

**Zeitschrift:** IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

**Band:** 6 (1970)

**Artikel:** Kriechknicken von Stahlbetonstützen

**Autor:** Grenacher, M. / Thürlmann, B.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7791>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Kriechknicken von Stahlbetonstützen

Creep Buckling of Reinforced Concrete Columns

Flambage des piliers en béton armé sous l'action du fluage

M. GRENACHER

dipl. Ing. ETH

Institut für Baustatik an der  
Eidg. Techn. Hochschule Zürich  
Schweiz

B. THÜRLIMANN

Prof. Dr.

### Einleitung

Die Berechnung der Verformungen und der Nachweis der Knicksicherheit von Stahlbetontragwerken ist erschwert durch:

- nicht lineare Formänderungen des Stahles und hauptsächlich des Betons
- diskontinuierliches Formänderungsverhalten (Risse)
- Kriechen und **Schwinden des Betons**
- Streuungen der Festigkeits- und Querschnittswerte

Eine Berücksichtigung dieser Einflüsse in der Berechnung ist allgemein nur auf iterativem Wege möglich, wozu der Computer ein unentbehrliches Hilfsmittel ist. Um diese aufwendigen Berechnungen zu umgehen, werden in den entsprechenden Normen verschiedener Länder für die Bemessung von Stahlbetonstützen approximative Methoden angegeben, die zu unterschiedlichen und oft sogar unbekannten Sicherheiten führen. Die Schnittkräfte der Stützen werden mit den üblichen elastischen Methoden ermittelt. Die Bemessung wird dann mit Schnittkräften durchgeführt, die entsprechend der Schlankheit, des Armierungsgehaltes, der Dauerlast und der Lastexzentrizität modifiziert sind.

Um bessere Grundlagen für eine zutreffendere Berechnungsweise zu schaffen, werden zur Zeit an verschiedenen Forschungsstellen umfassende Versuchsprogramme durchgeführt. Im Folgenden sollen ein paar Resultate von Versuchen,

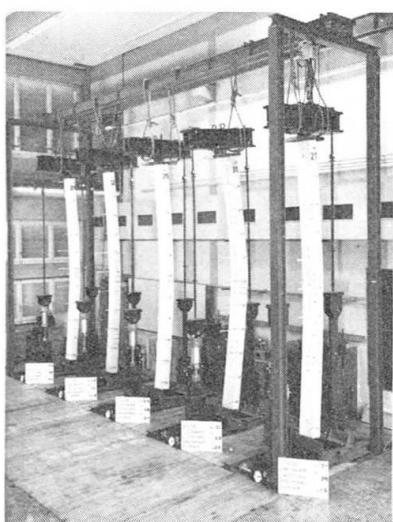


Bild 1: Versuchsanlage

die am Institut für Baustatik, ETH, Zürich, durchgeführt wurden, erläutert werden, [1] [2]. Es handelt sich um Versuche, in denen der Einfluss der Dauerlasten auf das Verformungsverhalten und die Traglast von gelenkig gelagerten Stahlbetonstützen untersucht wurde.

Bild 1 zeigt die Versuchsanlage [3], die es ermöglichte, gleichzeitig fünf Langzeitversuche mit individuell steuerbaren Lasten durchzuführen.

### Nicht lineare Formänderungen

Das Verhalten von Stützen ist entscheidend beeinflusst durch deren Verformungen. Um etwas über Verformungen aussagen zu können, müssen die Spannungs- Dehnungs- Diagramme der Materialien bekannt sein. Diese sind sowohl für den Beton, wie auch für den kaltverformten Armierungsstahl nicht linear. Zudem ist besonders das Befordiagramm sehr stark von der Belastungsgeschwindigkeit und der Dauer der Belastung abhängig. Versuche zu seiner experimentellen Ermittlung müssen dehnungsgesteuert werden. Um den Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit zu erfassen, müssen Dehnungshalte gemacht werden. Bei konstanter Dehnung sinken die Spannungen auf die sogenannten statischen Festigkeitswerte ab, wobei natürlich der Einfluss des Kriechens beim Beton nicht eliminiert werden kann. Unter dem Einfluss von Dauerlasten nehmen die Dehnungen um ein Mehrfaches der nicht linearen Kurzzeitdehnungen zu. Für verschiedene lange Belastungszeiten müssen deshalb entsprechende Spannungs- Dehnungs-Diagramme verwendet werden. Die Verformungsberechnungen müssen also schrittweise für verschiedene aufeinanderfolgende Zeitintervalle durchgeführt und superponiert werden.

