

Zeitschrift: IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 7 (1983)

Heft: P-68: Plane buckling of steel beam-columns with monosymmetrical cross section

Artikel: Flambement plan des poutres colonnes en acier à section monosymétrique

Autor: Maquoi, René / Rondal, Jacques

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-37503>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Flambement plan des poutres colonnes en acier à section monosymétrique

Ebenes Knicken von Stäben mit einfachsymmetrischem Querschnitt
bei Druck mit Biegung

Plane Buckling of Steel Beam-Columns with Monosymmetrical
Cross-Section

René MAQUOI

Chargé de cours associé
Université de Liège
Liège, Belgique



Né en 1942, R. Maquoi est ingénieur civil des constructions et docteur en sciences appliquées. Spécialisé en statique des constructions et en stabilité des structures métalliques, il est l'auteur d'environ 90 publications scientifiques et techniques.

Jacques RONDAL

Chargé de cours
Université de Liège
Liège, Belgique



Né en 1944, J. Rondal est ingénieur civil des constructions. Spécialisé en dimensionnement optimal et en stabilité des structures métalliques, il est l'auteur d'environ 80 publications scientifiques et techniques.

RÉSUMÉ

Les auteurs montrent que la formulation d'AYRTON-PERRY qu'ils ont présentée pour le flambement des colonnes en acier sous charge centrée, et qui a été adoptée depuis lors dans de nombreux codes et règlements, peut être étendue au flambement de profils comprimés et fléchis dans leur seul plan de symétrie. La comparaison des résultats théoriques aux résultats d'essais sur deux types de profils montre que la méthode proposée est sûre et précise.

ZUSAMMENFASSUNG

Die von den Autoren für das zentrische Knicken hergeleitete Formulierung "AYRTON-PERRY", die inzwischen in verschiedene Normen und Richtlinien Eingang gefunden hat, kann auch für das ebene Knicken von Stäben mit einfachsymmetrischem Querschnitt bei Druck und gleichzeitiger Biegung in der Symmetrieebene eingesetzt werden. Der Vergleich der theoretischen Resultate mit den Versuchsergebnissen an zwei Profiltypen zeigt, dass die vorgeschlagene Methode sicher und zuverlässig ist.

SUMMARY

It is shown that the AYRTON-PERRY formulation, presented by the authors for centrally compressed columns and already adopted in several codes and standards, can be generalized to buckling of columns that are compressed and bent in their sole plane of symmetry. A good agreement is observed between theoretical results and test data on two kinds of cross-sections. The suggested method is thus demonstrated safe and accurate.

1. INTRODUCTION

En accord avec les Recommandations de la Convention Européenne de la Construction Métallique (C.E.C.M.), le calcul au flambement sous charge centrée des profils à section monosymétrique se réfère à la courbe de flambement "c" [1].

Si, outre la compression, la sollicitation comporte un moment de flexion, éventuellement d'intensité différente aux deux extrémités, les mêmes recommandations restent muettes et le projeteur se trouve dépourvu de toute méthode de calcul pour ce type de profil.

La présente étude contribue à généraliser au cas des profils à section monosymétrique, les formules de calcul, basées sur le modèle d'AYRTON-PERRY, proposées par les auteurs pour le calcul des colonnes (compression centrée) et des poutres colonnes (compression excentrée ou compression et flexion) [2, 3, 4].

Avant d'aborder l'objet de la présente publication, il est utile de rappeler brièvement l'approche utilisée pour le calcul des colonnes et poutres colonnes à section doublement symétrique, approche qui a été adoptée par la C.E.C.M. et est utilisée dans l'Eurocode et dans divers règlements nationaux de construction métallique.

2. FORMULATION D'AYRTON-PERRY POUR LE FLAMBEMENT DES PROFILS A SECTION DOUBLEMENT SYMETRIQUE

2.1. Colonnes comprimées centriquement

En tenant compte du facteur d'amplification de la flèche et en adoptant comme critère de ruine l'atteinte de la limite élastique sur la fibre la plus sollicitée, la charge de ruine en flambement N_k d'une barre imparfaite sous compression centrée satisfait la relation [2, 3] :

$$\frac{N_k}{A} + \frac{N_k}{1 - \frac{N_k}{N_E}} \frac{e_o}{W} = f_y \quad (1)$$

où N_E est la charge critique eulérienne ($N_E = \pi^2 \frac{EI}{L^2}$), W le module de flexion élastique, f_y la limite élastique du matériau, e_o l'amplitude de la déformée initiale, considérée comme étant de type sinusoïdal et A l'aire de la section transversale de la colonne.

