

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 33 (1973)

Artikel: Comparaison d'essais de flambement français avec la simulation sur ordinateur
Autor: Bernard, A. / Massonnet, Ch.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-25617>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Comparaison d'essais de flambement français avec la simulation sur ordinateur

Vergleich französischer Knickversuche mit der Simulierung am Computer

Comparison Between French Tests on Buckling and Simulating on Computer

A. BERNARD

Assistant à l'Université de Liège

CH. MASSONNET

Professeur à l'Université de Liège

I. Introduction

En 1967, Messieurs P. ARNAULT et D. SFINTESCO ont exécuté au Centre Technique de l'Aluminium à Paris une importante série d'essais de flambement de profilés en aluminium [1].

Quatre années plus tard, des essais similaires ont été effectués à l'Université de Liège par le Professeur CH. MASSONNET et ses collaborateurs [2].

Ces deux recherches avaient un but semblable, qui était de servir de préliminaire à l'établissement de règles de calcul, la première au niveau français, la seconde au niveau européen.

Alors que les essais réalisés en France ont été interprétés et exploités suivant la méthode de J. DUTHEIL, les essais réalisés en Belgique ont servi à vérifier le programme de simulation numérique, outil de travail pour les investigations futures, mis au point par l'équipe du Professeur CH. MASSONNET.

Les deux recherches ayant porté, en partie tout au moins, sur les mêmes alliages, il est intéressant de voir comment se situent les résultats expérimentaux français par rapport aux courbes de flambement calculées électroniquement à Liège.

Par ailleurs, nous avons, sur la base des résultats de ces deux recherches, comparé les deux méthodes d'exploitation des essais, à savoir la méthode DUTHEIL et la simulation sur ordinateur.

2. Comparaison entre essais français et calculs effectués à Liège

Les deux recherches précitées ont porté sur les profils et alliages suivants:

Essais réalisés à Paris			Essais réalisés à Liège		
Profil	Alliages (désignations AFNOR et ISO)		Alliages (désignation ISO)	Profil	Pays de provenance
I	AU 4 G (T 4)	Al-Cu 4 Mg	—	—	—
	AG 5 (F)	Al-Mg 5	Al-Mg 4,5	I	France
			Al-Mg 2,5	0	Italie
	AZ 5 G (T 6)	Al-Zn 5 Mg 1	Al-Zn 5 Mg 1	I	Suisse
				0	Belgique
	ASG (T 666)	Al-Mg Si	Al-Mg Si	I	Suède
	ASGM (T 6)	Al-Si 1 Mg	Al-Si 1 Mg	0	Suisse
				0	Norvège

La recherche effectuée à Liège a montré que les courbes non dimensionnelles étaient caractérisées quasi-uniquement par l'allure du diagramme contraintes-dilatations de l'alliage. Certes, la composition chimique n'est pas seule à déterminer cette allure; mais comme les diagrammes contraintes-dilatations des alliages français ne sont pas reproduits dans le rapport [1], nous comparerons, et désignerons par «correspondants», des alliages de composition chimique nominale identique ou fort semblable (cas des tubes italiens en Al-Mg 2,5 par exemple; voir tableau ci-dessus).

Les résultats de cette comparaison entre alliages correspondants (voir tableau ci-dessus) sont reproduits sous forme de diagrammes non dimensionnels à la figure 2.1. On y donne:

- Les «fourchettes», c'est-à-dire les valeurs expérimentales extrêmes et la moyenne, de chacune des séries d'essais de flambement français.
- La courbe de flambement, statistiquement inférieure à 97,5%*), du (ou des) alliage(s) correspondant(s), obtenue par calculs de simulation sur

*) Les valeurs caractéristiques inférieures sont déduites, sous l'hypothèse d'une population «normale», de la formule:

$$\sigma_{inférieur} = \sigma_{moyen} - t s$$

où σ_{moyen} est la valeur moyenne des résultats expérimentaux σ ,
 s est l'écart quadratique moyen des σ ,
 t est un facteur exprimant la confiance adoptée.

Ce dernier facteur est, pour un petit échantillon issu d'une population «normale», fonction de la grandeur de cet échantillon [3]. Pour un échantillon de plus en plus grand, et pour une confiance adoptée de 97,5%, le paramètre t tend vers la valeur classique 1,96.

