannot be transferred through the hole will be transferres downward and upward respectively to the remaining parts of the girder below and above the hole. The conditions of equilibrium leads to compressive stresses along the line B-A' and tensile stresses along A-B', which explains the tangential stress distributions in fig. 11a.

If the web is thin the compressive stress at C may produce buckling of the web, which reduces the compressive stress along B-A' and increases the stress at E.

On the compression side the stresses at E' leads to buckling of the web and an increase of the stresses in the compression flange. Furthermore the web buckling at E' causes an upward deflection of the compression flange above the hole. Downward buckling of the compression flange can take place at a distance from the hole at point A' in fig. 12 but hardly just above the hole.

The reduction of the bending strength of a girder with a centrically placed web hole is usually small because the flanges carry most of the bending moment. For this to be true the size of the hole must be restricted to avoid

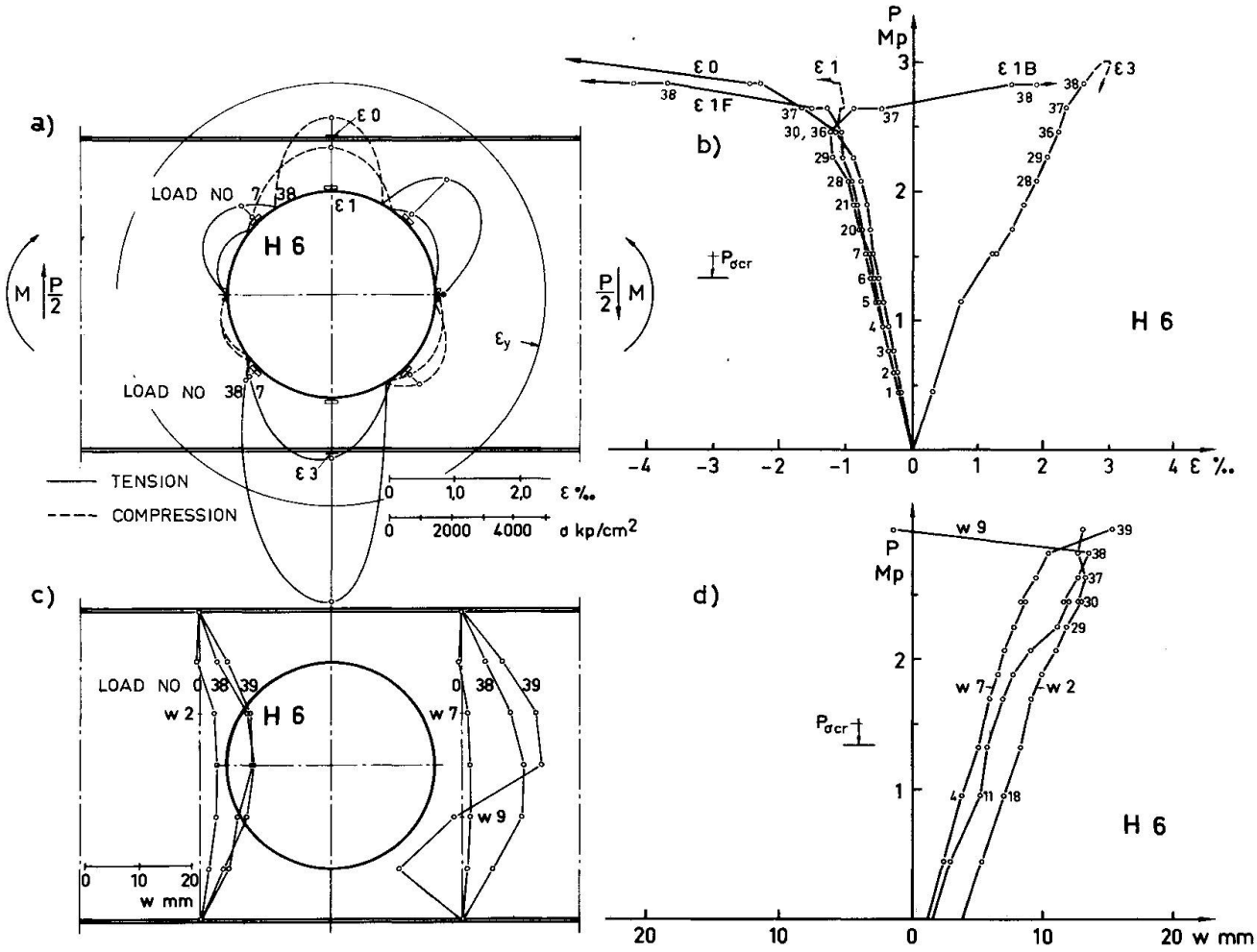


Fig. 11 Web strains and web deflections near hole H6, Notations compare fig 8.

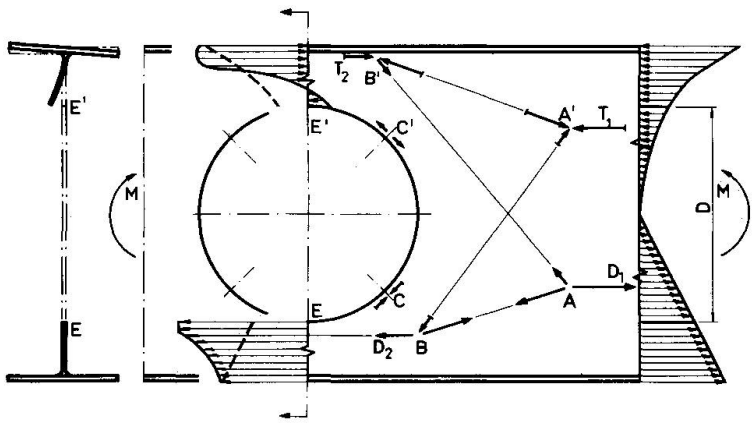
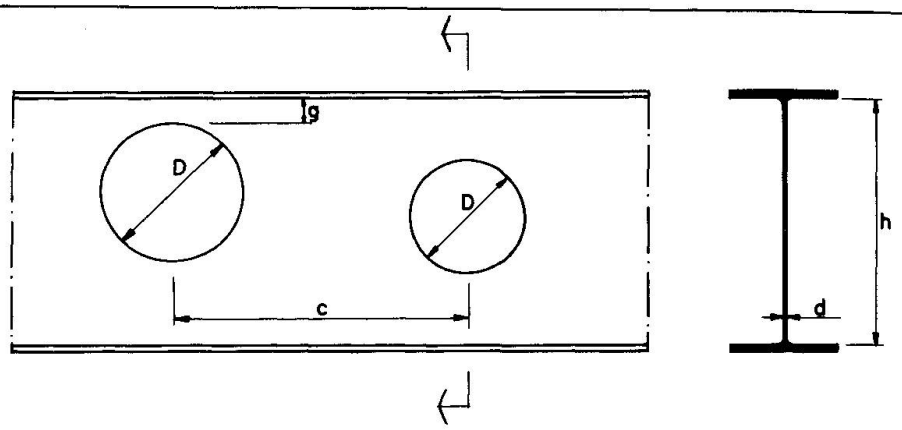


Fig. 12 Stress model for a girder with a circular web hole. Bending moment.

torsional buckling, upward or downward vertical buckling and lateral buckling of the compression flange over the hole. Such restrictions are given in fig. 13.