Avec les notations non-dimensionnelles habituelles de la C.E.C.M., et après quelques transformations, la relation (1) peut s'écrire :

$$(1 - \bar{N})(1 - \bar{N} \bar{\lambda}^2) = \eta \bar{N} \quad (2)$$

où \bar{N} est le coefficient de réduction au flambement ($N_k = \bar{N} \cdot f_y \cdot A$), $\bar{\lambda}$ l'élançement réduit ($\bar{\lambda} = \frac{1}{i \pi \sqrt{E/f_y}}$) et η le coefficient d'imperfection.

Les auteurs ont montré ailleurs que, compte tenu de l'imperfection géométrique de type sinusoïdal et des contraintes résiduelles, le coefficient d'imperfection η permettait de représenter correctement les courbes de flambement de la C.E.C.M. s'il prenait la forme :

$$\eta = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \quad (3)$$

où α est une valeur caractéristique de la courbe de flambement à laquelle il y

a lieu de se référer :

Courbe	a_0	a	b	c	d
α	0,125	0,206	0,339	0,489	0,756

La solution explicite \bar{N} de l'équation (2) permet le calcul de la charge de ruine et est donnée par la relation :

$$\bar{N} = \frac{1 + \eta + \frac{\lambda^2}{\lambda}}{2 \frac{\lambda^2}{\lambda}} - \frac{1}{2 \frac{\lambda^2}{\lambda}} \sqrt{(1 + \eta + \frac{\lambda^2}{\lambda})^2 - 4 \frac{\lambda^2}{\lambda}} > 1 \quad (4)$$

Les valeurs de α ont été calibrées de manière que les résultats donnés par (4) concordent avec ceux obtenus par les essais et la simulation entrepris par la C.E.C.M. Il en résulte donc que le critère de ruine (1), apparemment élastique, constitue la base d'un modèle physique et que la solution (4) tient compte, au travers du facteur η , d'une certaine plastification de la section avant d'atteindre la charge maximum.

2.2. Colonnes comprimées et fléchies

En circonscrivant l'étude au cas du moment de flexion évoluant proportionnellement à l'effort normal, ce qui revient à considérer une compression excentrée, la généralisation des relations précédentes est immédiate et conduit à :

$$\frac{N_k}{A} + \frac{N_k}{1 - \frac{N_k}{N_E}} \frac{e_o + e}{W} = f_y \quad (5)$$

où e est donné par le rapport M/N du moment de flexion à l'effort normal. La relation (4) garde donc toute sa validité si le coefficient η est écrit cette fois comme suit :

$$\eta = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + e \frac{A}{W} \quad (6)$$

Pour l'établissement de (5) et (6), il est implicitement admis que l'imperfection initiale e_o existe toujours dans le sens de la déformée qui se produira sous le moment $N.e$ de manière à définir le cas le plus défavorable.

Les auteurs ont traité plus en détails dans [4] le cas de chargement non proportionnel et celui, plus complexe, de la flexion biaxiale.

3. POUTRES COLONNES A SECTION MONOSYMETRIQUE

3.1. Comportement des poutres colonnes à section monosymétrique

Pour les poutres colonnes à section doublement symétrique, la C.E.C.M. donne la possibilité de calculer la charge de ruine en utilisant soit le calcul élastique, soit le calcul plastique. En calcul plastique, il suffit, dans les expressions (5) ou (6) de remplacer le module de flexion élastique W par le module de flexion plastique Z .

Pour les profils à section monosymétrique fléchis dans leur plan de symétrie, l'apparition de la plastification dans la section (figure 1) engendre un déplacement de l'axe neutre et, corollairement, une variation Δe de l'excentricité de la charge extérieure. L'effet de ce moment de flexion supplémentaire compense



et dépasse même parfois l'effet bénéfique de l'accroissement du module de flexion.