### Diskontinuierliches Formänderungsverhalten

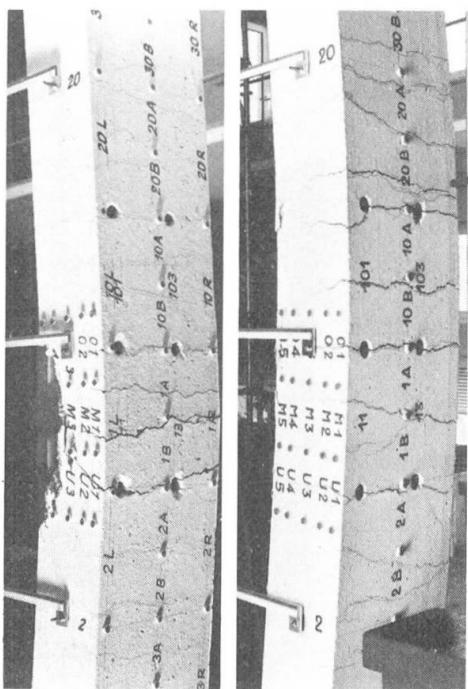


Bild 2: Rissebilder von zwei unterschiedlich beanspruchten Versuchsstützen

Das Formänderungsverhalten von Stahlbetonstützen ist beeinflusst durch die Risse und deren Verteilung über die Stützenlänge. Die Verteilung der Risse ist stark abhängig von der Dauerlast und deren Anfangsexzentrizität. Diese Abhängigkeit ist ersichtlich aus Bild 2. Die beiden Versuchsstützen sind 433 cm lang, haben einen Querschnitt von  $H = 15$  cm und  $B = 25$  cm, eine Schlankheit  $\lambda$  von 100 und einen Armierungsgehalt  $\mu$  bzw.  $\mu'$  auf der Zug- und auf der Druckseite von je 0,84 %. Die Stütze links wurde mit grosser Dauerlast und kleiner Anfangsexzentrizität belastet. Bei Belastungsbeginn wurden sowohl auf der Druckseite wie auch auf der späteren Zugseite Betonstauchungen gemessen. Bedingt durch das unterschiedliche Kriechen nahm im Laufe der Zeit die Krümmung der Stützensegmente zu. Mit den wachsenden Auslenkungen wurde auch die Biegebeanspruchung vergrössert. Im mittleren Stützenbereich wurden die Betonstauchungen auf der kon-

vexen Seite abgebaut. In einem beschränkten Bereich dehnte sich der Beton in der Folge, und die weiteren Verformungsvorgänge konzentrierten sich in diesem mittleren gerissenen Bereich. Die Stütze rechts im Bild 2 wurde mit kleiner Dauerlast und grosser Anfangsexzentrizität belastet. Sie dehnte sich auf der Zugseite unmittelbar nach der Belastung, und die Risse verteilten sich über die ganze Stützenlänge.

