

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 29 (1969)

Artikel: Effet du dressage à froid des profilés laminés en double té sur leur force portante

Autor: Frey, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-22921>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Effet du dressage à froid des profilés laminés en double té sur leur force portante

Wirkung der Kaltverformung von I-Trägern auf die Tragfähigkeit

Effect of the Cold Bending of Double-Tee Rolled Steel Sections on their Bearing Strength

F. FREY

assistant à l'Université de Liège

Introduction

Le présent article rapporte les calculs effectués à l'Université de Liège pour déterminer la charge de ruine par flambement centrrique des profilés laminés ayant préalablement subi une opération de dressage à froid. L'étude se limite aux laminés en double té et à leur flambement autour de l'axe d'inertie faible. Les contraintes résiduelles après dressage sont calculées manuellement en tenant compte des contraintes résiduelles dues au refroidissement après laminage. La charge de ruine est calculée électroniquement.

Cette recherche est effectuée dans le cadre des travaux de la Sous-Commission VIII.2 (Etude théorique du flambement. Président: Prof. CH. MASSONNET) de la Convention Européenne de la Construction Métallique. Elle a été subventionnée par le C.R.I.F.

1. Etat actuel des travaux de la Commission VIII

Depuis plusieurs années cette Commission entreprend des travaux expérimentaux et théoriques dans le but de déterminer le comportement au flambement des *barres industrielles* tant laminées que composées par soudage. Les travaux portent actuellement sur le cas fondamental de la barre biarticulée, chargée centriquement, mais où l'on prend en compte toutes les imperfections dont les barres industrielles peuvent être le siège [1].

La synthèse de ces travaux a conduit le Professeur H. BEER à proposer l'établissement d'une série de *courbes de flambement*, différentes selon les divers types de barres. Cette proposition a été faite lors de la réunion de la Commission à Naples le 21 mars 1968. On attend cependant encore le résultat des essais de flambement sur poutrelles de grosses dimensions, qui seront effectués à l'Université Lehigh (U.S.A.), avant de fixer définitivement le tracé de ces courbes.

2. Cas des barres dressées à froid

Parmi les imperfections possibles des barres laminées existent celles introduites par le dressage à froid. Cette opération consiste à rendre rectiligne un profilé en I qui s'est courbé autour de son axe d'inertie faible lors de son refroidissement après sortie du laminoir. Ce résultat est obtenu en déformant plastiquement le profil à l'aide d'un butoir, de vérins, d'un train de galets redresseurs, etc....

La distribution des imperfections le long d'un tel profil dressé est évidemment fort variable et complexe. Les deux types suivants d'imperfections ont été retenus:

- imperfection géométrique: le dressage ne rend en réalité pas l'axe de la barre exactement rectiligne;
- contraintes résiduelles: le dressage modifie la distribution des contraintes résiduelles de refroidissement sur la section de la barre.

Ce dernier type d'imperfection joue un rôle prépondérant dans la résistance au flambement. Or, le dressage introduit une redistribution de ces contraintes, puisqu'il est obtenu par déformation plastique d'un profilé laminé, c'est-à-dire d'un profilé qui, initialement, est le siège de contraintes résiduelles, dues à son refroidissement inégal. Il importe donc de connaître en premier lieu la distribution de ces dernières.

3. Contraintes résiduelles dues au refroidissement

La répartition et l'intensité de ces contraintes sont maintenant connues pour un grand nombre de profilés laminés. L'examen de tous ces résultats permet de faire ressortir quatre types de répartition et d'intensité, qui sont fonction essentiellement de la géométrie de la section du profilé [2]. On appelle

H, B la hauteur, resp. la largeur du profil,

A, S l'épaisseur de l'âme, resp. de la semelle,

R_e la limite élastique de l'acier,

σ_r la valeur de la contrainte résiduelle aux extrémités des semelles.

On sait que c'est presque toujours une compression et qu'elle joue un rôle déterminant pour la résistance au flambement d'un profil autour de son axe d'inertie faible.

a) Le premier type correspond à la répartition classique, montrée à la fig. 1, où les intensités maxima en compression aux extrémités des ailes et au centre de l'âme sont voisines de celles en traction aux jonctions âme-semelle. C'est la répartition type du profil pour lequel $H/B = \sim 1$ et dont l'épaisseur de l'âme et des ailes est faible. Le calcul montre que l'on peut sans erreur l'idéaliser par des diagrammes triangulaires (fig. 2).

