

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

**Band:** 30 (1970)

**Artikel:** Der Haftverbund zwischen Stahl und Beton

**Autor:** Rieve, Johann Jacob

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-23583>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# **Der Haftverbund zwischen Stahl und Beton**

*Bond between Steel and Concrete*

*Adhérence entre acier et béton*

**JOHANN JACOB RIEVE**

Dr.-Ing., Düsseldorf

## **1. Allgemeines**

Das Bauwesen kennt neben den homogenen Baustoffen Steine, Holz, Stahl und Beton die beiden Verbundbaustoffe Stahl- und Spannbeton. Bei ihnen verbinden sich die beiden Grundbaustoffe Stahl und Beton zu neuen Baustoffen. Sie wirken meistens so, daß dem Beton Druck, dem Stahl Zug zugeordnet wird. Verbundbaustoff will sagen, daß bei der Berechnung gar nicht mehr von den Einzelbaustoffen Stahl und Beton ausgegangen zu werden braucht, sondern unmittelbar mit den neuen Verbundbaustoffen gerechnet werden kann. Für sie unterscheiden sich die Rechenansätze nicht mehr von denjenigen, die bei den homogenen Baustoffen verwandt werden. Beispielsweise rechnet man bei Biegung mit der Navierschen Annahme einer gradlinigen Spannungsverteilung über den Querschnitt, was die wirklich auftretenden Verhältnisse vereinfacht. Aber ohne Näherungen und Vereinfachungen kommt der Ingenieur nicht aus, wenn er die Ansätze der klassischen Mechanik für seine besonderen Zwecke umformt. Er nähert, damit einfache und übersichtliche Rechengänge genügend genaue Ergebnisse liefern, dabei darauf achtend, daß diese Rechengänge nicht unnötig genauer werden als die Ausgangswerte, die vor allem die physikalischen Baustoffkennwerte enthalten. Von diesen Ausgangswerten bis zur erforderlichen Genauigkeit des Endergebnisses versucht der Ingenieur ein Gleichmaß der Genauigkeit einzuhalten.

Wo der Ingenieur vereinfacht und nähert, verläßt er die eindeutigen Ansätze der klassischen Mechanik und begibt sich in das Gebiet des Ermessens, wo verschiedene Auffassungen darüber bestehen können, wo und wieviel zu nähern. Die Baumechanik unterliegt dabei wechselwirkend gegensätzlichen Einflüssen: Erfahrung und Versuchswesen vermehren und verwickeln die Ansätze, weil sie feiner nähern und neue Erkenntnisse berücksichtigen wollen;

die Baumechanik vereinfacht, weil sie das Naturgeschehen auf möglichst wenige, allgemein gültige Gesetze zurückführen möchte. Für die Verbundbaustoffe des Stahl- und Spannbetons hat der erste Einfluß verlangt, die Naviersche Annahme durch die Bernoullische zu ersetzen, weil Beton keine lineare Arbeitslinie besitzt. Der Ingenieur wendet hier ein, dies übertriebe das Genauigkeitsmaß, denn die Frage der Verzerrung der Querschnitte bleibt solange unklar, wie der Haftverbund zwischen Stahl und Beton nicht genau bekannt.

Der gestörte Verform- und Spannzustand am Riß bedeutet für die Rechengänge wahrscheinlich mehr als die genaue Form der Betonarbeitslinie. Inwieweit überhaupt die Verbundbaustoffe mit den gleichen Ansätzen wie die homogenen sich behandeln lassen, kann erst entschieden werden, wenn dieser gestörte Zustand bis ins einzelne bekannt. Zudem fehlt bis heute eine allgemeine Baumechanik nichtlinearer Arbeitslinien, und will eine Bemessung solche berücksichtigen, bringt das eine unnütze Genauigkeit, weil die Schnittkraftermittlung hier nicht folgen kann. Ehe überhaupt daran gedacht werden kann, hier etwas gegenüber der technischen Bieglehre mit der Navierschen Annahme zu ändern, muß die Frage des Verbundes zwischen Stahl und Beton geklärt werden, weil die wirklichen Verzerrungen des Betonquerschnittes solange nicht eindeutig zu beschreiben sind, wie man nicht weiß, was an der Rißstelle der Zugzone im einzelnen geschieht. Das Nachfolgende will versuchen, hier etwas aufzuklären. Es befaßt sich mit der baumechanischen Grundaufgabe: Bestimme Verform-, Zerr- und Spannzustand eines im unendlichen Beton-Halbraum einbindenden kreisrunden Stahlstabes.