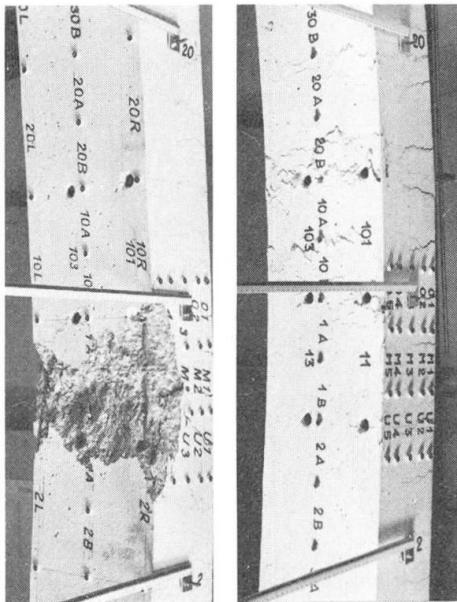


Bild 3: Bruchbilder von zwei unterschiedlich beanspruchten Versuchsstützen

Auch hier lässt sich die starke Konzentration der Risse im mittleren Bereich der nur wenig exzentrisch belasteten Stütze erkennen.

Unabhängig von der Belastungsart traten die ersten Risse immer bei einer Dehnungszunahme gegenüber dem unbelasteten Zustand von  $0.2 - 0.3 \cdot 10^{-3}$  auf. Der Ort der primären Risse war immer gegeben durch die Lage der Bügel. Waren einmal Risse entstanden, so konzentrierten sich die weiteren Verformungen auf die gerissenen Querschnitte. Die zwischen den Rissen liegenden Segmente wiesen nur noch eine geringe Zunahme der Verformungen auf. Bild 5 zeigt Dehnungsmessungen, die mit Strain Gages über eine Stützenlänge von 20 cm gemacht wurden.

Als Grundlage für die Verformungsberechnung dient die Beziehung zwischen Moment-Axiallast und Krümmung. Diese Beziehung darf nicht aus den lokalen Dehnungen berechnet werden, da die Dehnungen zu stark beeinflusst sind durch die Risse. Es muss deshalb eine nominelle Krümmung definiert werden, die aus Dehnungsmittelwerten über eine Länge mehrerer Rissabstände berechnet wird. Mit dieser nominellen Krümmung wurden die Auslenkungen aus den gemessenen Dehnungen berechnet und waren in sehr guter Übereinstimmung mit den gemessenen Biegelinien.

Bild 3 zeigt die zu denselben Stützen gehörenden Bruchbilder. Bei der nur wenig exzentrisch mit grosser Dauerlast belasteten Stütze links im Bilde ist die Betondruckzone in einem sehr kleinen Bereich zerstört worden. Die Druckarmierung knickte aus. Bei der Stütze rechts im Bilde, die mit grosser Exzentrizität und kleiner Dauerlast belastet wurde, verteilt sich die Zerstörungszone über einen grossen Bereich. Der Beton wurde nicht abgesprengt.

Aus der Differenz der auf beiden Seiten gemessenen Betonverformungen und der Höhe des Querschnitts wurden die Krümmungen gerechnet. In Bild 4 sind die gemessenen Auslenkungen und Betonverformungen sowie die berechneten Krümmungen für eine Versuchsstütze dargestellt. Die ausgeprägten Krümmungsspitzen sind auf die Risse zurückzuführen.

