Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 6 (1970)

Rubrik: Free discussion

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

DISCUSSION LIBRE / FREIE DISKUSSION / FREE DISCUSSION

Zur Ermittlung der Verformung von Stahlbetonträgern

BEREND MAINZ
Dipl.-Ing.
Technische Universität Hannover
Deutschland

Beim Entwurf von Stahlbetonbauteilen ist häufig ein Nachweis der Verformungen erforderlich. Deshalb soll hier ein einfaches Verfahren für die Berechnung der Durchbiegungen von Stahlbetonträgern gezeigt werden, das in [1] ausführlich beschrieben wurde.

Da sich die möglichen Durchbiegungen je nach Höhe der Beanspruchung zwischen den Grenzwerten der Zustände I und II befinden, werden diese beiden Grenzfälle hier nebeneinander ermittelt.

$n \cdot \mu =$ $\mu'/\mu =$ $\varphi =$ $\varepsilon_s =$ $f_b = \alpha \frac{M \cdot l^2}{E_b J_b} =$	Zustand I		Zustand II	
	Beiwerte	Durchbiegung	Beiwerte	Durchbiegung
$f_o = f_b \cdot \frac{1}{k}$	$\frac{1}{k_I} =$	$f_o =$	$\frac{1}{k_{II}} =$	$f_o =$
$f_k = f_{b,D} \cdot c \cdot \varphi$	$c_I =$	$f_k =$	$c_{II} =$	$f_k =$
$f_s = \eta_s \cdot \frac{\varepsilon_s l^2 \alpha}{h}$	$\eta_{sI} =$	$f_s =$	$\eta_{sII} =$	$f_s =$
		$f_I =$		$f_{II} =$

Fig. 1

Mit der Figur 1 ist ein zweckmäßiges Berechnungsschema für die Ermittlung der Durchbiegungen dargestellt.

Die Gesamtdurchbiegung f setzt sich aus den folgenden drei Anteilen zusammen: der Kurzzeitverformung f_o, der Kriechverformung f_k und der Schwindverformung f_s. Zur Bestimmung dieser Größen sind die oben in der Fig. angegebenen Parameterwerte erforderlich: das Verhältnis der Elastizitätsmoduli von Stahl und Beton n, das Bewehrungsverhältnis der Zugbewehrung μ, das Verhältnis von Druck- zur Zugbewehrung μ'/μ, die Kriechzahl φ und das Schwindmaß ε_s.

Ferner wird als Bezugswert die elastische Durchbiegung f_b des vorliegenden Trägers mit der Biegesteifigkeit des vollen Betonquerschnittes $E_b J_b$ eingeführt.

Die Kurzzeitverformung f_o ergibt sich durch Multiplikation der Betonverformung f_b mit einem Steifigkeitsbeiwert 1/k. In der Figur 2 ist dieser Beiwert 1/k in Abhängigkeit von n_μ und dem Parameter μ'/μ für die Zustände I und II dargestellt. Man erkennt, daß die Steifigkeit im Zustand II mit wachsendem Bewehrungsgehalt sehr stark zunimmt und bei n_μ = o,17 schon die des reinen Betonquerschnittes erreicht hat. Ferner ist zu sehen, daß die Druckbewehrung nur einen geringen Einfluß auf die Kurzzeitverformung hat.