## 2. Rechengang zur Grundaufgabe

Die Grundaufgabe untersucht den drehsymmetrischen Verform-, Zerr- und Spannzustand nach Fig. 1. Dabei muß der Rand des Betonhalbraumes  $r=\rho$  mit dem Rand des Stahlstabes  $r=\rho$  verträglich sein. Die Lösung betrachtet den Halbraum genau, vereinfacht den Stahlstab aber zum tatsächlichen Stab, bei dem die Tensoren nur von  $z$  abhängen. Er läßt sich damit elementar behandeln. Umständlich zu behandeln bleibt der Betonhalbraum. Bekannt ist die Lösung für eine im Innern des Halbraumes in Richtung der  $z$ -Achse angreifenden Einzellast  $P$ . Diese Lösung läßt sich auf Streckenlasten  $p_k$  erweitern. Die dimensionslose Rechnung bezieht sich auf die Ausgangsspannung  $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0$  des Stahlstabes am Punkte  $z=0$  und benutzt die Koordinaten  $r/\rho$  und  $z/\rho$ . Überstrichene Festwerte und Tensoren gelten für den Stahlstab, nicht gekennzeichnete für den Betonhalbraum, insbesondere:

$E$  und  $\bar{E}$ : Steifezahl,  
 $\nu$  und  $\bar{\nu}$ : Querzahl,  
 $G$  und  $\bar{G}$ : Gleitzahl,  
 $\rho$  = Halbmesser des Stahlstabes.

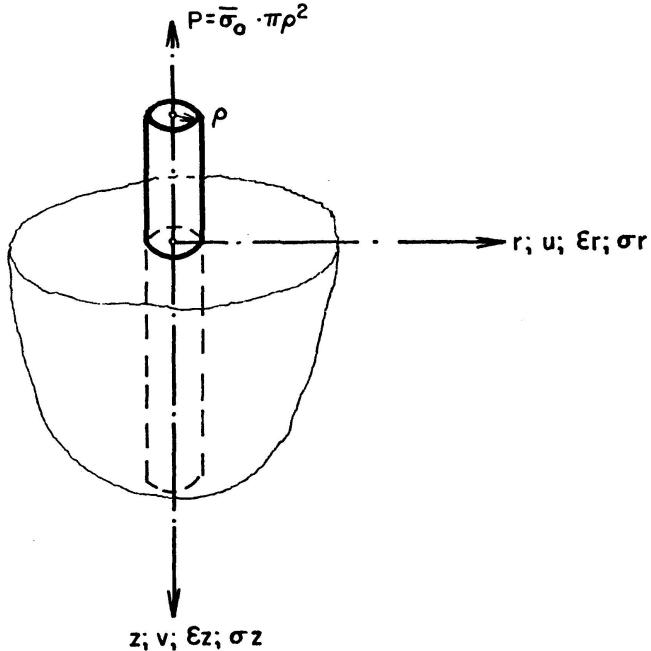


Fig. 1. Halbraum mit Stahlstab.

Damit der Rechengang:

1. Bekannt Verform-, Zerr- und Spannzustand des Halbraumes mit einer Einzellast  $P$  wirkend in Richtung der  $z$ -Achse bei  $z=x$ .
2. Erweiterte Lösung für Streckenlasten  $p_k$  wirkend von  $z=0$  bis  $z=x_k$  für  $n$  Punkte  $x_k$ .
3. Bestimme insbesondere die Zerrung  $\epsilon_z$  am Rande des Zylinders  $r=\rho$  für  $n$  Bezugspunkte  $z_k$ .
4. Bestimme insbesondere die Schubspannung am Rande des Zylinders  $r=\rho$  an diesen Bezugspunkten.
5. Bestimme Stahlspannung:

$$\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0 - \frac{2}{\rho} \int_0^z \tau dz \quad (1)$$

an diesen  $n$  Bezugspunkten  $z_k$ .