En conséquence, la charge maximum dérivée de la formulation en calcul plastique n'est pas nécessairement plus élevée que celle en calcul élastique. Toutefois, comme l'état limite élastique précède de toute manière l'état limite plastique, il s'indique donc de se référer au calcul élastique pour fixer la charge de ruine des poutres colonnes à section monosymétrique.

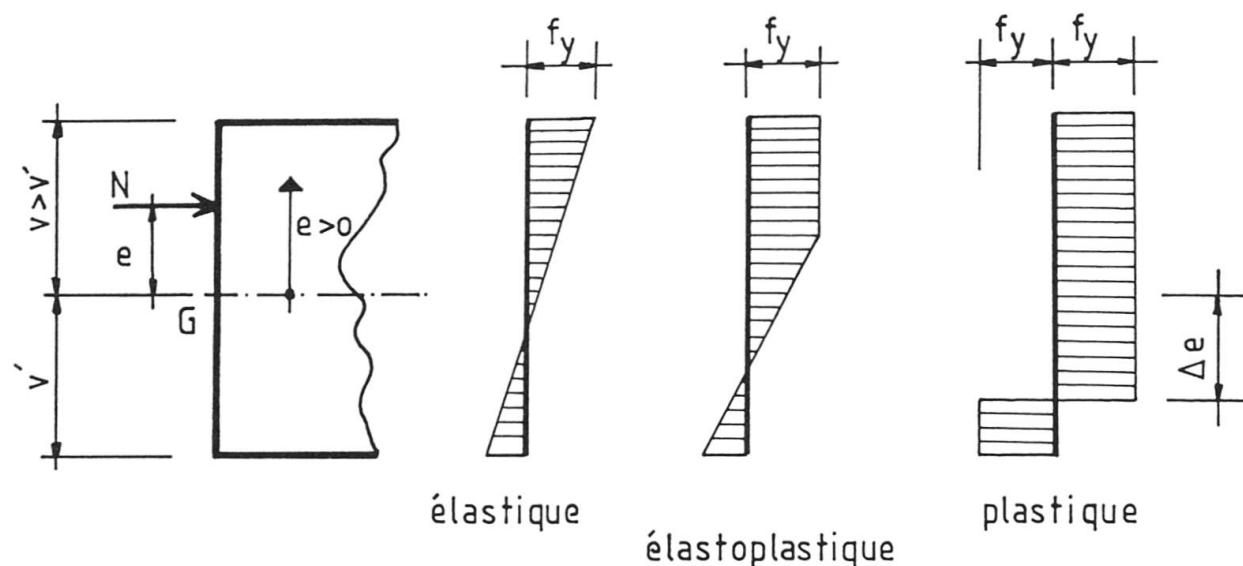


Fig. 1 Déplacement de l'axe neutre au cours de la plastification de la section.

Considérons successivement les trois possibilités d'excentrement de l'effort normal.

3.2. Excentricité positive constante

Le calcul de la charge de ruine dépend du sens de la flexion. Le signe de l'excentricité correspondant à la flexion est donné à la figure 1. Contrairement au cas des profils doublement symétriques pour lesquels la ruine par instabilité dans un plan déterminé est gouvernée par une seule relation, il est nécessaire de considérer ici, a priori, trois modes de ruine :

- Atteinte de la limite élastique en compression dans la fibre v :

On suppose, par sécurité, que l'imperfection structurale est de même sens que la déformée produite par le moment de flexion extérieur; l'équation de ruine s'écrit, pour la courbe de flambement c ($\alpha = 0,489$) :

$$\frac{N_k}{A} + \frac{N_k}{A \left(1 - \frac{N_k}{N_E}\right)} \left[0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) + e A \frac{v}{I} \right] = f_y \quad (7)$$

- Atteinte de la limite élastique en traction dans la fibre v' :

Ici encore, on admet, par sécurité, que l'imperfection structurale est de même sens que la déformée produite par le moment de flexion extérieur; l'équation de ruine s'écrit, toujours pour la courbe de flambement c :

$$\frac{N_k}{A} - \frac{\frac{N_k}{N_E}}{A \left(1 - \frac{N_k}{N_E}\right)} [0,489 \frac{v'}{v} (\bar{\lambda} - 0,2) + e A \frac{v'}{I}] = - f_y \quad (8)$$

