

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen  
**Band:** 36 (1976)

**Artikel:** Vérification expérimentale de la résistance postcritique des semelles comprimées raidies sur six poutres en caisson

**Autor:** Maquoi, R. / Massonnet, Ch.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# **Vérification expérimentale de la résistance postcritique des semelles comprimées raidies sur six poutres en caisson**

*Experimentelle Überprüfung der überkritischen Traglast von  
längsversteiften Druckblechen an sechs Kastenträgern*

*Testing of Postcritical Strength of Stiffened Compressed Flanges  
in Six Box girders*

R. MAQUOI

Chercheur Qualifié du Fonds National de la  
Recherche Scientifique.

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université de Liège.

## **1. Introduction**

Dans une précédente publication, les auteurs ont jeté les bases d'une théorie non linéaire simplifiée de la résistance postcritique des grandes poutres en caisson raidies [1]. Cette théorie a été reprise et développée par l'un d'eux selon un processus pas à pas, de manière à tenir compte de la perte de rigidité progressive avec l'état de chargement [2].

Les résultats théoriques obtenus exigeaient d'être corroborés par des données expérimentales aussi complètes que possible. De telles informations étant, soit inexistantes, soit incomplètes quant aux éléments de comparaison indispensables, une campagne d'essais sur six poutres en caisson a été entreprise au Laboratoire de mécanique des matériaux et de statique des constructions de l'Université de Liège. Elle a été subsidiée par le Centre de recherches de l'industrie des fabrications métalliques (CRIF) et le Gouvernement belge, dans le cadre d'un programme biennal de recherches de l'IRSIA (Institut de recherches scientifiques dans l'industrie et l'agriculture).

## **2. Options prises pour les essais**

L'idée de réaliser les essais sur un modèle en vraie grandeur ou à l'échelle d'un pont en caisson réel a dû rapidement être écartée en raison des dimensions excessives ou des épaisseurs trop faibles, qui posaient de nombreux problèmes d'ordre technologique. Le montant limité du budget affecté à cette étude expérimentale imposait une restriction sévère des paramètres à étudier et de leur domaine de variation. On peut résumer comme suit les grandes options de départ:

1. Les six poutres d'essais ont les mêmes dimensions générales et ne diffèrent que par la raideur relative  $\gamma_L$  des raidisseurs; celle-ci variant de 0,5 à environ trois fois la raideur optimum  $\gamma_L^*$  au sens de la théorie linéaire du voilement.
2. La section des semelles tendues est sensiblement égale à celle de la semelle comprimée, afin d'avoir au début du chargement un axe neutre sensiblement à mi-hauteur.
3. La section transversale des poutres d'essais est ouverte, de manière à permettre une mise en place aisée des dispositifs de mesure, mais les semelles tendues sont entretoisées de sorte que la déformabilité de la section transversale reste comparable à celle d'une véritable poutre en caisson.
4. Les raidisseurs longitudinaux sont équidistants, et en nombre suffisant pour pouvoir être représentatifs d'un raidissage tel qu'il se rencontre en pratique.
5. La pièce d'essai comporte trois panneaux raidis successifs identiques, de façon que le panneau central, le seul à être ausculté, ne soit guère bridé par les dispositifs d'assemblage par boulons HR de la pièce d'essai aux extrémités postiches réutilisées lors de chaque essai.
6. La pièce d'essai est sollicitée en flexion pure, de sorte qu'au premier ordre les semelles étudiées sont soumises à compression pure.
7. Quatre des pièces d'essai sont raidies longitudinalement et comportent deux entretoises rigides formant bords transversaux du panneau ausculté, tandis que les deux autres pièces d'essai servent à étudier l'influence d'un raidisseur transversal additionnel à mi-longueur du panneau ausculté.
8. Les éléments des pièces d'essai et des extrémités postiches sont assemblés par soudure automatique et tout traitement artificiel destiné à réduire les imperfections initiales est interdit, aucune tolérance de fabrication n'étant exigée.
9. Pour représenter au mieux le problème actuel de la poutre en caisson de grande portée, tous les éléments actifs sont réalisés en acier à haute limite élastique (nuance AE 36).

### 3. Description du montage et des dispositifs de mesure

Comme dit plus haut, la pièce d'essai est soumise à flexion pure selon le schéma de la figure 1. Les charges sont appliquées aux extrémités à l'aide de vérins hydrauliques alimentés par une pompe.

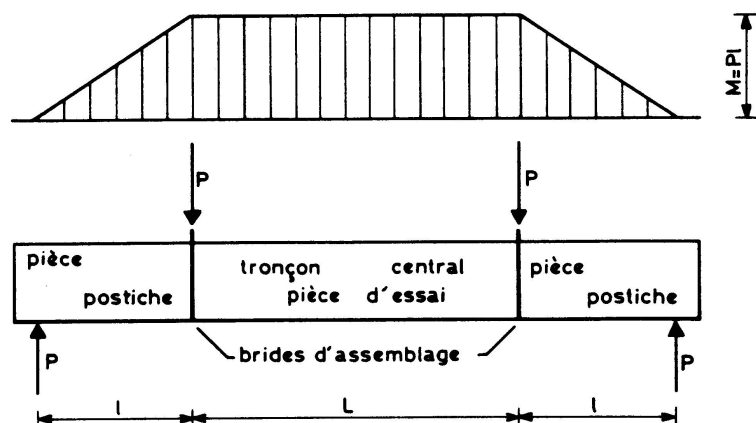


Fig. 1. Schéma de mise en charge.

Les réactions sont reprises au droit des brides d'assemblage par des traverses très rigides prenant appui sur des portiques qui enjambent le modèle (fig. 2); une bande de téflon est interposée pour réduire les frottements parasites.

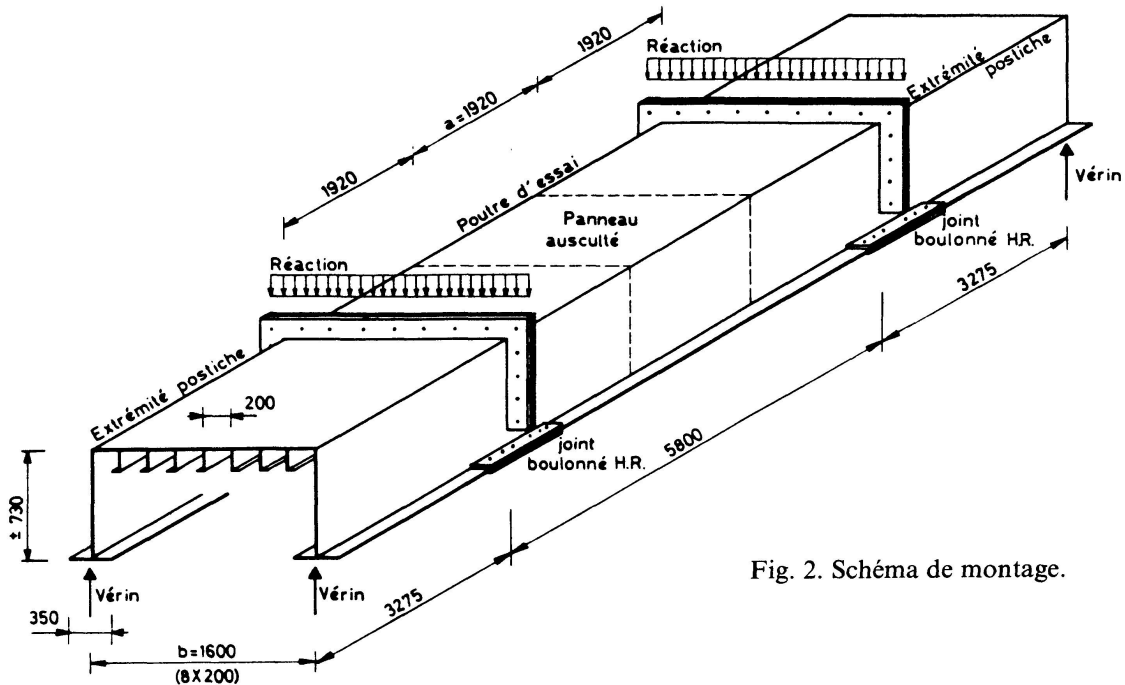


Fig. 2. Schéma de montage.

Les dimensions principales de la section transversale de la pièce d'essai sont données à la figure 3. Les raidisseurs longitudinaux varient d'un essai à l'autre (voir plus loin).

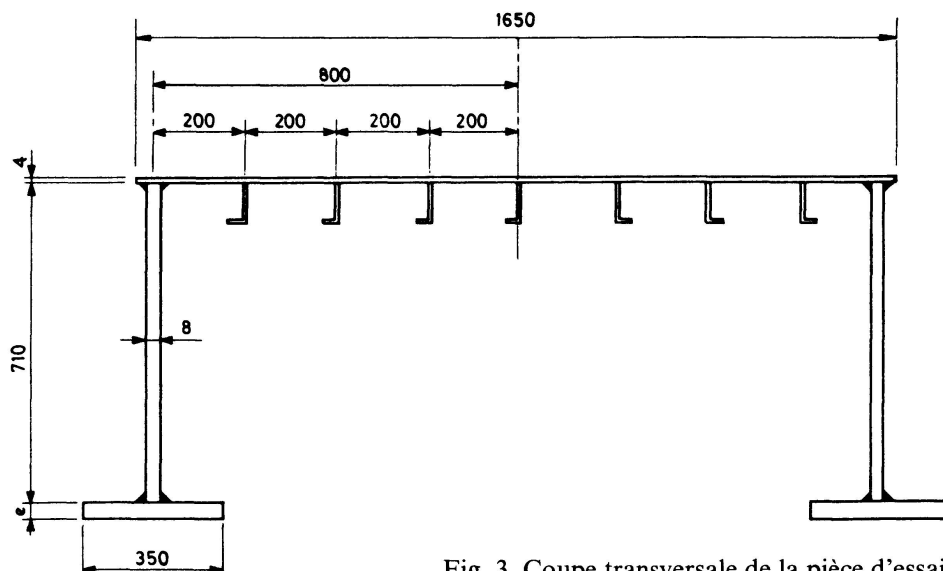


Fig. 3. Coupe transversale de la pièce d'essai.

La valeur de la charge appliquée se calcule à partir de la section effective du piston des vérins et de la valeur de la pression d'huile mesurée par un manomètre de précision. La précision ainsi obtenue,  $\pm 1\%$ , a été jugée suffisante.

Chacune des poutres d'essai est auscultée par 250 jauges de contrainte: jauges simples pour les raidisseurs, les âmes et les semelles tendues, et rosettes à trois directions sur les deux faces de la tôle comprimée (fig. 4a et 4b). Ces jauges de contrainte sont disposées dans deux sections, l'une à mi-longueur du panneau central, et l'autre au droit d'une entretoise rigide constituant l'extrémité de ce panneau (fig. 4a).

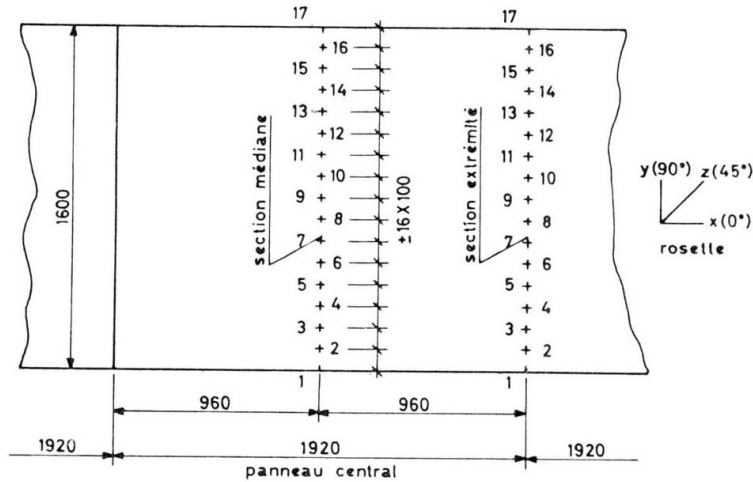


Fig. 4a. Implantation des rosettes sur la tôle raidie comprimée.

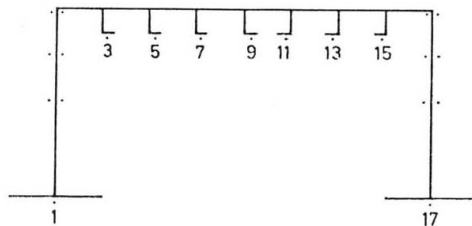


Fig. 4b. Implantation des jauges uniaxiales.

La face extérieure de la pièce d'essai est chaulée pour permettre de suivre la progression des zones plastifiées au cours de la mise en charge.

La mesure des déformées verticales de la semelle comprimée a exigé la fabrication d'un appareillage spécial conçu pour relever en continu les déformées des diverses sections transversales au cours des paliers de charge successifs (fig. 5). Une traverse mobile *C*, montée sur deux rails *A* et *B*, supporte un chariot de mesure *D* muni d'un palpeur de déformée verticale. Pour une position déterminée de la traverse, le déplacement transversal du chariot, asservi à un potentiomètre, et la déformée verticale, convertie en variation d'inductance dans la bobine à induction équipant le palpeur, sont transformées en diagramme par un enregistreur graphique *XY*.