6. Bestimme Stahlzerrung  $\bar{\epsilon}_z$  an den  $n$  Bezugspunkten  $z_k$ .
7. Vertragbedingung  $\epsilon_z = \bar{\epsilon}_z$  an den  $n$  Bezugspunkten  $z_k$  liefert  $n$  Bestimmungsgleichungen.

Punkt 2 nimmt vereinfachend an, die nach Punkt 7 verträglichen Tensoren entstünden aus der Summe konstanter Streckenlasten  $p_k$  nach Fig. 2, anstatt aus einem Funktionsverlauf. Die Streckenlasten  $p_k$  reichen dabei stets von  $z=0$  bis zum Lastpunkt  $z=x_k$  und es werden insgesamt  $n$  Streckenlasten  $p_k$  aufgebracht. Die  $n$  Endpunkte  $x_k$  der  $n$  Streckenlasten liegen dort, wo auch die Bezugspunkte  $z_k$  der Vertraggleichungen liegen.

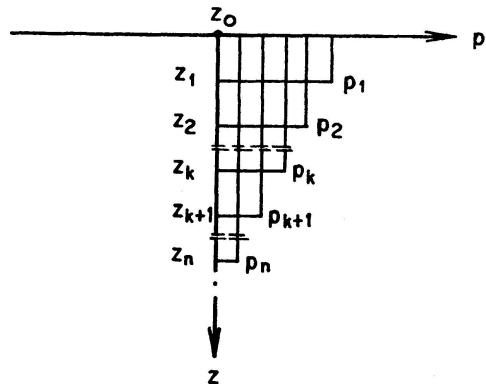


Fig. 2. Streckenlasten im Halbraum.

### 3. Tensoren des Halbraumes

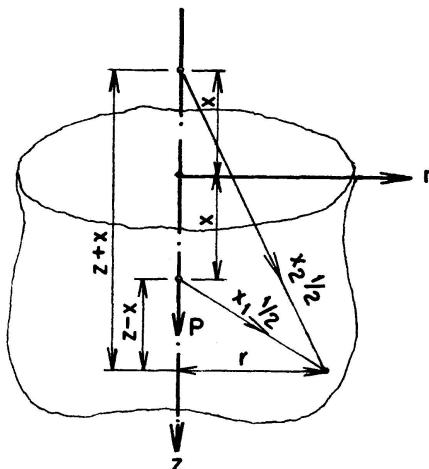
Für den Fall einer Einzellast in  $z$ -Richtung im Inneren eines Halbraumes lautet die Vektorfunktion [1]:

$$F_1 = \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left\{ X_1^{1/2} + [8\nu(1-\nu) - 1] X_2^{1/2} + 4(1-2\nu) [(1-\nu)z - \nu x] \ln (X_2^{1/2} + z + x) - \frac{2zx}{X_2^{1/2}} \right\}. \quad (2)$$

Hierin die  $X$ -Funktionen:

$$X_1 = r^2 + (z-x)^2, \quad (3)$$

$$X_2 = r^2 + (z+x)^2,$$

Fig. 3. Einzellast  $P$  im Inneren des Halbraums.

Nach Fig. 3 ist  $x$  der Abstand der Einzellast von der Deckebene  $z=0$ .  $x$  läuft also auf der  $z$ -Achse. Die einzelnen Tensoren folgen in bekannter Weise aus der Vektorfunktion (2) mit:

$$u = -\frac{1}{2G} F_{rz}, \quad (4)$$

$$w = \frac{1}{2G} [2(1-\nu) \Delta F - F_{zz}],$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} [\nu \Delta F - F_{rr}], \\
 \sigma_\varphi &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \nu \Delta F - \frac{1}{r} F_r \right], \\
 \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} [(2-\nu) \Delta F - F_{zz}], \\
 \tau &= \frac{\partial}{\partial r} [(1-\nu) \Delta F - F_{zz}].
 \end{aligned} \tag{4}$$