Le premier terme entre crochets diffère de celui de la relation (7) par le facteur v'/v ; ceci provient du fait que l'imperfection structurale donne un moment de flexion faisant naître, logiquement, des contraintes dont l'intensité est proportionnelle à la distance de la fibre considérée à l'axe neutre. Or il faut savoir que le coefficient $\alpha = 0,489$ a été déterminé sur base d'essais de flambement centré de profils monosymétriques qui, en l'absence de moment extérieur, atteignent leur capacité portante par plastification démarrant sur la fibre la plus éloignée, v en l'occurrence. Il en découle que, lorsque l'on considère la fibre v' , il faut utiliser, pour l'imperfection structurale, un terme valant :

$$0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{v'}{v} \quad (v' \leq v) \quad (9)$$

A l'inverse, DUMONTEIL propose de considérer un terme d'imperfection structurale lié à la hauteur du profil [5]. Les auteurs ne partagent pas cet avis car il conduit, en flambement sous charge centrée, à s'écartier du choix de la C.E.C.M., à savoir la courbe "c" comme courbe de base des profils à section monosymétrique.

Comme $v' \leq v$, la relation (8) donne toujours une charge de ruine plus élevée que (7) et n'est donc jamais déterminante.

- *Atteinte de la limite élastique en compression dans la fibre v'* :

Le cas le plus défavorable correspond cette fois à une imperfection structurale de sens inverse à la déformée produite par le moment de flexion extérieur; l'équation de ruine s'écrit :

$$\frac{N_k}{A} - \frac{\frac{N_k}{N_E}}{A \left(1 - \frac{N_k}{N_E}\right)} [-0,489 \frac{v'}{v} (\bar{\lambda} - 0,2) + e A \frac{v'}{I}] = f_y \quad (10)$$

Comme $v' \leq v$, la relation (10) donne toujours une charge de ruine plus élevée que (7) et n'est donc jamais déterminante.

En résumé, lorsque l'excentricité correspondant au moment de flexion extérieur est positive, le critère déterminant est la limite élastique en compression sur la fibre v . En notations non-dimensionnelles, la charge de ruine est donnée par :

$$N_k = \bar{N} \cdot A \cdot f_y \quad (11)$$

$$\text{avec : } \bar{N} = \frac{1 + \eta + \bar{\lambda}^2}{2 \bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2 \bar{\lambda}^2} \sqrt{(1 + \eta + \bar{\lambda}^2)^2 - 4 \bar{\lambda}^2} \geq 1 \quad (12)$$

$$\text{et } \eta = 0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) + e A \frac{v}{I} \quad (13)$$

3.3. Excentricité négative constante

Lorsque l'effort normal de compression agit avec une excentricité négative, trois critères doivent également être considérés a priori :

- *Atteinte de la limite élastique en compression dans la fibre v'* :

En considérant le cas le plus défavorable pour lequel l'imperfection structurale est de même sens que la déformée due au moment de flexion extérieur, le critère de ruine s'écrit :



$$\frac{N_k}{A} + \frac{\frac{N_k}{N_E}}{A(1 - \frac{N_k}{N_E})} [0,489 \frac{v'}{v} (\bar{\lambda} - 0,2) - e A \frac{v'}{I}] = f_y \quad (13)$$

- Atteinte de la limite élastique en traction dans la fibre v :

En considérant à nouveau le cas le plus défavorable pour lequel l'imperfection structurale est de même sens que la déformée due au moment de flexion extérieur, le critère de ruine s'écrit :

$$\frac{N_k}{A} - \frac{\frac{N_k}{N_E}}{A(1 - \frac{N_k}{N_E})} [0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) - e A \frac{v}{I}] = -f_y \quad (14)$$

- Atteinte de la limite élastique en compression dans la fibre v :

Le cas le plus défavorable correspond ici à une imperfection structurale de sens inverse à la déformée due au moment de flexion extérieur; le critère de ruine s'écrit :

$$\frac{N_k}{A} - \frac{\frac{N_k}{N_E}}{A(1 - \frac{N_k}{N_E})} [-0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) - e A \frac{v}{I}] = f_y \quad (15)$$

La relation (15) n'est déterminante, par rapport à la relation (13), que pour les faibles excentricités de la charge soit, compte tenu que l'excentricité e est négative, pour :

$$e \geq 0,489 \frac{I}{Ah} (\bar{\lambda} - 0,2) (\frac{v'}{v} - 1) \quad (16)$$

où h est la hauteur totale du profil.