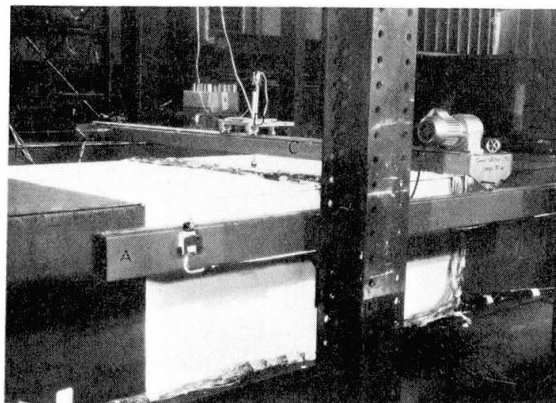


Fig. 5.

Le dépouillement des mesures par jauges de contrainte s'effectue sur ordinateur en appliquant une technique particulière pour l'état biaxial de contrainte dans le domaine élastoplastique, faisant appel à un module d'élasticité sécant  $E_s$  et à un coefficient de Poisson  $\nu_s$  dans le domaine élastoplastique [3] [4]. Les formules utilisées s'écrivent

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \begin{vmatrix} 1 & \nu_s & 0 \\ \nu_s & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu_s}{2} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\nu_s = 0,5 - \frac{E_s}{2E}(1 - \nu)$$

où  $E$  et  $\nu$  représentent le module d'élasticité et le coefficient de Poisson dans le domaine élastique.

Elles découlent des formules classiques de Prandtl-Reuss intégrées en supposant le chargement radial.

Les valeurs de  $E_s$  et de  $\nu_s$  dépendant du niveau de contrainte mesuré par la contrainte de comparaison

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3 \tau_{xy}^2},$$

les calculs doivent se faire par itération et on a écrit une petite sous-routine pour traiter le problème sur ordinateur.

Enfin, les allongements le long des bords longitudinaux non chargés sont mesurés grâce à une série de billages successifs distants de 300 mm dont on mesure les déplacements relatifs grâce à un extensomètre mécanique.

#### 4. Caractéristiques géométriques et mécaniques des pièces d'essai

Les dimensions moyennes réelles des éléments mis en œuvre sont données à la figure 6, dans laquelle figurent également les limites élastiques correspondantes, déterminées à partir d'essais de traction sur éprouvettes normalisées dans une presse à taux de déplacement constant.

Les principales caractéristiques géométriques et mécaniques de la semelle comprimée raidie sont reprises au tableau récapitulatif de la figure 7. (Pour la signification des symboles, on se reportera à [1].) Celles relatives aux pièces d'essai 5 et 6 sont dédoublées car, en raison de la présence d'un raidisseur transversal, il faut considérer, d'une part, le panneau raidi longitudinalement et transversalement et, d'autre part, les sous-panneaux raidis dans la seule direction longitudinale. La dernière ligne du tableau représente le rapport de la raideur relative des raidisseurs longitudinaux à la raideur relative optimum, au sens de la théorie linéaire.

Essai n°	Flèche initiale (mm)	Semelle comprimée					Semelles tendues			Ames	
		Tôle		Raidiss. longit.		Raidiss. Transv.	Dimensions (mm)	Lim. élast. Kg/mm <sup>2</sup>	Epais. (mm)	Haut. (mm)	Lim. élast. Kg/mm <sup>2</sup>
		Dimensions (mm)	Lim. élast. Kg/mm <sup>2</sup>	Dimensions (mm)	Lim. élast. Kg/mm <sup>2</sup>	Dimensions (mm)					
1	- 7,5	1650x4,2	40,9	45,0x25,4x5,1	38,4	- -	350x12,2	44,7	8,0	710,0	42,9
2	- 5,9	1650x4,2	39,5	65,0x26,0x5,5	42,6	- -	350x14,2	45,5	8,0	710,0	42,9
3	- 7,3	1650x4,2	39,6	75,0x69,8x5,1	40,0	- -	350x16,1	39,6	8,0	710,0	42,9
4	- 3,6	1650x4,2	40,6	100,0x60,0x7,5	41,1	- -	350x18,0	41,9	8,0	710,0	42,9
5	1,6 1/-0.7	1650x4,2	40,5	45,0x24,3x5,4	38,1	65,0x26,4x5	350x12,3	47,3	8,0	710,0	42,9
6	-2.8 0.6/0.8	1650x4,2	40,5	45,0x24,7x5,3	38,1	95,0x50,3x4	350x12,3	42,8	8,0	710,0	42,9

Fig. 6. Dimensions et limite élastique des éléments.

Symbole (unité)	Pièce d'essai n°							
	1	2	3	4	5		6	
$\alpha$	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	0,6	1,2	0,6
$\lambda'$	47,6	47,6	47,6	47,6	47,6	47,6	47,6	47,6
$\lambda$	381,0	381,0	381,0	381,0	381,0	381,0	381,0	381,0
$D(10^4 \text{ Kg/mm})$	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69
$D_x(10^4 \text{ Kg/mm})$	13,19	14,63	17,17	21,70	13,32	13,32	13,28	13,28
$D_y(10^4 \text{ Kg/mm})$	9,69	9,69	9,69	9,69	10,64	9,69	10,93	9,69
$\bar{D}(10^4 \text{ Kg/mm})$	8,70	8,47	8,17	7,83	8,47	8,68	8,42	8,69
$B(10^4 \text{ Kgmm})$	14,25	14,25	14,25	14,25	14,25	14,25	14,25	14,25
$\bar{B}_x(10^5 \text{ Kgmm})$	30,97	76,49	167,70	359,20	31,32	31,25	31,27	31,20
$\bar{B}_y(10^4 \text{ Kgmm})$	14,25	14,25	14,25	14,25	1935,0	14,25	5731,0	14,25
$\bar{C}(10^4 \text{ Kgmm})$	20,08	23,82	26,72	57,55	118,2	21,02	208,0	20,70
$\delta$	0,050	0,070	0,106	0,170	0,051	0,051	0,051	0,051
$\gamma_L/\gamma_L^*$	0,427	0,943	1,743	2,916	(0,427)	1,712	(0,428)	1,714

Fig. 7. Caractéristiques des pièces d'essai.

Pour permettre ultérieurement la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux, on a besoin des valeurs des flèches initiales de la semelle comprimée. Dans la théorie [1], on a admis une déformée cosinoïdale dans les deux directions, de sorte que la valeur  $f_0$  de la flèche initiale est le seul paramètre, tandis que dans le modèle, la distribution des flèches est aléatoire de sorte qu'on doit recourir à un artifice pour fixer la valeur  $f_0$ . A cette fin, on calcule les amplitudes des demi-ondes de cosinoïde ayant même aire que les diagrammes de déformées relevés dans les sections médiane et extrême du panneau ausculté; la différence des valeurs ainsi obtenues est censée fournir la valeur  $f_0$  cherchée, qui est reprise dans la deuxième colonne du tableau de la figure 6, le signe positif correspondant à une flèche vers l'intérieur du caisson.

## 5. Résultats expérimentaux

Les principaux résultats expérimentaux consistent en informations quantitatives — charge de ruine, déformées sous charges croissantes, valeurs des contraintes — et qualitatives — descriptions aussi fidèles que possible des modes de ruine et de la manière dont la résistance ultime est atteinte.

### 5.1. Détermination de la charge ultime au sens du critère de ruine théorique

La détermination de la valeur du moment fléchissant pour laquelle le critère de ruine, au sens de la théorie, est tout juste satisfait, est gouvernée par les mesures aux billages, reportées à la figure 8, sous forme de contraintes en fonction du moment fléchissant.

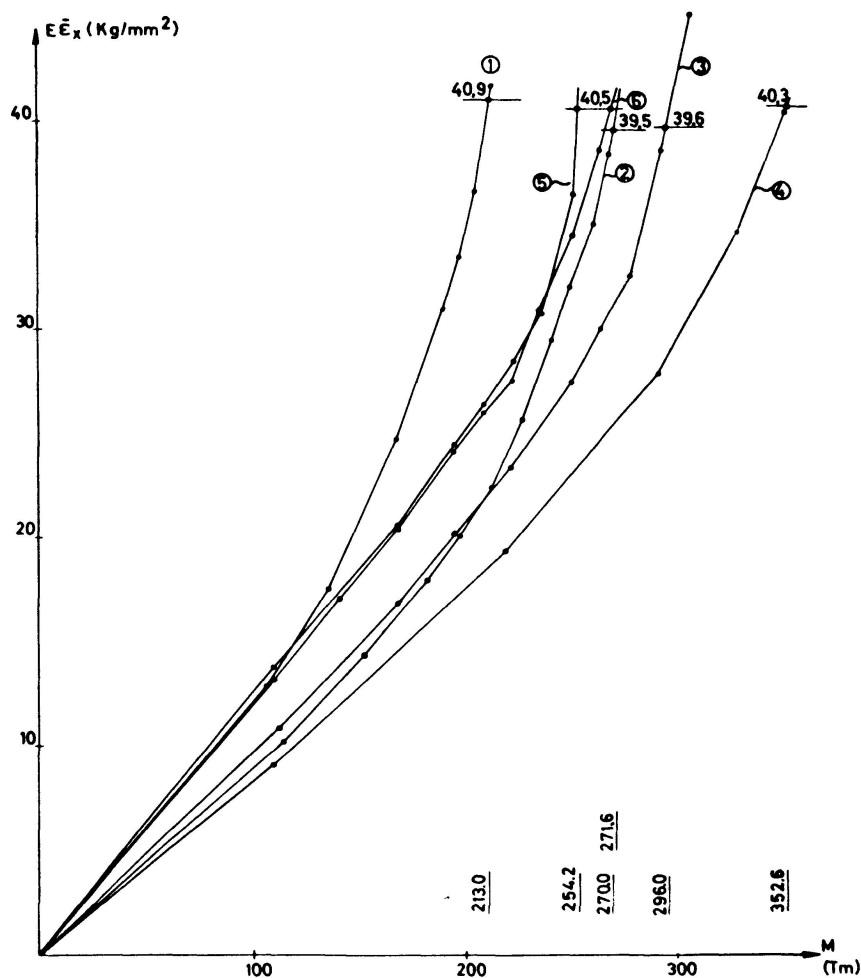


Fig. 8. Détermination du moment de ruine expérimental au sens de la théorie.

Les courbes obtenues, recoupées par des horizontales au niveau des limites d'élasticité respectives, fournissent les valeurs du moment de ruine expérimental  $M_c$ , au sens de la théorie.

## 5.2. Déformées sous charges croissantes

Pour chaque palier de charge, l'enregistreur de déformées relève les déplacements verticaux dans cinq sections (fig. 9). Nous avons reporté aux figures 10 à 14 les courbes des déformées additionnelles pour les sections 1 à 3, ainsi qu'à titre de comparaison, celles des déformées initiales. Ces courbes sont cotées en fractions du moment fléchissant  $M_c$ .

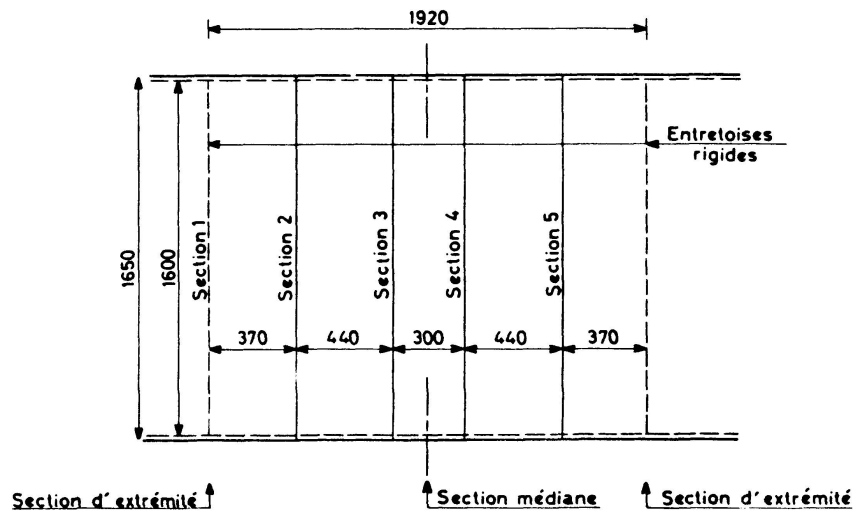


Fig. 9. Sections de mesure des déformées.

L'examen de ces figures conduit aux commentaires suivants pour les pièces sans raidisseur transversal :

- Au droit des entretoises, dites rigides, la déformée additionnelle varie très peu avec la charge et reste très faible dans tous les cas.
- Dans les autres sections, les déformées croissent avec la charge et tendent à prendre une allure de plus en plus symétrique; on constate que l'amplitude de l'onde de voilement au voisinage de la ruine est toujours très importante.
- La déformée additionnelle devenant rapidement nettement plus grande que la déformée initiale, les dissymétries de celle-ci disparaissent peu à peu.
- L'hypothèse d'une déformée additionnelle cosinoïdale dans le sens transversal paraît tout à fait justifiée; seules de petites perturbations, tout à fait localisées aux deux extrémités, témoignent de l'encastrement élastique de la plaque raidie sur les âmes.
- Le taux de variation de la déformée en fonction de la charge appliquée croît avec la rigidité du raidissage. Ce fait est encore mieux mis en évidence par la figure 15, où nous avons reporté la flèche additionnelle à mi-largeur de la section 3 (proche du centre) en fonction du moment fléchissant appliqué, exprimé en fractions du moment  $M_c$ .

On constate que plus le raidissage est fort, plus la réserve postcritique, représentée par la zone de diagramme succédant au « coude » de la courbe, est faible; parallèlement, le caractère de la ruine est d'autant plus subit, et se rapproche de ce fait d'autant plus d'une bifurcation au sens de la théorie linéaire, que la rigidité du raidissage augmente.