Darin

$$\Delta = F_{rr} + \frac{1}{r} F_r + F_{zz}.$$

Die Fußzeiger  $r$  und  $z$  bedeuten die Ableitung nach diesen Größen. Eine Streckenlast von  $z=0$  bis  $z=x_k$  liefert nach einer Integration

$$F = \int_0^{x_k} F_1 dx$$

die erweiterte Vektorfunktion für die Streckenlast von  $z=0$  bis  $z=x_k$ :

$$\begin{aligned}
 F_k = \frac{p_k}{8(1-\nu)} & \left\{ \frac{x-z}{2} X_1^{1/2} + \frac{r^2}{2} \ln(X_1^{1/2} + x - z) + X_2^{1/2} \left[ [8\nu(1-\nu) - 1] \frac{x+z}{2} \right. \right. \\
 & \left. \left. - 4(1-2\nu)(1-\nu)z - (1-2\nu)(3z-x)\nu - 2z \right] \right. \\
 & \left. + \ln(X_2^{1/2} + x + z) \left[ [8\nu(1-\nu) - 1] \frac{r^2}{2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + 4(1-2\nu)(1-\nu)z(x+z) - 2\nu(1-2\nu) \left( x^2 + \frac{r^2}{2} - z^2 \right) + 2z^2 \right] \right\}_0^k.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Dieser Ausdruck ist zu nehmen von  $x=0$  bis  $x=x_k$ . Die einzelnen Tensoren aus Gl. (5) mit Gl. (4) jetzt mit eingesetzten Grenzen für die Streckenlast  $x=x_k$  und  $x=0$  genommen am Bezugspunkt  $z=m$ :

$$\begin{aligned}
 u_m = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k r}{16\pi G(1-\nu)} & \left\{ \frac{1}{X_{1mk}^{1/2}} - \frac{1}{X_{1m0}^{1/2}} + \frac{3-4\nu}{r^2} (X_{2mk}^{1/2} - X_{2m0}^{1/2}) \right. \\
 & + \frac{1}{X_{2mk}} \frac{1}{r^2} [5z_m^2 + 2z_m x_k - 3x_k^2 - 4\nu(z_m^2 - x_k^2)] - \frac{1}{X_{2m0}} \frac{z_m}{r^2} (5-4\nu) \\
 & \left. - 4(1-\nu)(1-2\nu) \left[ \frac{1}{X_{2mk} + z_m + x_k} - \frac{1}{X_{2m0} + z_m} \right] - \frac{2z_m x_k}{X_{2mk}^{3/2}} \right\}.
 \end{aligned} \tag{6a}$$

Die Gleichungen sind aufzustellen für  $n$  Bezugspunkte an den Stellen  $z_m$ , die gleich sind mit den  $n$  Endpunkten der Streckenlasten  $p_k$ . Es gibt also  $n$  Bezugspunkte  $z_m$  und  $n$  Streckenlasten  $p_k$ . Die  $X$ -Funktionen jetzt:

$$\begin{aligned}
 X_{1mk} &= r^2 + (z_m - x_k)^2, \\
 X_{2mk} &= r^2 + (z_m + x_k)^2, \\
 X_{1m0} &= r^2 + z_m^2 = X_{2m0}.
 \end{aligned}$$

Die weiteren Tensoren angeschrieben ohne die Kennzeichnung  $mk$  bei den  $X$ -Funktionen:

