

Zeitschrift: IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 11 (1987)
Heft: P-113: Computation of stresses and strains in lock gates

Artikel: Calcul des portes d'écluses fluviales et maritimes
Autor: Dehousse, Nicolas Maurice / Beguin, Philippe
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-40373>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Calcul des portes d'écluses fluviales et maritimes

Berechnung von Schleusentoren

Computation of Stresses and Strains in Lock Gates

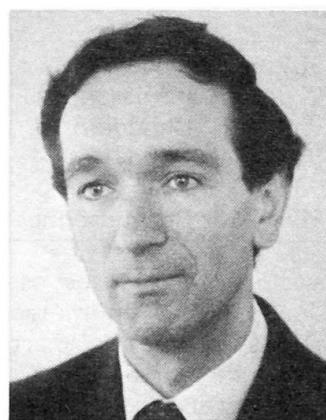
Nicolas Maurice DEHOUSSE

Professeur ordinaire
Université de Liège
Liège, Belgique



Philippe BEGUIN

Ing. Civil des Constructions
Université de Liège
Liège, Belgique



RÉSUMÉ

Le programme, proposé pour le calcul automatique des portes d'écluses, repose sur la solution analytique du calcul d'une plaque rectangulaire, raidie suivant deux directions orthogonales et appuyée simplement sur deux bords parallèles. Cette solution est obtenue par résolution d'une équation différentielle aux déplacements du 8ème ordre. Le type de conditions aux limites sur les bords parallèles autres que ceux appuyés, peut être de nature quelconque. Cela permet de réaliser l'assemblage de plusieurs panneaux afin de créer une structure complexe à double bordage.

ZUSAMMENFASSUNG

Das zur Berechnung von Schleusentoren entwickelte Computer-Programm basiert auf der analytischen Lösung der Differentialgleichung 8. Ordnung, welche es ermöglicht eine in zwei orthogonalen Richtungen verstärkte Platte, mit zwei einfach aufliegenden Rändern, zu berechnen. Die Randbedingungen längs der beiden anderen Rändern können je nach Bedarf festgelegt werden. Dies ermöglicht mehrere Platten zu einer komplexen Struktur, wie ein doppelplankiges Schleusentor, zusammenzufassen.

SUMMARY

A computerized procedure has been set up for the design of large lock gates. It deals with the analytical solution of the differential equations of orthotropic plates resting on two vertical simple supports. The governing equation is a partial differential equation of the 8th order. The boundary conditions of the horizontal edges can be of any type. This enables the computation of complex structures such as maritime lock gates with air chambers and double planking.



I. INTRODUCTION

De tout temps les hommes ont trouvé dans la voie d'eau un moyen économique et fiable pour le transport des personnes et des marchandises. Que ce soit en navigation intérieure ou maritime, la tendance a toujours été vers l'augmentation des capacités, ce qui ne va pas sans poser aujourd'hui de sérieux problèmes d'infrastructure au niveau des voies d'eau et des ports. Dans une perspective d'avenir, l'aménagement des fleuves, canaux et ports doit évidemment tenir compte de ce facteur et c'est ainsi que l'on est amené à construire des infrastructures de très grandes dimensions telles que la mise au gabarit de 9000 t du canal Albert entre Anvers et Liège, et l'aménagement des bassins du port de Zeebrugge pour des bateaux de 125 000 t (Belgique).

Les écluses sont, dès lors, dimensionnées en conséquence et, à ce sujet, l'exemple de l'évolution des dimensions des écluses du port d'Anvers est assez significatif.

Année de Construction	Nom	Largeur (m)	Hauteur (m)	Longueur (m)
1909	Royers	22	6,6	190
1928	Kruisschans	35	10	270
1950	Baudouin	45	10,5	360
1965	Zandvliet	59	22,5	500
1982	Kallo	50	12,5	360
1986	Berendrecht	68	23	500

L'évolution des voies d'eau intérieures est, elle aussi, caractérisée par une augmentation des dimensions jusque 25 à 30 mètres pour les ouvertures et des chutes qui peuvent atteindre 35 mètres (écluse de Carrapatelo sur le Douro au Portugal) et même 42 m (Urst-Kamenogorsk en U.R.S.S.).

Comme on peut le constater, les dimensions en largeur et hauteur des écluses ont suivi une progression croissante et la conception des portes s'est adaptée à cette évolution. Malgré leurs qualités d'économie, les portes busquées n'ont pas toujours pu suivre cette évolution, en grande partie à cause des contraintes d'étanchéité et de rigidité pour les grandes portées, mais aussi pour des questions d'encombrement à l'intérieur du sas, de protection des mécanismes sous eau et d'inversion de la chute. Il s'est alors développé une gamme de portes qui ont pour principe :

- de franchir la largeur du sas en une seule portée,
- de se poser sur les bajoyers sous forme d'appuis simples,
- d'être peu encombrantes à l'intérieur du sas,
- de libérer la passe par un mouvement latéral ou vertical,
- de pouvoir subir une inversion de sens de la poussée hydrostatique,
- de limiter au maximum les mécanismes sous eau.

Les portes à déplacement latéral du type brouette ou du type à portique et les portes levantes sont actuellement celles qui répondent le mieux à ces exigences.

La figure 1 montre l'écluse de Zeebrugge (Belgique) dont l'inauguration a eu lieu en 1985 et qui présente quatre portes à déplacement latéral.

La figure 2 montre une de ces quatre portes en cours de construction.

On comprend d'emblée que de semblables constructions requièrent l'emploi de milliers de tonnes d'acier et que l'utilisation optimale de celui-ci s'impose.

Jusqu'il y a quelques années, le calcul des contraintes et des déplacements dans de telles structures s'effectuait uniquement sur la base des lois de la résistance des matériaux, la porte étant considérée comme une gigantesque poutre calculée en flexion, au cisaillement et à la torsion. Insatisfait par cette manière approchée d'analyser le problème, l'un de nous a développé dès 1961 les bases d'un calcul hyperstatique que l'on peut définir par le titre "Méthode des lignes de charge" qui permet de calculer les plaques raidies par deux réseaux orthogonaux de poutres.

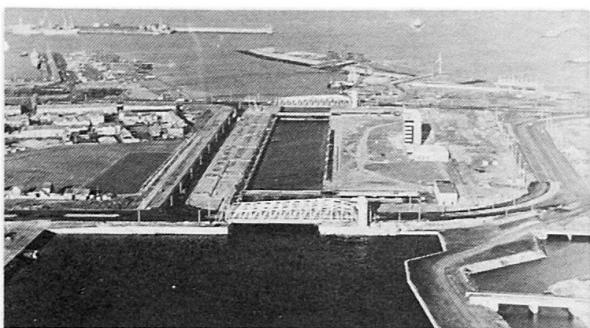


Figure 1. - Ecluse de Zeebrugge.

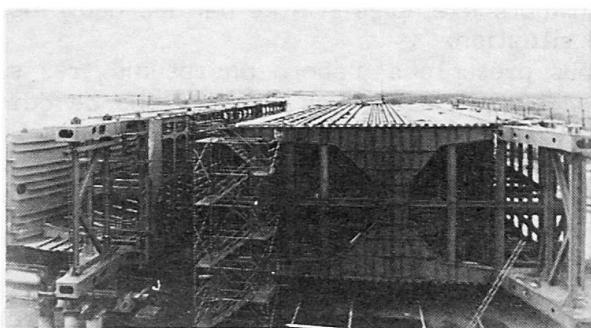


Figure 2. - Porte en construction.