Allowable moment in the section through a hole:

$$M_D = M_{all}\left(1 - \frac{d(h-2g)^3}{12 \cdot I_x}\right)$$

M_{all} = allowable moment without hole

I_x = moment of inertia for the cross-section without hole.

Allowable shear force in the section through a hole:

$$T_D = (1 - \frac{D}{h})\, T_{all} \quad \text{when} \quad M \leq 0{,}6\, M_D$$

$$T_D = (1 - \frac{D}{h})(1 - \frac{M}{M_D}) \cdot 2{,}5 \cdot T_{all} \quad \text{when } M > 0{,}6\, M_D$$

where

$$T_{all} = (\frac{0{,}26}{\alpha^2} + 0{,}10) h \cdot d \cdot \sigma_y \quad \text{when } 1 < \alpha < 2{,}72$$

$$T_{all} = \frac{1}{\alpha^2}\, h \cdot d \cdot \sigma_y \quad \text{when } 2{,}72 < \alpha$$

$$\alpha = 0{,}35\, \frac{h}{d} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$$

$g > 12d$

$D < 0{,}75h$

$c > D_{max}$

Fig. 13 Design rules for thin walled plate girders with circular web holes. [4]

3.13 Shear force and bending moment.

The strength of a plate girder with a hole in a girder section subjected to shearing force and bending moment can be given with an interaction method. Fig. 14 shows possible interaction curves compared with test results.

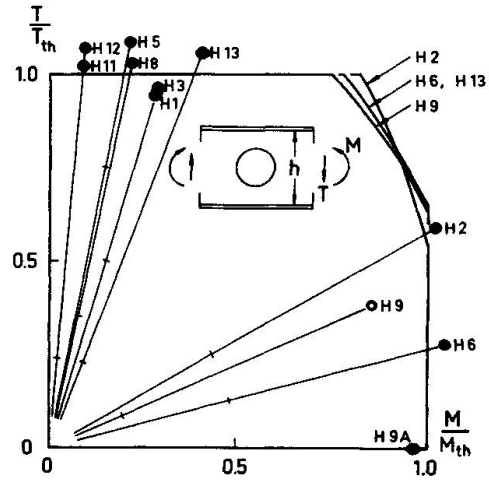


Fig. 14 Comparison between theory and test results for girders with circular holes.

3.2 Rectangular holes.

Stresses and web deflections are concentrated to the corners. A girder with a rectangular web hole may be described as a vierendeel truss with reduced bending capacity of the horisontal and vertical members at the compression corners, see fig. 15.

The risk of vertical buckling or lateral buckling of the compression flange is greater for girders with rectangular holes than for girders with circular holes for the same size of the holes. The size of the hole must therefore be restricted, see [3].

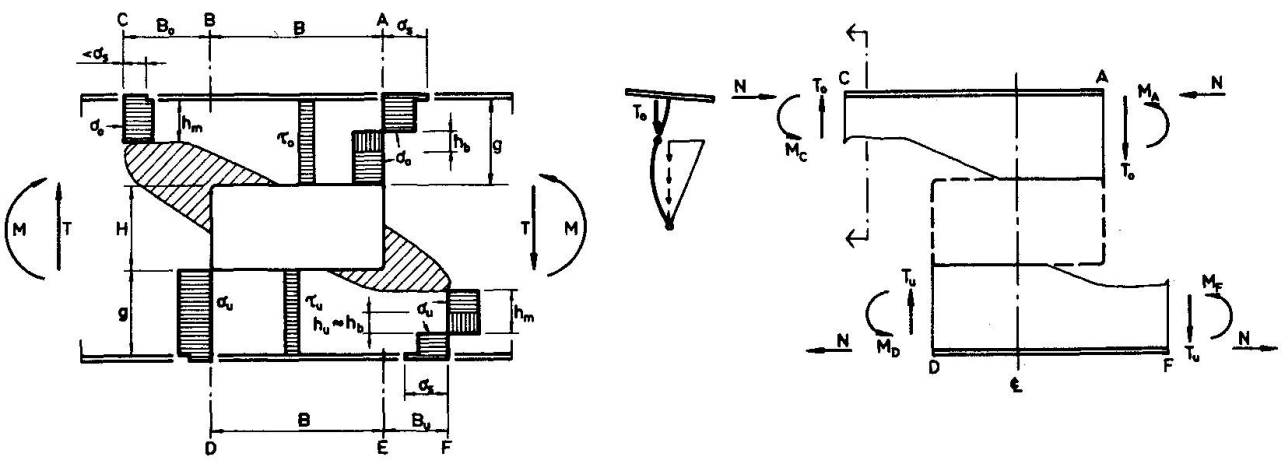


Fig. 15 Model for a girder with a rectangular web hole. Combined bending and shear.

4. ACKNOWLEDGEMENT

This report is based on research work at the Department of Building Statics and Structural Engineering of the Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden. Head of the department is Professor Henrik Nylander whom the author wishes to thank for valuable support. The author also wishes to thank the Swedish Council for Building Research and Gränges Hedlund AB, Stockholm for sponsering the investigation.

5. REFERENCES

[1] Rockey, K.C., Andersson, R.G. & Cheung, Y.K. The behaviour of square shear webs having a circular hole. P. 148-172 in Thin walled steel structures, ed. by Rockey and Hill, Crosby Lookwood, 1969.

[2] Basler, K & Thürlimann, B. Strength of plate girders in bending. Journal Structural Division, ASCE, Aug. 1961.

[3] Höglund, T. Bärförmåga hos tunnväggig I-balk med cirkulärt eller rektangulärt hål i livet (Strength of thin plate I-girders with circular or rectangular web holes). Bulletin nr 87 of the Division of Building Statics and Structural Engineering, The Royal Institute of Technology, Stockholm 1970. (In Swedish)

[4] Provisoriska normer för svetsade stålbalkar, Typ HSI (Specifications for the design of welded steel girders, type HSI) Gränges Hedlund AB, Stockholm 1966. (In Swedish)

SUMMARY

This paper deals with an experimental and theoretical study of the strength of statically loaded plate I-girders with circular or rectangular web holes without web stiffeners. Girders with very thin web are treated. The web depth to thickness ratio ranges from 200 to 300. The load-carrying capacity is then delimited by web failure in the postbuckling range.