$$\begin{aligned} w_m &= \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k}{16 \pi G (1-\nu)} \left\{ 4 (1-\nu) [\ln (X_1^{1/2} + x - z) - \ln (X_{10}^{1/2} - z)] \right. \\ &\quad + 8 (1-\nu)^2 [\ln (X_2^{1/2} + x + z) - \ln (X_{20}^{1/2} + z)] + \frac{z-x}{X_1^{1/2}} - \frac{z}{X_{10}^{1/2}} \\ &\quad \left. - [(5-4\nu)z - (3-4\nu)x] \frac{1}{X_2^{1/2}} + (5-4\nu) \frac{z}{X_{20}^{1/2}} - \frac{2zx(z+x)}{X_2^{3/2}} \right\}, \end{aligned} \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rm} &= \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k}{8 \pi (1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) \left( \frac{1}{X_1^{1/2}} - \frac{1}{X_{10}^{1/2}} \right) - r^2 \left( \frac{1}{X_1^{3/2}} - \frac{1}{X_{10}^{3/2}} \right) \right. \\ &\quad + 7 (1-2\nu) \left( \frac{1}{X_2^{1/2}} - \frac{1}{X_{20}^{1/2}} \right) - 8 (1-\nu) (z+x) \frac{z}{r^2 X_2^{1/2}} + 8 (1-\nu) \frac{z^2}{r^2 X_{20}^{1/2}} \\ &\quad + [12\nu x^2 - 8(1-2\nu)z^2 - 3(1-4\nu)r^2 - 2(5-14\nu)zx] \frac{1}{X_2^{3/2}} \\ &\quad \left. + [8(1-2\nu) + 3(1-4\nu)] \frac{1}{X_{20}^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. - 4(1-\nu)(1-2\nu) \left( \frac{1}{X_2^{1/2} + z + x} - \frac{1}{X_{20}^{1/2} + z} \right) + \frac{6r^2zx}{X_2^{5/2}} \right\}, \end{aligned} \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi m} &= \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k (1-2\nu)}{8 \pi (1-\nu)} \left\{ \frac{1}{X_1^{1/2}} - \frac{1}{X_{10}^{1/2}} + \frac{1}{1-2\nu} \left[ 3 + 6\nu - 8\nu^2 + \frac{8(1-\nu)(z+x)z}{r^2} \right] \frac{1}{X_2^{1/2}} \right. \\ &\quad - \frac{1}{1-2\nu} [3 + 6\nu - 8\nu^2] \frac{1}{X_{20}^{1/2}} + \frac{1}{1-2\nu} [-2zx + 4\nu x(z+x)] \frac{1}{X_2^{3/2}} \\ &\quad \left. + 4(1-\nu) \left( \frac{1}{X_2^{1/2} + z + x} - \frac{1}{X_{20}^{1/2} + z} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (6d)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zm} &= \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k}{8 \pi (1-\nu)} \left\{ -(3-2\nu) \left[ \left( \frac{1}{X_1^{1/2}} - \frac{1}{X_{10}^{1/2}} \right) - \left( \frac{1}{X_2^{1/2}} - \frac{1}{X_{20}^{1/2}} \right) \right] \right. \\ &\quad - \frac{z-x}{X_1^{3/2}} + \frac{z^2}{X_{10}^{1/2}} + [(5-4\nu)z^2 + 4(1-\nu)zx + x^2] \frac{1}{X_2^{3/2}} \\ &\quad \left. - (5-4\nu) \frac{z^2}{X_{20}^{3/2}} + \frac{6zx(z+x)^2}{X_2^{5/2}} \right\}, \end{aligned} \quad (6e)$$

$$\begin{aligned} \tau_m &= \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k r}{8 \pi (1-\nu)} \left\{ \frac{2(1-\nu)}{r^2} \left( \frac{z-x}{X_1^{1/2}} - \frac{z}{X_{10}^{1/2}} + \frac{z+x}{X_2^{1/2}} - \frac{z}{X_{20}^{1/2}} \right) - \frac{z-x}{X_1^{3/2}} + \frac{z}{X_{10}^{3/2}} \right. \\ &\quad + [(5-4\nu)z - x] \frac{1}{X_2^{3/2}} - (5-4\nu) \frac{z}{X_{20}^{3/2}} + \frac{6zx(z+x)}{X_2^{5/2}} \left. \right\}, \end{aligned} \quad (6f)$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_{zm} = & \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k}{16 \pi G (1-\nu)} \left\{ -(3-4\nu) \left( \frac{1}{X_1^{1/2}} - \frac{1}{X_{10}^{1/2}} \right) - \frac{(z-x)^2}{X_1^{3/2}} + \frac{z^2}{X_{10}^{3/2}} \right. \\
& + (3-12\nu+8\nu^2) \left( \frac{1}{X_2^{1/2}} - \frac{1}{X_{20}^{1/2}} \right) \\
& + [(5-4\nu)z^2 + (1-4\nu)x^2 + 4(1-2\nu)zx] \frac{1}{X_2^{3/2}} \\
& \left. - (5-4\nu) \frac{z^2}{X_{20}^{3/2}} + \frac{6zx(z+x)^2}{X_2^{5/2}} \right\}. \tag{6g}
\end{aligned}$$