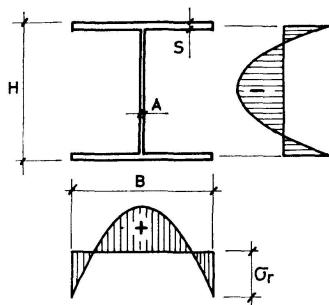


Fig. 1.

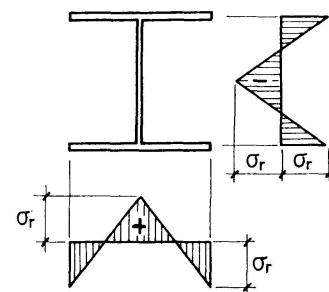


Fig. 2.

Ses caractéristiques en sont les suivantes:

- elle apparaît dans les profilés tels que $H/B < 1,5$ et $S/H < 0,1$;
- la valeur maximum de σ_r/R_e est voisine de 0,5;
- exemple: DIE 20.

b) Le second type est celui des profils hauts. Le centre de l'âme se refroidit en premier lieu et est de ce fait le siège de contraintes résiduelles plus élevées qu'aux autres points du profil (fig. 3). L'idéalisation par triangles comme pour le type 1 donne en général une bonne approximation.

Caractéristiques: $H/B > 1,5$,
 $\sigma_r/R_e = 0,3$,
IPE 200, HEA 900.

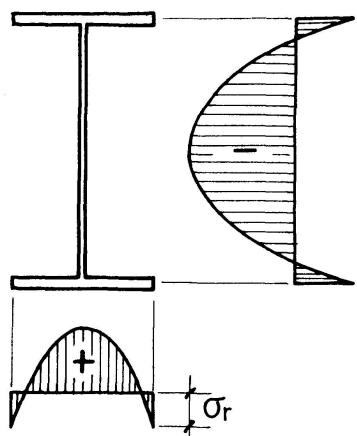


Fig. 3.

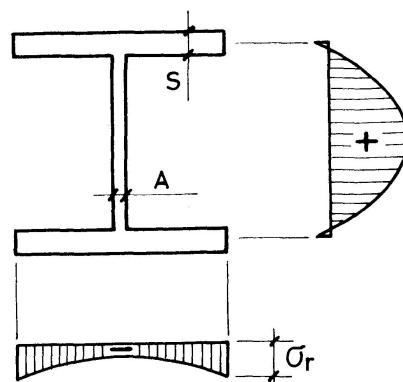


Fig. 4.

c) Le type 3 est celui des profils «compacts» où les semelles se refroidissent en premier et l'âme en dernier, à cause de la chaleur qui se dégage des semelles épaisses [3]. La fig. 4 donne l'allure des contraintes résiduelles.

Caractéristiques: $H/B \sim 1$; $S/H > 0,1$; $A/B \leq \sim 0,08$,
 $\sigma_r/R_e \cong 0,3$,
DIR 20, 8 WF 67.

d) Le type 4 s'applique aux profils compacts dont l'âme est épaisse; elle diffuse suffisamment de chaleur dans les jonctions âme-semelle pour que seules les extrémités des semelles se refroidissent en premier. Ces dernières reçoivent à nouveau de fortes pointes de contraintes résiduelles de compression (fig. 5). Ce type de répartition peut être idéalisé comme l'indique la fig. 6, où σ_{ra} doit être choisie de façon à ce que

$$\int_{\text{section}} \sigma_{\text{rés.}} d\Omega = 0.$$

Caractéristiques: $H/B \sim 1$; $S/H > 0,1$; $A/B > \sim 0,08$,
 $\sigma_r/R_e = 0,5$,
HEM 140; 4 WF 13.

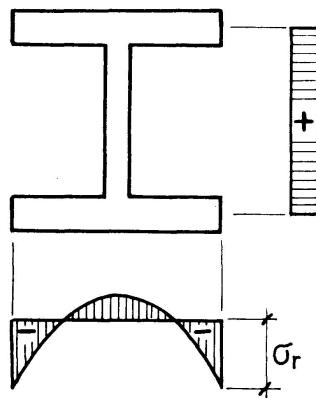


Fig. 5.

