

Zeitschrift: IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen

Band: 5 (1970)

Artikel: Influence du fluage sur les phénomènes d'instabilité

Autor: Faessel, Pierre

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-6928>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Influence du fluage sur les phénomènes d'instabilité

Der Kriecheinfluss auf das Phänomen der Unstabilität

Influence of Creep on Instability Phenomena

PIERRE FAESSEL

Ingénieur

Professeur au C.H.E.C.

France

0 - INTRODUCTION -

Les problèmes d'instabilité de forme sont fréquents dans les constructions en béton, et souvent difficiles à résoudre.

Nous montrerons que, pratiquement, tous les poteaux, élancés ou non, périssent par flambement si on les essaie sous charge croissante. Mais de nombreux autres types d'ouvrages sont intéressés par ces problèmes :

- Les arcs, et spécialement les grandes couvertures: le rayon de giration de la section des couvertures est directement fixé par leur résistance au flambement en deux ondes sous leur propre poids.

- Les grandes structures en coque mince. Par exemple les réfrigérants à tirage naturel, dont les contraintes critiques sont très faibles, en particulier pendant la construction, étant donnée l'extrême finesse de ces ouvrages.

- Les éléments de coques constituant les couvertures : voûtes minces classiques entre arcs raidisseurs, coques autoportantes entre tympans.

- Les poutres préfabriquées précontraintes, dont il faut vérifier la sécurité au déversement depuis leur mise en précontrainte jusqu'à leur entretoisement mutuel.

Dans tous ces cas, le fluage joue un rôle d'autant plus important que les charges sont souvent supportées par un béton très jeune, parfois âgé de quelques jours seulement.

Rappelons que nous avons vu en France la rupture d'une coque autoportante, 9 ans après sa construction, et le déversement d'une très grande poutre préfabriquée, au moment de sa pose, par une splendide journée d'été.

Mais le fluage, dont la valeur dépend de l'âge de chargement, de la température, de l'hygrométrie de l'atmosphère, nous rend infiniment plus arduus encore ces problèmes d'instabilité, qui l'étaient déjà par la complexité des structures.

Il est donc normal qu'on ait cherché à schématiser quelque peu les phénomènes pour essayer de les dominer. Mais n'oublions pas cette boutade de Paul Valéry "tout ce qui est simple est faux ; tout ce qui est vrai est incompréhensible".

1. Etude critique de la théorie de Monsieur Franco Lévi

1.0 - Généralités.

Une théorie est une méthode de travail fondée sur des hypothèses qui sont une représentation toujours simplifiée de la réalité.

C'est pourquoi il est important que ces hypothèses soient bien explicitées, pour qu'on puisse en contrôler le degré d'approximation dans chaque cas particulier. Si elles ne l'étaient pas, nous aurions trop tendance à croire à leur valeur absolue.

Il est utile aussi de connaître la dispersion des résultats d'une théorie en fonction de la variation des hypothèses. Dans le cas où une théorie est sensible à cette variation, le contrôle expérimental de ses résultats est plus que jamais nécessaire. La rigueur mathématique d'une démonstration n'est donc pas une preuve suffisante de sa vérité physique.

Dans la deuxième partie de cette étude, nous discuterons l'hypothèse qui a été faite de la relation linéaire entre les contraintes et les déformations, qu'elles soient instantanées ou différées.

Dans la première partie, nous l'accepterons provisoirement.