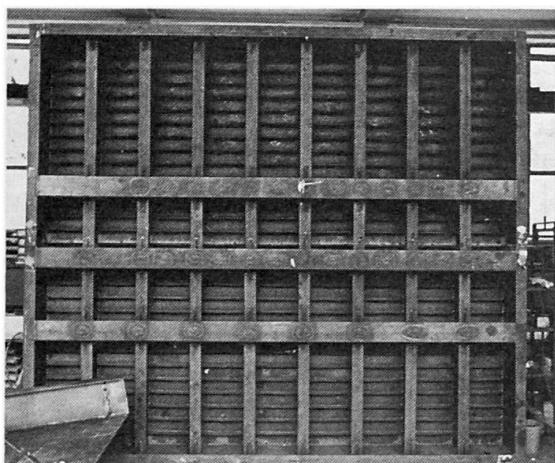


Figure 3 - Plaque orthotrope

La première application de cette méthode permettait de calculer des portes à simple bordage telles que celle représentée à la figure 3 et qui est elle-même un modèle réduit à l'échelle 1/4,5 d'une porte existante (Lanaye-Belgique).

L'originalité de cette méthode est de tenir compte de l'inégale répartition des importantes nervures horizontales, ce qui est fondamental en construction hydraulique, la pression hydrostatique étant croissante avec la profondeur.

Par la suite, la méthode a été étendue au calcul des structures à bordages multiples telles celle de la porte de l'écluse de Zeebrugge.

Le présent article a pour but de présenter en résumé, la synthèse de ces travaux. L'espace disponible ne permet pas d'entrer dans les détails de l'analyse pour laquelle nous renvoyons à la bibliographie.

Un des grands avantages de la méthode est de faire usage d'un petit nombre de données, décrivant la structure géométriquement et élastiquement.

A cet égard, elle diffère de la méthode des éléments finis qui, par essence même, exige la prise en compte d'un très grand nombre de données pour réaliser une définition correcte des grandes portes d'écluse.

Dès lors avec la méthode des lignes de charge les processus d'optimisation sont très aisément réalisés.



Plusieurs exemples traités par les deux méthodes ne laissent aucun doute quant à cette situation.

Nous présentons d'abord un résumé très succinct de la méthode, ensuite deux exemples d'application. Les limitations de cette méthode sont celles de la théorie de l'élasticité.

2. BASES THEORIQUES

2.1. Les équations différentielles des plaques lisses et raidies

Quel que soit leur type, les organes de fermeture comportent toujours un bordage constitué d'une tôle plane mince, réalisant l'étanchéité, raidie selon deux directions orthogonales par un quadrillage de poutres. De tels ouvrages ont reçu la qualification d'orthotropes, ce qui signifie qu'ils possèdent une anisotropie caractérisée par deux directions privilégiées orthogonales. La figure 4 représente un élément de ces structures.

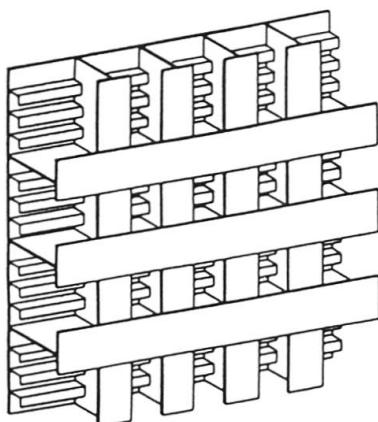


Figure 4. - Orthotropie.

Les solutions habituelles pour ce type de structures reposent sur deux hypothèses simplificatrices importantes justifiées dans la construction de ponts :

- l'action des nervures est supposée étalée sur toute la plaque, ce qui revient à négliger les effets concentrés, ou encore à admettre un rabotage partiel de l'action localisée de ces nervures,
- l'entre-distance entre les nervures de chaque type est constante.

Dans le cas particulier des portes d'écluses, on se trouve généralement en présence de structures orthotropes comportant des nervures verticales équidistantes (aiguilles) et un

certain nombre de nervures horizontales inégalement réparties (traverses). On conçoit donc la nécessité de calculer de telles structures par une méthode qui tienne compte de l'effet concentré des traverses.

Le schéma de la figure 5 est celui du feuillet médian du bordage. C'est la surface de référence. Si δ est l'épaisseur de la plaque, les faces extérieures de la plaque se trouvent à $\pm \delta/2$ suivant z .

La figure 6 représente la convention de signes des contraintes sur un élément de bordage.

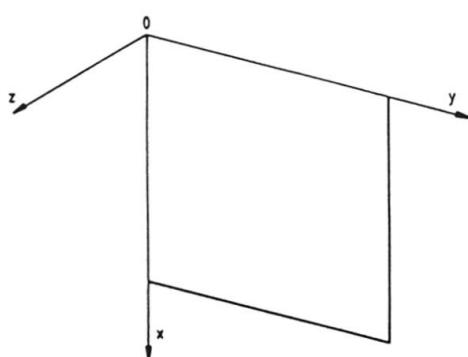


Figure 5. - Coordonnées.

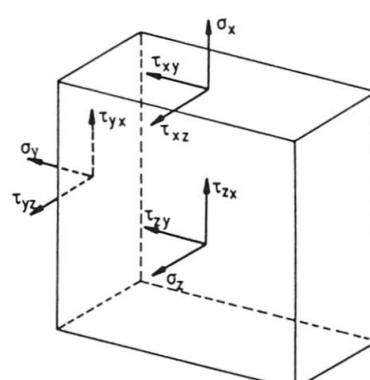


Figure 6. - Contraintes.

On définit les éléments de réduction en éléments par unité de longueur relatifs à la plaque, en intégrant les contraintes suivant l'épaisseur soit par exemple :

$$N_x = \int_{-\delta/2}^{+\delta/2} \sigma_x \cdot dz \quad M_x = - \int_{-\delta/2}^{+\delta/2} \sigma_x z \cdot dz$$

La figure 7 représente les éléments de réduction agissant sur un élément de bordage.

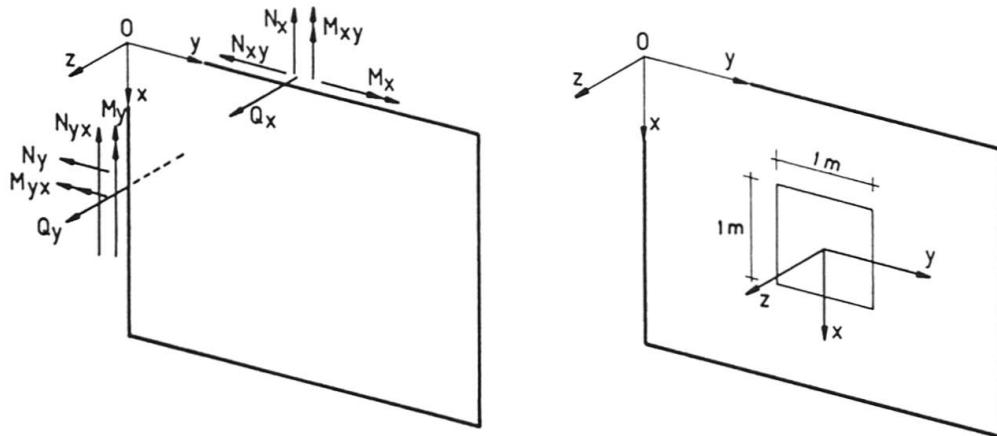


Figure 7. - Efforts unitaires.