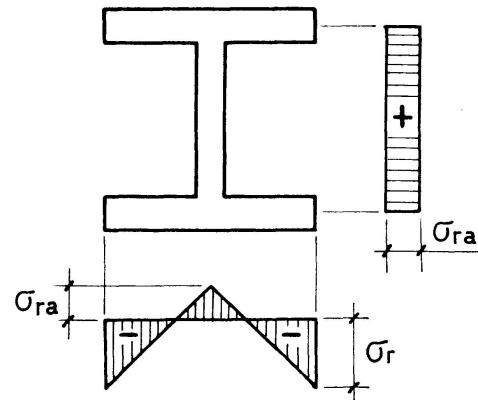


Fig. 6.

Remarques

- a) Il est difficile de dire si un profilé «compact» refroidira selon le type 3 ou le type 4. Or, ce dernier est plus défavorable (comparer surtout σ_r/R_e).
- b) On admet dans les calculs que la contrainte résiduelle est constante à travers l'épaisseur de la paroi (semelle ou âme) en tout point. En réalité, il peut y avoir de fortes différences entre les deux faces d'une même paroi.
- c) Les valeurs σ_r/R_e s'entendent pour l'acier doux ($R_e \cong 24 \text{ kg/mm}^2$), car pour les aciers à haute résistance, σ_r ne croît pas proportionnellement à R_e .

4. Constraintes résiduelles dues au dressage à froid

4.1. Position du problème

Pour trouver les constraintes résiduelles après dressage, il faut rendre le problème réel accessible au calcul. Or un dressage peut s'effectuer de plusieurs façons différentes; il a lieu sur des barres de courbure quelconque, de longueurs diverses; il peut varier d'intensité le long d'une même barre, etc...

Le problème réel a été schématisé de la manière suivante:

a) Dressage: le profil est dressé à l'aide d'un moment M constant, le fléchissant autour de son axe faible, de manière à annuler la flèche maximum F (fig. 7).

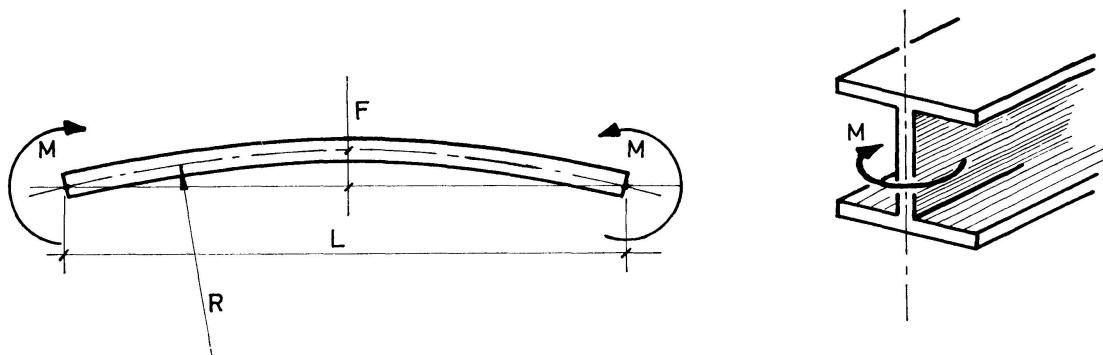


Fig. 7.

b) Géométrie: le profil à dresser est une barre de longueur $L = 10$ mètres, dont l'axe est un arc de cercle de rayon R et de flèche $F = L/100$. Cette valeur provient d'observations faites aux laminoirs.

c) Constraintes résiduelles de refroidissement: le profilé est initialement le siège de telles constraintes; on adopte les idéalisations et valeurs précédemment définies.

On a cependant aussi examiné le cas où il n'y avait pas initialement de telles constraintes (profilé recuit avant dressage, par exemple), dans le but de voir leur influence sur le dressage.

4.2. Cas examinés

Dans le cadre des travaux de la Convention Européenne de la Construction Métallique, il convenait d'examiner essentiellement deux types de profil:

a) Le profil à larges ailes, genre HEA ou HEB, de hauteur voisine de sa largeur, constraintes résiduelles du type 1.

b) Le profil haut, genre IPE, constraintes résiduelles du type 2.