RESUME

L'auteur présente une étude expérimentale et théorique de la résistance statique des poutres en I non raidies, comportant des ouvertures rondes ou rectangulaires dans les âmes. Il s'agit de poutres à âme très mince, le rapport de la hauteur à l'épaisseur variant entre 200 et 300. La résistance ultime est ainsi limitée par la ruine de l'âme dans le domaine de voilement post-critique.

ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Bericht behandelt eine experimentelle und theoretische Untersuchung über die Beanspruchung statisch belasteter Vollwandträger mit runden oder rechteckigen Stegaussparungen, aber ohne Stegaussteifungen. Es werden Träger mit sehr dünnen Stegen untersucht. Das Verhältnis der Stegdicke zur Höhe variiert zwischen 200 und 300. Damit ist die Traglast durch das Versagen des Steges im überkritischen Beulbereich beschränkt.

Leere Seite
Blank page
Page vide

III

Essais sur le comportement post-critique de poutres en caisson raidies

Versuche über das überkritische Verhalten längsversteifter Kastenträger

Tests about Post-Critical Behaviour of Stiffened Box Girders

PIERRE DUBAS
Institut de Statique Appliquée
et de Construction Métallique
Ecole Polytechnique Fédérale
Zurich, Suisse

INTRODUCTION

Les recherches expérimentales entreprises entre autres par MASSONNET [1-2], COOPER [3-4] et ROCKEY [5-6] ont prouvé que, pour les raidisseurs longitudinaux d'âmes fléchies, les rigidités relatives γ auxquelles conduit la théorie linéaire du voilement doivent être considérablement augmentées pour que les raidisseurs conservent toute leur efficacité dans le domaine post-critique. Une majoration des valeurs γ théoriques est évidemment nécessaire aussi pour les semelles comprimées de poutres-caissons raidies longitudinalement, poutres dont l'emploi est fréquent dans la construction des ponts, des engins de manutention lourds, des vannes, etc.

Le comportement post-critique de la semelle comprimée d'une poutre-caisson fixe pratiquement la valeur du moment limite: les âmes sont en effet très minces et n'apportent qu'une faible contribution à la résistance, même lorsqu'elles sont convenablement raidies. Lorsque les raidisseurs longitudinaux de semelle ne sont pas assez rigides, la sécurité à la ruine d'une poutre-caisson diminue donc dangereusement.

Pour dégrossir le problème, on a procédé à des essais préliminaires sur des poutres dont la semelle comprimée est raidie de différentes façons. On détermine ainsi expérimentalement l'ordre de grandeur de la majoration de rigidité nécessaire pour assurer un comportement optimum dans le domaine post-critique, jusqu'à la ruine.

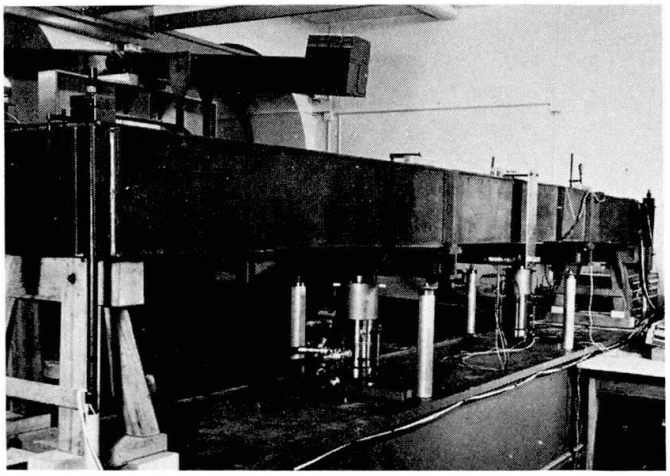
CONSTITUTION DES POUTRES D'ESSAI ET MODE DE CHARGE

Les dimensions des poutres auscultées sont relativement modestes, notamment en ce qui concerne la hauteur d'âme. Ces modèles ne permettent donc pas d'étudier l'influence réciproque des âmes sur les

semelles. Comme la constitution des semelles tendues ne modifie pratiquement pas le comportement de la membrure comprimée, ces semelles sont concentrées au bord des âmes, ce qui facilite la fabrication ainsi que la pose de l'appareillage.

La figure 1 (page 369) donne les dimensions principales des deux poutres du type A, comportant une semelle comprimée de 3 mm, raidie par trois nervures espacées de 200 mm. Pour les deux poutres du type B la disposition est analogue mais la membrure comprimée, forte de 4 mm, comprend seulement trois panneaux de 200 mm; la section est ainsi la même que pour le type A. Les poutres A2 et B2 ont des raidisseurs longitudinaux en plats de 36-3, disposés d'un seul côté, et des raidisseurs transversaux de 45-3. Pour les poutres A1 et B1, par contre, les raidisseurs sont beaucoup plus rigides.

Les efforts sont appliqués symétriquement, avec un bras de levier de 1,70 m (fig. 1); la partie centrale de la poutre, seule auscultée, est ainsi soumise à une flexion pure. La figure 2 donne une idée d'ensemble de l'essai sur la poutre A2.

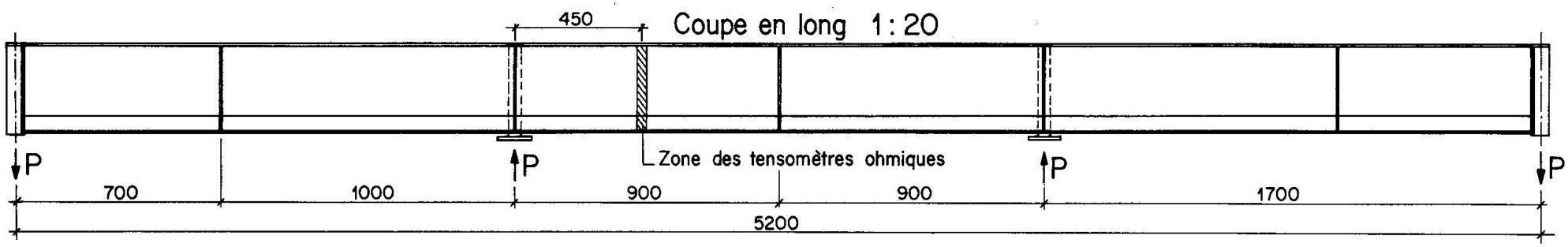


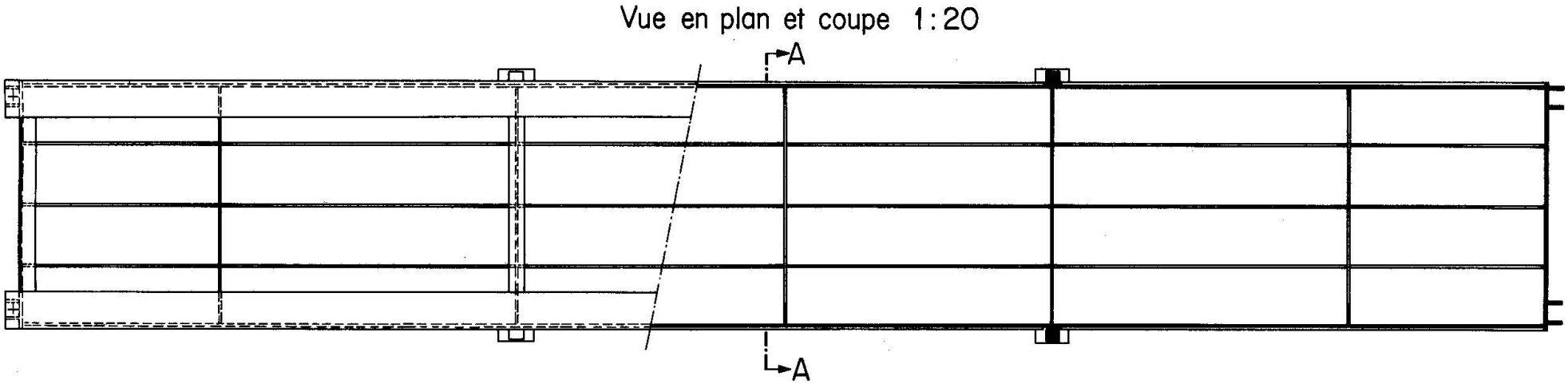
CRITÈRE DE DIMENSIONNEMENT DU RAIDISSAGE DES POUTRES D'ESSAI

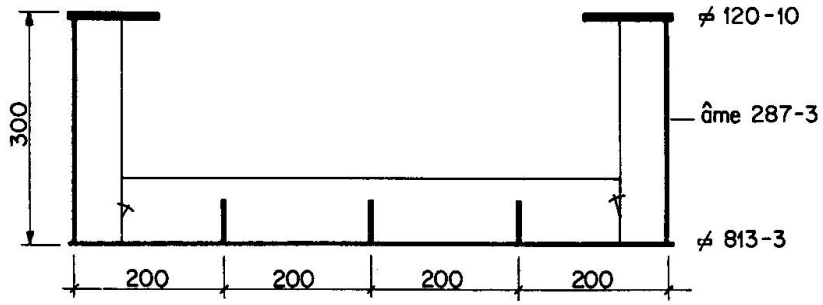
a) Rigidités γ d'après la théorie linéaire du voilement

Les rigidités nécessaires dans le domaine post-critique sont à exprimer en multiple des valeurs γ classiques; il convient dès lors de calculer d'abord ces rigidités γ théoriques pour les raidissages réalisés. On a utilisé à cet effet la méthode numérique présentée sous [7]. Avec les abréviations bien connues

$$\gamma = \frac{EJ_{raid.}}{b\ D} \quad , \qquad (b = \text{largeur du panneau})$$







Coupe A-A

1 : 10

Poutres d'essais type A

fig. 1

$$\delta = \frac{F_{raid.}}{b \quad t} \quad , \qquad (t = \text{épaisseur de la tôle})$$

on peut exprimer les résultats des calculs sous la forme suivante:

- Poutres A: panneaux longueur a = 900 mm, largeur b = 800 mm, avec trois raidisseurs longitudinaux équidistants

$$k < 64 : \quad \gamma = -1{,}31 + 0{,}317\,k + 0{,}00013\,k^2 + 1{,}266 \cdot k \cdot \delta$$

$$k = k_{max} = 64 : \quad \gamma^* = 19{,}5 + 81\,\delta \qquad \text{(rigidité optimum)}$$

- Poutres B: panneaux longueur a = 900 mm, largeur b = 600 mm, avec deux raidisseurs longitudinaux équidistants

$$k < 36 : \quad \gamma = -3{,}49 + 0{,}742\,k + 0{,}00075\,k^2 + 2{,}25 \cdot k \cdot \delta$$

$$k = k_{max} = 36 : \quad \gamma^* = 24{,}2 + 81\,\delta \qquad \text{(rigidité optimum)}$$

Pour des raidisseurs possédant la rigidité optimum γ^* le voilement de la membrure comprimée devrait se produire indifféremment, soit en une onde transversale (panneau entier raidi), soit en quatre (A) ou trois (B) ondes juxtaposées dont les axes des raidisseurs forment les lignes nodales.

b) Raidisseurs transversaux

Ces raidisseurs sont choisis plus rigides que les longitudinaux, ceci avant tout pour des raisons pratiques d'exécution (croisement des raidisseurs), comme cela est aussi le cas en réalité. Le rapport des rigidités atteint environ 2.

c) Hypothèses concernant le comportement à la ruine

Une analyse théorique du comportement effectif d'un panneau raidi dans le domaine post-critique présente des difficultés sérieuses (voir par exemple la réf. [8]). On se limitera ici à formuler des hypothèses plausibles.

Pour des panneaux comprimés uniformément, non raidis longitudinalement, on dispose des résultats de nombreux essais, en particulier de ceux de WINTER [9]. Avec la notion de largeur utile introduite par VON KÁRMÁN [10], on obtient selon réf. [11] une bonne concordance avec les valeurs expérimentales moyennes en posant

$$b_r / b = \sqrt{\sigma_{cr} / \sigma_{max}}$$

Dans cette expression σ_{cr} désigne la contrainte critique selon la théorie linéaire et σ_{max}, la contrainte au bord, atteignant

à la ruine la limite élastique σ_F de la tôle.

Pour un panneau raidi, on admettra que le comportement optimum dans le domaine post-critique est atteint lorsque chaque sous-panneau, compris entre deux raidisseurs longitudinaux, travaille comme une tôle comprimée appuyée uniquement sur ses bords et possède ainsi la largeur utile b_r exprimée par la formule précitée (fig. 3). Ceci n'est qu'une première approximation puisque les conditions au contour, en particulier pour l'état de membrane qui se développe dans le domaine post-critique, ne sont pas identiques.

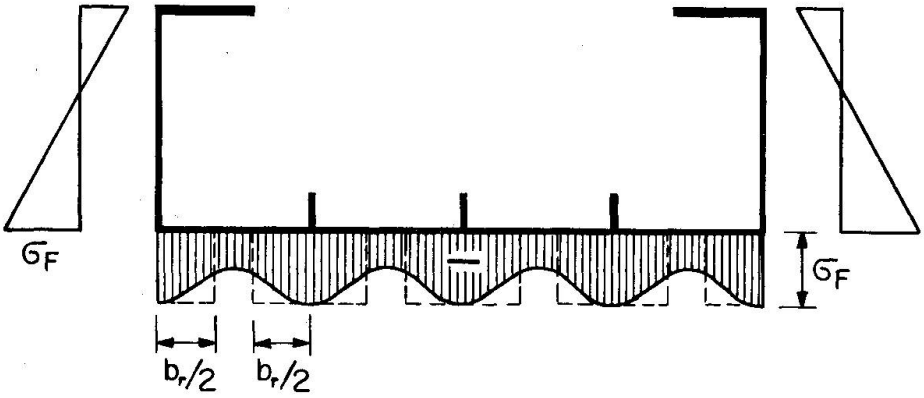


fig. 3

A la ruine, la contrainte au bord de l'âme en contact avec la membrure comprimée atteint également σ_F. La répartition des contraintes sur la hauteur de l'âme est par contre inconnue. Comme cet élément, surtout si l'on tient compte du déplacement de l'axe neutre dû à la réduction de la surface comprimée effective, est également en danger de voilement, il serait imprudent de supposer une plastification totale. Nous admettrons provisoirement une répartition triangulaire, conforme aux règles de la Résistance des Matériaux. Pour une largeur b_r connue, le moment maximum à la ruine $M_{th,max}$ est ainsi aisément calculable à partir des caractéristiques géométriques de la section et de la limite élastique du matériau.

La rigidité optimale des raidisseurs dans le domaine post-critique sera alors définie comme la <u>rigidité permettant juste d'atteindre</u>, dans l'essai à la ruine, <u>la valeur calculée</u> $M_{th,max}$. Cette valeur $\gamma^*_{post-cr.}$ est à comparer à celle de la théorie linéaire, ce qui fixe la grandeur du coefficient de majoration de MASSONNET

$$m = \gamma^*_{post-cr.} / \gamma^*_{linéaire}$$

Pour des nervures dont la rigidité est inférieure à $\gamma^*_{post-cr.}$, le calcul se fera de façon analogue: la rigidité "effective" sera admise égale à γ/m et la valeur du $\gamma_{linéaire}$ ($< \gamma^*_{linéaire}$) ainsi obtenue fixera, à partir des relations du paragraphe a), le coefficient de voilement k et la contrainte théorique σ_{cr}. Avec la largeur utile correspondante $b_r = b\sqrt{\sigma_{cr}/\sigma_F}$, naturellement inférieure à celle trouvée pour le raidissage optimum, on calculera comme ci-dessus un moment de ruine M_{th}. Si les valeurs m, déterminées à partir des essais sur diverses poutres, concordent dans le cadre de la dispersion inévitable, les hypothèses introduites seront confirmées.

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Les mesures portent sur les flèches d'un des panneaux centraux de 900 mm de longueur (voir fig. 1) ainsi que sur les allongements spécifiques dans une section médiane. On a utilisé à cet effet l'appareillage suivant:

Capteur inductif

Les déformations verticales du panneau de semelle comprimée, relatives aux bords des âmes, sont mesurées dans sept sections transversales à l'aide d'un capteur inductif relié à un coordinatographe électronique dessinant directement, à l'échelle désirée, les courbes de déformations. L'étude de ces flèches permet de suivre le processus de voilement.

Tensomètres ohmiques

Ces tensomètres, collés dans la section de mesure médiane (voir fig. 1), servent à déterminer la répartition des allongements le long du contour de la section. Pour éliminer l'influence des contraintes locales de flexion, tous les extensomètres sont groupés par paires de chaque côté des tôles. Les quatre tiges d'extrémité, reprenant les réactions, sont également pourvues d'extensomètres, ce qui donne un contrôle de l'effort appliqué.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Données caractéristiques

Poutre	Largeur b mm	Longueur a mm	Epaisseur t (mesuré) mm	Raidisseur longitudinal Section	Inertie cm^4	γ	δ
A1	800	900	3,2	60 x 2,9	21	87	0,068
A2	800	900	3,3	37 x 3,3	5,5	21	0,046
B1	600	900	4,0	renf.	58	165	0,123
B2	600	900	4,0	37 x 3,1	5,2	15	0,048

Résultats expérimentaux

Poutre	Limite élastique t/cm^2	A la ruine Charge t	Moment tcm	Nombre de cloques sur b	sur a	Déformée initiale mm
A1	2,95	12,4	2110	4	5	5
A2	3,0	8,0	1360	1	1	5
B1	2,9	14,5	2470	3	5	3
B2	2,9	8,8	1500	1	1	4

Comparaison des valeurs calculées aux valeurs expérimentales

P.	Moment expér. tcm	Calculs pour m = 5					Théorie linéaire sans réduct.				
		γ/m	k	σ_{cr}	b_r/b	M_{th}	γ	k	σ_{cr}	M_{cr}	M_{adm} n=1,35
A1	2110	17,4	46	1,40	0,69	2060	87	64	1,95	1820	1350
A2	1360	4,2	14,5	0,47	0,39	1390	21	58	1,87	1760	1310
B1	2470	33	35	2,48*	0,92	2650	165	36	2,50*	2450	1810
B2	1500	3	7,6	0,64	0,47	1440	15	21,5	1,82	1590	1180

Dans le calcul des moments de ruine M_{th} on a tenu compte des bandes extérieures (largeur 2 x 6,5 mm) qui travaillent de toute façon à la limite élastique. Pour les nervures longitudinales, on a admis en première approximation la même efficacité que pour la tôle. Pour des contraintes critiques $\sigma_{cr}*$ dépassant la limite de proportionnalité σ_p , admise à 2 t/cm^2, on a réduit les valeurs selon les indications des règles DIN 4114, Ri 7.42 (module d'Engesser-Kármán).

L'examen des tableaux précédents montre que les poutres à raidisseurs plus rigides (A1 et B1) se comportent nettement mieux que les autres. Il n'existe de plus aucune relation directe entre les valeurs expérimentales à la ruine et celles données par la théorie linéaire du voilement, sans réduction des rigidités γ ; ceci ressort particulièrement bien de la comparaison des poutres A1 et A2. La théorie linéaire conduit ici à des moments critiques pratiquement égaux pour les deux poutres, ce qui est normal puisque même la rigidité γ de la poutre A2 atteint pratiquement la valeur optimale $\gamma*$. Un renforcement des raidisseurs (poutre A1) ne devrait dès lors pas amener d'augmentation substantielle de la résistance; en réalité, le rapport des moments de ruine vaut 1,55. Comme une partie non négligeable de la flexion est reprise par les âmes, ceci surtout pour la poutre A2 qui est fortement dissymétrique à l'état de ruine, il est plus juste de comparer les efforts de compression dans la membrure comprimée ou, ce qui revient au même, les largeurs utiles expérimentales; ce rapport dépasse 1,8.

Pour expliquer le comportement totalement différent des poutres A1 et A2, le plus simple est de comparer l'allure des déformations et des allongements. Dans le sens transversal la poutre A2 a voilé en une seule onde (fig. 4), la poutre A1 par contre en quatre ondes, avec lignes nodales au droit des raidisseurs (fig. 5), bien que la déformation initiale comprenne une seule onde. La figure 6 montre l'allure des déformations le long du raidisseur central, avec de grandes déflexions pour la poutre A2 et des valeurs pratiquement négligeables pour A1. En fonction des charges appliquées, les déformations au droit des raidisseurs et en travée diffèrent également: pour A2 (fig. 7a) toutes les déformations ont la même allure et atteignent rapidement des valeurs considérables, tandis que pour A1 (fig. 7b) les raidisseurs restent pratiquement rectilignes, avec même au début une tendance à des déflexions de sens inverse; de plus, les déformations des panneaux sont de beaucoup inférieures à celles de la poutre A2.

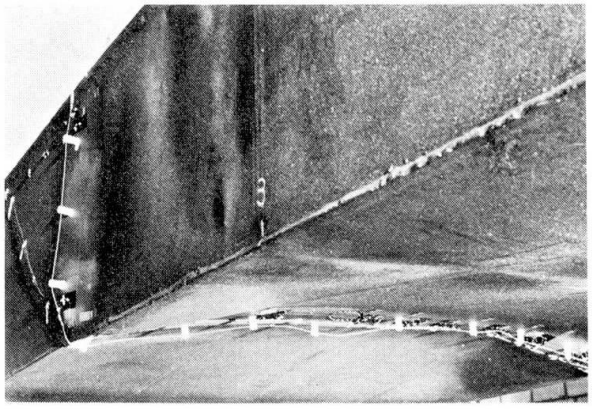


fig. 4 Poutre A2

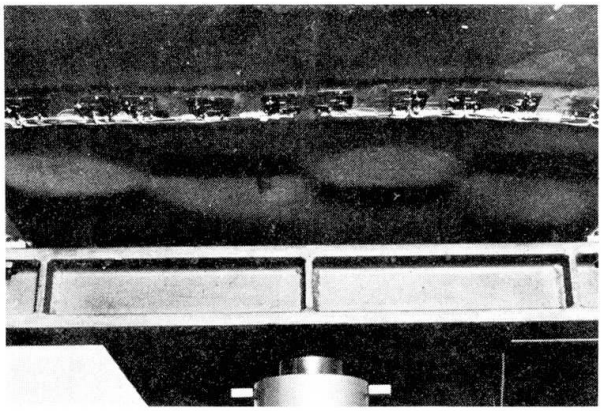


fig. 5 Poutre A1

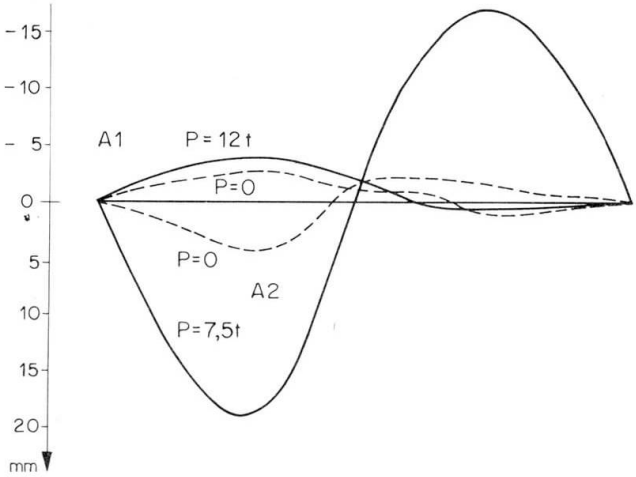
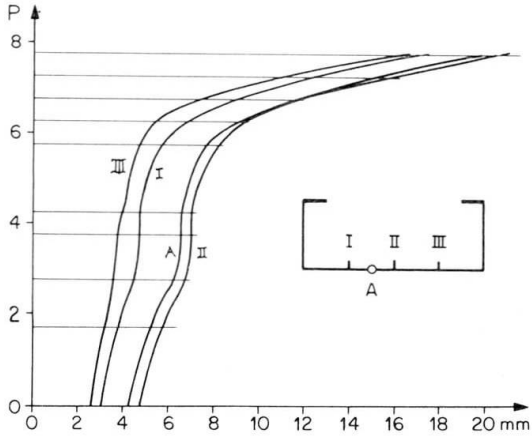


fig. 6

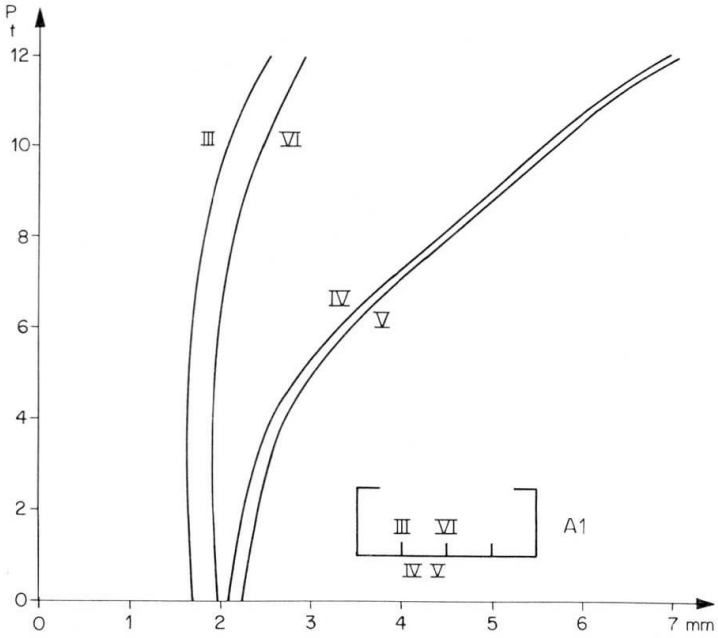
Déformations le long du raidisseur central