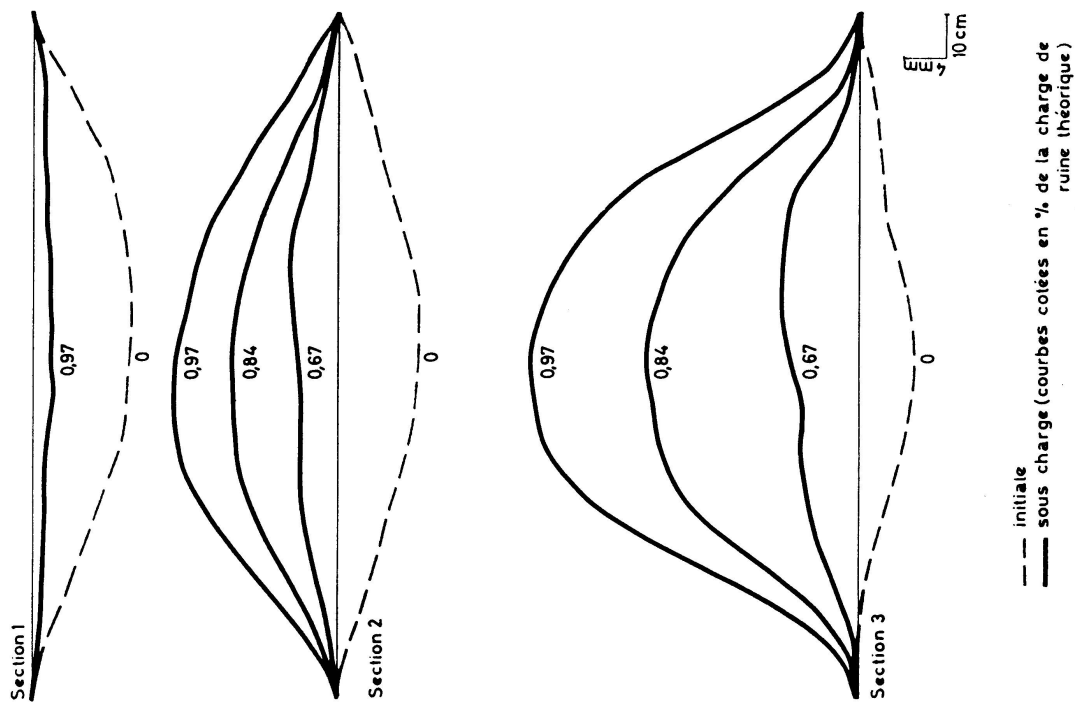


Fig. 11. Déformées pièce d'essai N° 2.

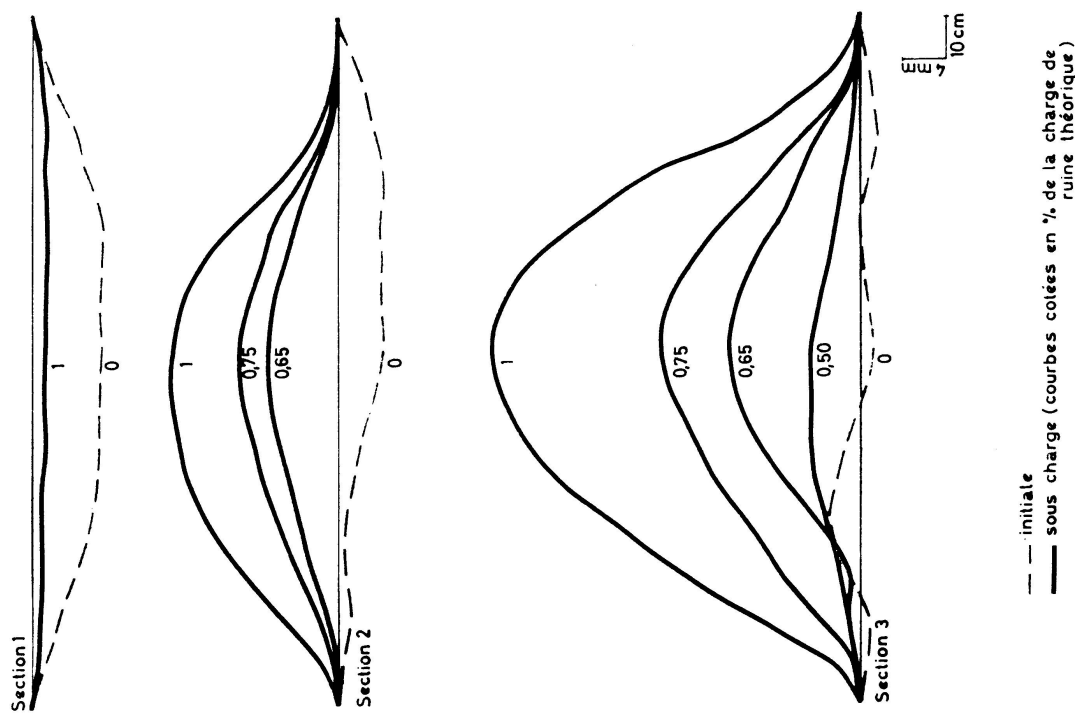


Fig. 10. Déformées pièce d'essai N° 1.

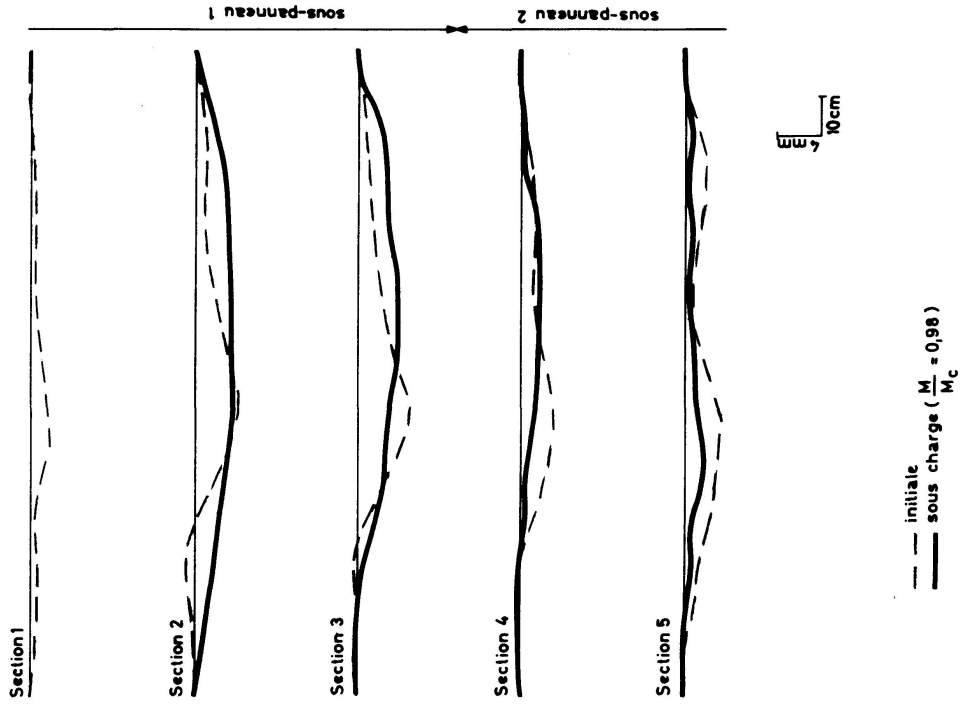


Fig. 13. Déformées pièce d'essai N° 5.

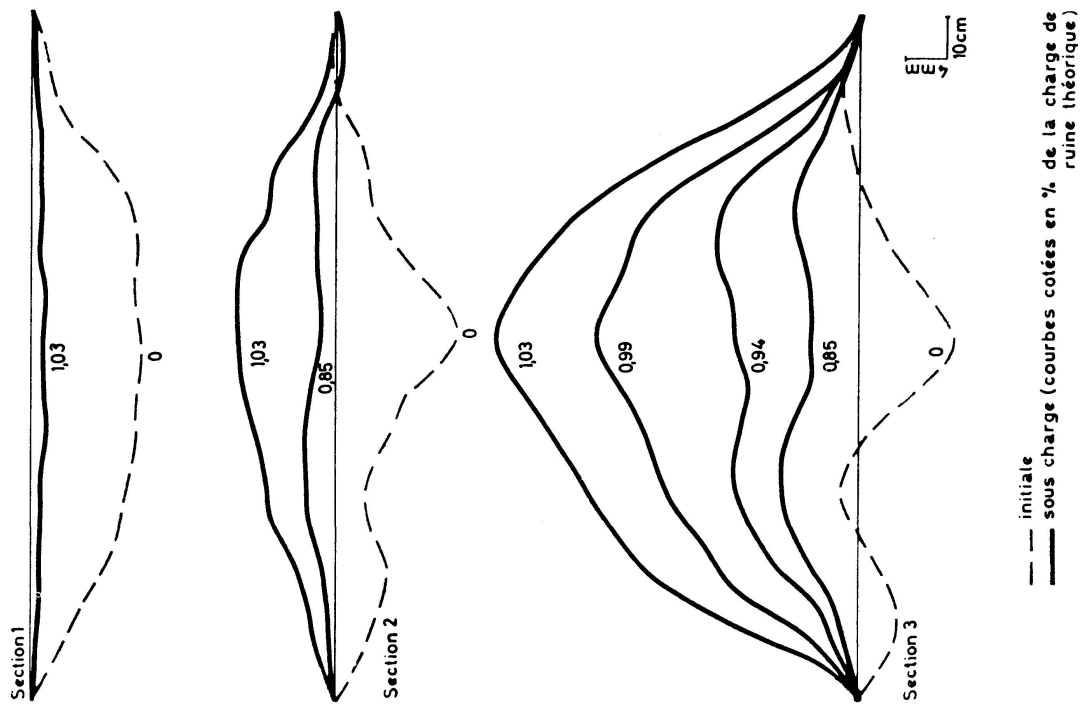


Fig. 12. Déformées pièce d'essai N° 3.

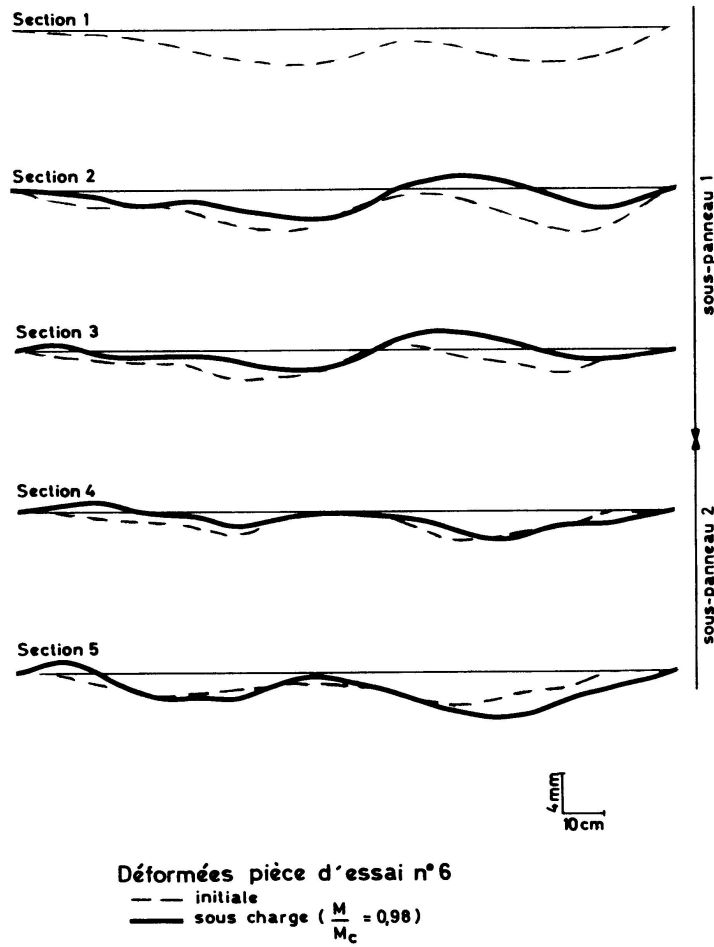


Fig. 14. Déformées pièce d'essai N° 6.

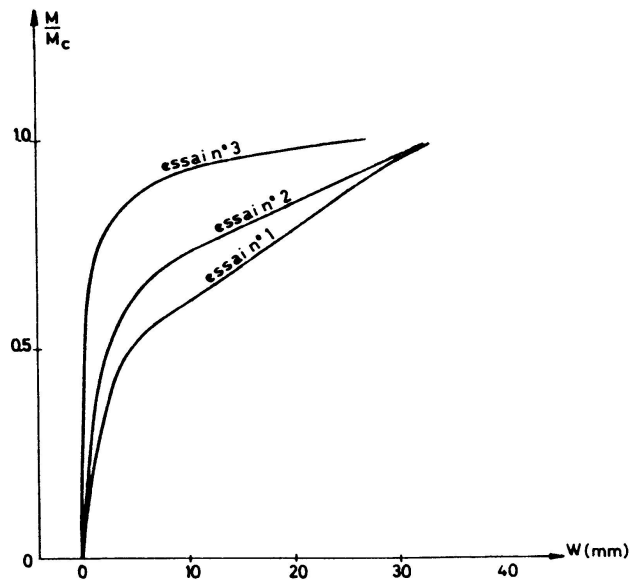


Fig. 15. Flèche en fonction de la charge.