Le comportement du profil compact n'a pas été examiné, car il est voisin de celui du profil à larges ailes ayant des constraintes résiduelles du type 1 (σ_r/R_e identiques).

De façon précise, les calculs numériques ont été conduits avec les laminés suivants:

- a) HEA 200.
- b) IPE 160.

4.3. Détermination des contraintes résiduelles après dressage

4.3.1. Hypothèses

Outre celles déjà mentionnées sous 4.1, on fait encore les hypothèses suivantes:

- a) Le matériau obéit au diagramme contrainte-déformation élastique – parfaitement plastique.
- b) Les sections restent planes lors de la flexion plastique.
- c) On ne tient pas compte des congés de raccordement âme-semelles.
- d) On néglige l'effet de l'âme dans la flexion plastique de dressage, parce que cette dernière a lieu autour de l'axe d'inertie minimum. Cette hypothèse ramène l'étude de la section en double té à celle d'une section rectangulaire formée des deux ailes seules. Elle est exacte s'il n'y a pas de contraintes résiduelles avant dressage, mais ne l'est pas dans le cas contraire; dans ce dernier cas, les contraintes résiduelles après dressage dans l'âme sont admises réparties triangulairement comme à la fig. 2, mais leur intensité maximum est donnée par la valeur déterminée au milieu des semelles.
- e) On a pris $R_e = 24 \text{ kg/mm}^2$ dans les calculs numériques.

4.3.2. Notations et définitions

Outre les grandeurs déjà définies (M ; L , R , F ; R_e , σ_r , B), on appelle:

- | | |
|------|---|
| EI | la rigidité flexionnelle de la barre, |
| Y | la distance d'une fibre à l'axe du profil (fig. 8), |

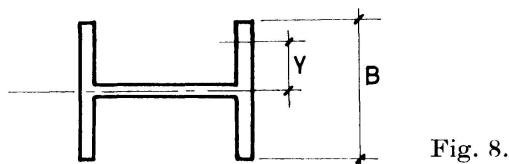


Fig. 8.

- | | |
|----------|---|
| M_e | le moment maximum élastique = $R_e 2 I / B$, |
| χ_e | la courbure maximum élastique = $M_e / EI = 2 R_e / BE$, |
| χ | la courbure par application du moment M , |
| χ_R | la courbure initiale = $1/R$, |

- χ_D la courbure due au déchargement élastique, après application du moment M ,
 $\sigma_0, \sigma_1, \dots$ la contrainte en divers points, due à l'application du moment M ,
 $\sigma_{r0}, \sigma_{r1}, \dots$ la contrainte résiduelle après dressage, en divers points,
 k le rapport σ_r/R_e ; il caractérise entièrement la distribution des contraintes résiduelles dues au refroidissement,
 ϵ_e la dilatation maximum élastique = R_e/E .

Il est avantageux de calculer avec les grandeurs relatives non-dimensionnelles suivantes:

- Les courbures sont rapportées à χ_e : $\bar{\chi} = \chi/\chi_e, \dots$
 Les moments sont rapportés à M_e : $m = M/M_e, \dots$
 Les contraintes sont rapportées à R_e : $\bar{\sigma} = \sigma/R_e, \dots$
 Les dilatations sont rapportées à ϵ_e : $\bar{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_e, \dots$
 Les distances sont rapportées à $B/2$: $y = Y/(B/2), \dots$

L'introduction de ces grandeurs relatives amène les relations suivantes, valables en stade élastique:

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon} &= \bar{\sigma} \text{ en tout point,} \\ \bar{\chi} &= m, \\ \bar{\chi} &= m = \bar{\sigma} = \bar{\epsilon}, \text{ si } \bar{\sigma} \text{ et } \bar{\epsilon} \text{ sont pris à l'arête } (y=1).\end{aligned}$$

4.3.3. Dressage

On désire dresser une barre de longueur L , de flèche F et de rayon de courbure R à l'aide d'un moment constant M (fig. 7 et 9):

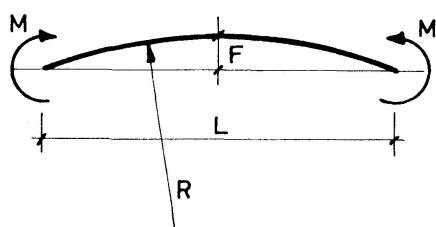


Fig. 9.