fig. 7

Progression des déformations dans la section médiane en fonction de P

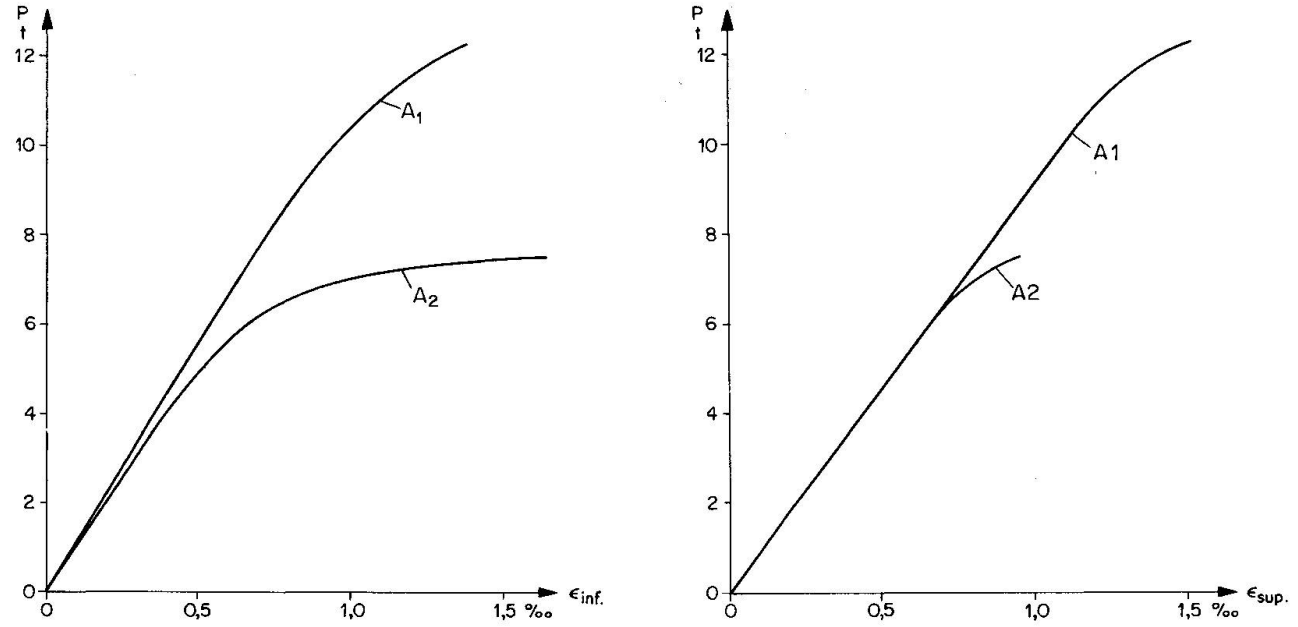


a) Poutre A2



b) Poutre A1

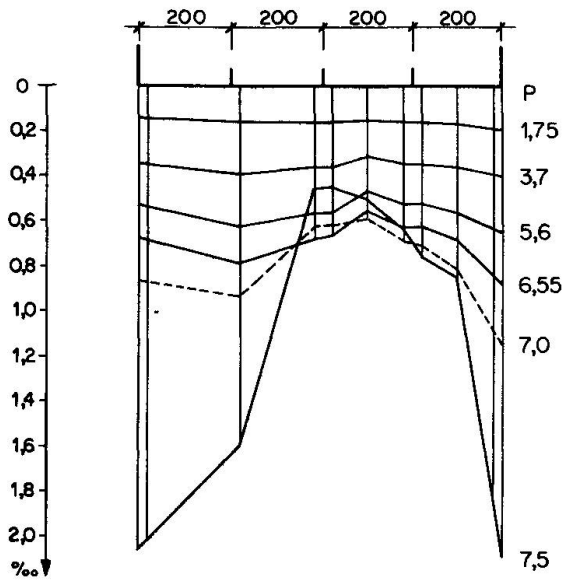
Pour les allongements au bord de la semelle comprimée (fig. 8a) resp. tendue (fig. 8b) en fonction de la charge, l'allure est en principe la même, mais le diagramme A2 s'incurve déjà à partir de 5 t pour arriver rapidement à la limite élastique.

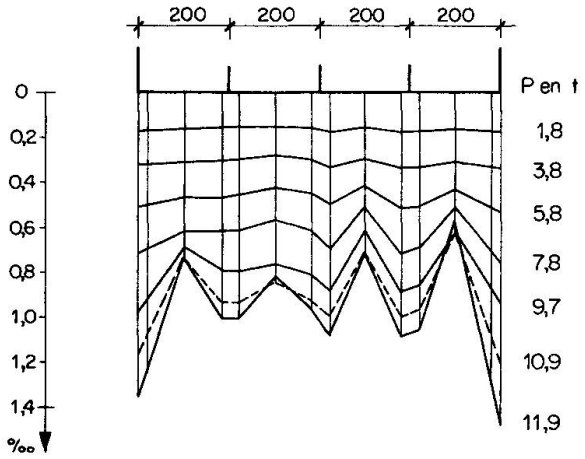


Progression des allongements dans la section de P
fig. 8a Semelle comprimée fig. 8b Semelle tendue

Les diagrammes les plus instructifs sont certainement ceux donnant la répartition des allongements dans une section transversale, avec les charges en paramètres. Pour A2 (fig. 9a) on remarquera la poche centrale qui se creuse de plus en plus, avec des allongements qui finissent même par décroître; à la ruine les efforts de compression sont concentrés le long des âmes et le panneau se comporte donc dans l'ensemble comme une plaque non raidie (voir par exemple [9]), ce qui montre bien que la rigidité des nervures est insuffisante dans le domaine post-critique. Pour la poutre A1, par contre, la répartition est beaucoup plus régulière (fig. 9b) et les poches se forment ici entre les raidisseurs; même pour une tôle parfaitement soutenue tous les 200 mm, le rapport de la largeur à l'épaisseur est en effet tel que la largeur utile à la ruine serait inférieure à 1, de l'ordre de 0,85. De plus, comme les raidisseurs n'ont pas tout-à-fait la rigidité optimum, compte tenu du facteur de majoration m d'environ 5 (k = 46 au lieu de 64, voir tableau), il existe également une poche générale, d'ailleurs assez peu marquée. La figure semble aussi montrer que les déformation initiales (de l'ordre de l'épaisseur), n'influent guère sur l'allure des répartitions à la ruine et ne devraient donc pas jouer un rôle important.

Comme il est prévu de publier ailleurs un compte-rendu plus détaillé des essais, nous renonçons à analyser les résultats des poutres B, la comparaison étant semblable à celle des poutres A.





Répartition des allongements dans la section médiane du panneau comprimé (feuillet moyen), pour div. valeurs des charges appliquées
fig. 9a Poutre A2 fig. 9b Poutre A1

CONCLUSIONS GÉNÉRALES

a) Valeur expérimentale du coefficient $m = \gamma_{post\text{-}cr.} / \gamma_{linéaire}$

La comparaison des valeurs calculées aux valeurs expérimentales des moments de flexion montre une concordance satisfaisante lorsque l'on donne au coefficient m une valeur moyenne de 5. Le nombre d'essais réalisés est évidemment insuffisant pour généraliser ce résultat. On peut toutefois remarquer que les quatre poutres étudiées couvrent un domaine assez vaste, tant pour ce qui concerne la géométrie des panneaux que pour la rigidité relative des raidisseurs. Pour calculer la résistance à la ruine d'un panneau raidi comprimé, nous proposons donc, dans l'attente de résultats plus nombreux, de diviser par 5 la rigidité effective des raidisseurs et de calculer la contrainte de voilement σ_{cr} à partir de cette valeur γ réduite. La formule précitée de von Kármán donnera alors la largeur effective du panneau et fixera ainsi la grandeur du moment limite.