Dans les essais 5 et 6, le raidisseur transversal soutient très bien la tôle jusqu'à la ruine, au point que, dans les deux cas, un seul des demi-panneaux finit par s'effondrer. Si on remarque que les modèles 5 et 6 ne sont rien d'autre qu'un modèle de type 1, muni d'un raidisseur transversal de raideur différente, on constate aisément le rôle favorable joué par un raidisseur transversal. Aux figures 13 et 14, nous n'avons pas superposé la déformée sous charge à la déformée initiale pour la section 1, parce que les deux courbes coïncident presque parfaitement; pour les autres sections, nous avons reporté la seule déformée relative à la charge la plus proche de la charge de la ruine. Pour la pièce d'essai N° 5, les déformées se développent vers le bas dans toutes les sections mais s'accroissent davantage pour le sous-panneau 1, ce qui laisse présager l'apparition de la ruine dans celui-ci. Pour la pièce d'essai N° 6, on peut faire des observations analogues, mais c'est dans le sous-panneau 2 que la ruine semble cette fois devoir se produire. L'hypothèse sur la forme de la déformée additionnelle, sans paraître aussi justifiable que pour les trois premiers modèles (sans raidisseur transversal), n'en reste pas moins valable pour la pièce d'essai N° 5 et, en moyenne, pour la pièce N° 6. Afin de mettre en évidence le caractère de la ruine, nous donnons en fonction de  $\frac{M}{M_c}$ , aux figures 16, la déformée

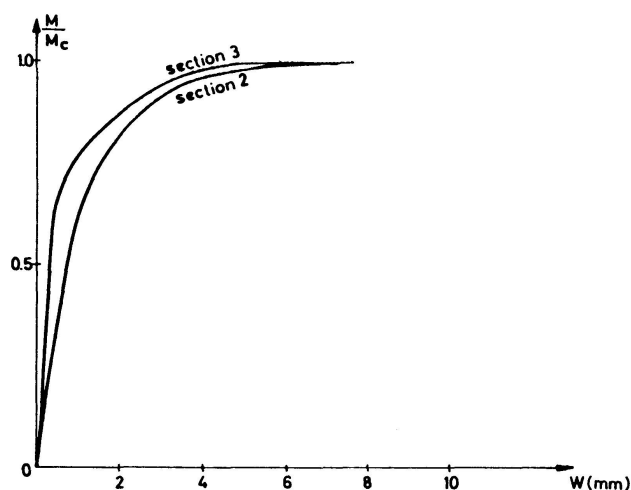


Fig. 16a. Pièce d'essai N° 5. Flèche en fonction de la charge.

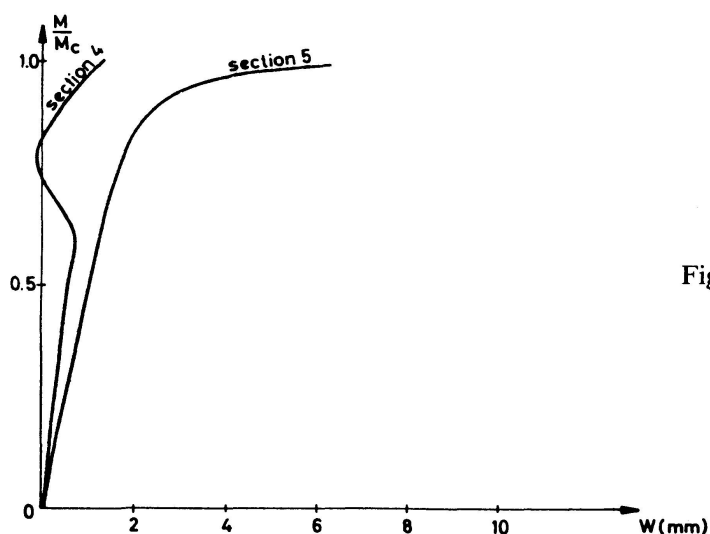


Fig. 16b. Pièce d'essai N° 6. Flèche en fonction de la charge.

à mi-largeur dans deux sections des sous-panneaux qui voilent les premiers. On constate que pour le raidisseur transversal le plus faible (modèle N° 5), si le sous-panneau 1 finit par s'effondrer (voir plus loin par. 5.4.), le panneau tout entier a tendance à se déformer progressivement — comme en témoigne la courbe relative à la section 3 — l'effondrement du sous-panneau ne se manifeste nettement que dans la toute dernière phase de la mise en charge et les grandes déformées dans ce sous-panneau se produisent immédiatement après  $M_c$ . Par contre, pour le modèle N° 6, la rigidité du raidisseur transversal est telle que celui-ci ne se déforme pratiquement pas sous la mise en charge, comme le montre la courbe relative à la section 4; nous attribuons l'irrégularité de celle-ci aux dissymétries des imperfections initiales dans les deux sous-panneaux, de sorte que la structure est à la recherche d'une configuration stable, mais celle-ci n'est atteinte que par «à-coups» en raison de la raideur et des proportions des sous-panneaux. Il faut aussi remarquer le caractère brutal d'amplification de la déformation pour la section 5, voisine du milieu de la pièce d'essai N° 6; il est nettement moins progressif que pour le modèle N° 5. Ces différentes conclusions, tirées des mesures des déformées transversales, correspondent très bien aux observations «de visu» dont nous reparlons plus loin (par. 5.4.).

Enfin, nous remarquons que les panneaux ou sous-panneaux, où apparaît finalement le voilement, se sont toujours déformés dans le sens de la flèche initiale  $f_0$ , à savoir vers le haut pour les panneaux et vers le bas pour les sous-panneaux.

### 5.3. Distribution transversale des contraintes longitudinales dans la semelle comprimée

A partir des mesures des dilatations par jauges de contrainte, il est possible de calculer l'état de contrainte aux différents points de mesure. Comme nous l'avons dit précédemment, ce travail de dépouillement se fait essentiellement sur ordinateur.

Les figures 17 à 22 fournissent, pour diverses valeurs du moment appliqué, exprimées en fractions du moment  $M_c$ , les valeurs des contraintes membranaires longitudinales dans la tôle en des points situés au droit des raidisseurs et à mi-distance de ceux-ci. Les points représentatifs sont arbitrairement réunis par des segments de droites; les diagrammes ainsi obtenus n'ont pas la prétention de représenter fidèlement la réalité — qui ne peut s'accommoder de points anguleux — mais leur surfaçage doit conduire à un effort total transmis très proche de l'effort réel. Chaque poutre d'essai est caractérisée par deux diagrammes, relatifs respectivement à la section d'extrémité, au droit d'une entretoise rigide, et à la section médiane, à mi-longueur du panneau.

Nous constatons que, sous faible charge, les distributions transversales des contraintes longitudinales sont à peu près uniformes. Toutefois, au fur et à mesure que la charge augmente, les diagrammes se modifient selon deux processus distincts; ils présentent :

- a) un creux général au voisinage du centre, qui traduit la perte d'efficacité de l'ensemble de la plaque raidie;
- b) des creux locaux entre raidisseurs qui témoignent de la dégradation progressive de la capacité portante de la tôle.

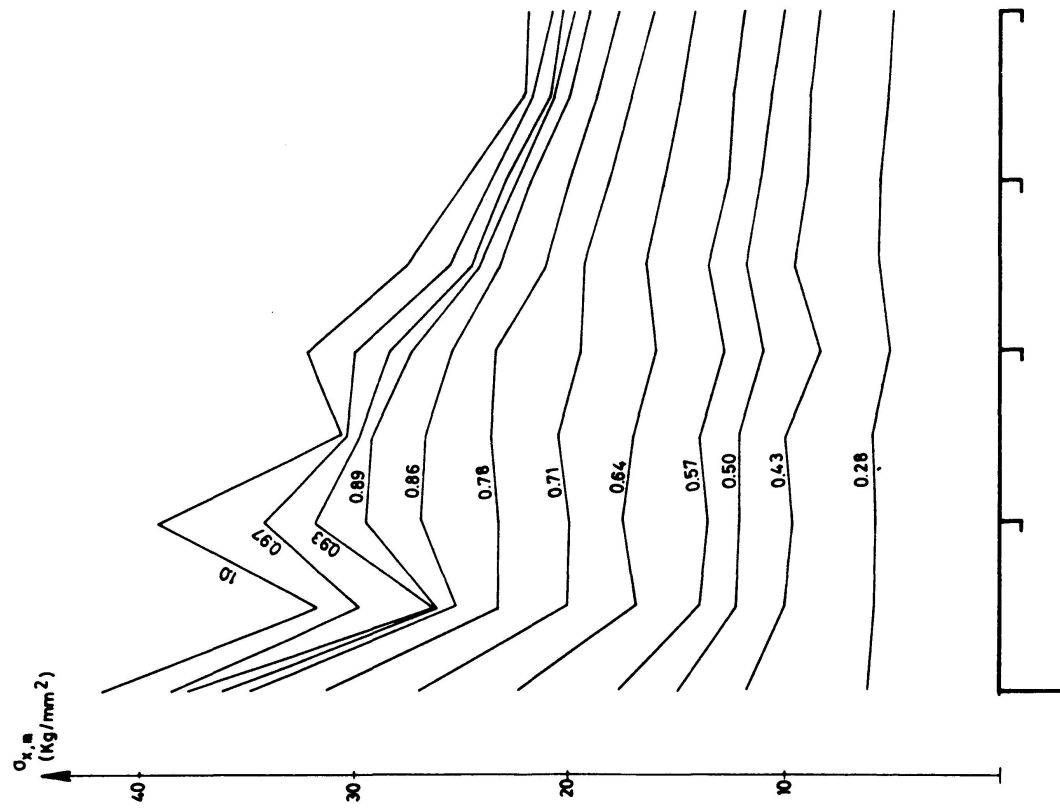


Fig. 17b. Pièce d'essai N° 1. Section d'extrémité.

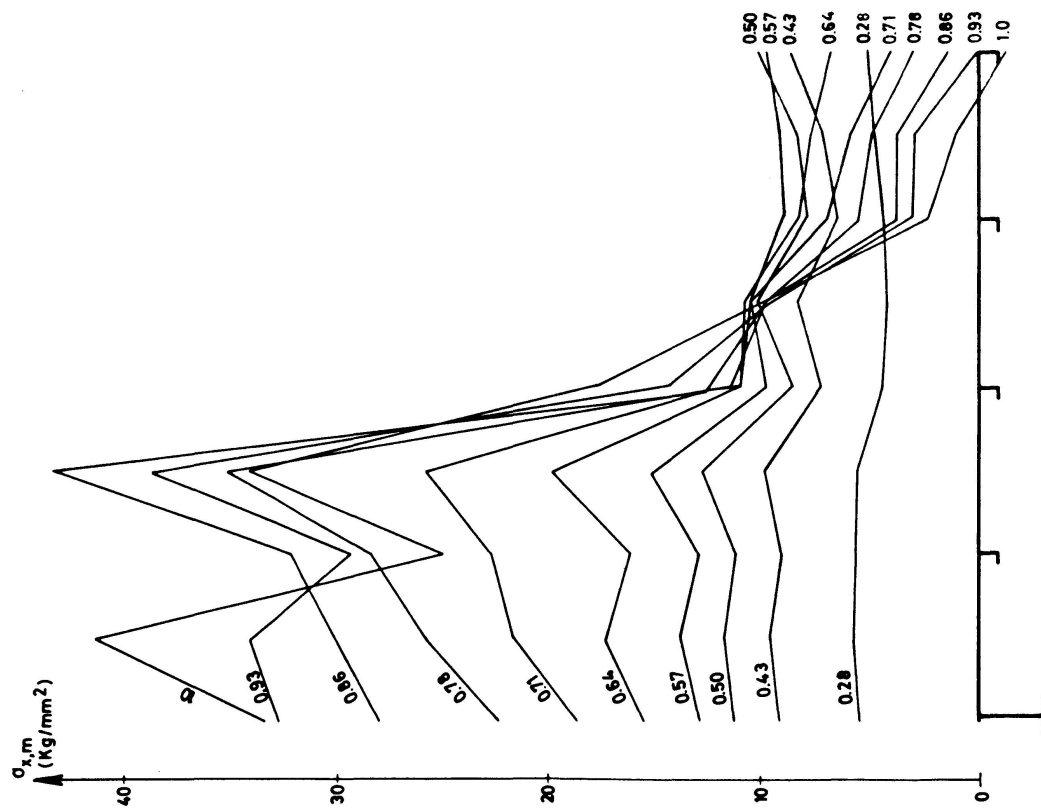


Fig. 17a. Pièce d'essai N° 1. Section médiane.