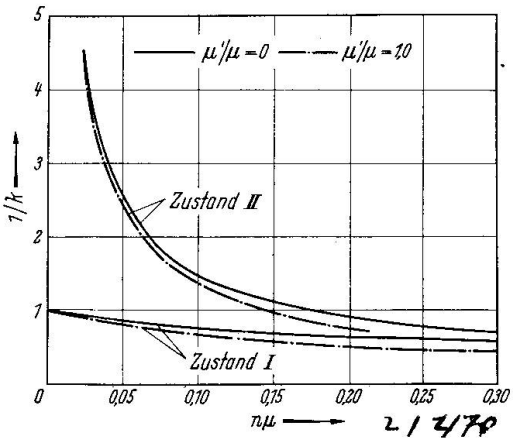

Fig. 2 Steifigkeitsbeiwert

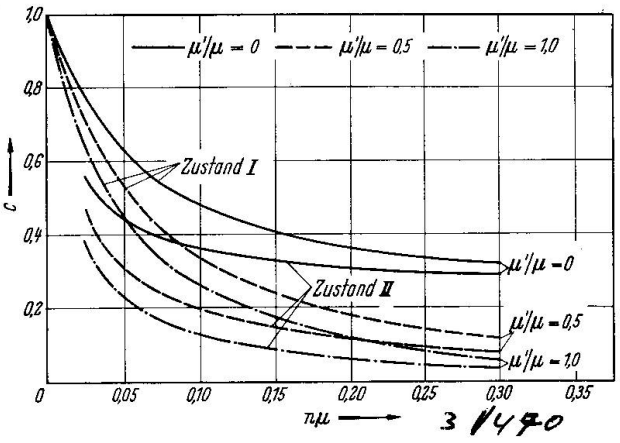

Fig. 3 Kriechverformungsbeiwert

Die Kriechverformung f_k erhält man aus der Betonverformung unter Dauerlast $f_{b,D}$ multipliziert mit der Kriechzahl φ und einem Kriechverformungsbeiwert c, der in Fig. 3 dargestellt ist. Der Wert c ist wieder vom n-fachen Bewehrungsverhältnis der Zugbewehrung und dem Verhältnis der Druck- zur Zugbewehrung abhängig. Man erkennt, daß die Kriechverformung mit wachsender Zugbewehrung stark abnimmt und durch eine vorhandene Druckbewehrung nochmals wesentlich verkleinert wird. Ferner ist darauf hinzuweisen, daß die Kriechverformungen im Zustand I jeweils ü b e r denen des Zustandes II liegen. Bei Berücksichtigung der vorhandenen Bewehrung ist die Kriechverformung jedoch nur ein Bruchteil der φ-fachen Betonverformung.

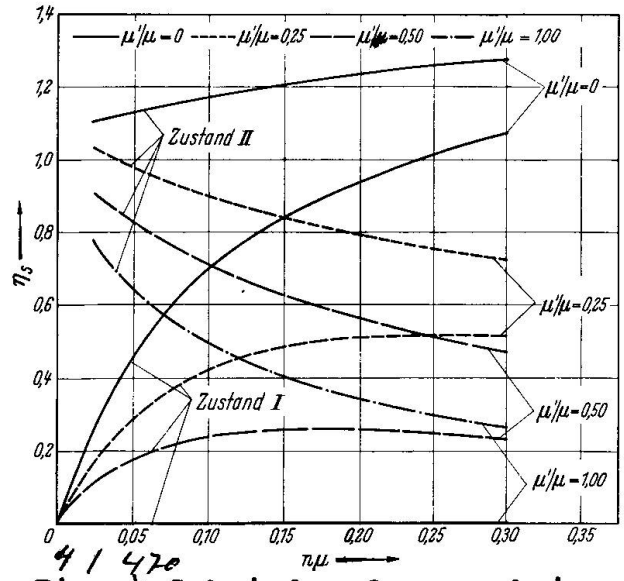

Fig. 4 Schwindverformungsbeiwert

Die Schwindverformung ergibt sich aus einer Bezugsverformung $\varepsilon_s l^2 \alpha / h$ mal Schwindverformungsbeiwert η_s. Die in Fig. 4 gezeigte Größe η_s ist stark vom Spannungszustand und der Bewehrungsanordnung abhängig. Während im Zustand I bei symmetrischer Bewehrungsanordnung im Querschnitt – also $\mu'/\mu = 1{,}0$ keine Schwindkrümmung auftritt, ist bei einer anwachsenden Zugbewehrung bei $\mu'/\mu = 0$ eine starke Schwindverformung vorhanden. Die Schwinddurchbiegungen sind im Zustand II stets größer als im Zustand I.

Die Gesamtverformungen f_I im Zustand I und f_{II} im Zustand II weichen bei üblichen Bewehrungsprozentsätzen nicht stark voneinander ab, so daß die tatsächlich eintretende Durchbiegung gut eingegrenzt werden kann. Der Vergleich der rechnerischen Werte mit einer Anzahl von Versuchsmessungen ergab eine gute Übereinstimmung; die maximalen Abweichungen lagen unter 20%.

[1] H.Trost und B.Mainz: Zweckmäßige Ermittlung der Durchbiegungen von Stahlbetonträgern. Beton- und Stahlbetonbau 1969, Heft 6, S. 142 – 146.