Für die Behandlung der Gl. (1) wird noch der Integralschub gebraucht:

$$\begin{aligned}
\int_0^z \tau_m dz = & \sum_{k=1}^{k=n} \frac{p_k r}{8 \pi (1-\nu)} \left\{ \frac{2(1-\nu)}{r^2} (X_1^{1/2} - X_{10}^{1/2} + X_2^{1/2} - X_{20}^{1/2}) + \frac{1}{X_1^{1/2}} - \frac{1}{X_{10}^{1/2}} \right. \\
& \left. - (5-4\nu) \left( \frac{1}{X_2^{1/2}} - \frac{1}{X_{20}^{1/2}} \right) - \frac{4(1-\nu)(z+x)x}{r^2 X_2^{1/2}} - \frac{2zx}{X_2^{3/2}} \right\}. \tag{6h}
\end{aligned}$$

Die vorstehenden Gl. (6) werden an  $n$  Punkten  $z_m$  angeschrieben, wobei über die  $k$  Streckenlasten von  $z=0$  bis  $z=x_k$  zu summieren. Die Werte die Gl. (3) laufen sowohl in  $z$  als in  $x$  über  $n$  Punkte und treten damit  $n^2$  vielfältig auf.

Von den Tensoren haben für  $z=0$  den Wert Null  $\sigma_z$  nach Gl. (6e),  $\tau$  nach Gl. (6f) und der Integralschub nach Gl. (6h). Für  $z \rightarrow \infty$  verschwinden alle Tensoren.

#### 4. Tensoren des Stahlstabes

Diese Tensoren sind dimensionslos in der Ausgangsspannung  $\bar{\sigma}_0$  an der Stelle  $z=0$ . Am Zylinder  $r=\rho$  wirken die Spannungen  $\sigma_r$  nach Gl. (6c),  $\tau$  nach Gl. (6f) und  $\int \tau dz$  nach Gl. (6h). Beim Stab gilt genau genug:

$$\bar{\sigma}_r = \bar{\sigma}_\varphi = \sigma_r \text{ für } r = \rho.$$

Für die Zerrung  $\bar{\epsilon}_{zm}$  nach Gl. (1):

$$\bar{\epsilon}_{zm} = \frac{1}{\bar{E}} \left( \bar{\sigma}_0 - \sum_{k=1}^n \frac{p_k}{4 \pi (1-\nu)} F_{zk} \right). \tag{7}$$

$F_{zk}$  entspricht dem Klammerausdruck der Gl. (6h), hierin  $r=\rho$ . Für die Verschiebung  $\bar{u}$  mit  $F_{rk}$  für den Klammerausdruck der Gl. (6c) bei  $r=\rho$ :

$$\bar{u} = \frac{1}{\bar{E}} \left[ (1-\nu) F_{rk} - \bar{\nu} \left( \bar{\sigma}_0 - \sum_{k=1}^n \frac{p_k}{4 \pi (1-\nu)} F_{zk} \right) \right]. \tag{8}$$

#### 5. Vertragbedingung und Beispiel

Gl. (7) der Zerrung des Stahlstabes ist mit Gl. (6g) der Zerrung des Betonhalbraumes am Rand  $r=\rho$  gleichzusetzen. Für den Ausdruck der geschweiften

Klammer der Gl. (6g) bei  $r=\rho$  jetzt  $F_{\epsilon k}$  gesetzt, liefert die Vertragbedingung:

$$\sum_{k=1}^n p_k \left( \frac{1+\nu}{2} \frac{\bar{E}}{E} F_{\epsilon k} + F_{zk} \right) = \bar{\sigma}_0 (1-\nu) 4 \pi. \quad (9)$$