L'hypothèse de la «normalité» de la distribution des valeurs expérimentales σ a été testée par la méthode de la droite de HENRY.

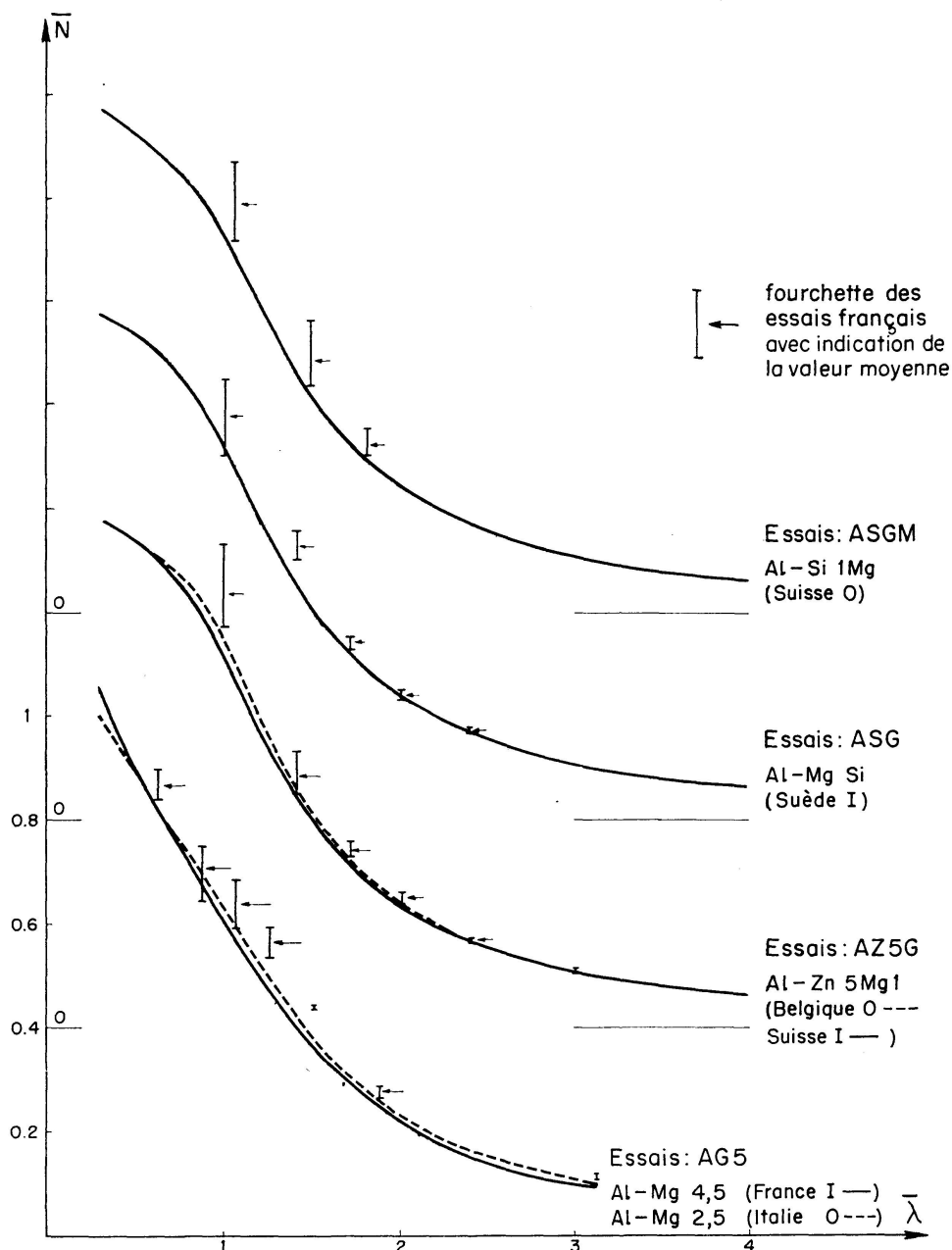


Fig. 2.1. Comparaison entre résultats expérimentaux français et courbes de simulation établies à Liège pour des alliages «correspondants».

l'ordinateur de l'Université de Liège. On indique en outre, entre parenthèses, le pays d'origine et le type de profil qui a servi à l'établissement de cette courbe.