Un exemple de l'influence du fluage dans les structures à déformation partiellement empêchée: les piles-marteaux

P. DEMONSABLON R. PERZO R. TOURAINE
France

La pile-marteau, composée d'un fût central unique supportant une double console, est fréquemment utilisée dans les grands viaducs. Lorsque ceux-ci sont pourvusd'un contreventement (par exemple, poutres multiples entretoisées), l'ensemble constitué par les consoles et les entretoises d'appui (Fig. 1) est statiquement indéterminé sous les charges appliquées postérieurement à la solidarisation du tablier, charges provenant :

- soit d'efforts : précontrainte, poids du hourdis ou des superstructures,
- soit de déformations imposées par la compatibilité des flèches au droit des appuis entre poutres et consoles.

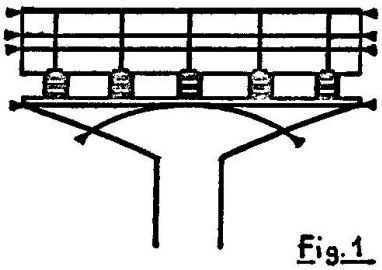

Fig.1

Fluage des pièces composites

Le module de déformation totale à l'instant t sous l'effet de charges appliquées à l'instant θ s'exprime par $E(t,\theta) = E(\theta,\theta)/[1+\alpha\rho(t,\theta)]$
$E(\theta,\theta)$ est le module d'élasticité instantané à l'époque θ

Dans l'hypothèse de Navier, la déformabilité d'une pièce composite (Fig. 2) s'exprime comme suit en fonction des caractéristiques mécaniques des composants (S aire, μ moment statique, I moment d'inertie):

$$\overline{EI} = E_1 I_1 + E_2 I_2 - (\mu_1 E_1 + \mu_2 E_2)^2 / (S_1 E_1 + S_2 E_2)$$

Cette formule montre que le principe de superposition des efforts ne s'applique pas au calcul des réactions d'appui définitives, sous l'effet du fluage. Il faut, pour les déterminer, adopter un modèle descriptif de l'évolution des réactions "parasites" au cours du temps [1]

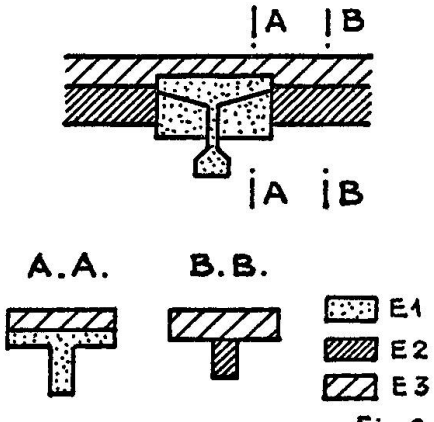

Fig.2

Equations de compatibilité

L'expression des réactions parasites $X_i(t,\theta_i)$ développées par les efforts appliqués à l'instant θ_i montre que celles-ci sont la solution d'un système d'équations intégro-différentielles de la forme [2] :

$$\|M_i(t,\theta_i)\|\vec{X}_i(\theta_i,\theta_i)+\int_{\theta_i}^{t}\|M_i(\tau,\theta_i)\|\frac{\partial}{\partial\tau}\vec{X}_i(\tau,\theta_i)\,d\tau + K\vec{X}_i(t,\theta_i)=\vec{A}(t,\theta_i)$$

où M est une matrice exprimant la déformabilité relative du chevêtre et de l'entretoise,

K est la rigidité des appareils d'appui,

A est fonction des efforts extérieurs appliqués à l'instant θ_i, et des déformations acquises à cette époque.

Ces équations sont facilement résolues par différences finies.

Exemples d'application

La théorie qui vient d'être exposée a été mise au point à l'occasion de la réalisation d'ouvrages autoroutiers :

- le viaduc du Loing sur l'Autoroute A 6
- le viaduc de Roberval sur l'Autoroute A 1.