Figure 8. - Sollicitations extérieures.

La figure 8 représente la mise en charge pour un élément infinitésimal de la plaque. Pour les dérivées, nous utiliserons les notations conventionnelles suivantes :

$$\frac{\delta f}{\delta x} = f' , \quad \frac{\delta f}{\delta y} = f''$$

Les hypothèses sont celles du calcul élastique classique des plaques.

Les contraintes dans le bordage sont obtenues par des considérations géométriques et la loi de Hooke au moyen des formules :

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\eta^2} [u' - zw'' + \eta(u^0 - zw^{00})]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\eta^2} [u^0 - zw^{00} + \eta(u' - zw'')] \quad \text{et}$$

$$\tau_{xy} = G(v' + u^0 - 2zw^{0'}) \quad \text{avec } G = \frac{E}{2(1+\eta)}$$

En intégrant ces formules sur l'épaisseur du bordage, on peut écrire les éléments de réduction :

$$N_y = D(v^0 + \eta u')$$

$$N_x = D(u' + \eta v^0)$$

$$N_{xy} = N_{yx} = D \frac{1-\eta}{2} (u^0 + v')$$

$$M_y = K(w^{00} + \eta w'')$$

$$M_x = K(w'' + \eta w^{00})$$

$$M_{xy} = M_{yx} = K(1-\eta)w^0, \quad \text{avec } K = \frac{E\delta^3}{12(1-\eta^2)} \quad \text{et } D = \frac{E\delta}{1-\eta^2} .$$



Ensuite, si on considère un élément infinitésimal de bordage, on peut en écrire les trois équations différentielles d'équilibre en fonction des déplacements u , v , w et de leurs dérivées.

Ces équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} D(u'' + \frac{1-\eta}{2} u^{00} + \frac{1+\eta}{2} v^{01}) + X &= 0 \\ D(v^{00} + \frac{1-\eta}{2} v'' + \frac{1+\eta}{2} u^{01}) + Y &= 0 \\ K(w''' + w^{0000} + 2w^{00''}) - Z + M_y^0 - M_x^1 &= 0 \end{aligned}$$

où X , Y , Z sont les sollicitations extérieures, respectivement parallèles à Ox , Oy , Oz , et M_y , M_x les moments sollicitants extérieurs parallèlement aux axes Ox et Oy .

(Figure 9).

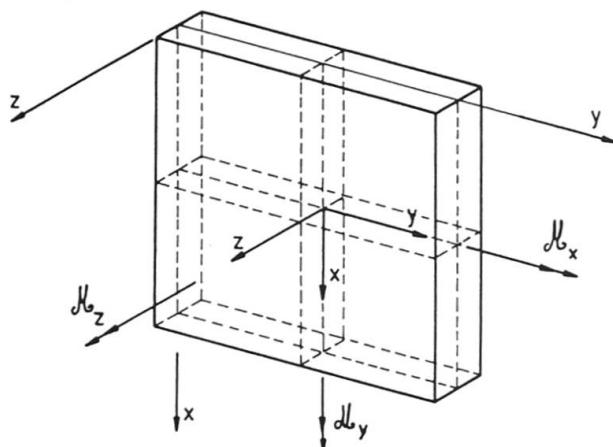


Figure 9. - Sollicitations ramenées au feuillet moyen.

$$\begin{aligned} N_y &= D(v^0 + \eta u') + f(x) \frac{E}{dy} (v^0 \omega_y - w^{00} h_y) \\ N_x &= D(u' + \eta v^0) + f(y) \frac{E}{dx} (u' \omega_x - w'' h_x) \\ M_y &= K(w^{00} + \eta w'') - f(x) \frac{E}{dy} (v^0 h_y - w^{00} I_y) \\ M_x &= K(w'' + \eta w^{00}) - f(y) \frac{E}{dx} (u' h_x - w'' I_x) \\ N_{xy} &= D \frac{1-\eta}{2} (u^0 + v') + f(y) \frac{G}{dx} \Omega'_x v' \\ N_{yx} &= D \frac{1-\eta}{2} (u^0 + v') + f(x) \frac{G}{dy} \Omega'_y u' \\ M_{xy} &= K(1-\eta) w^{01} + f(y) \frac{G}{dx} (k_{2xy} + k_{3xy}) w^{01} + f(y) \frac{G\lambda}{dx} \Omega'_x v' \\ M_{yx} &= K(1-\eta) w^{01} + f(x) \frac{G}{dy} (k_{2yx} + k_{3yx}) w^{01} + f(x) \frac{G\lambda}{dy} \Omega'_y u' \end{aligned}$$

Dans ces formules,

ω_y et ω_x sont les sections des raidisseurs sous la plaque, respectivement parallèles à Oy et Ox ; dy et dx sont les épaisseurs des âmes des raidisseurs, (Fig. 10 et 12),

h_y et h_x les moments statiques, calculés par rapport au plan de référence ($z=0$),

I_y et I_x les moments d'inertie, (idem)

Ω'_y et Ω'_x les sections réduites, à prendre en compte dans le cisaillement des raidisseurs,

Ayant établi les équations différentielles simplifiées des plaques d'épaisseur constante, on peut aborder l'étude des plaques raidies dans deux directions. Au niveau de l'écriture des éléments de réduction, en plus du bordage, on fait intervenir les caractéristiques des raidisseurs, par les formules suivantes :

k_{xy} et k_{yx} les rigidités torsionnelles, des seuls raidisseurs,

λ_y et λ_x les hauteurs d'âmes des raidisseurs sous la plaque, respectivement parallèles à Oy et à Ox .

Les fonctions $f(x)$ et $f(y)$ sont nulles partout sauf au droit des raidisseurs et sur leur largeur où elles valent 1 (combinaisons de fonctions de Heaviside).

On peut à présent écrire les équations d'équilibre dans les 3 directions x , y et z .
Afin de ne pas alourdir cette écriture, on a introduit les notations suivantes :

$$\begin{array}{lll} E \frac{\omega_y}{dy} = \Omega_y & E \frac{h_y}{dy} = H_y & G \frac{G}{dx} (k_{2xy} + k_{3xy}) = T_x \\ E \frac{\omega_x}{dx} = \Omega_x & E \frac{h_x}{dx} = H_x & G \frac{G}{dy} (k_{2yx} + k_{3yx}) = T_y \\ E \frac{I_y}{dy} = R_y & E \frac{I_x}{dx} = R_x & G \frac{\lambda_x}{dx} \Omega'_x = L_x \\ G \frac{\Omega'_x}{dx} = S_x & G \frac{\Omega'_y}{dy} = S_y & G \frac{\lambda_y}{dy} \Omega'_y = L_y \end{array}$$