Sur cette figure, on constate une très bonne concordance des deux recherches. Les courbes de flambement établies à Liège se voient donc confirmées par des essais supplémentaires, réalisés indépendamment dans des laboratoires étrangers.

Les essais français sur profilés en Al-Cu 4 Mg, qui n'ont pas leur équivalent dans la recherche réalisée à Liège, n'ont pas été reproduits. De même, la

courbe de flambement relative aux tubes norvégiens, éliminés de cette même recherche, n'apparaît pas à la figure 2.1.

3. Exploitation des résultats par la méthode Dutheil et par calculs de simulation sur ordinateur

Afin de comparer ces deux méthodes d'exploitation, on a d'une part ajusté une courbe DUTHEIL sur des résultats expérimentaux de Liège, et d'autre part simulé deux séries d'essais réalisés à Paris sur l'ordinateur de l'Université de Liège.

3.1. Exploitation d'essais de flambement réalisés à Liège par la méthode Dutheil

Le choix s'est porté sur les essais de profilés en double-té en provenance de la Suisse, à cause du grand nombre de résultats expérimentaux disponibles (28). On donne, à la figure 3.1, les courbes de flambement non dimensionnelles correspondantes, obtenues par la méthode DUTHEIL [1] et par calculs de simulation sur ordinateur. Il s'agit, dans les deux cas, de courbes relatives à des valeurs caractéristiques inférieures à 97,5%.

L'écart assez important provient en grande partie de ce que la courbe DUTHEIL a été rendue non dimensionnelle par introduction de la limite d'élasticité à 0,2% donnée par cette méthode ($\sigma_{0,2}^D = 2,781 \text{ t/cm}^2$), alors que, pour la courbe de simulation et les résultats expérimentaux, on a utilisé la valeur donnée par l'expérience ($\sigma_{0,2}^{exp} = 3,146 \text{ t/cm}^2$).

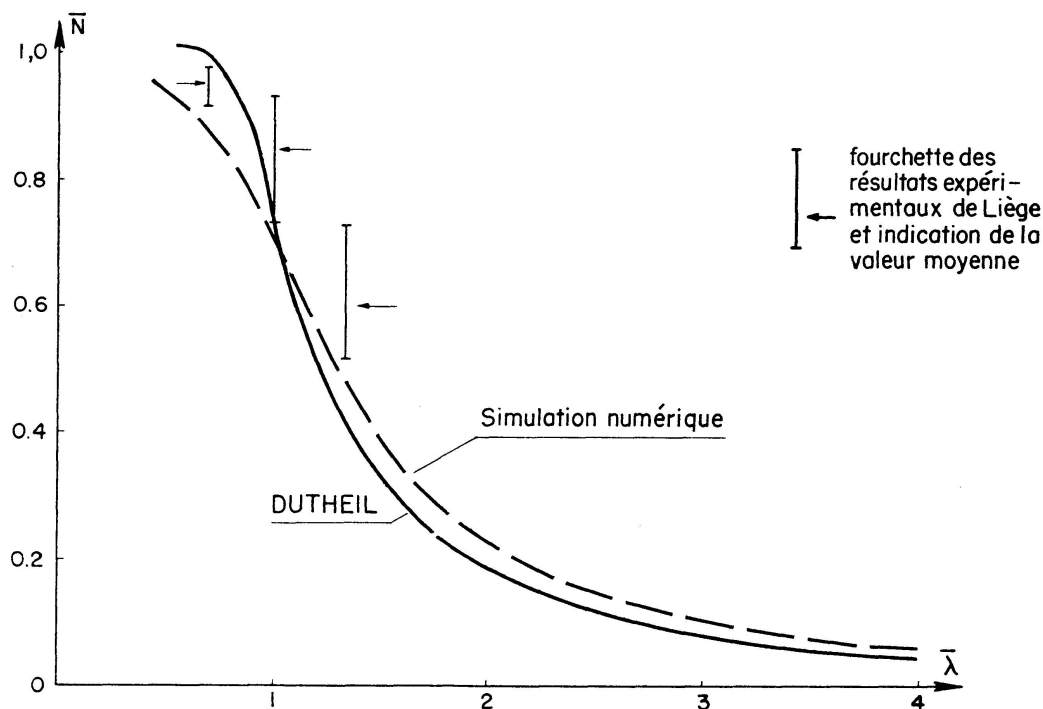


Fig. 3.1. Ajustement d'une courbe DUTHEIL sur les essais de flambement sur poutrelles double té en Al-Zn 5 Mg 1 (Liège). Diagramme non dimensionnel.