Pour dimensionner les raidisseurs dans une construction nouvelle, on procédera de façon analogue, c'est-à-dire qu'on multipliera par 5 les rigidités théoriques données par la théorie linéaire; ceci vaut aussi bien pour la rigidité optimale γ^* correspondant à k_{max} que pour des rigidités plus faibles, conduisant à des coefficients de voilement k inférieurs à celui du voilement en ondes transversales juxtaposées.

b) Contrôle au voilement habituel, sans réduction des rigidités

Pour les poutres A2 et B2, à raidisseurs non renforcés, les moments expérimentaux à la ruine sont inférieurs aux moments critiques de

la théorie linéaire; pour A2 le rapport $M_{ruine}/M_{cr\ th}$ est inférieur à 0,8. Même le moment admissible, pour une sécurité au voilement de 1,35 (DIN 4114, 17.4), atteint pratiquement la valeur à la ruine! Le contrôle au voilement habituel conduit dès lors dans ce cas à une sécurité effective à la ruine de l'ordre de 1, alors que l'on devrait avoir de l'ordre de 1,7. Il est donc urgent de modifier certains règlements dangereux lorsqu'on les applique à des tôles raidies comprimées.

Si, par contre, l'on tient compte du facteur $m = 5$, une sécurité de 1,35 par rapport à σ_{cr} paraît suffisante, puisque l'on dispose de la réserve post-critique donnée par le rapport $\sqrt{\sigma_F/\sigma_{cr}}$. Pour un raidissage très serré, conduisant à des valeurs σ_{cr} proches de σ_F, cette réserve devient cependant insuffisante; dans ce domaine, il paraît prudent d'augmenter quelque peu le facteur de sécurité.

c) Dimensionnement des raidisseurs au flambement

Un dimensionnement des raidisseurs longitudinaux au flambement, comme cela a été proposé en 1916 déjà par Rode, n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux. Avec une largeur utile de 20 t, comme proposé par divers auteurs, on obtient les élancements suivants:

A1	A2	B1	B2
46	78	36	84

Les rapports des contraintes critiques au flambement correspondantes, données par la droite de Tetmajer, la parabole de Johnson etc., ne correspondent pas aux valeurs expérimentales et surestiment la résistance. Pour les poutres A2 et B2, on remarque même que l'élancement est inférieur pour A2, c'est-à-dire que la résistance devrait être ici plus grande, alors que c'est le contraire qui s'est produit. Le calcul des raidisseurs au flambement, qui ne tient compte ni du nombre de raidisseurs, ni de leur disposition dans le panneau, ni du rapport a/b, ne saurait résoudre correctement le problème du dimensionnement de ces raidisseurs.

BIBLIOGRAPHIE

1. MASSONNET, CH.: Essais de voilement sur poutres à âmes raidies, Mémoires AIPC, Vol. 14, pp. 125-186, Zurich 1954.

2. MASSONNET, CH., MAS, E., MAUS, H.: Essais de voilement sur deux poutres à membrures et raidisseurs tubulaires, Mémoires AIPC, Vol. 22, pp. 183-228, Zurich 1962.

3. D'APICE, M.A., COOPER, P.B.: Static Bending Tests on Longitudinally Stiffened Plate Girders; Fritz Engineering Lab. Report No 304.5, Lehigh University 1965.

4. COOPER, P.B.: Bending and Shear Strength of Longitudinally Stiffened Plate Girders; Fritz Engineering Lab. Report No 304.6, Lehigh University 1965.

5. ROCKEY, K.C.: Aluminium Plate Girders; Proceedings of Symposium "Aluminium in Structural Engineering", Institution of Structural Engineers 1964.

6. OWEN, D.R.J., ROCKEY, K.C., ŠKALOUD, M.: Ultimate Load Behaviour of Longitudinally Reinforced Webplates Subjected to Pure Bending; Mémoires AIPC, Vol. 18, pp. 113-148, Zurich 1970.

7. STÜSSI, F., DUBAS, CH., DUBAS, P.: Le voilement de l'âme des poutres fléchies, avec raidisseur au cinquième supérieur; Mémoires AIPC, Vol. 17, pp. 217-240, Zurich 1957; Etude complémentaire, Mémoires AIPC, Vol. 18, pp. 215-248, Zurich 1958.

8. ŠKALOUD, M.: Comportement post-critique des âmes comprimées uniformément et renforcées par des raidisseurs longitudinaux; Acier/Stahl/Steel 1964, pp. 193-198.

9. WINTER, G.: Performance of Thin Steel Compression Flanges; 3ème Congrès de l'AIPC, Liège 1948, Publication Préliminaire, pp. 137-148.

10. V. KÁRMÁN, TH., SECHLER, E.E., DONNEL, L.H.: The Strength of Thin Plates in Compression; Trans. Americ. Soc. Mech. Eng., Vol. 54, 1932.

11. STÜSSI, F.: Grundlagen des Stahlbaues, 2. Auflage, Springer 1971, S. 445.

RESUME

Pour les semelles comprimées de poutres-caissons, les rigidités de la théorie linéaire sont nettement insuffisantes dans le domaine post-critique. Pour les conditions des quatre essais réalisés, le coefficient m = γ post-cr./γ linéaire est de l'ordre de 5. Un dimensionnement des raidisseurs longitudinaux partant de leur résistance au flambement n'est par contre pas en accord avec les résultats expérimentaux.

ZUSAMMENFASSUNG

Für gedrückte Gurtbleche von Kastenträgern genügen die sich aus der linearen Beultheorie ergebenden Steifigkeitswerte im überkritischen Bereich bei weitem nicht mehr. Unter den Bedingungen der vier durchgeführten Versuche beträgt der einzuführende Vergrösserungsfaktor m = γ überkr./ γ linear rund 5. Eine Bemessung der Längssteifen aufgrund ihrer Knickfestigkeit steht dagegen mit den Versuchsergebnissen nicht im Einklang.

SUMMARY

For stiffened compression flanges of box-girders the required longitudinal stiffness based on the linear theory of plate buckling is by much insufficient in the post-critical range. Under the conditions of the four performed tests the factor m = γ post-cr./γ linear reaches about 5. On the other hand, proportioning requirements of the longitudinal stiffeners based on their buckling loads do not seem to agree with the test results.

Leere Seite
Blank page
Page vide