En résumé, lorsque l'excentricité correspondant au moment de flexion est négative, on peut, sous forme non-dimensionnelle, exprimer la charge de ruine par :

$$N_k = \bar{N}_i \cdot A \cdot f_y \quad (17)$$

où N_i est la plus petite des valeurs N_1 et N_2 données ci-dessous :

$$\bar{N}_1 = \frac{1 + \eta_1 + \bar{\lambda}^2}{2 \bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2 \bar{\lambda}^2} \sqrt{(1 + \eta_1 + \bar{\lambda}^2)^2 - 4 \bar{\lambda}^2} \geq 1 \quad (18)$$

$$\text{avec } \eta_1 = 0,489 \frac{v'}{v} (\bar{\lambda} - 0,2) - e A \frac{v'}{I} \quad (19)$$

$$\text{si } e < 0,489 \frac{I}{Ah} (\bar{\lambda} - 0,2) (\frac{v'}{v} - 1) \quad (20)$$

$$\text{et } \eta_1 = 0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) + e A \frac{v}{I} \quad (21)$$

$$\text{si } e \geq 0,489 \frac{I}{Ah} (\bar{\lambda} - 0,2) (\frac{v'}{v} - 1) \quad (22)$$

$$\bar{N}_2 = \frac{1 - \eta_2 - \bar{\lambda}^2}{2 \bar{\lambda}^2} + \frac{1}{2 \bar{\lambda}^2} \sqrt{(1 - \eta_2 - \bar{\lambda}^2)^2 + 4 \bar{\lambda}^2} \geq 1 \quad (23)$$

$$\text{avec } \eta_2 = 0,489 (\bar{\lambda} - 0,2) - e A \frac{v}{I} \quad (24)$$

3.4. Excentricités différentes aux extrémités

Les formules établies plus haut peuvent être généralisées pour les poutres colonnes sollicitées par des charges présentant des excentricités différentes aux deux extrémités; à cet effet, on recourt au concept habituel d'excentricité équivalente [3, 4].

En appelant e_2 la plus grande excentricité en valeur absolue, l'excentricité équivalente est donnée par les relations ci-après :

- si $e_2 \geq 0$:

$$e_{eq} = 0,6 e_2 + 0,4 e_1 \leq 0,4 e_2 \quad (25)$$

- si $e_2 \leq 0$:

$$e_{eq} = 0,6 e_2 + 0,4 e_1 \geq 0,4 e_2 \quad (26)$$

Lorsque e_1 et e_2 sont de signes contraires, il faut, outre le flambement, vérifier la plastification en flexion composée des extrémités du profil.

4. CONFRONTATION DE L'APPROCHE THEORIQUE A DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Des essais de flambement ont été réalisés sur deux types de profils (figure 2). Les autres paramètres étaient la longueur des barres et la valeur des excentricités [6]. Des 17 séries d'essais de flambement, on a pu dégager des résultats statistiques au sens de la C.E.C.M. [1].

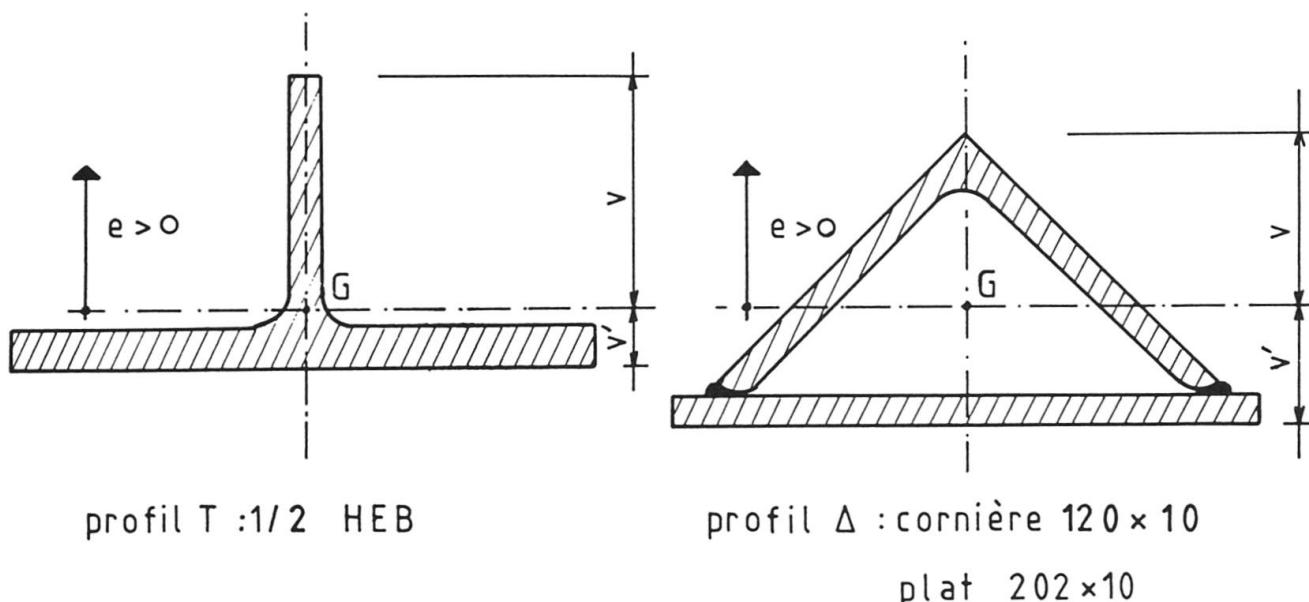


Fig. 2 Profils utilisés dans les essais de flambement.

La figure 3, pour les profils en T, et la figure 4, pour les profils en Δ , montrent l'excellente corrélation obtenue entre les charges de ruine théoriques et les valeurs caractéristiques (moyenne - 2 écarts types) expérimentales.

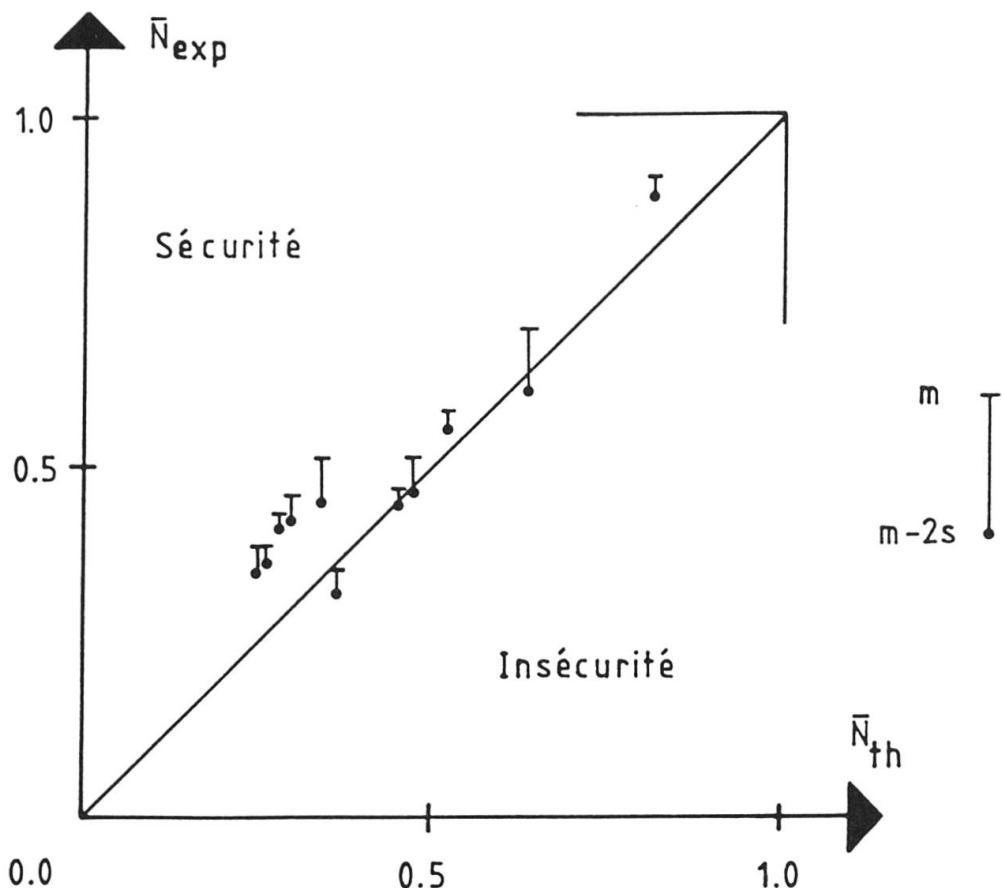


Fig. 3 Comparaison entre les valeurs de ruine théoriques et expérimentales pour les profils en T.

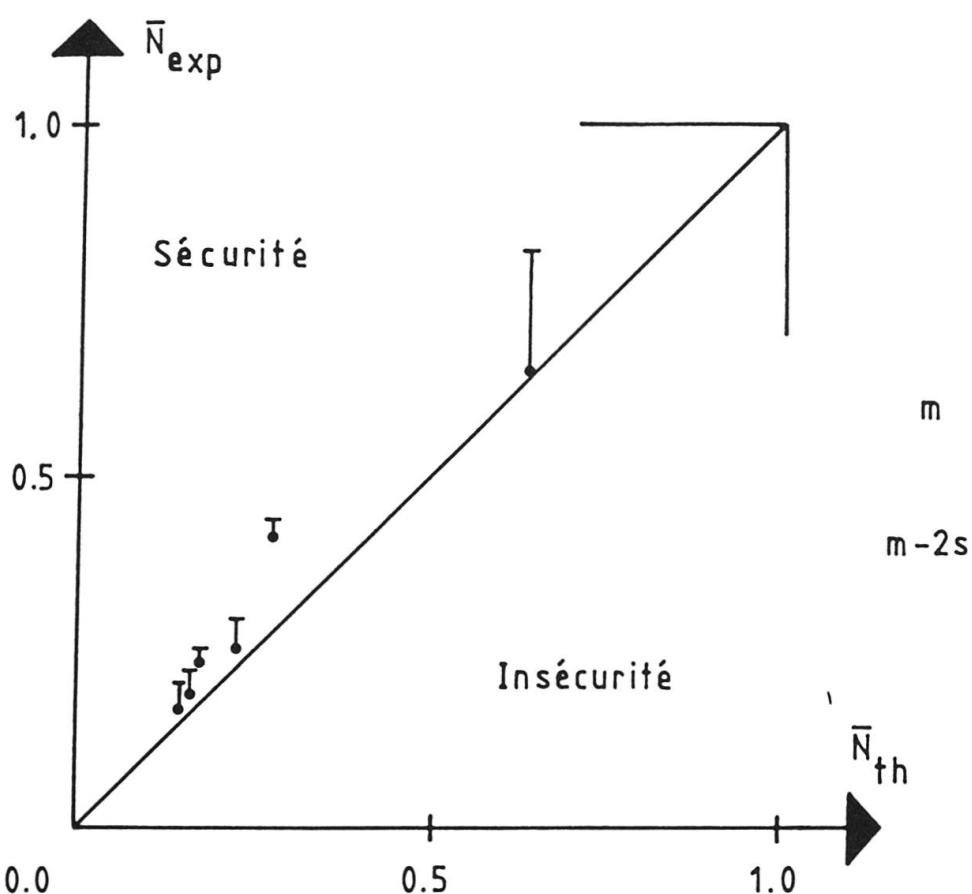


Fig.4 Comparaison entre les valeurs de ruine théoriques et expérimentales pour les profils en Δ .

5. CONCLUSIONS

La présente publication présente des règles de vérification pour les poutres colonnes à section monosymétrique sollicitées dans leur plan de symétrie. Elle comble ainsi une des lacunes des Recommandations de la C.E.C.M. On montre qu'à condition d'examiner l'ensemble des critères de ruine et de définir sans ambiguïté le sens de l'excentricité de l'effort normal, les règles de dimensionnement s'inscrivent logiquement comme un prolongement des formulations d'AYRTON-PERRY pour les colonnes soumises à compression centrée. Les résultats théoriques sont confrontés aux résultats d'essais entrepris sous l'angle statistique. La très bonne concordance observée entre valeurs théoriques et expérimentales caractéristiques permet de conclure au caractère précis et sécuritaire des règles proposées.

NOTATIONS

A	aire de la section transversale
E	module d'élasticité longitudinal
I	moment d'inertie de la section transversale
N_E	charge critique eulérienne de la colonne
N_k	effort normal de ruine de la colonne
N_{pl}	effort normal plastique de la colonne
\bar{N}	coefficient de réduction au flambement
W	module de flexion élastique
Z	module de flexion plastique
e	excentricité de l'effort normal de compression
e_o	amplitude de la déformée initiale
e_{eq}	excentricité équivalente
e_1, e_2	excentricités de l'effort de compression aux extrémités de la colonne
f_y	limite d'élasticité du matériau
h	hauteur du profil relative au plan de flambement
i	rayon de giration pour le flambement dans le plan de symétrie
l	longueur de flambement dans le plan de symétrie
m	moyenne des résultats d'essais d'une série
s	écart type des résultats d'essais d'une série
v	distance de l'axe neutre à la fibre extrême la plus éloignée
v'	distance de l'axe neutre à la fibre extrême la moins éloignée
α	coefficient caractéristique de la courbe de flambement
$\bar{\lambda}$	élancement réduit
η	coefficient d'imperfection généralisée



BIBLIOGRAPHIE

1. ECCS, European Recommendations for Steel Construction. ECCS-EG 77-1E, September 1977.
2. RONDAL J. et MAQUOI R., Formulations d'AYRTON-PERRY pour le flambement des barres métalliques. Construction Métallique, n° 4, 1979, pp. 41-53.
3. RONDAL J. et MAQUOI R., Le flambement des colonnes en acier. Chambre Syndicale des Fabricants de Tubes d'Acier, Notice 1091, Paris, novembre 1980.
4. MAQUOI R. et RONDAL J., Sur la force portante des poutres colonnes. Annales des Travaux Publics de Belgique, n° 5, 1982, pp. 413-442.
5. DUMONTEIL P., Note sur la flexion avec compression des barres dissymétriques. Construction Métallique, n° 1, 1982, pp. 30-32.
6. CESCOTTO S., GILSON S., PLUMIER A. et RONDAL J., Etude du flambement plan de poutres colonnes en acier à section non symétrique. Centre de Recherches Scientifiques et Techniques de l'Industrie des Fabrications Métalliques, Bruxelles, rapport MT 153, 1983.

APPENDICE

La liste des essais de flambement réalisés pour vérifier la théorie proposée est donnée au tableau 1, pour les profils en T, et au tableau 2, pour les profils en Δ .

En outre, on a également réalisé [6] :

- des essais de tronçons courts;
- la mesure des limites élastiques;
- la détermination des contraintes résiduelles;
- la mesure des dimensions effectives et des imperfections géométriques des pièces d'essai.

Longueur nominale (mm)	1200	1800	2300
Essais centrés $e_1 = e_2 = 0 \text{ mm}$	-	8 essais	-
Excentricité constante $e_1 = e_2 = 14 \text{ mm}$	8 essais	-	8 essais
Excentricité constante $e_1 = e_2 = 28 \text{ mm}$	8 essais	8 essais	8 essais
Excentricité variable $e_1 = 28 \text{ mm}$ $e_2 = 0$	2 essais	2 essais	2 essais

Tableau 1. Essais de flambement sur profils en T.

Longueur nominale (mm)	1460	2200	2930
Essais centrés $e_1 = e_2 = 0 \text{ mm}$	4 essais	4 essais	8 essais
Excentricité constante $e_1 = e_2 = -20 \text{ mm}$	4 essais	4 essais	4 essais
Excentricité constante $e_1 = e_2 = +20 \text{ mm}$	4 essais	4 essais	4 essais
Excentricité constante $e_1 = e_2 = +28 \text{ mm}$	4 essais	4 essais	-
Excentricité variable $e_1 = 20 \text{ mm}$ $e_2 = 0$	2 essais	2 essais	1 essai

Tableau 2. Essais de flambement sur profils en Δ.