Les deux autres paramètres de la courbe DUTHEIL, d'équation

$$\sigma_s = \sigma_4 - \sqrt{\sigma_4^2 - \frac{\sigma_e \sigma_k}{(1+b)(1-a)}}$$

avec
$$\sigma_4 = \frac{\sigma_k + (1+b)\sigma_e}{2(1+b)(1-a)}; \quad \sigma_k = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2}; \quad \sigma_e \equiv \sigma_{0,2}^D$$

sont:
$$a = 0,428 \cdot 10^{-2},$$

$$b = 0,344.$$

La figure 3.2 reproduit ces mêmes courbes et essais de flambement sous forme dimensionnelle.

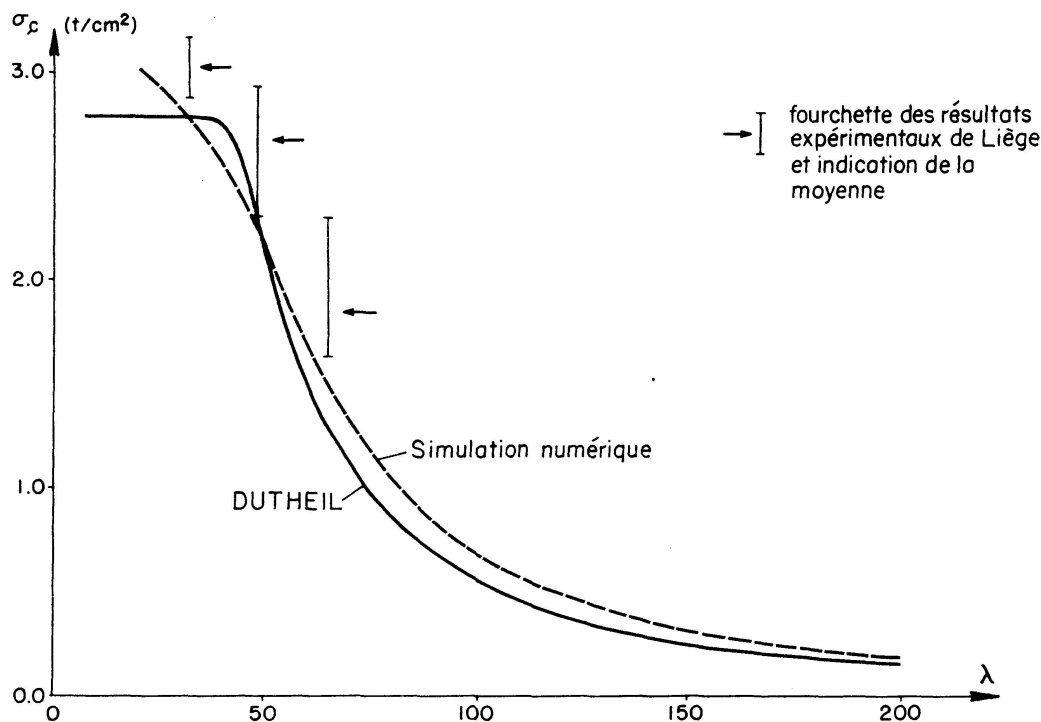


Fig. 3.2. Ajustement d'une courbe DUTHEIL sur les essais de flambement sur poutrelles double té en Al-Zn 5 Mg 1 (Liège). Diagramme dimensionnel.

3.2. Simulation sur ordinateur d'essais réalisés à Paris

3.2.1. Données du problème

Une donnée essentielle au programme numérique de simulation est le diagramme contraintes-dilatations de l'alliage des barres d'essai. Ce diagramme peut être introduit soit point par point – il est alors remplacé par une loi de RAMBERG-OSGOOD ajustée sur lui, conformément à la technique décrite à la référence [2] – soit en donnant les paramètres qui le caractérisent.

Le rapport rendant compte des essais français ne donnant ni le diagramme (σ, ϵ) , ni une loi de RAMBERG-OSGOOD, nous avons adopté une telle loi

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + 0,002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^n \quad (3.1)$$

et déterminé ses paramètres comme suit:

1. Module de YOUNG E :

a) La valeur catalogue ([1], page 156);

b) la valeur de 650 t/cm², qui peut être considérée comme une limite inférieure pour un alliage d'aluminium, d'après les discussions de la Sous-Commission 1.1 de la CECM, lors de sa session de Vérone, en novembre 1971.