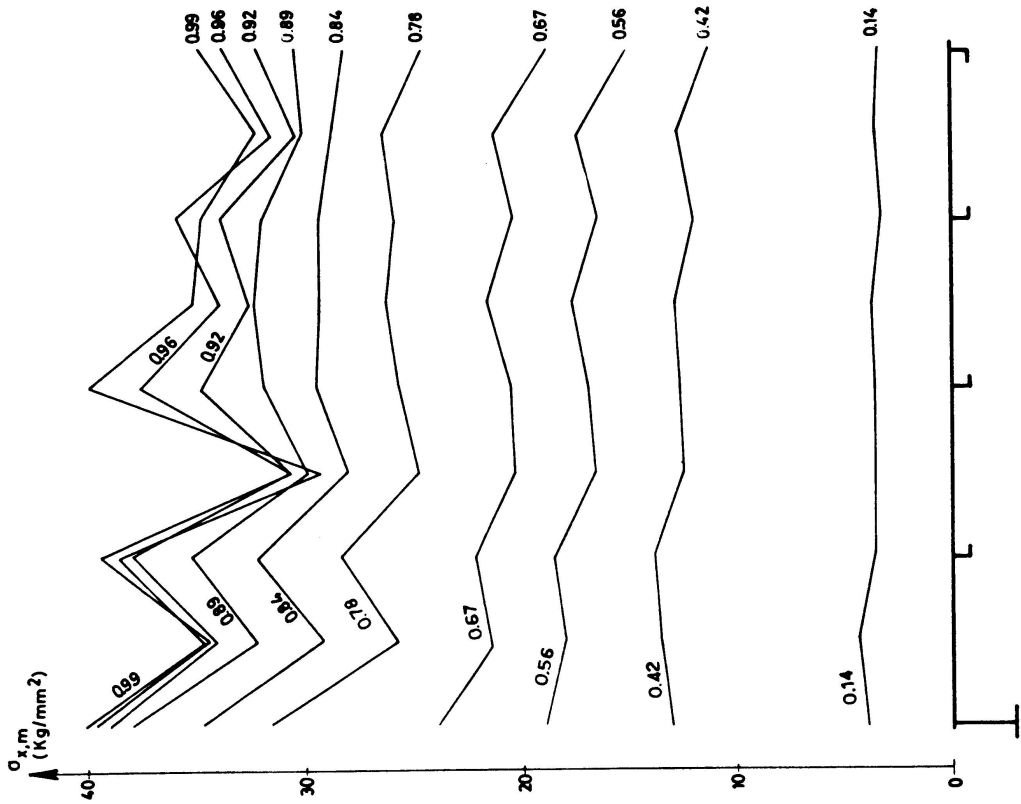


Fig. 18b. Pièce d'essai N° 2. Section d'extrémité.

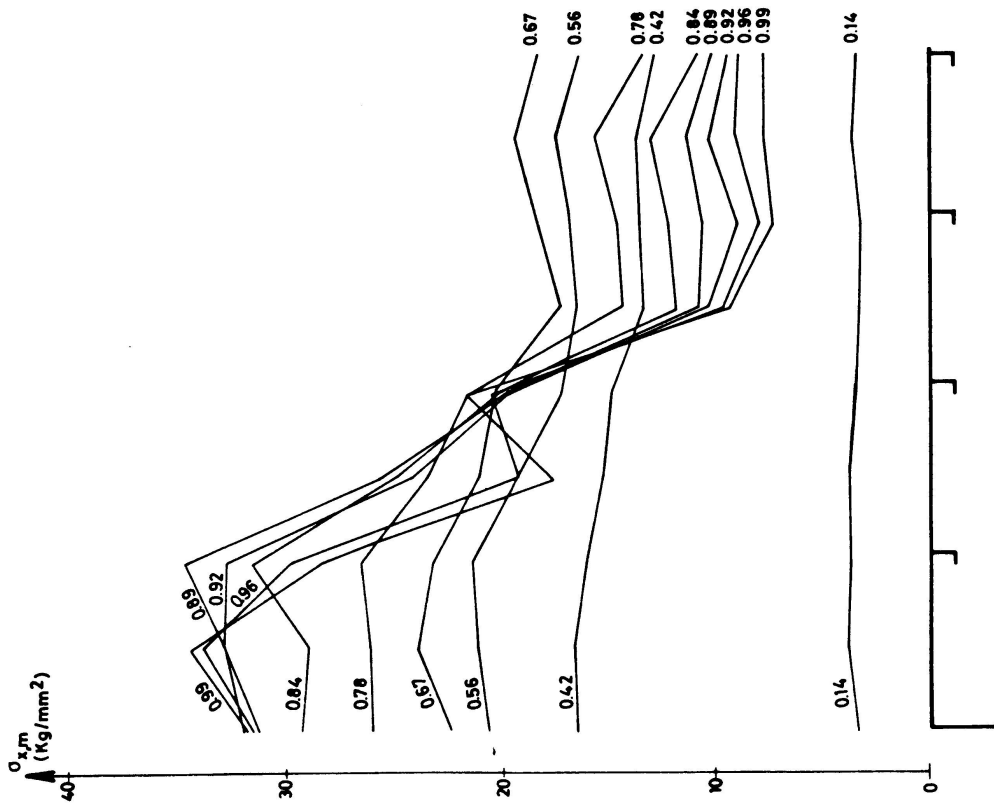


Fig. 18a. Pièce d'essai N° 2. Section médiane.

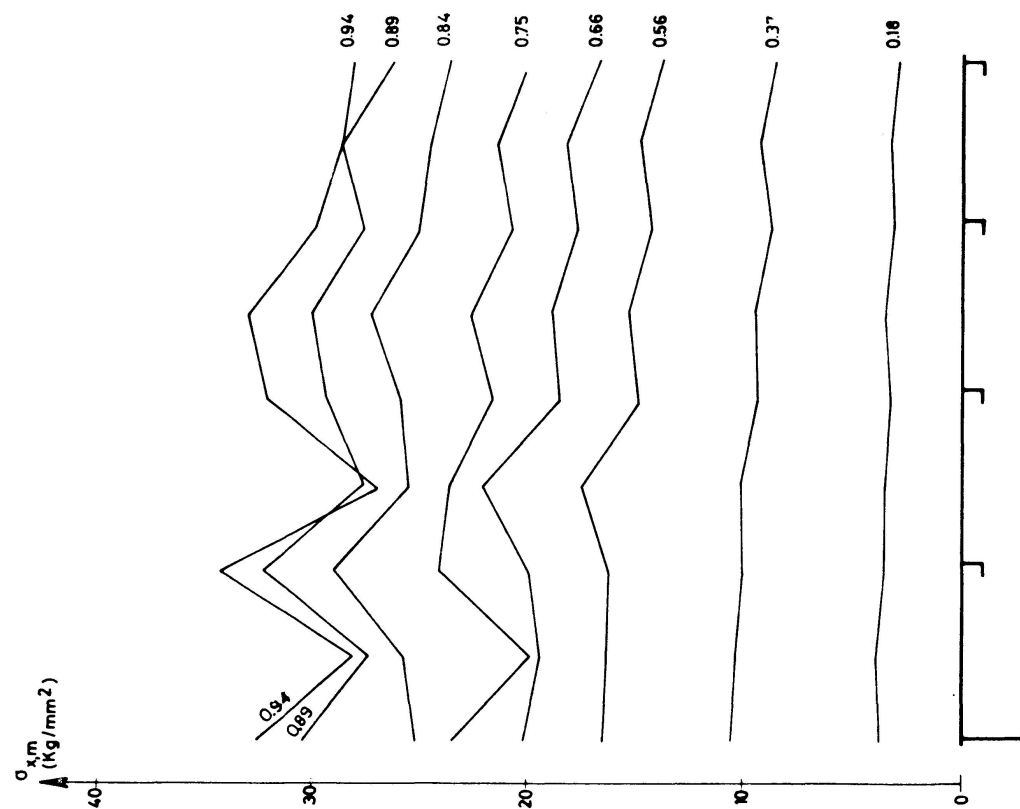


Fig. 19b. Pièce d'essai N° 3. Section d'extrémité.

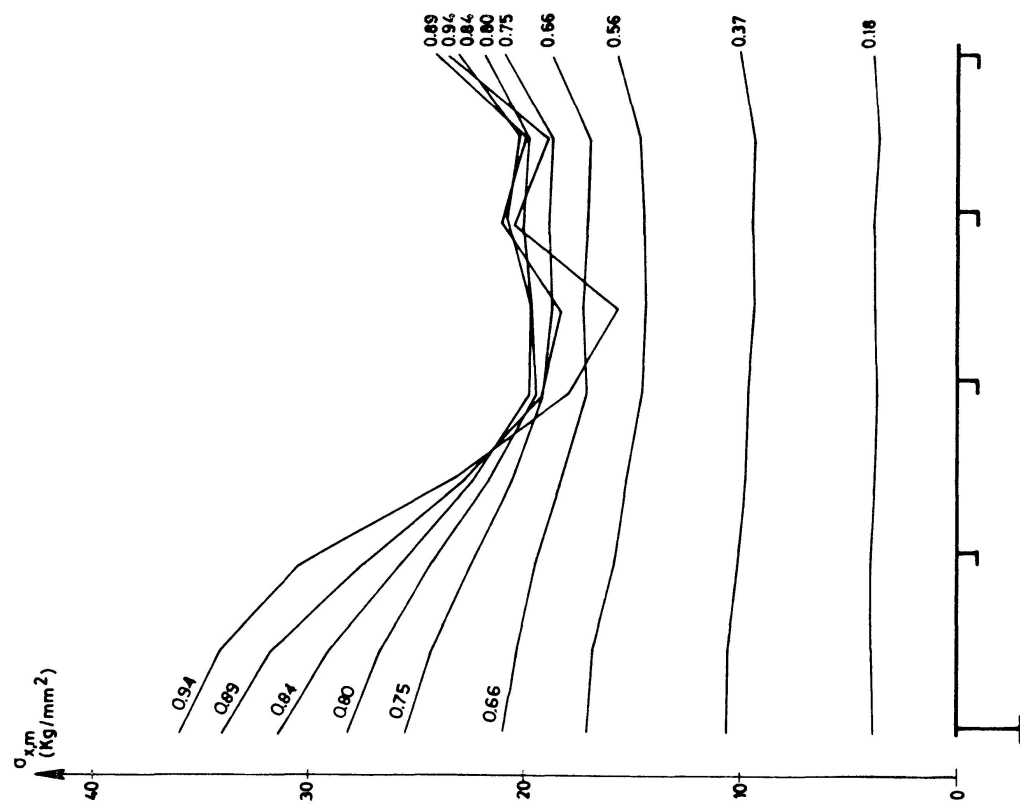


Fig. 19a. Pièce d'essai N° 3. Section médiane.

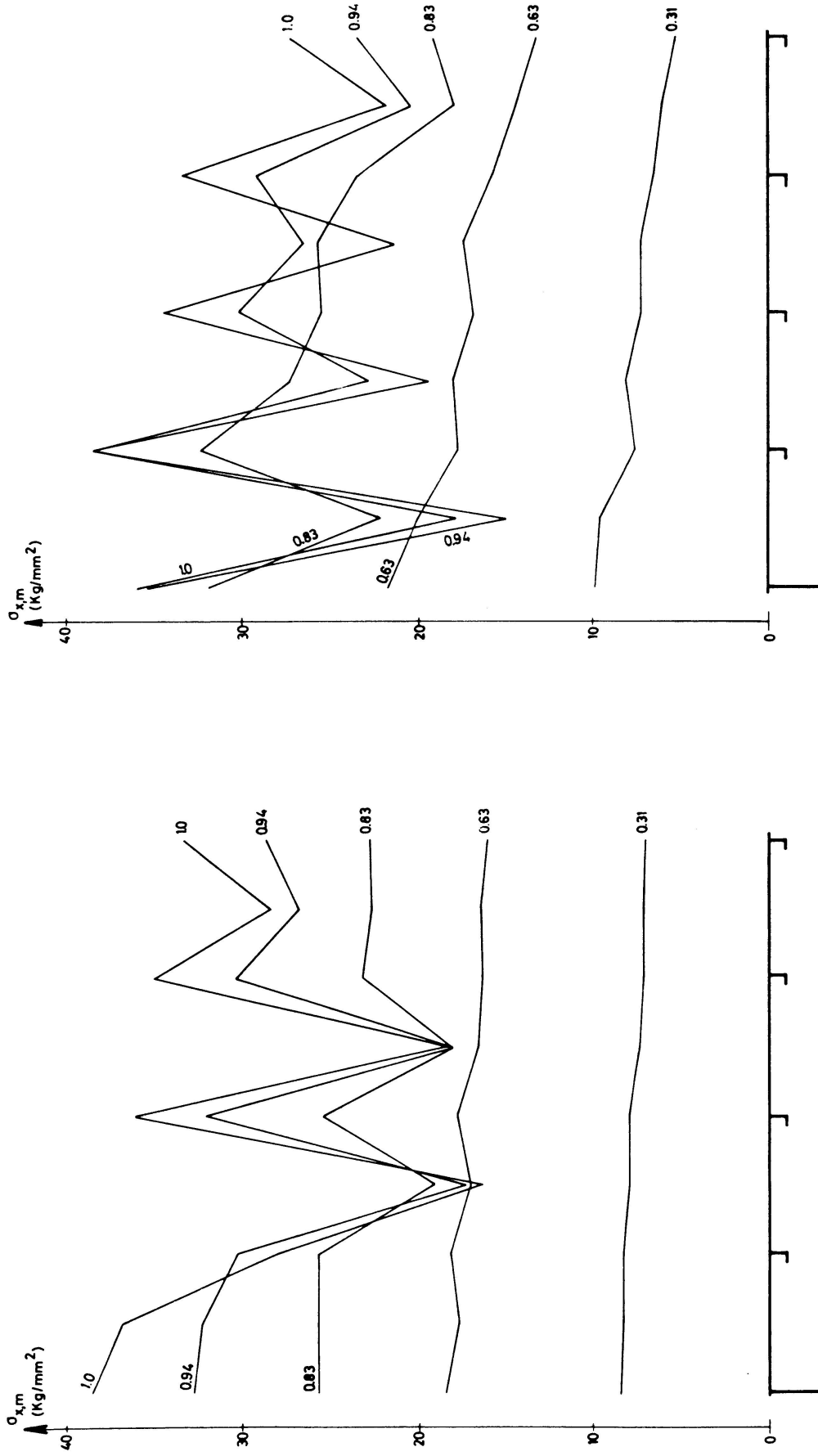


Fig. 20b. Pièce d'essai N° 4. Section d'extrémité.

Fig. 20a. Pièce d'essai N° 4. Section médiane.