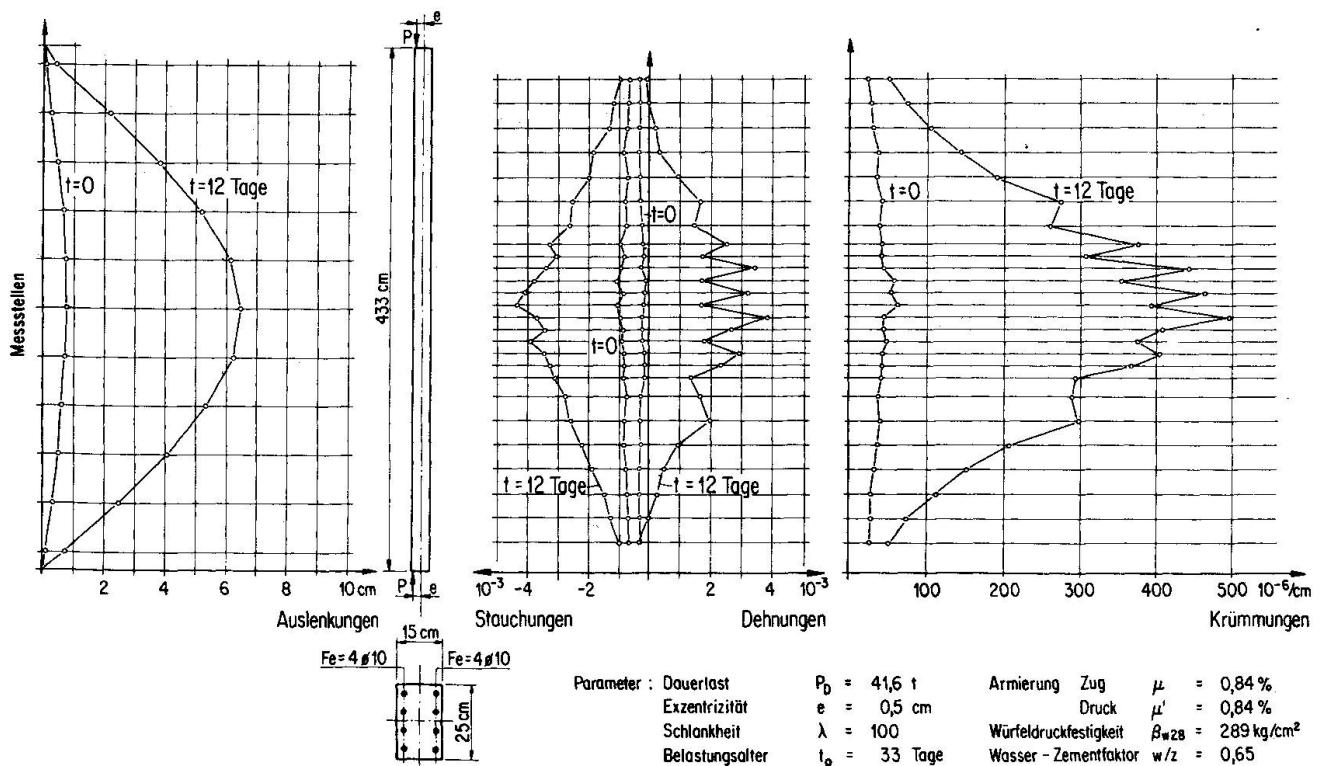


Bild 4 : Auslenkungen, Betonverformungen und Krümmungen einer Versuchsstütze

#### Einfluss des Kriechens auf die Auslenkung und die Knicksicherheit

Bedingt durch das Kriechen des Betons können die Stützenauslenkungen unter konstanter Dauerlast um ein Mehrfaches der Auslenkung unmittelbar nach Aufbringen der Last zunehmen. Bei der Bemessung muss diesen vergrösserten Auslenkungen und den davon linear abhängigen Momenten in irgend einer Form Rechnung getragen werden.

Die Auswertung der Versuche ergab drei grundsätzlich verschiedene Auslenkung - Zeit Kurventypen. Bild 6 zeigt oben eine Auslenkung - Zeit Kurve einer Stütze, die wenige Stunden oder Tage nach der Belastung infolge Kriechen versagt. Unten ist die Charakteristik einer Stütze gezeigt, bei der sich die Auslenkungen stabilisieren und die nicht zum Bruch kommt. Die Auslenkungskurve in der Mitte liegt zwischen den beiden erwähnten Grenzfällen. Die zusätzlichen Auslenkungen stabilisieren sich bis zu einem Wendepunkt. Nachher nehmen sie wieder vermehrt zu bis zum Bruch der Stütze.