2. Limite d'élasticité à 0,2%: la valeur caractéristique inférieure à 97,5% donnée dans le rapport [1].

3. Exposant n : une valeur approximative de n déduite de la relation [2]

$$\frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{0,1}} = \sqrt[n]{2}, \quad (3.2)$$

en prenant pour $\sigma_{0,2}$ et $\sigma_{0,1}$ les valeurs moyennes tirées de [1]. On met pour cela la formule (3.2) sous la forme

$$n = \ln 2 / \ln \left(\frac{\sigma_{0,2 \text{ moyen}}}{\sigma_{0,1 \text{ moyen}}} \right). \quad (3.3)$$

Comme dimensions des profilés (section transversale), on a adopté les valeurs catalogue définies par la Norme Française A 65-162 [1].

La flèche initiale relative a été prise égale à un millième ($f/l = 0,001$), ce qui donne, d'après les mesures faites à Liège, la sécurité voulue.

De plus, le profil a été supposé libre de toute contrainte résiduelle, et les caractéristiques du matériau constantes dans toute la section droite.

On a choisi de simuler les essais sur barres en Al-Zn 5 Mg 1 (AZ 5 G) et en Al-Cu 4 Mg (AU 4 G).

Les caractéristiques adoptées pour ces alliages sont:

AZ 5 G (T 6): $E = 725$ ou 650 t/cm²; $\sigma_{0,2} = 2,984$ t/cm²; $n = 27$.

AU 4 G (T 4): $E = 750$ ou 650 t/cm²; $\sigma_{0,2} = 2,666$ t/cm²; $n = 12$.

3.2.2. Résultats et discussion

Les diagrammes de la figure 3.3 donnent, pour les deux alliages choisis:

- la fourchette des essais réalisés en France [1];
- la courbe DUTHEIL obtenue par ajustement sur ces essais [1];
- les courbes de simulation réalisées à Liège pour la valeur catalogue du module de YOUNG et pour $E = 650$ t/cm².

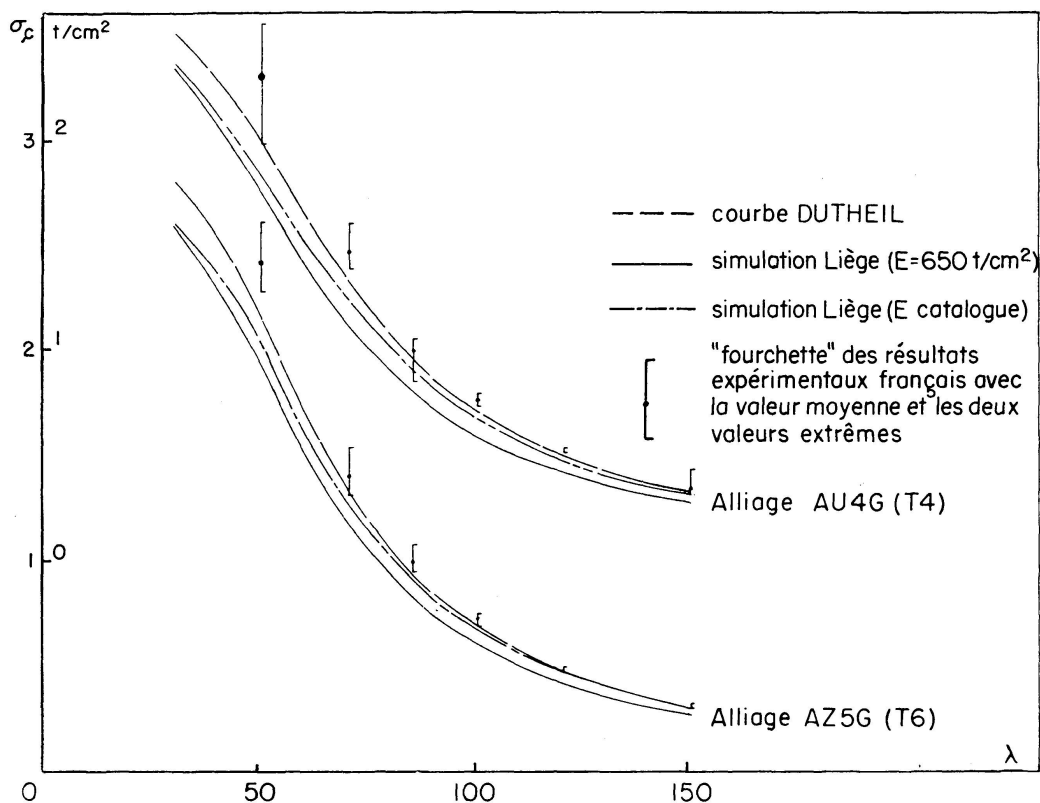


Fig. 3.3.