1.1 - Dégagement d'une deuxième hypothèse fondamentale non formulée

Rappelons les notations utilisées (1) :

- $\bar{\varepsilon}_t$ - déformation totale unitaire dans la direction longitudinale
- $\bar{\varepsilon}_o(t)$ - déformation unitaire spécifique de fluage à l'instant t
- σ - tension normale dans la direction longitudinale
- ε - déformation élastique unitaire dans la direction longitudinale
- E - module d'élasticité de Young
- $\bar{\varepsilon}_f(t)$ - déformation unitaire de fluage à l'instant t

et les relations entre ces notations :

Si une fibre est soumise à une tension σ depuis l'origine des temps, on aura à l'instant t :

$$\bar{\varepsilon}_f(t) = \sigma \bar{\varepsilon}_o(t) \quad (1)$$

Si, par contre, la tension varie elle-même avec le temps, il faudra écrire :

$$\bar{\varepsilon}_f(t) = \int_0^t \sigma \bar{\varepsilon}'_o(t) dt \quad (2)$$

Définir ces notations et écrire la deuxième relation donnant $\bar{\varepsilon}_f(t)$ en fonction d'une contrainte variable est l'équivalent de l'hypothèse suivante :

La fonction est considérée comme unique et indépendante de la fonction $\sigma(t)$. Cela signifie par exemple que si cette fonction est la somme de contraintes σ_i constantes appliquées à des temps t_i , chacune d'entre elles donne lieu à une déformation différée : $\bar{\varepsilon}_f(t, \infty) = \sum_{t_i} \sigma_i \bar{\varepsilon}'_o dt = \sigma_i [\bar{\varepsilon}_o(\infty) - \bar{\varepsilon}_o(t_i)]$

D'où le fluage spécifique correspondant : $\bar{\varepsilon}_o(\infty) - \bar{\varepsilon}_o(t_i)$
Ceci se représente graphiquement de la manière suivante :

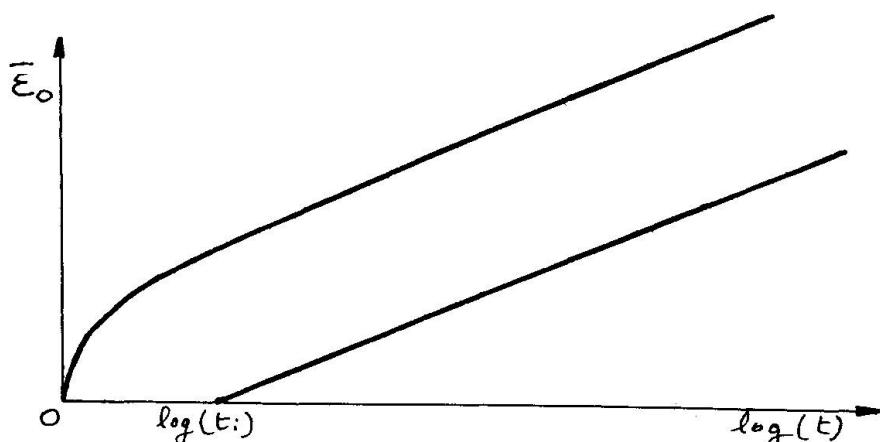


fig. 1. Fluage spécifique d'une contrainte σ appliquée à un temps t_i d'après l'hypothèse implicite contenue dans la relation (2).

1.2 - Discussion de cette hypothèse.

La logique de cette hypothèse est séduisante : on pouvait penser en effet que des éprouvettes identiques, fabriquées le même jour, chargées à des contraintes égales à des âges différents, présentent après chargement et aux mêmes dates des variations de longueur identiques.

L'observation des mesures montre que cette hypothèse est vérifiée après un certain temps de chargement : alors, les courbes de fluage peuvent se déduire l'une de l'autre par translation. Mais dans une première période, variant de quelques semaines à quelques mois, le fluage est plus rapide sur l'élément chargé récemment que sur les éléments anciennement chargés.