Das Auslenkung - Zeit Verhalten hängt von verschiedenen Parametern ab. In Bild 7 sind einige Versuchsresultate nach Parametern geordnet zusammengestellt. Der Einfluss der Dauerlast

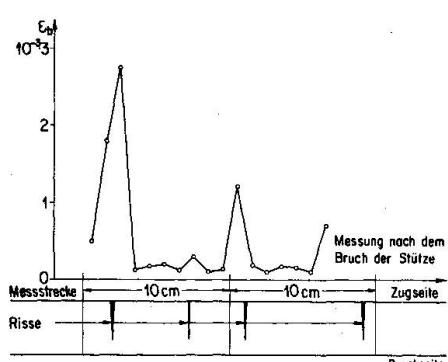


Bild 5 : Gemessenes Dehnungsverhalten des Betons zwischen Rissen

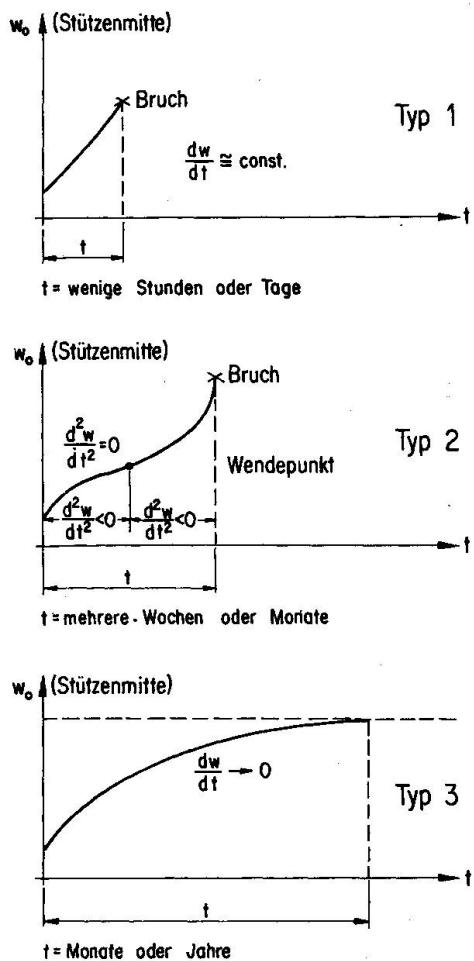
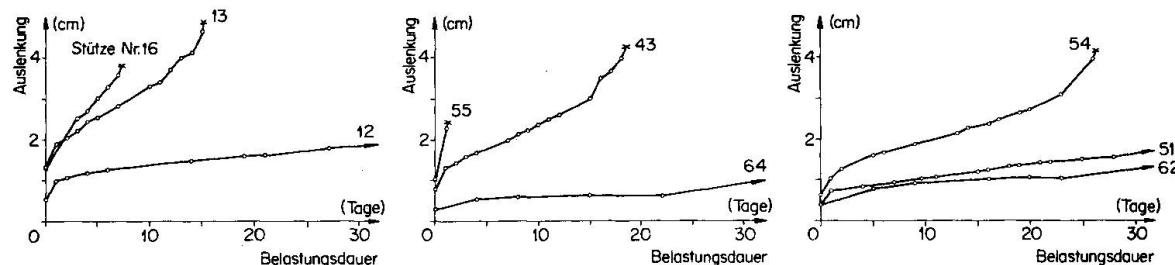


Bild 6: Auslenkung - Zeit Kurventypen

nach der Herstellung belastet wurde, versagte nach 26 Tagen, während die Stützen, die nach 28 Tagen bzw. 56 Tagen belastet wurden, nicht zum Bruch kamen.



Stütze Nr.	16	13	12
$P_b$ (t)	33,0	31,1	23,4
$e/H$		0,1	
$\mu, \mu'$ (%)		0,84	
$t_0$ (Tage)		28	
$\lambda$		100	

Stütze Nr.	55	43	64
$P_b$ (t)		44	
$e/H$		0,033	
$\mu, \mu'$ (%)	0,84/0,15	0,84	2,15
$t_0$ (Tage)		28	
$\lambda$		100	

Stütze Nr.	54	51	62
$P_b$ (t)		44	
$e/H$		0,033	
$\mu, \mu'$ (%)		0,84	
$t_0$ (Tage)	16	28	56
$\lambda$		100	

a) Einfluss der Belastung  $P_b$ b) Einfluss des Armierungsgehaltes  $\mu, \mu'$ c) Einfluss des Belastungalters  $t_0$ 

Bild 7: Gemessene Auslenkung - Zeit Kurven

geht aus Bild 7a hervor. Die Exzentrizität  $e/H$ , der Armierungsgehalt  $\mu$ , das Belastungsalter  $t_0$  und die Schlankheit  $\lambda$  wurden konstant gehalten. Die Stütze Nr. 12 mit der kleinsten Dauerlast kam nicht zum Bruch, während Stütze Nr. 16 mit höherer Dauerlast schon nach wenigen Tagen versagte.

Aus Bild 7b ist der Einfluss des Armierungsgehaltes ersichtlich. Alle anderen Parameter wurden konstant gehalten. Stütze Nr. 55 mit geringer Druckarmierung ( $\mu' = 0,15\%$ ) versagte schon nach wenigen Stunden Belastungsdauer, während Stütze Nr. 64 mit starker Armierung ( $\mu = \mu' = 2,15\%$ ) nicht zu Bruch kam. Aus diesem Verhalten der Versuchsstützen lässt sich ableiten, dass eine erhebliche Umlagerung der inneren Kräfte infolge des zeitlich bedingten Kriechens des Betons stattfinden muss. Durch Änderung des Stahlquerschnittes wird die Aufnahmekapazität für Umlagerungskräfte und damit das Verformungs- und Tragverhalten einer Stütze entsprechend beeinflusst.

Bild 7c zeigt den Einfluss des Belastungalters auf das Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen. Es sind drei Auslenkungskurven gegeben, die zu Stützen gehören, die sich nur im Alter bei Belastungsbeginn voneinander unterscheiden. Die Stütze Nr. 54, die 16 Tage

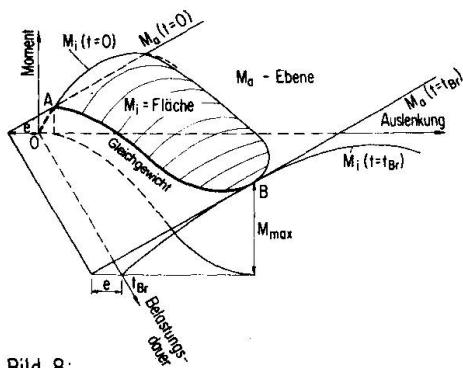


Bild 8:  
Gleichgewichtslagen einer Stütze im Langzeitversuch

dringungslinie der  $M_a$  - Ebene durch die  $M_i$  - Fläche ( $M_a = M_i$ ) ergibt die Gleichgewichtslagen der Stütze. Punkt A stellt die Gleichgewichtslage unmittelbar nach der Belastung dar. Sie ist stabil, da die Zunahme des inneren Widerstandes  $dM_i/dw$  grösser ist als diejenige des äusseren Momentes  $dM_a/dw$ . Bei B ist die Stütze im labilen Gleichgewicht. Jede weitere Zunahme der Auslenkung und damit des äusseren Momentes führt zum Bruch. Die exzentrisch belastete Stütze versagt immer vor dem Erreichen des maximalen Biegewiderstandes. Das Verhältnis von maximal erreichbarem Moment  $M_{\max}$  zum maximalen Biegewiderstand  $M_u$  des Querschnittes hängt von der Anfangsexzentrizität  $e$  der Last ab. Bei kleiner Exzentrizität  $e$  wird die Stütze instabil lange vor Erreichen des maximalen Biegewiderstandes  $M_u$ , während für grosse Exzentrizität  $e$  der Querschnittswiderstand eher erreicht wird.

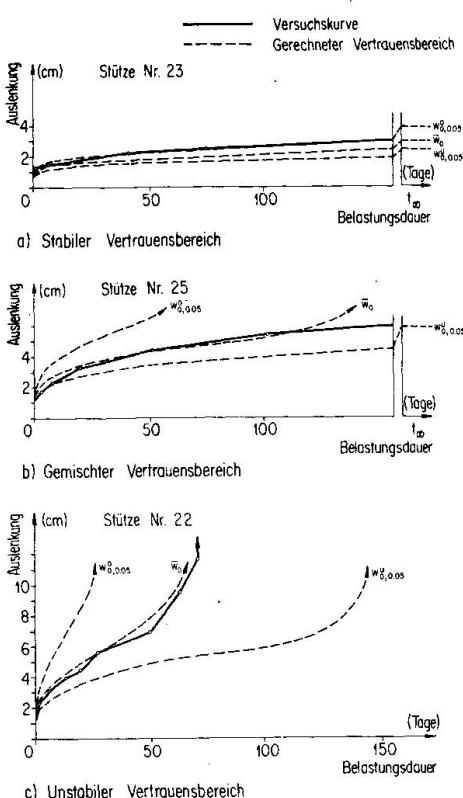


Bild 9: Vertrauensbereich und gemessene Auslenkung - Zeit Kurven

Mit den Kriechverformungen nehmen auch die Momente zu, die wiederum grössere elastische Auslenkungen zur Folge haben. Bild 8 zeigt in graphischer Darstellung das Verhalten einer Stütze bis zum Bruch im Langzeitversuch. Die Abhängigkeit der Momente  $M$  von der Auslenkung  $w$  ist in Funktion der Zeit  $t$  gezeigt. Der aus den inneren Spannungen berechnete Biegewiderstand  $M_i$  des Querschnittes ist abhängig von der Dauerlast  $P_D$  und der Belastungsdauer  $t$ . Das äusserre Moment  $M_a = P_D (e+w)$  ist linear abhängig von der Auslenkung  $w$  und stellt sich daher als Ebene dar. Die Durch-

#### Vertrauensbereiche für die Stabilität

Jede Berechnung von Tragwerken ist mit Unsicherheitsfaktoren behaftet. Die tatsächlich vorhandenen Lasten, Querschnittswerte und Materialeigenschaften können stark von den nominellen Grössen abweichen, die der Berechnung zugrunde gelegt werden. Schwankungen der Materialeigenschaften und Ungenauigkeiten der Abmessungen können als willkürliche Streuungen betrachtet werden und wurden in [4] mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie statistisch untersucht. Der Einfluss dieser Streuungen auf die Momenten- Krümmungs- Beziehung und damit auf die Biegelinie einer Stütze kann ausschlaggebend werden für das Instabilwerden einer Stütze. Auf Grund der Streuungen der einzelnen Unsicherheitsfaktoren kann ein Vertrauensbereich für die Biegelinie berechnet werden. Bild 9 zeigt drei grundsätzlich verschiedene Vertrauensbereiche, wie sie sich aus der Berechnung zu den durchgeföhrten Versu-

chen ergaben. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Biegelinie einer Versuchsstütze ausserhalb des Vertrauensbereiches liegt, wurde mit 5 % in Rechnung gestellt. Der obere sowie der untere Teil des Vertrauensbereiches für Stütze Nr. 23 (Bild 9a) ist stabil. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Stütze stabil bleibt ist grösser als 95 %. Bild 9b zeigt einen gemischten Vertrauensbereich, dessen unterer Teil teilweise stabil und der obere Teil labil ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Stütze Nr. 25 bis zur Zeit  $t_{\infty}$  stabil bleibt ist weniger als 50 %. Mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 50 % wird die Stütze nach der Zeit von ca. 50 Tagen oder später instabil. Bild 9c zeigt den Vertrauensbereich für die Versuchsstütze Nr. 22. Sowohl der untere wie der obere Teil ist labil, d.h. in der Zeit zwischen 26 und 150 Tagen Belastungsdauer kommt die Stütze mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % zu Bruch. Die meisten gemessenen Auslenkungskurven lagen innerhalb des berechneten Vertrauensbereiches. Dieses gute Resultat bestätigt einerseits das Vorgehen in der theoretischen Untersuchung und erklärt andererseits die Streuungen der Versuchsresultate. Es wird eindeutig gezeigt, dass es nicht möglich ist, im gemischten Vertrauensbereich der Biegelinien (Bild 9b) eine verbindliche Aussage über die Stabilität der Stütze zu machen auf Grund von Einzelversuchen oder von Berechnungen ohne Berücksichtigung der Streuungen. Bei der Festlegung der Sicherheit gegen Knicken von Stahlbetonstützen müssen neben anderen Faktoren auch die Streuungen der Materialeigenschaften und der Querschnittsabmessungen berücksichtigt werden.

#### Literaturverzeichnis

- [1] Ramu, P. / Grenacher, M. / Baumann, M. / Thürlimann, B.: Versuche an gelenkig gelagerten Stahlbetonstützen unter Dauerlast. Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Versuchsbericht Nr. 6418-1
- [2] Ramu, P.: Langzeitversuche an Stahlbetonstützen. Schweizerische Bauzeitung, 86. Jahrgang, Heft 13, März 1968
- [3] Ramu, P. / Thürlimann, B.: Versuchsanlage zur Prüfung von Stützen unter Dauerlast. Schweizer Archiv 1968, Heft 9
- [4] Oelhafen, U.: Formänderungen von Stahlbetonstützen unter exzentrischer Druckkraft. Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Dissertation, erscheint 1970.

#### Bezeichnungen

B	Querschnittsbreite der Versuchsstütze
H	Querschnittshöhe der Versuchsstütze
$F_e, F'_e$	Querschnitt der Zug-, resp. der Druckarmierung
e	Exzentrizität der Last
w	Auslenkung der Versuchsstütze
$w_0$	Auslenkung der Versuchsstütze in Stützenmitte
$w_{\bar{0}}$	Mittlere, theoretische Auslenkung in Stützenmitte
$w_{0,0.05}$	Obere Vertrauengrenze (5 %) für die Auslenkung in Stützenmitte

$w_{0,0.05}^u$	Untere Vertrauensgrenze (5 %) für die Auslenkung in Stützenmitte
$P_D$	Mittlere experimentelle Dauerlast
$M_a$	Aeusseres Moment
$M_i$	Innerer Biegewiderstand
$M_u$	Biegewiderstand des Querschnittes
$\beta_{w28}$	Würfeldruckfestigkeit nach 28 Tagen
$\mu$	= $F_e/BH$
$\mu'$	= $F'_e/BH$
$\lambda$	= Schlankheit
$t$	= Belastungsdauer
$t_0$	= Belastungsalter der Stütze

### ZUSAMMENFASSUNG

Es werden Resultate von Langzeitversuchen an gelenkig gelagerten Stahlbetonstützen erläutert. Speziell wird auf das Problem der diskontinuierlichen Formänderungen und der Risseverteilung über die Stützenlänge hingewiesen. Der Einfluss verschiedener Parameter auf die Auslenkung wird untersucht. Theoretische Vertrauensbereiche für die Biegelinien werden mit Versuchsresultaten verglichen. Es wird gezeigt, dass Unsicherheitsfaktoren bezüglich Materialfestigkeiten und Geometrie einen ausschlaggebenden Einfluss auf das Instabilwerden der Stützen haben können.

### SUMMARY

Results of tests on hinged reinforced concrete columns under sustained loads are discussed. Special emphasis is given to the discontinuous change of deformations and the distribution of the cracks over the length of the column. The influence of several parameters on the deflections is investigated. Theoretical limits of confidence for the deflections are compared with test results. It is shown that uncertainties concerning material properties and geometry are very important when considering column stability.

### RESUME

On présente quelques résultats d'essais de longue durée effectués sur des piliers à appuis articulés. Il est spécialement fait allusion au problème du comportement discontinu de la déformation et de la répartition des fissures le long du pilier. On examine l'influence sur la déformation de différents paramètres. On compare les résultats des essais avec les limites théoriques de confiance pour les lignes élastiques, et on démontre que les facteurs d'insécurité des propriétés des matériaux et de la géométrie peuvent être déterminants pour l'instabilité des piliers.