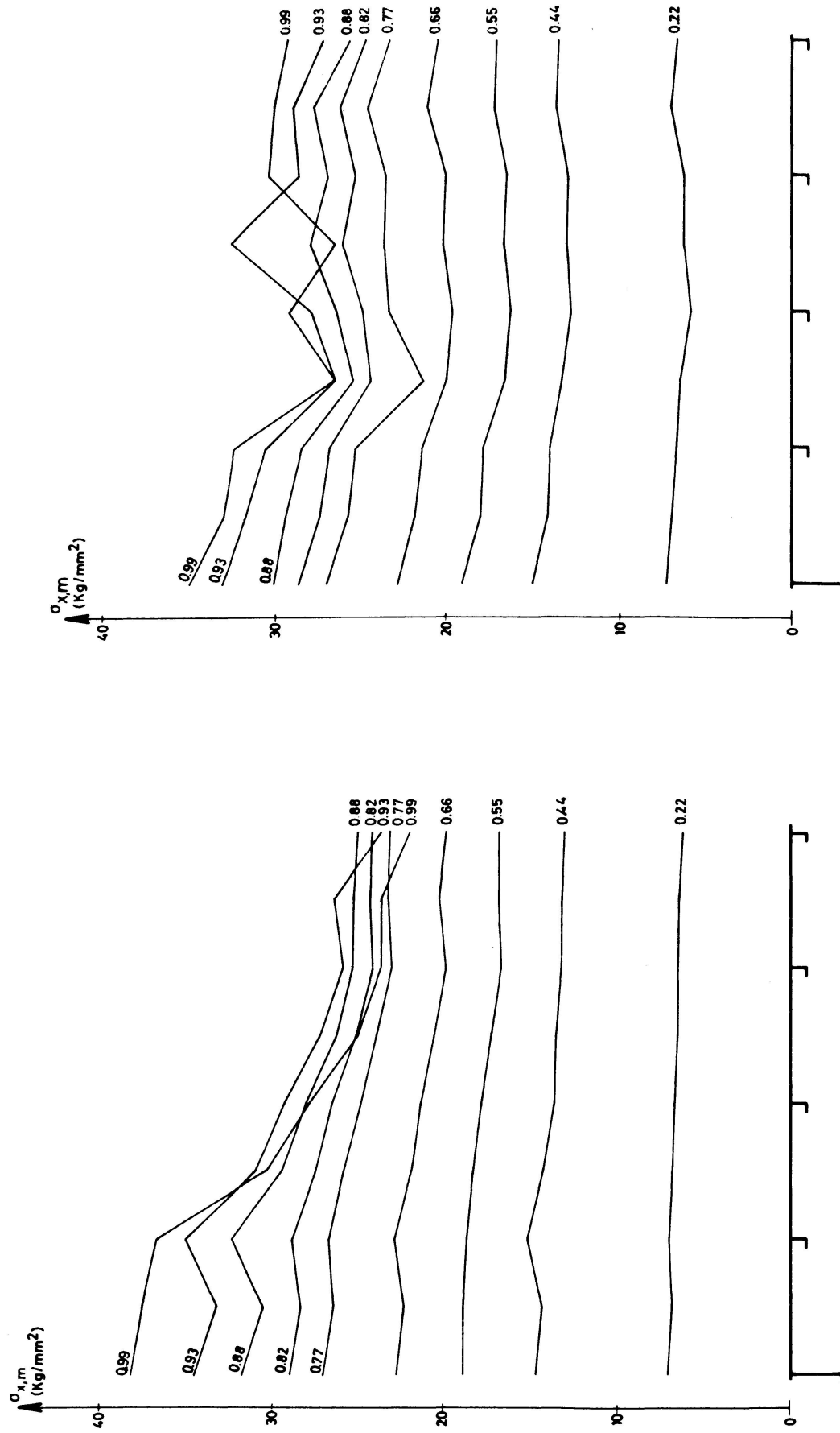


Fig. 21b. Pièce d'essai N° 5. Section d'extrémité.

Fig. 21a. Pièce d'essai N° 5. Section médiane.

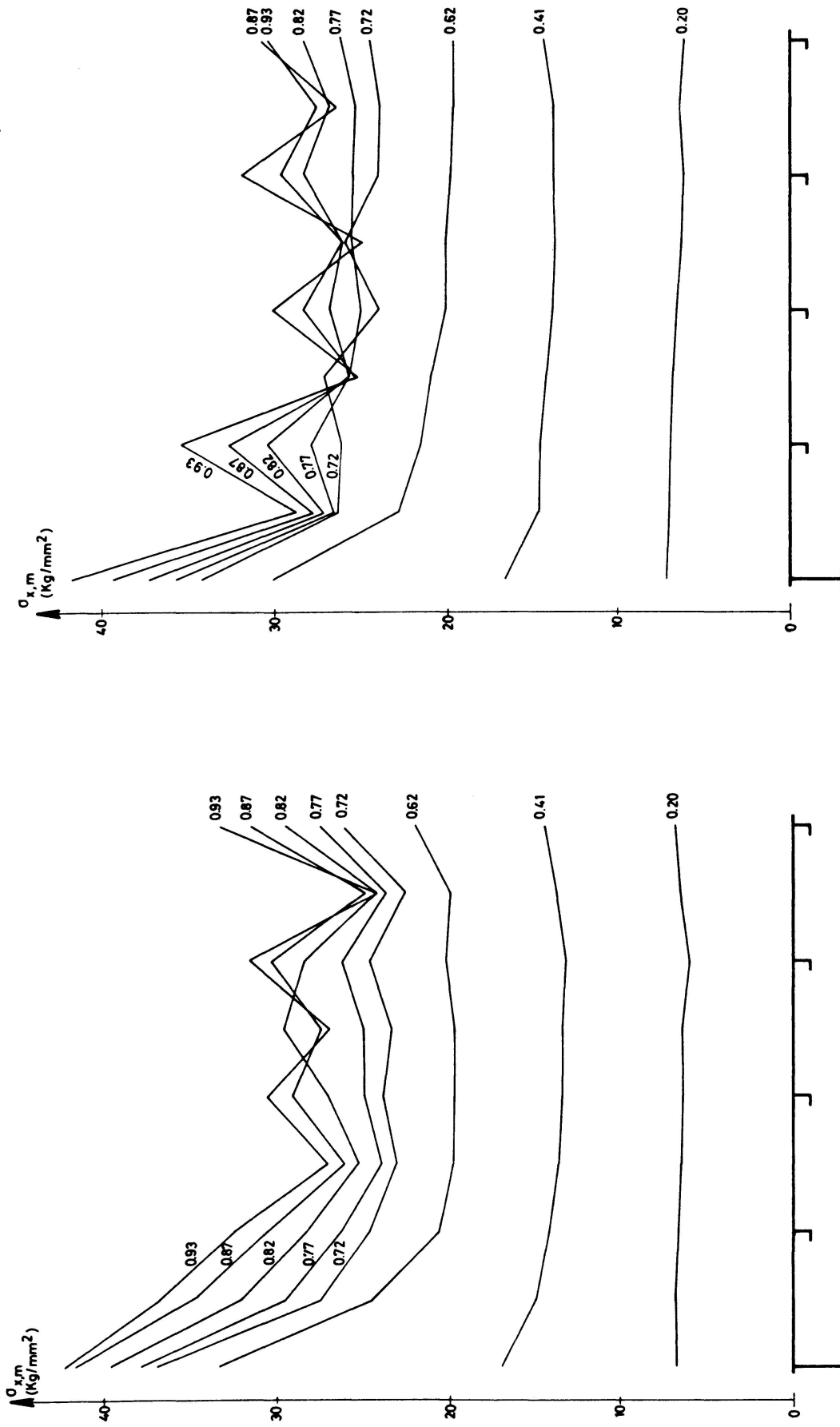


Fig. 22a. Pièce d'essai N° 6. Section médiane.

Fig. 22b. Pièce d'essai N° 6. Section d'extrémité.

Le creux général se manifeste de manière appréciable bien avant les creux locaux, ce qui est bien normal, car les imperfections d'ensemble sont de loin plus importantes que celles de la tôle entre raidisseurs. En outre, il se marque moins pour la section d'extrémité que pour la section médiane et ce, en raison de la présence de l'entretoise rigide, qui, tout en supportant la tôle, limite ses déformations transversales. Enfin, il s'atténue avec l'accroissement de la rigidité relative des raidisseurs longitudinaux et avec la présence d'un raidisseur transversal. On peut également remarquer que, dans la section d'extrémité, les contraintes tendent dans l'ensemble à augmenter avec la charge appliquée, tandis que, dans la section médiane, les contraintes dans la zone centrale de la plaque décroissent en fin d'essai. Ce phénomène se marque d'autant plus que le raidissage est faible et le raidisseur transversal plus flexible; il s'explique par la perte de rigidité progressive de la plaque et par les contraintes flexionnelles de traction qui se développent à mi-portée lorsque la plaque voile vers l'extérieur.

Quant aux creux locaux, ils tendent à se produire plus subitement que le creux général parce que les imperfections locales de la tôle sont généralement assez faibles et grèvent moins la capacité portante. Si la tôle était parfaitement plane ou très peu imparfaite, elle devrait en principe perdre subitement une partie de sa rigidité pour une valeur moyenne de la contrainte de compression dans les sous-panneaux :

$$\bar{\sigma}_{x, m} = \sigma'_{cr} - \sigma_r.$$

Comme la contrainte critique de voilement  $\sigma'_{cr}$  vaut  $33,52 \text{ kg/mm}^2$  et que la contrainte résiduelle de compression  $\sigma_r$  peut raisonnablement être estimée à 4 à  $5 \text{ kg/mm}^2$ , on aurait ainsi :

$$\bar{\sigma}_{x, m} = 29 \text{ à } 30 \text{ kg/mm}^2.$$

L'examen des diagrammes de contraintes dans la tôle montre que les pertes subites locales de la rigidité se produisent effectivement pour de telles valeurs des contraintes.

De l'examen de la figure 20, il ressort que la répartition des contraintes dans la section d'extrémité n'est guère uniforme même sous de faibles charges. Ce caisson N° 4, ayant servi à un essai préliminaire, a dû être raccourci pour pouvoir procéder à l'essai définitif, de sorte que les bords chargés du panneau étudié restent affectés quelque peu par la diffusion des efforts à partir des brides d'assemblage. Par contre, dans la section médiane, la distribution, sans être tout à fait satisfaisante, se révèle déjà beaucoup meilleure.

Les efforts transmis par les raidisseurs longitudinaux sont déterminés à partir des mesures des dilatations  $\varepsilon_x$  sur la face inférieure de leur semelle et sur la face intérieure de la tôle à la jonction avec le raidisseur, compte tenu d'une plastification éventuelle. Dans les plaques faiblement raidies (poutres 1 et 2 notamment), les semelles inférieures des raidisseurs se sont assez rapidement plastifiées en raison de la superposition des contraintes de compression dues, d'une part, à l'effort de compression de la semelle et, d'autre part, à la flexion locale de la plaque qui voile vers l'extérieur de la poutre. Cette plastification y apparaît surtout dans la section médiane, où le moment fléchissant local est le plus important; elle se manifeste beaucoup plus tard dans la section d'extrémité où la flexion, nulle en principe, naît en fin d'essai parce que le voilement des panneaux contigus ne se forme pas avec des amplitudes égales comme le voudrait la théorie linéaire du voilement.

#### 5.4. Mode de ruine et force portante ultime

Pour de faibles charges, la plastification atteint certaines zones des âmes et des extrémités des pièces d'essai. Elle apparaît toujours au voisinage des soudures et doit dès lors être imputée aux contraintes résiduelles de soudage; toutefois, l'écaillage du lait de chaux se stabilise très rapidement et montre ainsi que ces plastifications très localisées n'affectent guère le comportement ultérieur des pièces d'essai.

La déformée transversale des semelles comprimées croît progressivement avec la sollicitation appliquée, mais il semble que le processus soit plus régulier pour de faibles raidissages. Elle se produit systématiquement vers l'extérieur pour les pièces d'essai N<sup>os</sup> 1 à 3, c'est-à-dire dans le sens de la déformée initiale (fig. 23 et 24). Pour les deux essais avec raidisseur transversal, nous avons observé une ruine par voilement d'un sous-panneau vers l'intérieur, une fois encore dans le sens de la déformée initiale des sous-panneaux. Ces observations nous encouragent à penser que l'effort dans la semelle comprimée est centré sur l'axe neutre de la plaque raidie et non sur l'axe moyen de la tôle comme le laissent penser certains auteurs.

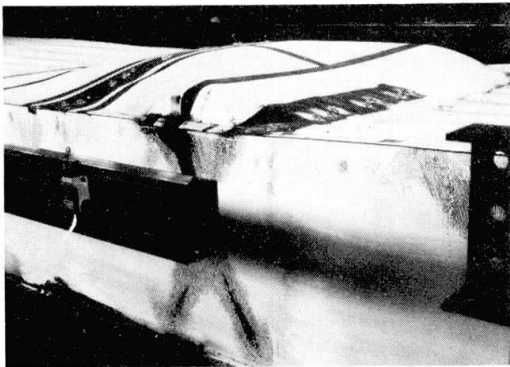


Fig. 23.

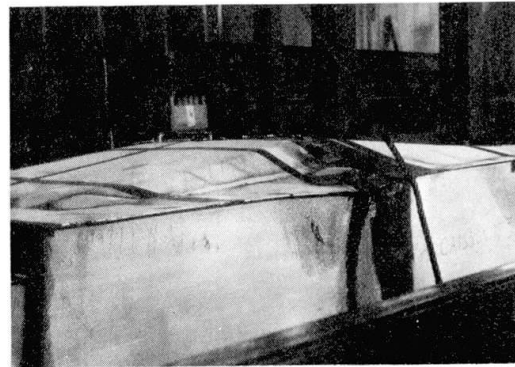


Fig. 24.