Les équations d'équilibres s'écrivent ainsi :

$$Du'' + D\eta v^0 + \frac{D}{2}(1-\eta)(u^{00} + v^0) + f(x) \underbrace{S_y u^{00}}_{X0_y} + f(y) \underbrace{(R_x u'' - H_x w'')}_{X0_y} + X = 0$$

$$D(v^{00} + \eta u^0) + \frac{D}{2}(1-\eta)(u^0 + v'') + f(x) \underbrace{(R_y v^{00} - H_y w^{000})}_{Y0_y} + f(y) \underbrace{S_x v''}_{Y0_x} + Y = 0$$

$$\begin{aligned} Kw^{0000} + Kw''' + 2Kw'' + f(x) \underbrace{(R_y w^{0000} - H_y v^{000} + T_y w^{00''} + L_y u^{00'})}_{Z0_y} \\ + f(y) \underbrace{(R_x w''' - H_x u'' + T_x w^{00''} + L_x v^{00})}_{Z0_x} \\ + f^0(y) \underbrace{(T_x w'' + L_x v'')}_{U0_y} + f'(x) \underbrace{(T_y w^{00'} + L_y u^{00})}_{U0_x} = Z - M^0_y + M^0_x \end{aligned}$$

Dans les 3 équations ci-dessus, il existe 3 types de termes :

- ceux relatifs aux charges extérieures X , Y , Z , M_x , M_y ,
- ceux relatifs à la plaque lisse, non affectés des fonctions $f(x)$ ou $f(y)$,
- ceux relatifs aux raidisseurs, affectés des fonctions $f(x)$ et $f(y)$.

Les fonctions $f^0(y)$ et $f'(x)$ dérivées de fonctions de Heaviside, sont des fonctions de Dirac.

Ces derniers termes peuvent être interprétés comme des forces extérieures appliquées à la plaque lisse suivant la figure 10 ci-dessous selon x pour $X0$, y pour $Y0$, z pour $Z0$ et des forces de type moment pour $U0$.

$$\begin{aligned}
 X_0 &= S_y u^{00} && \text{pour les nervures // à } 0y \\
 X_0 &= \Omega_x u'' - H_x w''' && \text{pour les nervures // à } 0x \\
 Y_0 &= \Omega_y v^{00} - H_y w^{000} && \text{pour les nervures // à } 0y \\
 Y_0 &= S_x v'' && \text{pour les nervures // à } 0x \\
 Z_0 &= R_y w^{0000} - H_y v^{000} + T_y w^{00} + L_y u^{00} && \text{pour les nervures // à } 0y \\
 Z_0 &= R_x w''' - H_x u''' + T_x w^{00} + L_x v^0 && \text{pour les nervures // à } 0x \\
 U_0 &= (T_y w^{00} + L_y u^{00}) dy && \text{pour les nervures // à } 0y \\
 U_0 &= (T_x w''' + L_x v'') dx && \text{pour les nervures // à } 0x.
 \end{aligned}$$

Il apparaît donc que l'on peut étudier la plaque raidie comme une plaque lisse, chargée de lignes d'efforts le long des axes des raidisseurs. La valeur de ces lignes d'efforts dépend des déplacements de la plaque, de leur dérivée et des caractéristiques de raideur des raidisseurs.

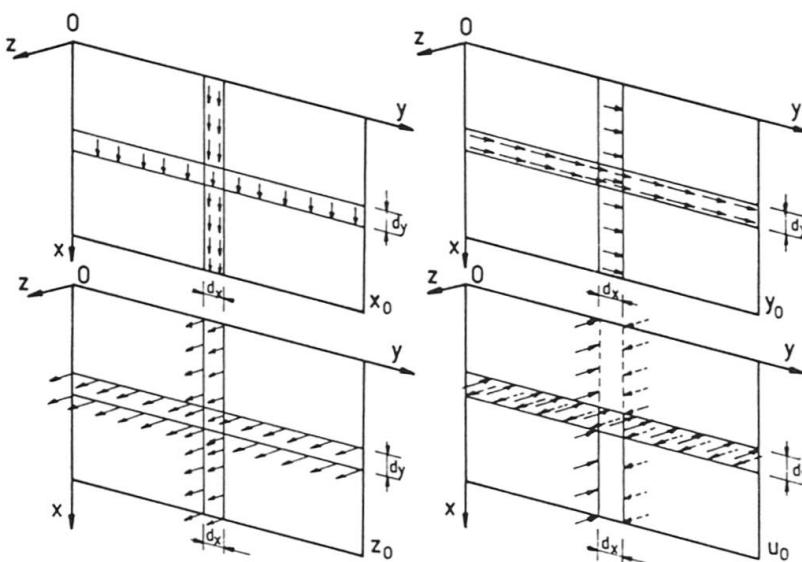


Figure 10. - Action des nervures sur la plaque lisse.

2.2. Méthode de résolution des plaques simplement appuyées en $y=0$ et $y=1$ et raidies parallèlement à $0y$ (traverses).*

La construction des portes d'écluses est régie par le fait que la pression hydrostatique est constante le long des génératrices horizontales et ne varie que suivant la verticale. En plus, dans quasi tous les cas, les appuis vitaux sur les bajoyers peuvent être considérés comme des appuis simples (exception faite des portes busquées où l'on applique volontairement un moment d'excentrement et un effort normal dans le plan).

Les portes d'écluses sont donc généralement constituées d'un bordage, de petits raidisseurs horizontaux équidistants, d'aiguilles verticales équidistantes et d'un certain nombre de traverses horizontales dont la position est choisie de manière à résister au mieux au diagramme de pression hydrostatique.

* L'exposé ci-après n'est qu'un résumé des développements complets que l'on trouvera dans les références 1 et 2 (cf bibliographie)

1. La seule charge considérée, est la pression hydrostatique :

$$X = Y = M_x = M_y = 0$$

2. La pression hydrostatique Z peut être développée en série de Fourier suivant les génératrices horizontales

$$Z = Z(x) \sum_m \sin \frac{m\pi}{l} y$$

3. Les petits raidisseurs et les aiguilles auront leur rigidité répartie uniformément sur la plaque. Les traverses seront étudiées isolément au moyen de lignes de charge. (Figure 11).

1. Raidisseurs également répartis
2. Aiguilles également réparties
3. Traverses inégalement réparties

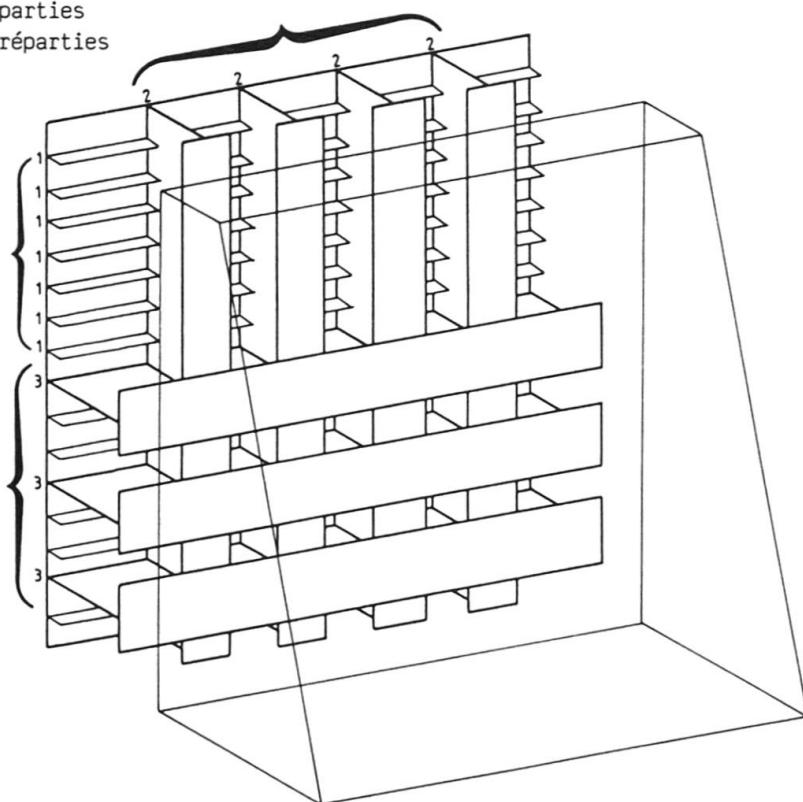


Figure 11. - Porte orthotrope.