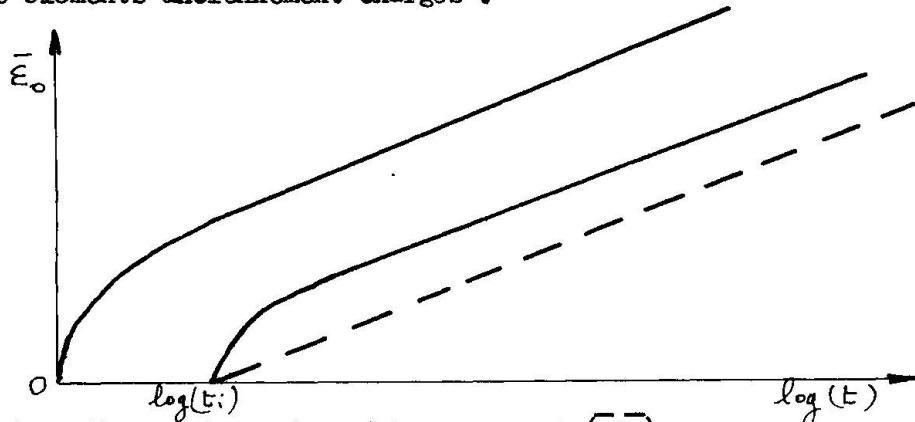


fig. 2. Fluage observé expérimentalement (2)

Ceci pourrait s'exprimer de la manière suivante, t_0 étant l'âge du premier chargement, t_i étant un âge de chargement quelconque :

$$d\bar{\epsilon}_0(t_i, t) = d\bar{\epsilon}_0(t_0, t) + d\bar{\epsilon}_i(t - t_i)$$

$d\bar{\epsilon}_i$ est une fonction de l'âge de chargement qui s'annule rapidement.

A la fin de son cours au Centre des Hautes Etudes de la Construction à Paris, Monsieur Franco Lévi exprime la même idée. C'est ce qu'il appelle l'exaspération du fluage lorsque la contrainte augmente. Il en conclut à très juste raison qu'il ne faut accorder qu'une confiance relativement limitée aux résultats des calculs.

Or, l'ensemble de cette théorie conduit à énoncer que le fluage ne modifie pas la valeur de la charge critique. Il ne ferait qu'augmenter l'amplification de l'excentricité initiale. Par exemple, pour un coefficient de sécurité de 3 vis à vis de la charge critique calculée avec le module dynamique, et un coefficient de fluage $\varphi = E \bar{\epsilon}_0 = 2$ le calcul nous donne :

$$u = a \sin \frac{\pi z}{\ell} \times K/(K-1) \times e \approx 4 a \sin \frac{\pi z}{\ell}$$

Ainsi, avec une excentricité suffisamment faible, on aurait toute sécurité dans ce cas.

Nous pensons qu'une telle conclusion est dangereuse.

2. Essai d'une meilleure compréhension physique du flambement des éléments en béton armé

2.0 - Généralités.

Comme on le sait, la loi contraintes-déformations du béton n'est pas linéaire. En flexion, la loi moments-courbures l'est encore moins, du fait de la fissuration progressive des sections, qui entraîne une diminution correspondante de leur inertie.

C'est pourquoi, tout calcul destiné à faire apparaître la sécurité d'un élément en béton armé au flambement doit obligatoirement être un calcul à rupture, c'est à dire sous des efforts majorés, avec des excentricités initiales également majorées

et une résistance du béton minorée. Dans un chargement de longue durée, les excentricités et les moments augmentent encore au fur et à mesure du fluage.

On voit donc qu'il n'est pas possible de fonder une étude du flambement sur une théorie linéaire.

2.1 - Représentation graphique du flambement d'un élément en béton armé d'élancement connu, sous une charge de courte durée.

Cette représentation est basée sur la loi réelle déformation-constraints du béton et sur l'hypothèse de non-résistance du béton à la traction. L'élément considéré (fig.3) est un poteau de section rectangulaire armé de 0,5% d'acier écroui ($\sigma_e = 4.200 \text{ Kg/cm}^2$) et constitué d'un béton à 300 Kg/cm^2 de résistance (accourroissement correspondant à la contrainte maximale : 0,002).

Les différentes courbes de la figure 3 représentent, pour des efforts normaux constants, l'excentricité des forces internes en fonction de la courbure médiane du poteau. Elles sont calculées par ordinateur.