Malgré l'amplitude de la déformée transversale prise par les plaques faiblement raidies, celles-ci restent très stables jusqu'à une sollicitation pour laquelle la «poche de voilement» croît considérablement sous charge constante. A ce moment, la plastification se développe simultanément dans la semelle comprimée et dans les zones contiguës des âmes. Finalement, la déformée de la semelle comprimée devient telle que les âmes sont véritablement entraînées vers l'intérieur et que simultanément la plastification progresse très rapidement sur toute la hauteur des âmes (fig. 23 et 24); ce mode de ruine s'accompagne évidemment d'une brusque diminution de la pression d'huile aux vérins. Un tel processus de ruine caractérise les essais 1 à 3, mais l'amplitude de la déformée transversale diminue lorsque la rigidité du raidissage augmente. On constate qu'en fin de chargement quelques voilements locaux entre raidisseurs apparaissent au voisinage des bords chargés, tout d'abord dans les zones latérales où les contraintes sont les plus élevées.

On observe également, dans la phase finale des essais 1 à 3, une instabilité locale des raidisseurs à proximité de la section médiane. Cette ruine annexe apparaît par voilement de la semelle inférieure des raidisseurs, soumise à forte compression à

cause des contraintes flexionnelles de compression qui y naissent en raison de la déformée transversale vers l'extérieur, suivi d'un voilement de l'âme aux mêmes endroits (fig. 25 et 26); comme ces deux phénomènes sont presque simultanés, nous pouvons considérer qu'il s'agit d'un déversement ou d'un flambage par flexion et torsion des raidisseurs. La pièce d'essai N° 4 diffère nettement, quant à son comportement, des essais 1 à 3. En effet, il n'y a aucune déformée transversale appréciable au moment de la ruine théorique, et on peut considérer que les raidisseurs restent rigides jusqu'au stade ultime (fig. 27 à 29). Ils finissent par se plastifier partiellement en raison du voilement local de la tôle et de la perte de portance qu'il engendre. Alors que, lors des essais 1 à 3, les ondes de voilement local semblent apparaître petit à petit et se concrétisent par un écaillage très progressif de la chaux le long des lignes de plus forte courbure qui délimitent les ondes de voilement, elles se manifestent d'une manière beaucoup plus subite lors de l'essai N° 4. Pour celui-ci, elles se produisent successivement et ressemblent davantage à un voilement par bifurcation. La vitesse de voilement d'une onde est telle que l'on observe des projections de l'écaillage du lait de chaux lors de l'apparition de chaque nouvelle onde; celle-ci s'accompagne toujours d'un claquement clair et sonore. Chaque fois qu'un panneau de tôle voile, il y a perte subite d'une partie importante de la rigidité de la tôle et les raidisseurs doivent désormais supporter une part relative plus élevée des sollicitations. C'est ce qui explique que la plastification finisse par atteindre des parties importantes de la section transversale des raidisseurs. La charge ultime, correspondant à la baisse subite de pression d'huile aux vérins, est atteinte lorsque les raidisseurs ont perdu toute réserve de capacité portante; il se forme un pli de voilement sensiblement à mi-longueur du panneau, suivi peu après par le voilement et la plastification des âmes.

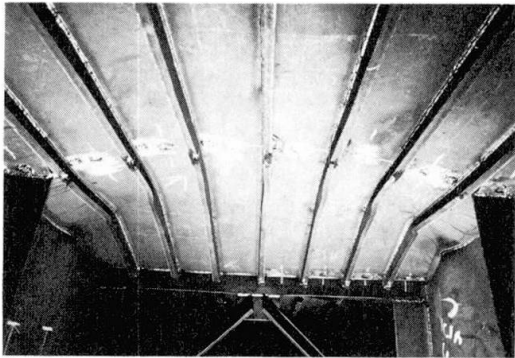


Fig. 25.

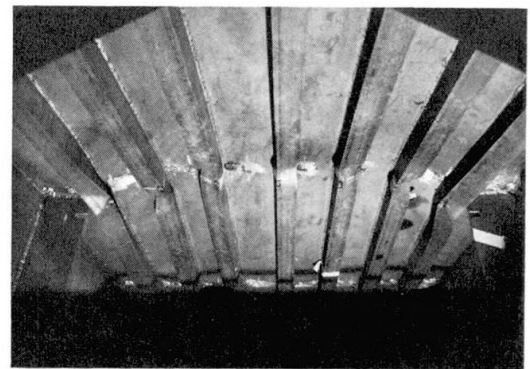


Fig. 26.

Quant aux essais 5 et 6, le dimensionnement du raidisseur transversal était tel qu'il devait donner respectivement lieu, selon nos prévisions, à un voilement d'une part du panneau compris entre entretoises rigides ( $\alpha = 1,2$ ) et, d'autre part, des sous-panneaux. La réalité a voulu qu'il en aille autrement, puisque, dans les deux cas, la ruine est essentiellement extériorisée dans un sous-panneau par formation d'un pli de voilement vers l'intérieur du caisson, c'est-à-dire, une fois encore, dans le sens de la flèche initiale des sous-panneaux. Ce fait mérite une tentative d'explication. Nous pensons que le raidisseur transversal, étant soudé à ses extrémités sur la tranche de

raidisseurs d'âme verticaux, forme avec eux un cadre et présente de ce fait une raideur effective majorée, supérieure à celle prise en compte dans les calculs théoriques, telle qu'elle permet de résorber la faible différence des valeurs du rendement pour le panneau entier ( $\rho = 0.73$ ) et pour les sous-panneaux ( $\rho = 0.80$ ). La ruine est assez subite, notamment pour le caisson N° 6 où le pli de voilement se produit sans aucun signe prémonitoire et avec un bruit de suction nettement perceptible; la pièce d'essai N° 5 laisse présager la ruine, comme en témoigne un faible écaillage de la chaux à l'ébauche des contours d'ondes de voilement. Néanmoins, celles-ci ne se marquent nettement à mi-portée du sous-panneau que lors de l'effondrement; elles apparaissent donc essentiellement comme une conséquence annexe de celui-ci pour le type de raidissage longitudinal choisi. L'effondrement de la semelle raidie s'accompagne évidemment du voilement et de la plastification des âmes. Il faut enfin remarquer que, si l'un des deux sous-panneaux est complètement détérioré, l'autre, par contre, ne montre extérieurement aucune dégradation sérieuse; tout au plus accuse-t-il une déformée vers l'extérieur, d'amplitude très modérée.

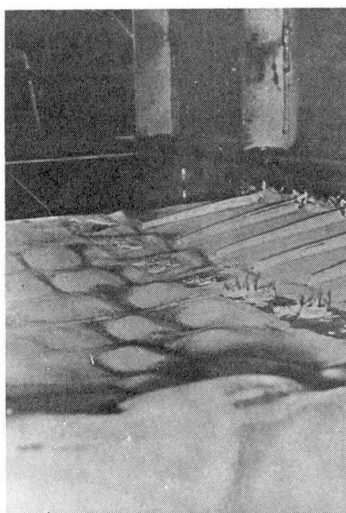


Fig. 27.

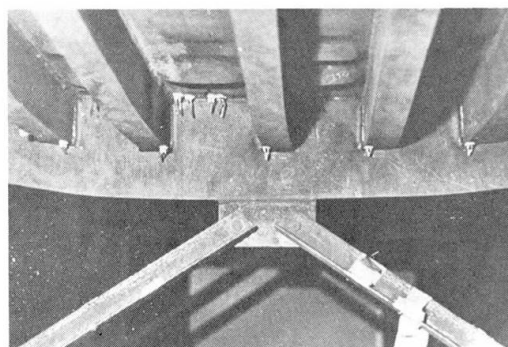


Fig. 28.



Fig. 29.

Lors de tous les essais, des bruits sourds se font entendre pour des sollicitations assez faibles, lors de chaque montée en charge. Certains de ces bruits peuvent être imputés à de légers glissements dans les assemblages à boulons HR, mais d'autres résultent manifestement d'une « mise en place » de tôles légèrement « cloquées » à l'état non contraint.

Sur base des six essais auxquels nous avons procédé, nous distinguons donc deux types de mode de ruine. Le premier, qui caractérise les pièces d'essai 1 à 3, ne correspond pas du tout à la notion habituelle de voilement, à savoir le passage brutal d'une position d'équilibre à une autre configuration stable; il s'apparente davantage au comportement d'une structure plane sous l'action d'effets du second ordre et il ferait volontiers penser à un ballon que l'on gonfle, au point qu'en fin d'essai, on imagine mal que la plaque raidie n'«éclate» pas! La ruine exige l'apparition préalable de déplacements transversaux appréciables, nettement supérieurs à l'épaisseur de la tôle, et les effets membranaires transversaux — de l'ordre de 10 à 12 kg/mm<sup>2</sup> — jouent dès lors un rôle prépondérant sur la capacité portante.

Le second mode de ruine ressemble davantage au voilement, au sens qu'on lui donne dans la théorie linéaire. Il procède par voilements locaux de la tôle entre les raidisseurs, suivis d'un pli de voilement de la plaque raidie. Jusqu'à l'apparition de ce dernier, les raidisseurs restent pratiquement rigides et l'absence d'une déformée transversale d'ensemble sensible empêche l'établissement d'un champ de contraintes membranaires transversales stabilisantes. On observe même de faibles contraintes transversales de compression. Les pièces d'essai N<sup>os</sup> 4 à 6 illustrent un tel mode de ruine.

Les flèches transversales atteintes par la tôle raidie au moment de l'atteinte de la charge de ruine théorique peuvent s'apprécier sur les figures 10 à 14. Dans les trois premiers essais, la tôle a pris, juste avant l'effondrement, des déformations très considérables de l'ordre de 250 à 300 mm, qui n'ont pas été enregistrées. Ces déformations finales peuvent s'apprécier aisément sur les photographies figures 23 et 24.

Enfin, la ruine théorique au sens du critère défini dans [1], précède la ruine expérimentale, correspondant à l'épuisement complet de la capacité portante de la pièce d'essai (chute de la pression d'huile). En désignant par  $M_c$  le moment fléchissant relatif à la ruine théorique et par  $M_u$  le moment fléchissant ultime, la valeur du rapport  $M_u/M_c$  permet ainsi d'estimer la réserve de résistance dont on dispose dans les âmes (fig. 30).

N <sup>o</sup> essai	$M_c$ (Tm)	$M_u$ (Tm)	$\frac{M_u}{M_c}$
1	212,2	232,0	1,09
2	271,6	285,2	1,05
3	296,0	314,2	1,06
4	352,6	387,8	1,10
5	254,2	272,4	1,07
6	271,0	285,0	1,05

Fig. 30. Valeurs des moments fléchissants.

## 6. Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux

Avant de procéder à la comparaison proprement dite des résultats expérimentaux et théoriques, nous vérifions le degré de validité de quelques hypothèses faites dans notre théorie antérieure [1], et plus particulièrement, d'une part, la constance de l'effort transmis par la semelle comprimée et, d'autre part, le fait que la résultante de cet effort agit au niveau du centre de gravité de la plaque raidie et non selon le plan moyen de la tôle.

### 6.1. Constance de l'effort de compression

A partir des mesures par jauges de contrainte et du calcul des contraintes dans la tôle et les raidisseurs, il est possible de déterminer de manière approximative mais suffisamment précise la valeur de l'effort résultant dans la semelle comprimée. En procédant de cette manière pour les deux sections dans lesquelles ont été disposées les jauges, la section médiane et une section d'extrémité pour le panneau raidi ausculté, on dispose de deux valeurs de l'effort de compression qui peuvent alors être confrontées.

On a établi cette comparaison pour une charge suffisamment élevée, pour pouvoir juger du domaine de validité de l'hypothèse, mais pas trop au-delà de la ruine théorique pour éviter que les plastifications éventuelles discontinues et l'écroutissage éventuel ne risquent d'affecter trop les résultats du dépouillement dans le domaine élastoplastique. Cette charge s'échelonne, selon les essais, entre 90 et 95% de la charge ultime.

La correspondance des efforts transmis par la semelle comprimée dans les deux sections précitées est excellente. En attribuant la valeur de référence unitaire à l'effort caractérisant la section médiane, on observe que l'effort relatif à la section d'extrémité varie, pour les cinq essais significatifs, de  $\pm 2,8\%$  en moyenne. On en conclut donc que, si les contraintes de cisaillement ne s'annulent pas rigoureusement en tout point des bords non chargés, ainsi qu'en témoignent les jauges de contrainte, leur résultante sur la demi-longueur du panneau raidi est sensiblement nulle. L'hypothèse sur ce type de conditions aux limites se trouve donc vérifiée en moyenne.

### 6.2. Point d'application de la résultante de compression

En examinant le rapport des efforts transmis respectivement par la tôle et par les raidisseurs (fig. 31), on constate qu'il est sensiblement constant avec la charge et proche du rapport des aires correspondantes lorsque la flexion propre de la semelle est faible et le rendement de la plaque de substitution élevé.

Nous en concluons donc que la résultante des contraintes dans la semelle comprimée raidie agit sensiblement au niveau du centre de gravité de la plaque raidie, et non, comme le prétendent certains chercheurs, dans le plan moyen de la tôle.

Fig. 31.