Gl. (9) wird an den  $n$  Bezugspunkten  $z_m$  angeschrieben, womit ein  $n$ -gliedriges Gleichungssystem entsteht für die  $n$  unbekannten Streckenlasten  $p_k$ , die von 0 bis  $z_k$  reichen. Die Verträglichkeit erstreckt sich nur auf die Zerrungen  $\epsilon_z$  und damit auch auf die Verschiebungen  $w$  und nicht auf  $u$ .

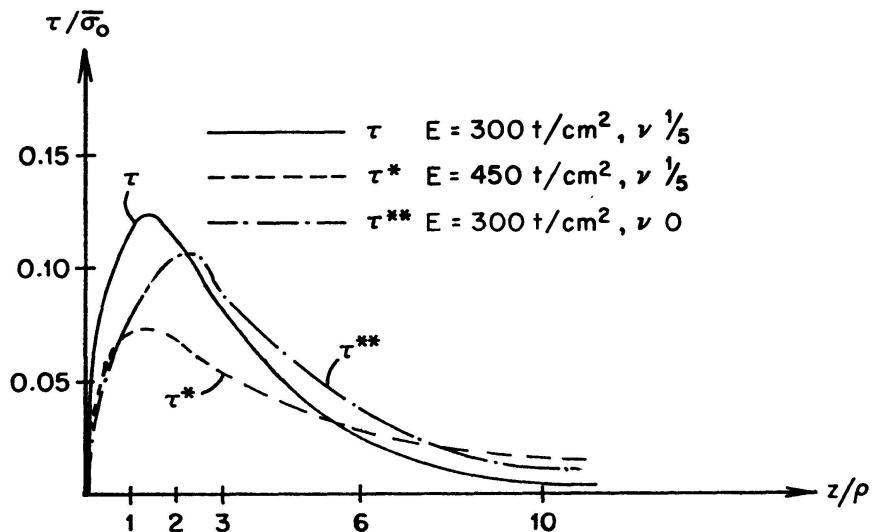


Fig. 4. Verteilung der Haftverbundspannung.

In Fig. 4 sind die Haftspannungen  $\tau$  aufgetragen, berechnet nach Gl. (6f) für die Festwerte:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= 2100 \text{ t/cm}^2, \\ E &= 300 \text{ t/cm}^2, \\ \bar{\nu} &= 1/3, \\ \nu &= 1/5. \end{aligned}$$

Die Änderung der Steifezahl des Betons von  $E=300$  auf  $450 \text{ t/cm}^2$  liefert die Verteilung  $\tau^*$  der Fig. 4 und die Änderung der Betonquerzahl von  $\nu=1/5$  auf  $\nu=0$  die Verteilung  $\tau^{**}$  der Fig. 4.

## 6. Ergebnis

Die Eintragslänge der Kraft  $P$  des Stahlstabes ist dimensionslos in  $r/\rho$ . Die verbreitete Ansicht, dünne Stäbe verursachten kleinere Spannungen an der Lasteintragung als dicke, weil das Verhältnis Umfang zum Querschnitt günstiger, trifft nicht zu. Der dünne Stab hat eine kleinere Eintragslänge als der dicke, aber die gleichen Spannungen. So jedenfalls die Rechnung.

Wenn die Bauanwendung zeigt, dünne Stäbe verhielten sich besser in der Verankerung als dicke, gibt es dafür zwei Gründe. Einmal könnten sich die Baustoffkennwerte im Grenzübergang zu kleinen Flächen ändern und zum anderen liefern große Stabdurchmesser aus anderen Gründen einen schlechteren Verbund, wie aus dem Grenzübergang  $\rho \rightarrow \infty$  erkennbar. Es verschlechtert sich der Verbund bei größeren Stabdurchmessern einmal dadurch, daß der Beton sackt und das um so mehr, je mehr Beton unterhalb des Stabes liegt, zum anderen dadurch, daß sich Luft- und Wasserblasen am Unterrand des Stabes sammeln.