Une droite représente, pour un élément géométrique donné (l/h) et une excentricité initiale donnée (e_0), l'excentricité des forces externes en fonction de la même courbure ($1/r$) dans l'hypothèse d'une déformée sinusoïdale.

Le croisement d'une droite et d'une courbe représente un état d'équilibre stable si la courbe a une pente plus grande que la droite, instable dans le cas contraire. Un point de tangence représente un état critique.

Quand on charge avec une excentricité initiale un poteau en béton armé par un effort normal croissant, le point représentant successivement les divers états d'équilibre, se déplace sur la droite

$$e = e_0 + \frac{l^2}{\pi^2} \times \frac{1}{r} \quad \text{ou} \quad e/h = e_0/h + \frac{l^2}{h^2 \pi^2} \times \frac{h}{r}$$

jusqu'au point d'équilibre critique.

La charge critique correspond à la courbe tangente à cette droite.

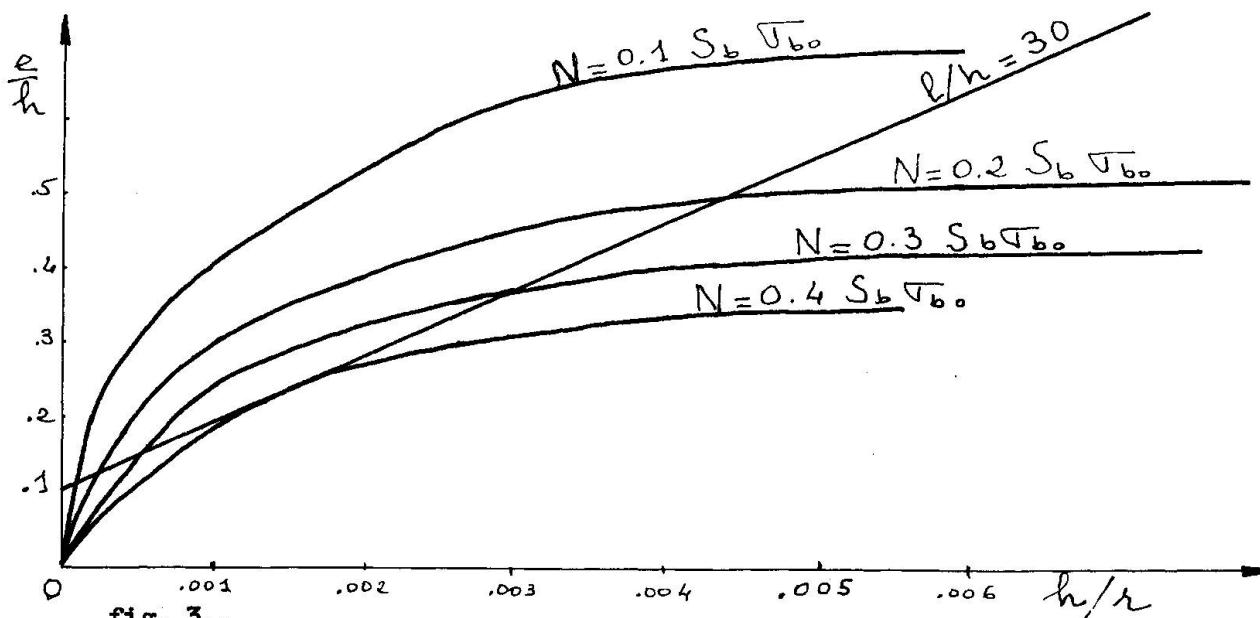


fig. 3.

L'exemple choisi sur la figure 3 est celui d'un élancement géométrique $l/h = 30$ et d'une excentricité initiale $e_0 = 0,1 h$.

Si l'on calcule la charge critique élastique d'un tel poteau, on trouve :

$$N_E = \pi^2 EI / l^2 = 0.92 S_b \sqrt{f_b}$$

(avec $E = 300.000 \text{ Kg/cm}^2$)

alors que la charge critique réelle lue sur le graphique est : $N_c = 0.4 S_b \sqrt{f_b}$

Dans un calcul classique cet effort aurait présenté un coefficient de sécurité au flambement égal à $0,92 / 0,4 = 2,3$.

Cette représentation montre bien que la prise en compte du diagramme réel contraintes-déformations du béton et de la diminution de la section au fur et à mesure de la progression de la fissuration est obligatoire pour faire un calcul correct de la charge critique. Cette méthode de calcul a été vérifiée par le dépouillement de tous les essais mondiaux connus des poteaux en béton armé. Elle permet de prévoir parfaitement la charge critique et la flèche correspondante (3).

2.2 - Essais de compréhension du flambement sous charge de longue durée.

1. Dans le domaine linéaire.

En utilisant la même représentation, on obtient, sous un chargement de courte durée, avec un coefficient de sécurité au flambement de 3, un état d'équilibre représenté par le point A (figure 4).

Soit un fluage tel que $\varphi = E \varepsilon_c = 2$. Si ce fluage était constant quelle que soit la date d'apparition des contraintes, la droite D_1 se transformerait progressivement en la droite D_2 (à pente divisée par $1 + \varphi = 3$) et le point A partirait à l'infini.

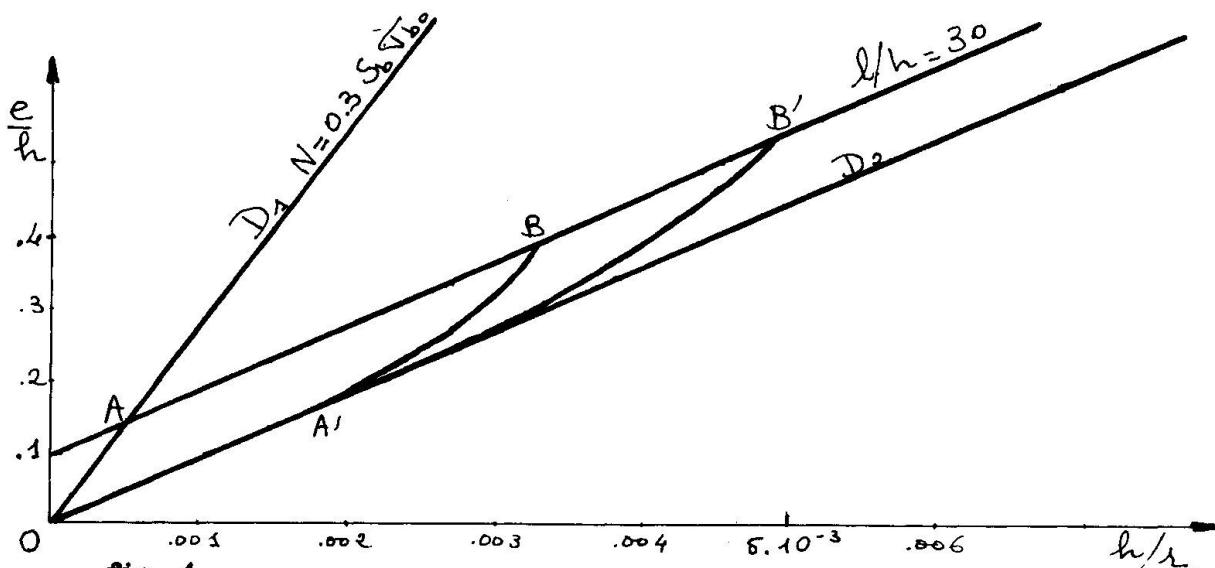


fig. 4.

D'après l'hypothèse implicite faite par Monsieur Franco Lévi sur la variation du fluage en fonction de l'âge de chargement, la droite D_1 se transforme en la courbe C et le point B représente l'état d'équilibre correspondant.

Si l'on tient compte de l'augmentation de la vitesse de fluage après chaque variation de contrainte (figure 2), le point représentatif de l'état d'équilibre se déplace de B en B' .

2. Dans le domaine non linéaire.

Nous sommes à notre tour obligés de faire ici une hypothèse simplificatrice. Nous supposerons que le diagramme contraintes-déformations différées peut se déduire du diagramme sous charges instantanées par une affinité, dans la direction des déformations, de rapport $1 + \varphi$, et cela sans tenir compte de la date d'arrivée des contraintes au cours du flambement.

Ce schéma est donc légèrement défavorable.

Le diagramme obtenu permet de faire les mêmes calculs que dans le cas des charges instantanées, en particulier de construire les courbes moments-courbures à effort normal constant.

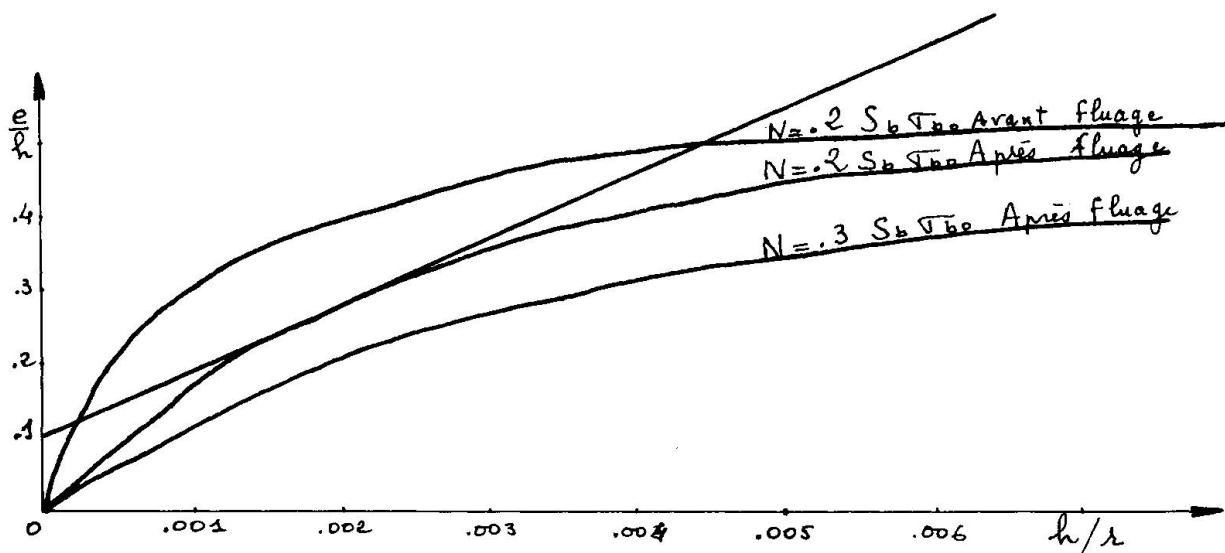


fig. 5.

Sur la figure 5 nous avons représenté la courbe $N = .2$ sous charge instantanée et la courbe $N = .2$ sous charge de longue durée (avec un coefficient de fluage égal à $1 + \varphi = 3$)

Dans le cas de l'élancement géométrique de 30 et d'une excentricité égale à $e_0 = 0,1 h$, cet effort normal est critique.

Quant à l'effort normal $N = 0,3$ pris comme exemple dans le paragraphe étudiant le domaine linéaire, il est ici nettement surcritique.

On voit donc que le passage du domaine linéaire au domaine non linéaire transforme complètement les conditions d'équilibre.

Dans le calcul classique, l'effort $N = 0,2$ aurait présenté un coefficient de sécurité égal à 4,6

3. Vérification par les essais existants.

3.1 - Dans le domaine linéaire.

En 1960, nous avons fait à l' I.R.A.B.A. des essais de flambement sous charges de longue durée (4). Les éléments, placés sous charge constante étaient très élancés ($1/h = 50$). Ainsi les contraintes de compression étaient assez faibles (33 Kg/cm^2) pour que nous soyions sûrs d'être dans la partie quasi linéaire du diagramme contraintes-déformations. Les excentricités initiales étaient également très faibles. Nous avons mesuré des amplifications de ces excentricités initiales doubles de celles prévues par la théorie de Monsieur Franco Lévi.

Il serait intéressant de reprendre de tels essais en hygrométrie contrôlée.

3.2 - Dans le domaine non linéaire.

Nous ne connaissons actuellement que les essais de K. GAEDE (3). L'élancement géométrique des poteaux était voisin de 30 et l'excentricité initiale égale à $0,2 h$.

Les résultats expérimentaux confirment la méthode donnée en 2.2

4 - CONCLUSION -

Nous serions heureux de ne plus jamais entendre " le flambement est un phénomène brutal et instantané ; les charges critiques doivent toujours être calculées avec un module instantané ".

S'il nous fallait résumer en quelques phrases nos connaissances en cette matière, nous le ferions de la manière suivante :

1. Quand on est certain de rester dans le domaine linéaire, même dans les conditions défavorables du calcul à la rupture, c'est à dire, dans ces dites conditions, avec une section non fissurée et des contraintes relativement faibles, on peut calculer les charges critiques avec un module apparent obtenu en divisant le module dynamique par $1 + \varphi$

2. Quand la section reste non fissurée mais que les contraintes augmentent, il faut utiliser un module apparent, obtenu en divisant le module tangent par $1 + \varphi$

3. Quand la fissuration est possible, seul un calcul assez complexe peut nous conduire à la connaissance de la charge critique. S'il n'est pas fait, la plus grande prudence s'impose.

Si les règlements font souvent preuve d'une telle prudence dans le calcul des éléments comprimés les plus courants, les poteaux, les ingénieurs continuent à rester seuls responsables pour toutes les autres structures dont nous avons donné quelques exemples dans l'introduction. Nous espérons que cette modeste mise au point, qui concerne uniquement le choix du module de déformation, évitera aux ingénieurs, particulièrement aux plus jeunes d'entre eux, de mal poser l'énoncé des problèmes d'instabilité, qui restent encore parmi les plus difficiles.

REFERENCES

- (1) F. LEVI et G. PIZETTI : Fluage - Plasticité - Précontrainte (Dunod 1951)
- (2) M.M. MARILLAN : Evolution du fluage et des propriétés du béton (Supplément aux Annales de l'I.T.B.T.P. octobre 1960)
- (3) J.R. ROBINSON et S.S. MODJABI : La prévision des charges de flambement des poteaux en béton armé par la méthode de M.P. FAESSEL (Supplément aux Annales de l'I.T.B.T.P. septembre 1968)
- (4) G. LACOMBE et P. FAESSEL : Flambement d'éléments minces en béton armé sous charge de longue durée (Supplément aux Annales de l'I.T.B.T.P. octobre 1961).

RÉSUMÉ

Les problèmes d'instabilité sous charges permanentes sont très nombreux dans la construction. Ils ont été étudiés d'une manière un peu abstraite, conduisant à des conclusions dangereuses. En réalité le flambement n'est pas un phénomène brutal et instantané et le fluage du béton diminue nettement les charges critiques.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Probleme der Unstabilität unter ständiger Last sind sehr zahlreich im Bauwesen. Sie wurden auf abstrakte Weise studiert, die zu gefährlichen Entscheidungen führen können. In Wirklichkeit ist die Knickung kein augenblickliches Phänomen und das Kriechen des Betons verringert stark die kritische Last.

SUMMARY

Problems of instability due to sustained loading are numerous in the field of Structural Engineering. These problems have in the past been studied in a somewhat abstract manner, and this has led to dangerous conclusion. In reality, instability is not a sudden and catastrophic phenomenon; however, concrete creep sharply diminishes the critical load.

Leere Seite
Blank page
Page vide