Etant donné les incertitudes multiples signalées, on ne peut s'attendre à un accord parfait avec les résultats expérimentaux. L'examen de la figure 3.2 suggère les remarques suivantes:

Les essais sur l'alliage AU4G, élancement 85, sont visiblement sujets à caution. De ce fait, aucune des trois courbes théoriques ne s'en accomode.

Les essais d'élancement 60 pour l'AZ5G sont nettement supérieurs aux trois courbes théoriques; on peut expliquer cet écart par une rectitude particulièrement bonne des barres possédant cet élancement.

La courbe obtenue par simulation avec $E = 650 t/cm^2$ donne sécurité par rapport à l'ensemble des résultats expérimentaux.

4. Conclusions

Les essais réalisés en France confirment les courbes de flambement obtenues par simulation au Service du Professeur CH. MASSONNET à Liège.

Le programme de simulation, déjà vérifié par les essais réalisés à Liège, devient ainsi un outil de travail efficace pour lequel la confiance est établie. Si la mise en œuvre de ce programme est peut-être plus laborieuse que l'exploitation des essais de flambement par la méthode de J. DUTHEIL, il n'en donne pas moins des résultats meilleurs sans, pour autant, nécessiter la réalisation d'essais de flambement. Il se prête en outre à des investigations futures.

Références

- [1] P. ARNAULT et D. SFINTESCO: Recherche sur le flambement de profilés en alliages légers. Rapport du Centre Technique de l'Aluminium, Paris, 1967.
- [2] A. BERNARD, F. FREY, J. JANSSE et CH. MASSONNET: Recherches sur le comportement au flambement de barres en aluminium. Mémoires de l'A.I.P.C. Vol. 33-I, pp. 1-32.
- [3] Voir par exemple: G. W. SNEDECOR: Statistical Methods. Iowa State College Press, 1956. (Loi de Student-Fisher, page 45.)

Résumé

On compare d'une part deux séries d'essais de flambement sur barres en aluminium réalisées l'une à Paris et l'autre à Liège, et d'autre part deux méthodes d'interprétation de ces essais, à savoir la méthode de J. DUTHEIL et la méthode de simulation sur ordinateur mise au point par le Professeur CH. MASSONNET et ses collaborateurs.

Cette dernière méthode, théorique, ne nécessite pas la réalisation d'essais de flambement. Elle se trouve confirmée par les deux séries d'essais et donne des résultats plus concordants que la méthode J. DUTHEIL. Elle se prête en outre à des investigations futures.

Zusammenfassung

Man vergleicht einerseits zwei Versuchsreihen über die Knickung von Aluminiumstäben, von denen die eine in Paris, die andere in Lüttich durchgeführt wurde; andererseits zwei Methoden der Interpretation dieser Versuche, nämlich die Methode J. DUTHEIL und die Simulationsmethode auf dem Computer nach Professor CH. MASSONNET und seinen Mitarbeitern.

Die letztgenannte theoretische Methode erfordert nicht die Durchführung von Knickversuchen. Sie wird durch die beiden Versuchsreihen bestätigt und liefert übereinstimmendere Resultate als die Methode von J. DUTHEIL. Ausserdem eignet sie sich für künftige Forschungen.

Summary

A comparison is made, on the one hand between two series of tests on buckling of aluminium bars, the one having been carried out in Paris, the other in Liège. On the other hand two methods of interpretation of those tests, i. e. both by the method of J. DUTHEIL and by the simulation method on computer undertaken by Professor CH. MASSONNET and his collaborators.

The last-mentioned theoretical method does not require the performance of buckling tests. It is confirmed by the two test series and gives more conformable results than the method of J. Dutheil. Moreover the method is suitable for future research.