Section	Moment fléchissant (Tm)	Pièce d'essai n° 5		Pièce d'essai n° 6	
		Effort tôle Effort raidiss	Rapport des aires	Effort tôle Effort raidiss	Rapport des aires
médiane	27,9	0,33	0,34	0,36	0,34
	83,8	0,35		0,35	
	97,8	0,36		0,35	
	104,7	0,36		0,36	
	111,7	0,37		0,36	
	118,7	0,37		0,37	
extrémité	27,9	0,35	0,34	0,34	0,34
	83,8	0,36		0,36	
	97,8	0,37		0,35	
	104,7	0,37		0,38	
	111,7	0,36		0,38	
	118,7	0,35		0,38	

### 6.3. Rendements globaux

Pour divers états de charge, on peut calculer d'une part les valeurs théoriques du rendement global à l'aide des approches directe [1] ou pas à pas [2] et, d'autre part, les valeurs expérimentales obtenues par intégration des mesures par jauges de contrainte dans la tôle et les raidisseurs. La détermination de l'efficacité expérimentale appelle trois remarques :

- a) pour permettre une comparaison judicieuse avec la théorie, l'effort expérimental transmis par la semelle comprimée comporte la résultante des contraintes dans la tôle de largeur  $b$  et les  $8/7$  de la résultante des contraintes dans les raidisseurs, puisque l'aire de la semelle, en théorie, est donnée par  $bt(1 + m\delta)$  avec  $m = \text{nombre de raidisseurs} + 1$ ;
- b) en raison de la difficulté de déterminer la charge exacte pour laquelle le critère de ruine, au sens de la théorie, est tout juste satisfait, on doit, pour l'état de ruine théorique, procéder par extrapolation ou interpolation des valeurs obtenues pour les paliers de charge successifs;
- c) la théorie suppose que les panneaux successifs voilent avec une même amplitude alors qu'on sait bien — et l'expérience le montre — que le voilement affecte très généralement un seul panneau de manière appréciable. Il en résulte que les valeurs expérimentale et théorique  $E\bar{\varepsilon}_x$  représentant les contraintes membranaires moyennes le long des bords non chargés du panneau ausculté ne sauraient être identiques, si ce n'est peut-être en fin d'essai, lorsque la plastification tend à niveler les contraintes. Le rendement global expérimental a été calculé d'une part avec  $E\bar{\varepsilon}_x$ , d'autre part avec  $(E\varepsilon_{x, \max})_{\text{extr.}}$ , moyenne des contraintes dans les deux sections d'extrémité du panneau, qui au vu des diagrammes de dilatation fournis par les billages, paraît devoir constituer une meilleure appréciation de la valeur de  $E\bar{\varepsilon}_x$  théorique. Les valeurs correspondantes obtenues diffèrent au maximum de 3%.

Le tableau de la figure 32 fournit :

- a) le rendement global expérimental, caractérisé par la moyenne des valeurs dans les sections médiane et d'extrémité, calculées en adoptant une contrainte de bord  $E\bar{\varepsilon}_x$  et  $(\sigma_{x, \max})_{\text{extr.}}$  ;
- b) le rendement global théorique selon les approches directe et pas à pas;
- c) le rendement selon la méthode de YOSHIKI, [5], [6], qui considère les raidisseurs, munis d'une largeur de tôle collaborante, comme des barres indépendantes en danger de flambement (seuls figurent les résultats pour les raidisseurs qui répondent au critère d'élançement minimum préconisé par Yoshiki).

Il résulte de l'examen de la figure 32 :

- a) que les approches théoriques directe et pas à pas fournissent des valeurs très peu différentes, de sorte que le recours à l'approche directe, la plus simple, est très satisfaisant;
- b) que la concordance des résultats théoriques et expérimentaux peut être qualifiée d'excellente eu égard à la complexité du problème traité;
- c) que la méthode de Yoshiki se révèle, comme il fallait s'y attendre, beaucoup trop défavorable pour les cas traités et conduit à un véritable gaspillage d'acier.

ESSAIS UNIVERSITÉ DE LIEGE - RENDEMENT $\rho_g$				
N° Essai	Expérience	Théorie postcritique		Yoshiki
		pas-à-pas	directe	
1	0.51	0.52	0.53	-
2	0.64	0.67	0.69	0.46
3	0.80	0.81	0.82	0.61
4	0.84	0.88	0.88	0.72
5	0.85	0.80	0.80	-
6	0.82	0.80	0.80	-

Fig. 32.

La figure 33 donne la comparaison graphique au cours du chargement entre les valeurs expérimentales du rendement et les valeurs théoriques représentées par les courbes en trait plein.

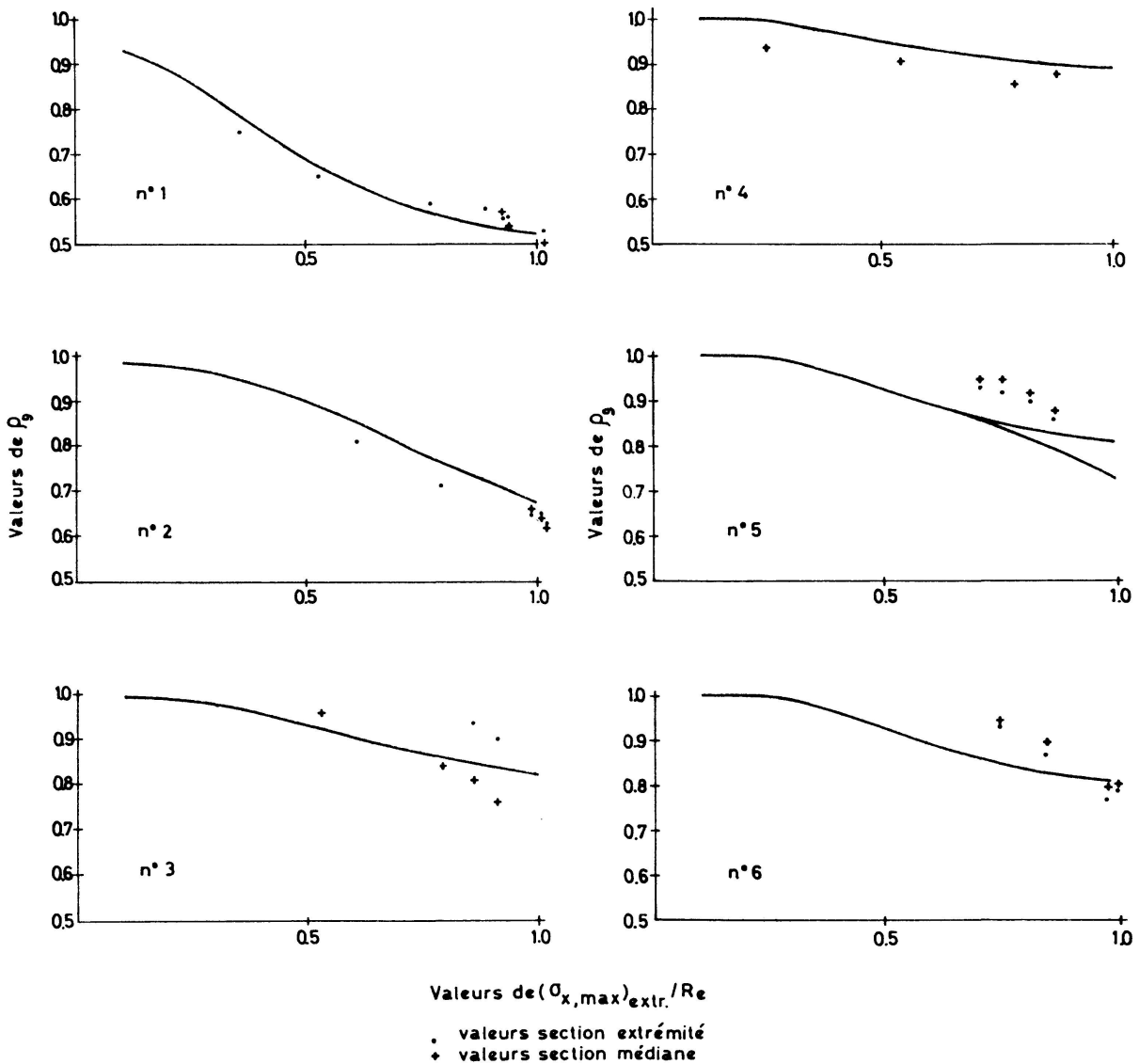


Fig. 33. Comparaison théorie-expérience.

## 7. Conclusions

Les principales conclusions de ces essais sont les suivantes :

1. Les hypothèses fondamentales de la « théorie non linéaire de la résistance post-critique des grandes poutres en caisson raidies » présentées par les auteurs dans le volume 31-II des « Mémoires » de l'AIPC (1971) ont été contrôlées et trouvées en bon accord avec les faits ;
2. Etant donné la complexité du problème, on peut estimer que l'accord entre les valeurs théoriques et expérimentales de la charge de ruine de la membrure raidie comprimée du caisson est très bonne ;
3. Les essais confirment la prédiction théorique d'une grande réserve de résistance postcritique pour les membrures à raidissage faible ( $\gamma < \gamma^* < 1$ ) et la diminution de cette réserve au fur et à mesure que le raidissage augmente ( $1 \leq \gamma/\gamma^* \leq 3$ ). Les méthodes basées sur la considération de la résistance individuelle au flambement des raidisseurs et d'une bande de tôle collaborante (Yoshiki, Merrison Committee, etc.) conduisent donc à un gaspillage d'acier pour les faibles valeurs de  $\gamma/\gamma^*$  ;
4. Le type de ruine évolue également avec l'accroissement  $\gamma/\gamma^*$  et devient de plus en plus brutal ;
5. La théorie présentée en [1] a été confrontée numériquement avec une approche pas à pas plus perfectionnée, développée par un des auteurs [2] et trouvée largement assez précise pour la pratique.

## 8. Références

1. MAQUOI, R., et MASSONNET, Ch. : Théorie non linéaire de la résistance postcritique des grandes poutres en caisson raidies. Mémoires de l'AIPC, vol. 31-II, Zurich, 1971, pp. 91-140.
2. MAQUOI, R. : Etude théorique et expérimentale de la résistance postcritique des semelles comprimées raidies des ponts métalliques en caisson. Thèse de doctorat, Université de Liège, 1973.
3. MASSONNET, Ch. : Résistance des matériaux, vol. II. Sciences et Lettres, Liège.
4. ADES, C.S. : Reduction of Strain Rosettes in the Plastic Range. Experimental Mechanics, pp. 345-349, Nov. 1962.
5. YOSHIKI, M. et FUJITA, Y. : On the Ultimate Strength of Stiffened Plates subjected to Compression loads. Naval Architecture and Shipbuilding in Japan, vol. 104, pp. 149-155, 1958.
6. YOSHIKI, M., AKITA, Y., et NAGASAWA, H. : On the Buckling of the Reinforced thin Sheet Panel of High Tensile Steel under Compression. Naval Architecture and Shipbuilding in Japan, vol. 104, pp. 141-147, 1958.

## Résumé

Six essais de flexion pure jusqu'à la ruine sur modèles de grandes dimensions de poutres en caisson raidies en acier à haute résistance AE36 apportent une très bonne confirmation de la « théorie non linéaire de la résistance postcritique des grandes poutres en caisson raidies » publiée par les mêmes auteurs dans le volume 31-II (1971) des « Mémoires » de l'AIPC.

Les essais confirment l'insuffisance de la théorie linéaire du voilement pour évaluer correctement la résistance ultime des membrures comprimées raidies des

ponts en caisson. Ils montrent que, pour les raidissages faibles ( $\gamma/\gamma^* < 1$ ), la réserve de résistance postcritique est très grande, mais qu'elle diminue au fur et à mesure que  $\gamma/\gamma^*$  augmente. Le type de ruine évolue aussi avec  $\gamma/\gamma^*$ , passant d'un gonflement progressif de la tôle pour  $\gamma/\gamma^*$  faible à un voilement subit pour  $\gamma/\gamma^*$  de l'ordre de 3.

### Zusammenfassung

Sechs Bruchversuche an auf reine Biegung beanspruchten, längsversteiften grossen Kastenträgermodellen aus hochfestem Stahl AE36 bekräftigen zufriedenstellend die von den Autoren in Band 31-II der IVBH-Abhandlungen veröffentlichte «Nichtlineare Theorie der überkritischen Festigkeit grosser ausgesteifter Kastenträger».

Die Versuche bestätigen, dass die lineare Beultheorie nicht imstande ist, die Traglast der längsversteiften Druckbleche von Kastenträgern richtig zu schätzen. Sie zeigen, dass für schwache Steifen ( $\gamma/\gamma^* < 1$ ) die überkritischen Reserven gross sind, dass sie aber mit zunehmendem Verhältnis  $\gamma/\gamma^*$  abnehmen. Die Bruchart ändert sich ebenfalls mit  $\gamma/\gamma^*$ ; langsames «Aufschwellen» bei kleinen Werten  $\gamma/\gamma^*$ , plötzliches Ausbeulen für  $\gamma/\gamma^*$  in der Grössenordnung von 3.

### Summary

Six pure bending tests up to collapse on large scale models of stiffened box girders made of high strength steel AE36 bring a very good confirmation to the «Non-linear theory of postbuckling resistance of large stiffened box girders», published by the same authors in Volume 31-II (1971) of IABSE «Publications».

The tests confirm the insufficiency of the linear buckling theory to appreciate correctly the ultimate strength of the compressed stiffened flanges of box girder bridges. They show that, for weak stiffenings ( $\gamma/\gamma^* < 1$ ), the postcritical strength reserve is very large, but that it diminishes with the increase of  $\gamma/\gamma^*$ . The type of collapse changes also with  $\gamma/\gamma^*$ , passing from a progressive bulging of the stiffened sheet for small values of  $\gamma/\gamma^*$  to a sudden buckling for  $\gamma/\gamma^*$  of the order of 3.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide