

Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 5 (1970)

Artikel: Eine praktische Berechnungsmethode der Vorspannungsverluste in Spanngliedern von Stahlbetonkonstruktionen

Autor: Berg, O.J.A. / Šerbakov, E.N.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-6934>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

III

Eine praktische Berechnungsmethode der Vorspannungsverluste in Spanngliedern von Stahlbetonkonstruktionen

A Practical Method for Calculating Losses in Prestressed Concrete Structures

Une méthode pratique permettant le calcul de la perte de précontrainte dans des éléments sous tension de la construction en béton armé

O.JA. BERG
Prof. Dr. der Techn. Wiss.
UdSSR

E.N. ŠČERBAKOV
Dr.-Ing.
UdSSR

Bei der Projektierung von Spannbetonkonstruktionen ist es nötig, den tatsächlichen Spannungszustand infolge von Vorspannkraft, äusseren Last und anderen Faktoren richtig zu erfassen. Die betreffenden Berechnungen sind unvermeidlich mit einer Notwendigkeit der Berücksichtigung von lang dauernden Vorgängen im Beton verbunden. Dazu gehören vor allem Schwinden und Kriechen des Betons, die zu zeitlichem Abfall der Anfangsvorspannkraft führen.

Die in der UdSSR für die Berücksichtigung der obengenannten Verluste bei der Projektierung von Bauwerken aus Schwerbeton angewandte Berechnungsmethodik wurde bis zuletzt auf der Ausnutzung von einigen rein empirischen Beziehungen aufgebaut. Durch diese Beziehungen wird der Einfluss einer Reihe von massgebenden Faktoren nur näherungsweise berücksichtigt. Vollständig ohne Rücksicht bleibt dabei der Unterschied zwischen Kriech- und Schwindeigenschaften von verschiedenen Betontypen. Es wird üblich angenommen, dass die praktische Berücksichtigung des letztgenannten Faktors im Entwurfsstadium (insbesondere für Konstruktions-Typenbauteile) grosse Schwierigkeiten bietet.

Zugleich soll man die stetige Erweiterung von im Bauwesen

angewendeten Schwerbetontypen und insbesondere des Bereichs deren Festigkeitseigenschaften in Rücksicht nehmen. Das erfordert individueller Behandlung des Problems bei der Einschätzung des Betonverhaltens im Bauwerk, die den Zwecken von Entwurfspraxis am meisten angepasst wäre.

Solche Behandlung kann sich im einzelnen auf die Berücksichtigung der in [1,2,3] festgestellten Gesetzmäßigkeiten der Veränderung von Kriech- und Schwindwerten bei verschiedenen Schwerbetonen stützen. Auf Grund dieser Gesetzmäßigkeiten gelingt es, einige Ausgangswerte für Endkriechmass C_n und Schwindverformungen ε_{sn} (bezogen auf gegebene Verhältnisse des Verformungsvorgangs im Beton) näherungsweise einzuschätzen, d.h. in Abhängigkeit von zwei Kennwerten der individuellen Betoneigenschaften – Projektfestigkeit des Betons sowie Konsistenzgrad des eingebrachten Betongemisches. Die Zahlenwerte von C_n und ε_{sn} , die sich auf eine ausgedehnte Gruppe von neuzeitlichen Schwerbetonen beziehen, sind als Beispiel in Tabelle 1 zusammengestellt.

T a b e l l e 1

Konsistenzzahl für Betonmischung nach GOST 10181-62	Setzmasse bei Setzkonsistenzprobe, cm	Betonsteife ermittelt mit techn. Viskosimeter sek	Kriechmass-Endwerte $C_n \times 10^6$, cm^2/kg					Schwindverformungs-Endwerte $\varepsilon_{sn} \times 10^6$
			300	400	500	600	300-600	
-	30-35		7,7	6,2	5,2	4,5		270
1-2	-		8,9	7,2	6,0	5,3		330
5-6	-		10,1	8,1	6,8	5,9		400
9-10	-		10,7	8,5	7,2	6,2		430

Anmerkung: Die in der Tabelle angegebene Werte entsprechen ungefähr den Schwerbetonen, die aus Portlandzementen mit normalsteifem Zementbrei von 25–26%, gebrochenen Zuschlägen mit Korngrößen bis 20 mm und aus Mittelsand hergestellt werden.

Bei der Ausnutzung der Tabelle 1 wird die Berücksichtigung des Einflusses des ganzen Komplexes technologischer Faktoren auf die Verformungsgrößen mittelbar realisiert, indem man sie auf die Einschätzung von zwei unabhängigen verallgemeinerten Parametern zurückführt, die mit einer grösseren Sicherheit im Stadium der Projektierung festgestellt werden können. Die konkrete Werte von diesen Parametern für einen gegebenen Typ der Konstruktion werden durch die Berechnungsannahmen, konstruktive und technologische Voraussetzungen vorgegeben.

Anhand der in der Tabelle 1 angegebenen Werten können die Verformungskennziffer für Schwerbeton errechnet werden, die den tatsächlich im Bauwerk vorhandenen Bedingungen entsprechen:

$$C_\tau = C_n \cdot \xi_3^k \cdot \xi_4^k \cdot \xi_\tau \quad (1)$$

$$\Sigma_s = \Sigma_{sn} \cdot \xi_3^s \cdot \xi_4^s \quad (2)$$

wobei ξ_i - Korrekturkoeffiziente sind, die den Einfluss von tatsächlichen Querschnittsmessungen der Bauteile (ξ_3^k und ξ_3^s), Feuchtigkeitsverhältnissen der Umwelt (ξ_4^k und ξ_4^s) sowie von Betonalter zum Zeitpunkt des Lastaufbringens (ξ_τ) auf die Grösse der Verformungen berücksichtigen.

Die Zahlenwerte für Koeffiziente ξ_i , können der Arbeit [3] entnommen werden. Die Grössen ξ_3^k und ξ_3^s werden dabei je nach dem Verhältnis \overline{F} der Bauelement-Querschnittsfläche zu seiner

Querschnittsumfang (in cm) festgelegt. Wie die Verfasser in [2] schon gezeigt haben, soll man sich bei der Festlegung von Koeffizienten Σ_4^k und Σ_4^s (für die Konstruktionsglieder, die sich unter natürlichen klimatischen Bedingungen befinden) nach der mittleren relativen Luftfeuchtigkeit (in %) im Laufe von Warmzeit richten.

Das dargelegte Vorgehen ermöglicht es, die Einschätzung der Verformbarkeit verschiedener Betone bei unterschiedlichen Bedingungen weitgehend zu vereinfachen und differenzieren. Beim Vorliegen der Werte von lang dauernden Verformungen, die schon im Stadium der Projektierung recht zuverlässig bestimmt werden, kann die Ermittlung der Vorspannungsverluste aus Schwinden und Kriechen des Betons auf dem mathematischen Apparat einer der Linearkriechtheorien aufgebaut werden [4,5]. Der Endwert der Verluste in der Spannbewehrung kann dabei wie folgt ausgedrückt werden:

aus Schwinden, vom Zeitpunkt der Beginn dessen Einwirkung:

$$\Delta \sigma_{v1} = \epsilon_s \cdot E_a \cdot \Phi \quad (3)$$

aus Kriechen, vom Zeitpunkt des Aufbringens der ständigen Last (Vorspannung, äussere Belastung u.s.w.)

$$\Delta \sigma_{v2} = \sigma_g \cdot C_r \cdot E_a \cdot \Phi \quad (4)$$

Hierbei bedeuten:

E_a - Elastizitätsmodul der Spannbewehrung;

σ_g - die im Beton durch Lastangriff erzeugte Spannungen auf der Höhe des Schwerpunkts von Spannbewehrung;

Φ - eine gewisse Funktion, die den Einfluss von dauerndem

Charakter des Verformungsvorganges auf den Endwert der Verluste berücksichtigt.

Die Darstellung der Funktion Φ wird durch Annahmen der für die Berechnung benutzten Kriechtheorie bestimmt. Den einfachsten analytischen Ausdruck giebt sogenannte "Theorie der Alterung" [4]; nach dieser Theorie nimmt die Funktion folgende Form an [6]:

$$\Phi = \frac{1 - e^{-\frac{\rho n \mu}{1 + \rho n \mu} \varphi_\tau}}{\rho n \mu \varphi_\tau} \quad (5)$$

Hierin bedeuten:

$\varphi_\tau = C_\tau \cdot E_b$ - Kriechzahl, der aus Kriechmass C_τ und Elastizitätsmodul des Betons E_b errechnet wird;

$\rho = 1 + \frac{y^2}{l^2}$ Kennzeichen des Stahlbeton-Querschnitts in Bezug auf die durch den Schwerpunkt des ideellen Querschnitts laufende Achse (bei y - als Abstand bis Schwerpunkt der Spannbewehrung und l - Trägheitsradius);

$n = \frac{E_a}{E_b}$ - das Verhältnis der Elastizitätsmoduli von Spannbewehrung und Beton;

μ - relative Spannbewehrungsgehalt.

In einem allgemeinen Fall, wenn die Einflüsse (Schwinden, Anteile der ständigen Last) auf Beton im verschiedenen Alter τ einwirken, kann der Gesamtwert der Verluste infolge von Schwinden und Kriechen als algebraische Summe gesucht werden:

$$\sigma_v = \Delta \sigma_{v1} + \sum \Delta \sigma_{v2} \quad (6)$$

wobei die Summanden $\Delta \sigma_v$ für einzelne Einflüsse gesondert ermittelt und die Werte C_τ (sowie Funktionen Φ) in Formeln (3) und (4) mit Berücksichtigung von tatsächlichen Zeitpunkt der betreffen-

den Einflüsse angenommen werden.

Ermittlung der Zahlenwerte für Funktion Φ wird durch die Möglichkeit der Ausnutzung der in Abhängigkeit von zwei Variablen C_T und σ_{nM} aufgestellten Tabellen erleichtert. Darum sind die (3) und (4) für praktische Anwendung nicht komplizierter als übliche empirische Formeln. Gleichzeitig erlauben sie es, den Einfluss der konkreten Betoneigenschaften sowie der Bauwerk-Betriebsbedingungen auf die Grösse der Verluste vollständiger zu offenbaren. Bei einer richtigen Voraus-
sage der in (3) und (4) enthaltenen Kenngrössen C_T und ϵ_s wird eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen [7] gewährleistet, trotz der Bedingtheit von einigen Voraussetzungen der "Theorie der Alterung" selbst.

Die dargestellte Berechnungsmethodik für Vorspannungsverluste infolge von Schwinden und Kriechen des Betons ist zur Zeit durch die seit 1967 in der UdSSR gültigen Bestimmungen für Projektierung von Spannbetonbrücken SN 365-67[8] vorgeschrieben.

Praktische Anwendung dieser Methodik wird nachstehend durch rechnerische Einschätzung der Prüfungsergebnisse von Doppel - T - Spannbetonträgern von 12,2 m Stützweite und 61 cm Querschnittshöhe erläutert [9]. Die Vorspannung wurde bei Betonalter von 7 Tagen mittels Stahlbewehrung aus hochfestem Stahl erzeugt. Im Alter von 22 Tagen wurden die Träger durch die äussere ständige Last von verschiedener Grösse nachträglich belastet. Die Versuche wurden im Freien bei natürlichen klimatischen Verhältnissen durchgeführt und erstreckten sich über 7 Jahre. In der Tabelle 2 sind die Angaben über die Vorspannungsverluste in der Spannbewehrung infolge von Schwinden und Kriechen des Betons aus Versuchen mit

Tabelle 2

Ständiger Last in % zu projektierter Wert	Spannungen im Beton in der Höhe des Schwerpunkts der Spannbewehrung		Versuchswerte für Gesamtverluste kg/cm ²	Vorspannungsverluste in der Bewehrung, die nach dargestellter Methodik berechnet wurden			Rechenwerte für Gesamtverluste σ_v , kg/cm ²	Unterschied Zwischen Rechen- und Versuchswerten in %
	aus Vorspannung σ'_v kg/cm ²	aus Eigengewicht σ''_v kg/cm ²		aus Schwinden $\Delta\sigma_{v1}$ kg/cm ²	aus Kriechen $\Delta\sigma_{v2}^I$ kg/cm ²	aus Kriechen $\Delta\sigma_{v2}^{II}$ kg/cm ²		
0		0	1476				0	-6
50		-34,5	1195				-255	-6
100	118	-69,0	844	410	970	-510	870	+3
150		-103,5	352			-765	615	+75

Voraussetzungen der experimentellen Untersuchung:Vorgegebene Betongüte $R = 500 \text{ kg/cm}^2$;Setzmaß der Betonmischung $S = 9 \text{ cm}$;Betonfestigkeit zum Zeitpunkt der Vorspannung $R_7 = 415 \text{ kg/cm}^2$;

- " - zum Zeitpunkt des Aufbringens der Last

 $R_{22} = 480 \text{ kg/cm}^2$;Elastizitätsmodul des 28 Tage alten Betons $E_b = 246000 \text{ kg/cm}^2$;Elastizitätsmodul der Vorspannbewehrung $E_a = 1720000 \text{ kg/cm}^2$;Kennwert für Bauelement-Querschnitt $\sigma_n M = 0,14$;Mittlere Luftfeuchtigkeit über Sommerperiode $\varphi = 80\%$;Querschnittsfläche / Querschnittsumfang-Verhältnis $r = 5 \text{ cm}$.Rechnerische Werte:

Ausgangswerte für Kriechmaß und Schwindverformungen bei

 $R = 500 \text{ kg/cm}^2$ und $S = 9 \text{ cm}$ (nach Tabelle 1) $C_n = 7,2 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kg}$; $\epsilon_{sn} = 430 \times 10^{-6}$;Rechenwerte für Kriechzahl $\varphi_r = C_n \cdot \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 \cdot \epsilon_r \cdot E_b$ und für Funktion Φ : $\varphi_3 = 7,2 \times 0,8 \times 0,85 \times 1,20 \times 0,246 = 1,45$; $\Phi = 0,808$; $\varphi_{22} = 7,2 \times 0,8 \times 0,85 \times 1,07 \times 0,246 = 1,30$; $\Phi = 0,811$;Rechenwerte für Schwindverformungen $\epsilon_s = \epsilon_{sn} \cdot \epsilon_3 \cdot \epsilon_4$: $\epsilon_s = 430 \times 0,8 \times 0,85 \times 10^{-6} = 290 \times 10^{-6}$

denen der Berechnung für gleichen Bedingungen zusammengestellt. Aus der Tabelle 2 ist zu ersehen, dass bei der Laststeigerung von Null bis auf ihre projektierte Grösse die dargestellte Methodik eine zufriedenstellende Übereinstimmung von Rechen- und Versuchswerte für Gesamt - Vorspannungsverluste aus Schwinden und Kriechen des Betons gewährleistet. Mit dieser Berechnungsmethode wird ebenfalls der Einfluss von äusserer Belastung auf das Mass der Vorspannungsverluste gut in Kauf genommen.

Literaturverzeichnis:

1. E.N.Ščerbakov. Entwicklung praktischer Methoden der Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden des Betons bei der Projektierung von Stahlbetonkonstruktionen. "Beton i Železobeton", 1967, Nr.8
2. O.Ya.Berg, E.N.Ščerbakov. The evaluation of the creep of concrete in the design of structures. Proceedings of the Symposium AIPS. Cement and Concrete Association, London, 1968.
3. E.N.Ščerbakov. Über die Voraussage der Kriech- und Schwindverformungen für Schwerbeton im Stadium der Projektierung. Trudy CNIIS vyp.70. Izd-vo Transport, Moskva, 1969.
4. I.I.Ulitskij u.a. Die Berechnung der Stahlbetonkonstruktionen mit Berücksichtigung von Dauervorgängen. Gosstrojizdat USSR, Kiew, 1963.
5. I.E.Prokopovič. Der Einfluss von dauernden Vorgängen auf den Spannungs- und Verformungszustand der Bauwerken. Gosstrojizdat, Moskva, 1963.
6. E.N.Ščerbakov. Die Berücksichtigung von lang dauernden

Vorgängen im Beton bei der Berechnung von Verkehrsbauten aus Spannbeton. Trudy CNIIS, vyp. 70, Izd-vo Transport, Moskva, 1969.

7. V.L.Galič, R.A.Melnik. Über die Wirksamkeit der praktischen Methoden für Ermittlung von Vorspannungsverluste infolge Kriechens des Betons. Zbornik "Stroitelnyje konstrukciji", vyp.12. Izd-vo "Budiwelnik", Kiew, 1969.

8. Bestimmungen für Projektierung der Eisenbahn-, Strassen- und Stadt-Brücken sowie Durchlässe aus Beton und Stahlbeton (SN 365-67). Strojizdat, Moskva, 1967.

9. R.A.Breckenridge, S.L.Bugg. Effect of long-time load on prestress concrete beams. "Journal of the Prestressed Concrete Institute", vol.9, N 6, 1964.

Leere Seite
Blank page
Page vide