4. Tous les déplacements, contraintes, éléments de réduction, etc ... pourront être mis sous la forme d'une somme de termes de Fourier suivant l'axe Oy. Par exemple les déplacements s'écriront pour un terme du développement :

$$w = w(x, y) = w(x) \sin \frac{m\pi}{l} y$$

$$v = v(x, y) = v(x) \cos \frac{m\pi}{l} y$$

$$u = u(x, y) = u(x) \sin \frac{m\pi}{l} y$$

Dans ce type de développement, les conditions aux limites sont réalisées d'office sur les appuis simples verticaux en $y=0$ et $y=l$.

De même tous les éléments de réduction, contraintes, ... peuvent être développés en



séries de Fourier, soit sous forme d'une somme de sinus, soit sous forme d'une série de cosinus. En particulier les lignes d'efforts agissant sur la plaque au niveau des raidisseurs et représentant l'effet de ces raidisseurs sur la plaque peuvent être développées en série de Fourier.

Ainsi, à titre d'exemple :

$$\begin{aligned} X_0 &= S_y u^{00} && \text{variera comme } \sin \frac{m\pi}{l} y, \\ Y_0 &= (\Omega_y v^{00} - H_y w^{000}) && \text{variera comme } \cos \frac{m\pi}{l} y, \\ Z_0 &= (R_y w^{0000} - H_y v^{000} + T_y w^{000} + L_y u^{000}) && \text{variera comme } \sin \frac{m\pi}{l} y. \end{aligned}$$

L'amplitude prise par chacun de ces efforts reste à déterminer. Nous la désignerons respectivement par ψ , ϕ , F et Γ .

2.3. Calcul de la plaque infinie raidie dans une seule direction par une seule nervure

Dans ces conditions les efforts transmis par la nervure s'expriment par les symboles $X_0 dy$, $Y_0 dy$, $Z_0 dy$ et $U_0 y$ si l'épaisseur de la nervure est dy .

Dans la plaque infinie considérée, supprimons le raidissement et, sur la plaque lisse ainsi obtenue, faisons agir des lignes d'efforts unitaires selon l'axe de la nervure (figure 12).

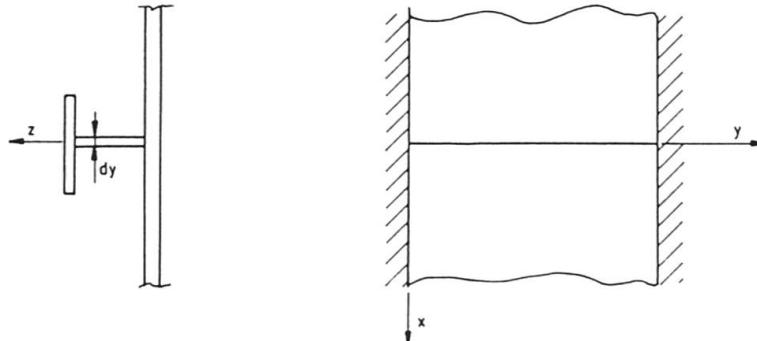


Figure 12. - Plaque à raidisseur unique.

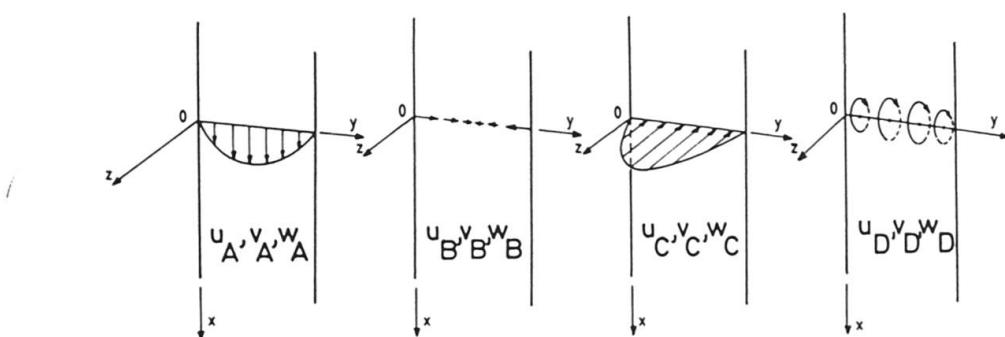


Figure 13. - Lignes de charges unitaires.

Ces lignes d'efforts varient selon les fonctions circulaires de y et agissent dans le même sens que celui correspondant au signe positif des efforts linéaires $X_0 dy$, $Y_0 dy$, $Z_0 dy$ et des moments linéaires $U_0 y$.

Désignons par (u_A, v_A, w_A) , (u_B, v_B, w_B) , (u_C, v_C, w_C) et (u_D, v_D, w_D) les déplacements de la plaque infinie non nervurée sous l'action respective des forces linéaires parallèles à Ox , Oy , Oz et des moments linéaires de la figure 13.

Remplaçons ensuite les $u_A, v_A, \dots w_D$ dans les expressions de $X_0 dy, Y_0 dy, Z_0 dy$ et U_0y . On obtient :

$(X_0 dy)_A, (Y_0 dy)_A, (Z_0 dy)_A, (U_0y)_A$ provenant du remplacement des u_A, v_A, w_A ;

$(X_0 dy)_B, (Y_0 dy)_B, (Z_0 dy)_B, (U_0y)_B$ provenant du remplacement des u_B, v_B, w_B ;

$(X_0 dy)_C, (Y_0 dy)_C, (Z_0 dy)_C, (U_0y)_C$ provenant du remplacement des u_C, v_C, w_C ;

$(X_0 dy)_D, (Y_0 dy)_D, (Z_0 dy)_D, (U_0y)_D$ provenant du remplacement des u_D, v_D, w_D ;

Enfin, nous désignerons par $(X_0 dy)_o, (Y_0 dy)_o, (Z_0 dy)_o$ et $(U_0y)_o$, les fonctions obtenues en introduisant dans les formules de $X_0 dy, Y_0 dy, Z_0 dy$ et U_0y , les expressions analytiques des déplacements u_o, v_o, w_o pris par la plaque lisse infinie sous l'action de la pression extérieure.

Calculons ces 20 fonctions (5×4).

Chacune des 20 valeurs obtenues a une signification bien précise. Ainsi par exemple $(X_0 dy)_B_{x=0}$ représente la valeur des efforts parallèles à Ox exercées par la nervure

en $x=0$, si la plaque raidie prenait les mêmes déformations que la plaque non raidie, sous une sollicitation parallèle à Oy agissant en $x=0$ selon la loi

$$10\ 000 \cos \frac{m\pi}{l} y \text{ (N/m)}$$

On peut alors obtenir une expression détaillée des efforts ψ, ϕ, F et Γ créés par la nervure sur la plaque sous l'action des forces extérieures. Il suffit pour cela de se rappeler que la plaque raidie s'étudie comme la plaque non raidie soumise aux forces extérieures et aux lignes d'efforts de la nervure.

Ainsi, ψ , ligne d'efforts parallèles à Ox sera exprimée sous la forme d'une somme de $(X_0 dy)$ adéquats :

- a. $(X_0 dy)_{o,x=0}$ représentant l'action de la force extérieure sur la plaque non raidie;
- b. $\frac{\psi}{10\ 000} (X_0 dy)_A_{x=0}$ représentant l'action de la nervure parallèlement à Ox ; le facteur $(X_0 dy)_A_{x=0}$ est la valeur de $(X_0 dy)$ sous l'action d'une force de $10\ 000 \sin \frac{m\pi}{l} y$ (N/m) agissant en $x=0$ m parallèlement à Ox , tandis que le facteur $\psi / 10\ 000$ exprime que la nervure exerce dans cette direction un effort $\psi \sin \frac{m\pi}{l} y$ (N/m);
- c. $\frac{\phi}{10\ 000} (X_0 dy)_B_{x=0}$ représentant l'action de la nervure parallèlement à Oy
- d. $\frac{F}{10\ 000} (X_0 dy)_C_{x=0}$, représentant l'action de la nervure parallèlement à Oz
- e. $\frac{\Gamma}{10\ 000} (X_0 dy)_D_{x=0}$ représentant l'action de la ligne de moments exercés par la nervure.

On obtient finalement l'équation :

$$\begin{aligned} \psi = & (X_0 dy)_{o,x=0} + \frac{\psi}{10000} (X_0 dy)_A_{x=0} + \frac{\phi}{10000} (X_0 dy)_B_{x=0} \\ & + \frac{F}{10000} (X_0 dy)_C_{x=0} + \frac{\Gamma}{10000} (X_0 dy)_D_{x=0} \end{aligned}$$



On peut alors écrire des équations analogues pour des amplitudes Φ , F et Γ :

$$\Phi = (Y_0 dy)_{0,x=0} + \frac{\Psi}{10000} (Y_0 dy)_A_{x=0} + \frac{\Phi}{10000} (Y_0 dy)_B_{x=0}$$

$$+ \frac{F}{10000} (Y_0 dy)_C_{x=0} + \frac{\Gamma}{10000} (Y_0 dy)_D_{x=0}$$

$$F = (Z_0 dy)_{0,x=0} + \frac{\Psi}{10000} (Z_0 dy)_A_{x=0} + \frac{\Phi}{10000} (Z_0 dy)_B_{x=0}$$

$$+ \frac{F}{10000} (Z_0 dy)_C_{x=0} + \frac{\Gamma}{10000} (Z_0 dy)_D_{x=0}$$

$$\Gamma = (U_0y)_{0,x=0} + \frac{\Psi}{10000} (U_0y)_A_{x=0} + \frac{\Phi}{10000} (U_0y)_B_{x=0}$$

$$+ \frac{F}{10000} (U_0y)_C_{x=0} + \frac{\Gamma}{10000} (U_0y)_D_{x=0}$$

Ces équations sont des équations de Volterra-Fredholm dégénérées.

On obtient donc ainsi un système de quatre équations à 4 inconnues permettant de résoudre la plaque infinie par une seule nervure.

L'application de cette même technique aux panneaux à raidissages multiples résout le problème pratique posé des bordages orthotropes simples.

2.4. Calcul des portes à bordages complexes

Pour la porte à simple bordage les conditions aux limites dépendent du type d'appuis.

Par exemple, si on considère que l'on a un appui simple en $x=0$, on écrit les impositions suivantes $w=0$, $v=0$, $N_x=0$, $M_x=0$ en $x=0$.

De même, si on veut exprimer la continuité entre plusieurs panneaux, on peut écrire des équations de continuité des déplacements et des équations d'équilibre autour des génératrices de jonctions.

La figure 14 représente l'assemblage de deux panneaux verticaux a et b avec un panneau horizontal c . On y a indiqué les termes intervenant dans les équations d'équilibre et de continuité.

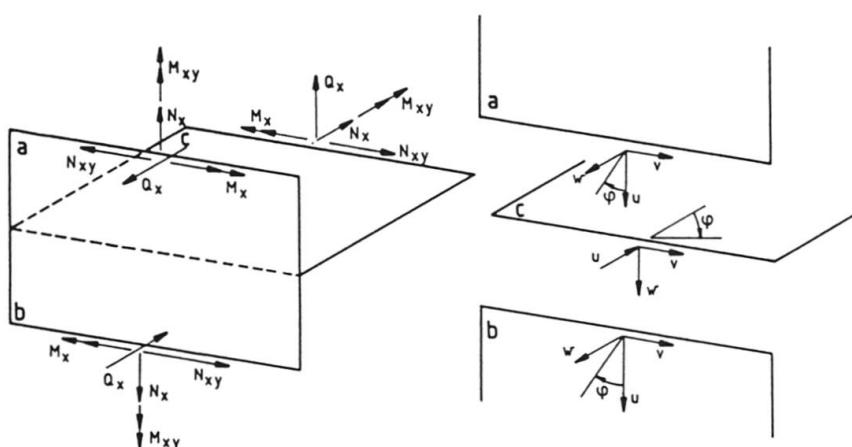


Figure 14. - Assemblage de trois panneaux.

Les équations d'équilibre autour de la génératrice de jonction s'écrivent :

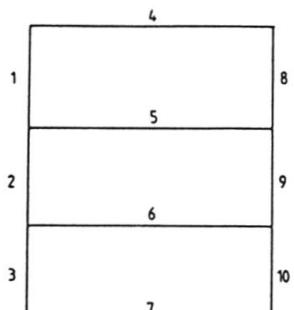
$$\begin{aligned}M_{xa} - M_{xb} - M_{xc} &= 0 && \text{équation d'équilibre moment} \\N_{xa} - N_{xb} - Q_{xc} &= 0 && \text{équation d'équilibre vertical} \\Q_{xa} - Q_{xb} - N_{xc} &= 0 && \text{équation d'équilibre horizontal} \\N_{xya} - N_{xyb} - N_{xyc} &= 0 && \text{équation d'équilibre de cisaillement.}\end{aligned}$$

Les équations de continuité s'écrivent :

$$\begin{aligned}u_a = u_b = w_c && \text{traduisant la continuité verticale} \\v_a = v_b = v_c && \text{traduisant la continuité horizontale tangentiellement à la coupure} \\w_a = w_b = -u_c && \text{traduisant la continuité horizontale normalement à la coupure} \\\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c && \text{traduisant la continuité de rotation.}\end{aligned}$$

Pour chaque panneau apparaissent 8 équations (4 équations d'équilibre et quatre équations de continuité); l'assemblage d'une porte à k panneaux revient à résoudre un système de $8k$ inconnues. Les solutions de ce système sont les coefficients d'amplification à appliquer aux 4 forces unitaires de bords de panneaux, en $x=0$ et $x=l'$ pour chaque panneau. (l' étant la largeur du panneau)

La figure 15 représente la coupe dans une porte composée par exemple de 10 panneaux.



Après avoir résolu ce système d'équations il sera alors possible de déterminer les résultats finals panneau par panneau en combinant les effets.

1. des charges extérieures de pression hydrostatique
2. des 2x4 lignes de forces en $x=0$ et $x=l'$

Figure 15. - Coupe transversale dans une porte à double bordage.

L'ensemble de ce calcul sera à répéter autant de fois qu'il y a de termes dans la série de Fourier pour chaque panneau.

La mise en application de ce type de calcul demande un nombre important d'opérations mathématiques : recherche de solutions d'équations différentielles, résolutions de systèmes d'équations, combinaisons, ...

Il va sans dire qu'une telle quantité de calcul ne peut être pleinement réalisée qu'avec l'aide d'un ordinateur.

3. EXEMPLE D'APPLICATION DU CALCUL SUR UNE PORTE D'ECLUSE A SIMPLE BORDAGE

La porte étudiée est du type levante, simplement appuyée sur ses quatre côtés : à la partie supérieure sur un mur de masque, à la partie inférieure, sur un seuil aménagé dans le radier; latéralement, sur deux rainures prévues dans les bajoyers. Une étude sommaire a permis la détermination des caractéristiques géométriques initiales nécessaires pour commencer le calcul (figure 16).

Pour l'acier utilisé on a choisi les caractéristiques suivantes :

$$E = 210\ 000 \text{ N/mm}^2, \quad G = 81\ 000 \text{ N/mm}^2, \quad \eta = 0,3$$



La mise en charge de pression hydrostatique varie de 5 m de colonne d'eau à la partie supérieure jusqu'à 20 m de colonne d'eau à la partie inférieure.

Trois termes de la série de Fourier ont été utilisés. Trois résultats finals sont représentés ci-après (figures 17 à 19), sous formes de diagrammes le long d'une coupe verticale soit au milieu soit au droit d'un appui.

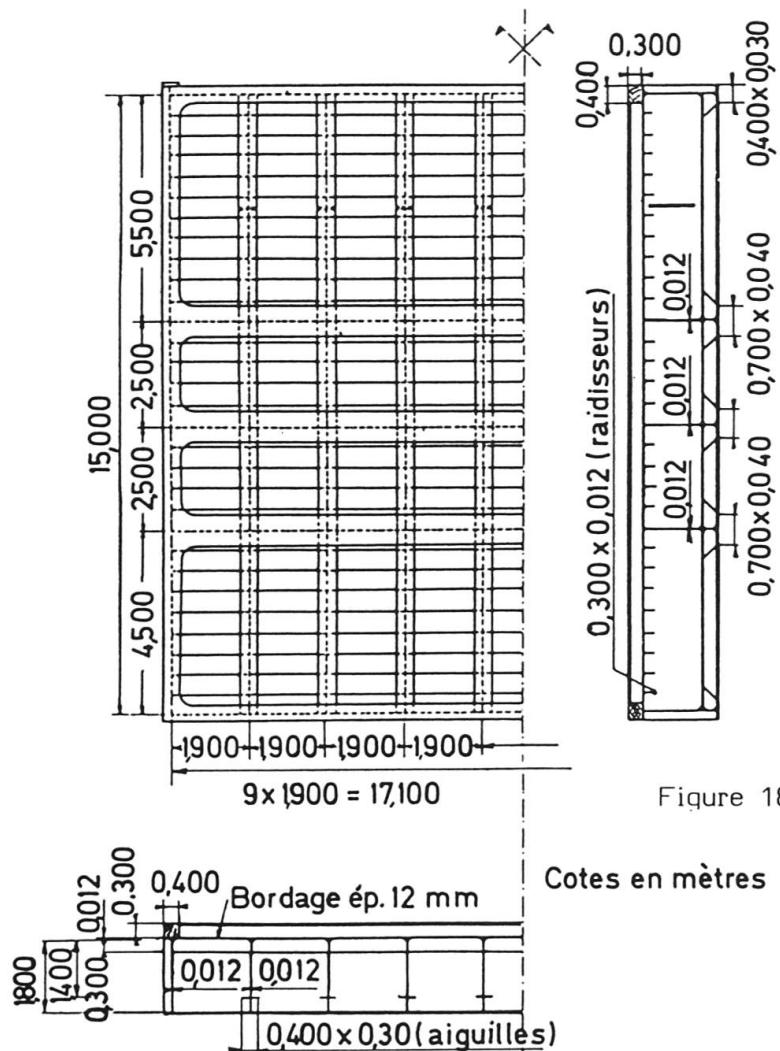


Figure 16 - Porte levante

Figure 19.

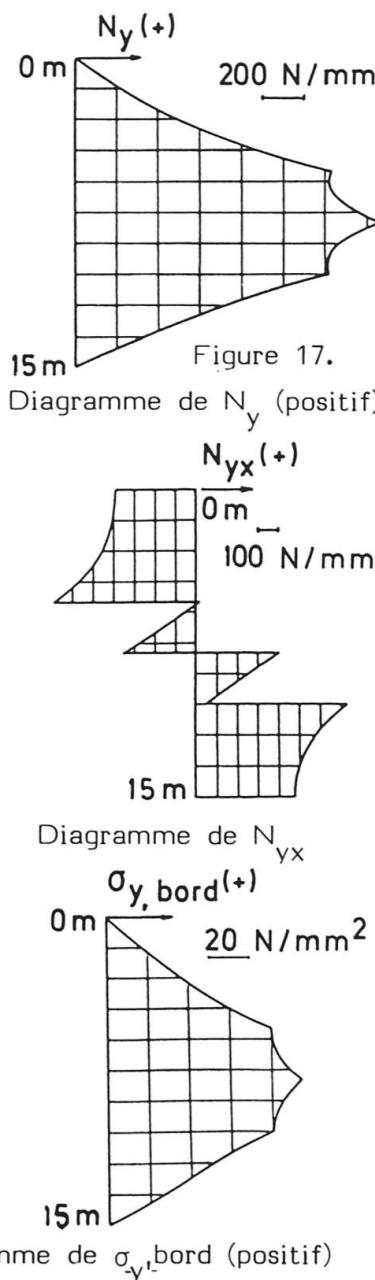


Figure 17.
Diagramme de N_y (positif)

The diagram illustrates the variation of axial force $N_{yx}(+)$ along the height of the column. The vertical axis represents height, and the horizontal axis represents force in N/mm . The force starts at 0 m and increases linearly to 100 N/mm at a height of 15 m. The area under the curve is shaded.

Diagramme de N_{yx}

$\sigma_y, \text{bord} (+)$

20 N/mm²

0m

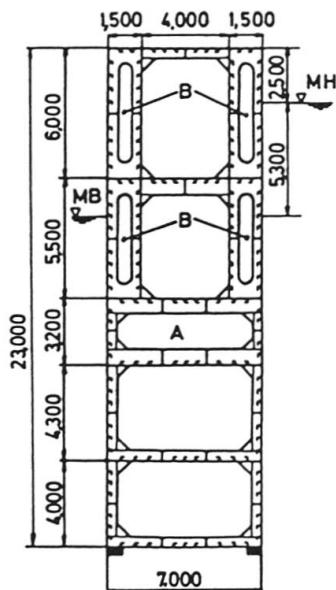
15m

4. EXEMPLE D'APPLICATION DU CALCUL A UNE PORTE D'ECLUSE MARITIME A DOUBLE BORDAGE

Dans ce second exemple, il s'agit d'une étude prospective pour un nouveau type de porte applicable à des écluses de très grandes dimensions.

L'étude répond aux critères suivants : la porte doit être flottante, autopropulsée et à déplacement latéral.

Ce type de porte est prévu pour des écluses de dimensions maritimes, la largeur entre appuis est de 70 m, la hauteur totale de la porte est de 23 mètres et l'épaisseur est de 7 m.



La charge hydrostatique la plus importante (marnage) est de 5,3 m de différence de niveau. La figure 20 représente la section transversale qui règne donc sur 70 m ainsi que quelques caractéristiques constructives. En particulier on peut y voir le caisson principal A qui équilibre le poids total de la porte et les petits caissons latéraux B dont le rôle est d'améliorer la stabilité nautique. L'épaisseur des bordages varie de 8 à 15 mm. La porte a été étudiée comme résultant de l'assemblage de 26 panneaux représentés à la figure 20. Les diagrammes 21 à 23 représentent la mise en charge étudiée ainsi que deux des résultats obtenus du calcul des contraintes. Les unités sont le mètre et le Newton.

Figure 20 - Coupe transversale dans une porte d'écluse maritime

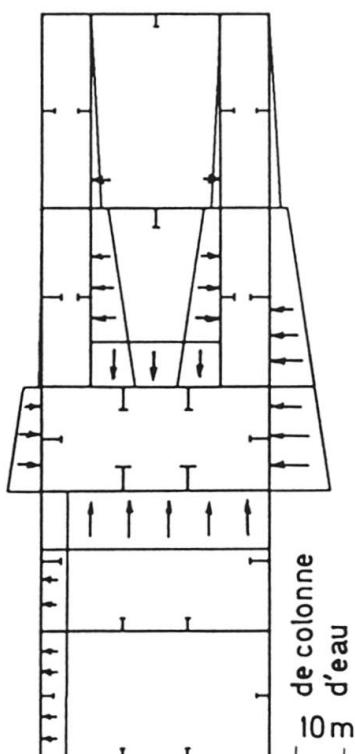


Figure 21
Sollicitations

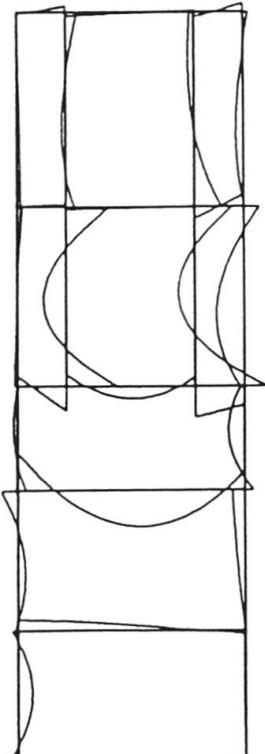


Figure 22
Contraintes σ_x dans les semelles des aiguilles.

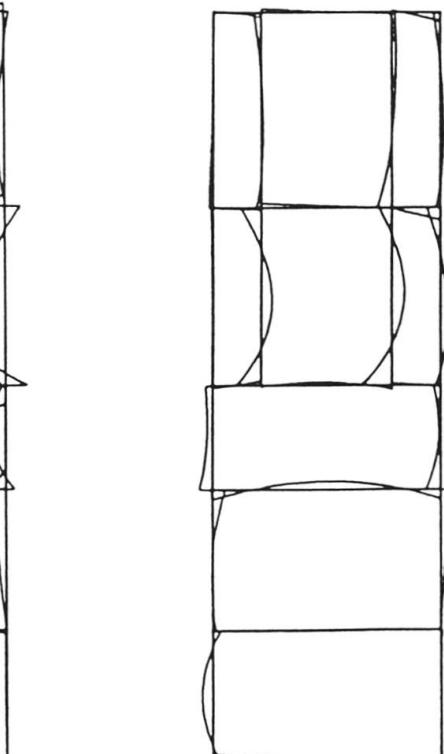


Figure 23
Contraintes σ_x dans le bordage

300 N/mm^2



5. CONCLUSIONS

L'application du programme présenté a montré une bonne adaptabilité aux problèmes de dimensionnement et d'optimisation. L'introduction des données est limitée à un minimum permettant de gérer le programme de manière souple, en n'étant pas assujetti à une élaboration fastidieuse des données comme c'est le cas pour la méthode aux éléments finis.

On dispose directement d'un volume de résultats dont l'interprétation ne prête pas à confusion.

Enfin, au niveau du temps de calcul, le programme s'est avéré rapide et performant, limitant au minimum les entrées et sorties de données et les opérations de transfert entre mémoire centrale et mémoires auxiliaires.

Avec les dernières versions du programme, il est en outre possible de dimensionner des portes busquées.

6. BIBLIOGRAPHIE

1. DEHOUSSE N.M., Les bordages raidis en construction hydraulique, Mémoire CERES n° 1, Université de Liège, Avril 1961.
2. DEHOUSSE N.M., Nouvelle méthode de calcul des coques cylindriques raidies par deux cours de nervures orthogonales. Bulletin de la Classe des Sciences, Académie Royale de Belgique, 5^e série, tome XLVII, 1961, 5.
3. DEHOUSSE N.M., Les bordages raidis en construction hydraulique. XXII^e Volumes des Mémoires, Association Internationale des Ponts et Charpentes, Zurich, 1962.
4. DEHOUSSE N.M., DEPREZ J., Les bordages orthotropes plans. Calcul d'une porte plane d'écluse. Collection des Publications de la Faculté des Sciences Appliquées, Université de Liège, n° 2, 1966, Mémoire CERES, n° 22, juin 1967.
5. DEHOUSSE N.M., DUBOIS V., SEYVERT J., WILLEMS G., Ecluses, vannes de sas-sement, portes. Rapport de la Belgique au XXII^e Congrès International de Navigation, Paris, 1969.
6. GENIN C., Les bordages orthotropes plans. Calcul d'une porte d'écluse par la méthode des lignes de charge. Application au cas de l'impact d'un bateau. C.R.I.F., Bruxelles, 1975.
7. GENIN C., PIRAPREZ E., Etude sur modèle réduit d'une porte métallique d'écluse C.R.I.F., Bruxelles, 1976.
8. BEGUIN Ph., Calcul et optimisation de portes d'écluses de grandes dimensions à double bordage. Mémoire de maîtrise, Université de Liège, Octobre 1983.
9. VOOS J., Calcul d'une porte d'écluse plane et busquée. Mémoire de fin d'études, Université de Liège, juillet 1983.
10. DEHOUSSE N.M., Les écluses de navigation. Publication L.H.C.H. - Laboratoire d'hydrodynamique, d'hydraulique appliquée et de constructions hydrauliques de l'Université de Liège, 1985.
11. ARISTAGHES P., LEBRETON P., VANSTEENKISTE F., Calcul des portes d'écluses maritimes. Revue de l'A.I.P.C.N., Bulletin n° 52, 1986.