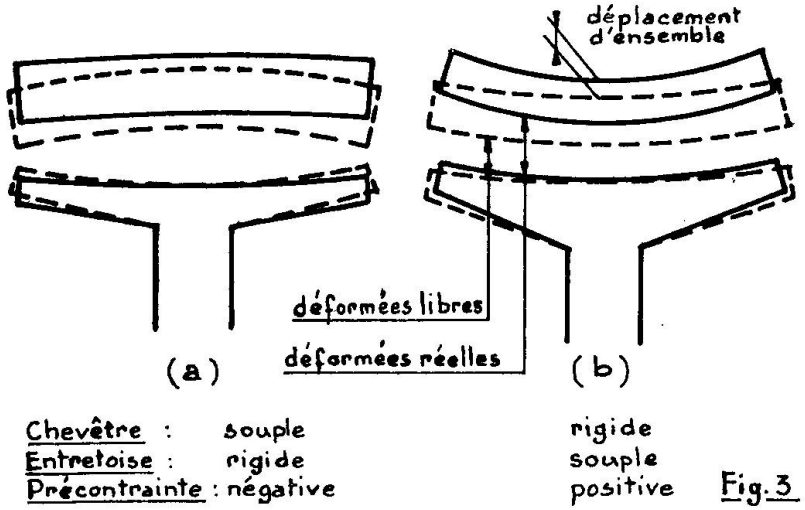

Fig. 3

Les déformabilités des pièces en contact correspondent, respectivement, aux cas a et b de la Fig. 3.

Les résultats des calculs sont résumés dans les tableaux I et II.

En ce qui concerne le viaduc du Loing, un dispositif expérimental a permis de suivre l'évolution des déformations en extrémité de chevêtre et de mesurer, à un certain moment, les réactions effectivement développées par les poutres sur leurs appuis (les tabliers n'étant pas rigoureusement symétriques, deux valeurs sont indiquées pour ces mesures).

De plus, on a procédé à un ajustement des calculs pour tenir compte de légères différences de poids intervenues entre projet et exécution.

La comparaison des prévisions et des mesures montre une bonne concordance ; dans ce cas particulier, les écarts entre les réactions réelles et les réactions calculées sans tenir compte de la déformation des pièces sont de ± 50 %.

Tableau I - Viaduc du Loing

Epoque,	n°	Prévisions 2	3	4	5	6	7	Prévisions ajustées 7	∞	Pesée	Réactions (ajustées) en l'absence de déformations
	mois	2	2,5	3	4	7	∞				
Travée 1	Poutre extérieure t	53,5	54,0	73,1	73,4	84,5	76,5	80,0	72,5	81/87	54,1
	Poutre intermédiaire t	53,5	56,7	29,1	54,6	37,8	49,4	35,8	46,8	41/43	62,1
Travée 2	Poutre extérieure t	0	53,5	76,1	85,5	78,1	82,0	72,9	76,6	69/79	53,4
	Poutre intermédiaire t	0	53,5	25,2	52,4	18,1	35,0	16,9	32,6	46/51	61,2

Tableau II - Viaduc de Roberval

Epoque,	n° / jours	Prévisions 9 / 76	10 / 78	11 / 95	12 / 155	13 / 242	14 / ∞	Réactions en l'absence de déformations
Travée 1	Poutre extérieure t	49,5	49,5	57,1	56,2	56,5	56,7	61,7
	Poutre intermédiaire t	54,1	54,4	70,6	74,5	73,6	73,5	63,7
Travée 2	Poutre extérieure t	51,0	49,5	57,0	56,2	56,5	56,7	61,7
	Poutre intermédiaire t	53,0	54,1	72,9	76,7	75,7	75,6	63,7

BIBLIOGRAPHIE

1 P. DEMONSABLON : Déformations différées et pertes de précontrainte dans les structures hyperstatiques.
7ème Session d'études de l'Association Scientifique de la Précontrainte. Mars 1964. Publication dans "Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics" n° 203 Paris, Novembre 1964.

2 P. DEMONSABLON : Influence des déformations différées du Béton sur les réactions mutuelles d'une pile marteau et des travées qu'elle supporte.
8ème Session d'études de l'Association Scientifique de la Précontrainte. Mars 1965. Publication dans "Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics" n° 214 Paris, Octobre 1965.

3 J. COURBON : L'influence du fluage linéaire dans l'équilibre des systèmes hyperstatiques en béton précontraint. "Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics" n° 242 Paris, Février 1968.

DISCUSSION LIBRE / FREIE DISKUSSION / FREE DISCUSSION

MARIO ALBERTO CHIORINO
Dr. Ing.
Ecole Polytechnique de Turin
Italie

Monsieur le Président, Messieurs,

la deuxième édition des Recommandations du CEB et de la FIP donne une serie revisée de données statistiques concernant le fluage du béton. Ces données, qui sont présentées sous forme de graphiques, devraient permettre à l'ingénieur d'évaluer l'orde de grandeur des déformations différées du béton dans les diverses conditions d'utilisation. Ces mêmes Recommandations suggèrent de faire recours a des équations convenables pour évaluer l'influence du fluage sur les efforts dans les structures, lorsque cette influence peut être importante.

Le CEB souhaite donc implicitement qu'une interpretation analytique satisfaisante du comportement viscoélastique du béton puisse être établie, de sorte que les calculs des effets structurels du fluage puissent être mis à la portée des ingenieurs. Cette méthode de calcul devrait être en bon accord avec les principaux aspects qualitatifs du comportement rhéologique du béton et, du point de vue quantitatif, devrait s'appuyer sur les données statistiques du CEB.

A l'Ecole Polytechnique de Turin M. Franco Levi et moi même nous nous sommes penchés depuis assez longtemps sur ce problème (en vue de la rédaction d'une Annexe aux Recommandations du CEB concernant le calcul de effets du fluage) et somme parvenus a quelques conclusions dont je voudrais vous faire part dans cette intervention.

Le problème à resoudre est de choisir des fonctions analytiques convenables, ou, ce qui revient au même, de chercher un modèle rhéologique qui représente avec une bonne approximation la relation efforts-déformations-temps.

A notre avis une schématisation rationelle du comportément rhéologique du béton doit se fonder sur les hypothèses suivantes:

a) linéarité,
b) respect du principe de superposition de Boltzman-McHenry,
c) réversibilité d'une partie de la déformation lente, quel que soit l'âge de la mise en charge.

La fonction fluage qui dérive de ses hypothèses apparaît donc

comme la somme d'une composante élastique différée (due au "basic creep") et d'une composante irréversible (due principalement au "drying creep" et en partie au "basic creep"). Dans cette optique les bétons très âgés donneraient lieu à des déformations entièrement réversibles (élastiques différées) à cause de l'épuisement intégrale de la fraction irréversible.

Cette hypothèse implique par ailleur les conséquences ci-après:

a) le rapport entre la déformation finale de fluage pour une mise en charge à l'âge t_o et la déformation finale pour une mise en charge à l'origine des temps (il s'agit du paramètre k_d suivant les notations du C.E.B.) tend vers une valeur finie lorsque t_o augmente (l'asymptote étant représenté par la valeur finale de la déformation élastique différée);

b) le rapport k_d doit diminuer d'autant plus rapidement (lorsque t_o augmente) que l'évolution de la déformation de fluage sous une charge constante appliquée à l'origine des temps est plus rapide (phénomène qui est caractérisé par le paramètre k_t du C.E.B.); il s'en suit que si l'on donne plusieures courbes k_t en faisant varier ce paramètre suivant l'épaisseur de la pièce, comme dans la dernière édition des Recommandations du CEB, on doit également donner plusieures courbes k_d.

Par contre dans la dernière édition des Recommandations à une multiplicité des courbes k_t ne correspond qu'une seule courbe k_d; ce qui implique un désaccord entre la representation graphique de la fonction fluage donnée par le C.E.B. et le principe de superposition.

Une deuxième observation concerne la proportion entre la partie de la déformation de fluage qui est reversible et celle qui est irreversible. Dans la schématisation que nous avons envisagé, nous admettons que cette proportion se maintienne inchangée, quelle que soit l'épaisseur de la pièce. Par ailleurs nous admettons en accord avec le C.E.B. que la valeur globale de la déformation différée se reduise en fonction de l'épaisseur.Cette hypothèse simplifie la représentation analytique et permet également d'éviter que les courbes de vieillissement représentées par la variation du rapport k_d en fonction de l'âge à la mise en charge s'éloignent trop fortement de la courbe unique donnée par le C.E.B.

Pour terminer une petite remarque d'ordre historique sur le contenu du rapport général sur le thème III. Je voudrais signaler que les travaux du Prof. Levi n'ont pas porté uniquement sur le fluage linéaire simplifié (hypothèse Dischinger). M. Levi a en effet proposé dès 1949 un schéma "parallèle" presentant des paramètres rhéologiques fonctions du temps et l'a appliqué aux problèmes structurels. Successivement dans le volume d'hommage au Prof. Campus il a mis en évidence les difficultées que posait l'application de ce schéma pour l'étude du comportement du béton tout au long de son vieillissement.

Leere Seite
Blank page
Page vide