Für die Abhängigkeit der Verbundspannung von den Baustoffkennwerten gilt genau genug:

$$\frac{\tau_{max}}{\bar{\sigma}_0} = 0,025 \frac{\bar{E} - E}{E} (1 - \nu). \quad (10)$$

Für  $E \rightarrow \bar{E}$  fällt die Verbundspannung  $\tau \rightarrow 0$ . Dieser Grenzübergang ist technisch bekannt. Steigt die Steifezahl des Betons zu der des Stahls an, geht die behandelte baumechanische Grundaufgabe über in die bekannte Lösung des Halbraumes mit einer Einzellast auf der Deckebene. Bei ihr treten in den Radialschnitten keine Schubspannungen auf. Allein aus diesem Grenzübergang folgt, daß die Verbundspannung, wie auch in Fig. 4 richtig dargestellt, mit zunehmendem  $E$  absinkt.

Geht der Stahl in den Fließzustand über, sinkt seine Steifezahl bis auf Null herab und es gilt  $\bar{E} \rightarrow E$ . An irgend einer Stelle trifft die Steifezahl  $E$  des Stahles die des Betons. In diesem Augenblick reicht auf jeden Fall die Betonfestigkeit aus, für einen vollkommenen Verbund zu sorgen, denn die Schubspannung fällt bis auf Null. Dieser vollkommene Verbund läßt die Rißbreite des Betons beim Biegestab bis auf Null fallen und man erkennt, warum ein sehr schwach bewehrter Biegestab spröde bricht.

Hohe Ausgangsspannungen  $\bar{\sigma}_0$  bringen entsprechend hohe Haftspannungen, woraus folgt, sowohl Stahl- als auch Spannbeton sollten hohe Stahlgüten nur mit hohen Betongüten verbinden. Weil das  $\bar{E}$  des Betons mit zunehmender Güte einem Grenzwert zustrebt, bleibt auch die ausnutzbare Stahlgüte begrenzt. Das sowohl für den Biegequerschnitt als auch für die Haftverankerung. Die Bauanwendung kennt die Verankerung dünner, hochgespannter Drähte, was darauf schließen läßt, daß alle Stäbe sich durch Haftverbund verankern lassen, wenn nur dafür gesorgt, die sonstigen Nachteile am Verbund zu vermeiden, ihm also die dieser Rechnung zugrunde gelegten Bedingungen zu schaffen.

### Schrifttum

1. MINDLIN, RAYMOND D.: Force at a Point in the Interior of a Semi-Infinite Solid. Physics, vol. 7, May 1936, S. 195ff.

**Zusammenfassung**

Den Haftverbund zwischen Stahl und Beton ermittelte man bisher am Ausziehversuch. Das vorstehende behandelt diesen Ausziehversuch mit den Ansätzen der Elastizitätstheorie und kommt zu dem Ergebnis, daß der Haftverbund von den Elastizitätszahlen  $E$  und den Querzahlen  $\nu$  der beiden Baustoffe Stahl und Beton abhängt. Die Querzahl hat keinen großen Einfluß, so daß praktisch die Elastizitätszahl des Betons die Spannungsverteilung dimensionslos im Stabdurchmesser bestimmt.

**Summary**

Pullout tests have in the past been used to evaluate the bond between steel and concrete. A theoretical analysis of the pullout test is here presented, which is based on the theory of elasticity. Bond stresses are found to depend on the Moduli of Elasticity and the Poisson's Ratios of both the steel and the concrete. It is shown that Poisson's Ratio is not of prime importance, and a nondimensionalized stress distribution is obtained which depends only on the Young's Modulus of the concrete.

**Résumé**

D'habitude on déterminait l'adhérence entre acier et béton à l'aide d'essais d'extraction. On traite ici cet essai sur la base de la théorie de l'élasticité et du nombre de Poisson de l'acier et du béton. L'influence du nombre de Poisson est négligeable de telle sorte que pratiquement seul le coefficient d'élasticité du béton détermine la répartition qualitative des tensions.