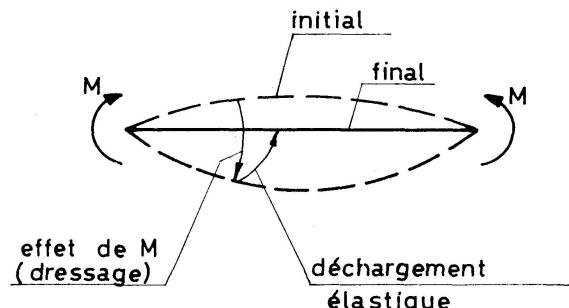


Fig. 10.

On trouve le moment M par la condition de déformation suivante: la courbure résiduelle après flexion élastoplastique de dressage est égale à la courbure initiale $1/R$ (fig. 10).

Cette condition s'écrit:

Courbure initiale: $\bar{\chi}_R = \chi_R/\chi_e$ avec $\chi_R = 8F/L^2$

Courbure par application de m : $\bar{\chi} = \bar{\chi}(m)$.

Courbure par déchargement élastique: $\bar{\chi}_D = \chi_D/\chi_e$ avec $\chi_D = M/EI$, donc $\bar{\chi}_D = m$.

Condition de déformation:

$$\bar{\chi} - \bar{\chi}_D = \bar{\chi}_R \quad \text{ou} \quad \underline{\bar{\chi}(m) - m = \bar{\chi}_R}. \quad (1)$$

L'équation (1) fournit l'inconnue m . Il convient maintenant de distinguer deux cas.

4.3.4. Dressage sans contraintes résiduelles initiales

Dans ce cas simple, la flexion plastique de dressage, caractérisée par l'équation $\bar{\chi} = \bar{\chi}(m)$, a lieu sur un profil rectangulaire vierge de contraintes résiduelles. L'équation en question est bien connue et s'écrit:

$$\bar{\chi} = \frac{1}{\sqrt{3 - 2m}}. \quad (2)$$

En l'introduisant dans (1), on obtient l'équation

$$\frac{1}{\sqrt{3 - 2m}} - m = \bar{\chi}_R \quad (3)$$

qui donne m .

Les contraintes résiduelles ont l'allure connue suivante (fig. 11):

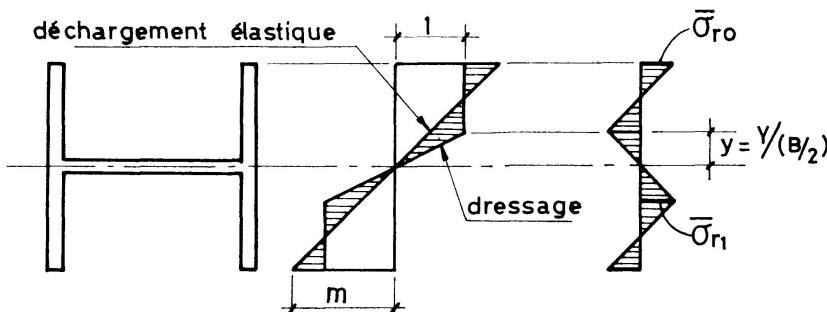


Fig. 11.

On trouve aisément que

$$\bar{\sigma}_{r0} = m - 1, \quad \bar{\sigma}_{r1} = 1 - m \sqrt{3 - 2m}, \quad y = \sqrt{3 - 2m}. \quad (a)$$

La distribution des contraintes résiduelles après dressage est antimétrique par rapport à l'axe du profil (il n'y a de ce fait pas besoin d'introduire de convention de signe dans les calculs).

4.3.5. Dressage avec contraintes résiduelles initiales

Il se pose le problème de trouver l'équation $\bar{\chi} = \bar{\chi}(m)$, c'est-à-dire la loi moment-courbure de flexion plastique d'un profil rectangulaire en présence de contraintes résiduelles. On sait que cette loi se situe au-dessous de celle donnée par l'équation (2) (sans contraintes résiduelles), et elle comportera trois phases (fig. 12):

- a) une phase élastique $A B$, R_e étant atteint dans une fibre extrême;
- b) une première phase plastique $B C$, R_e étant atteint dans la seconde fibre extrême;
- c) une seconde phase plastique $C D$, jusqu'à plastification complète de la section.

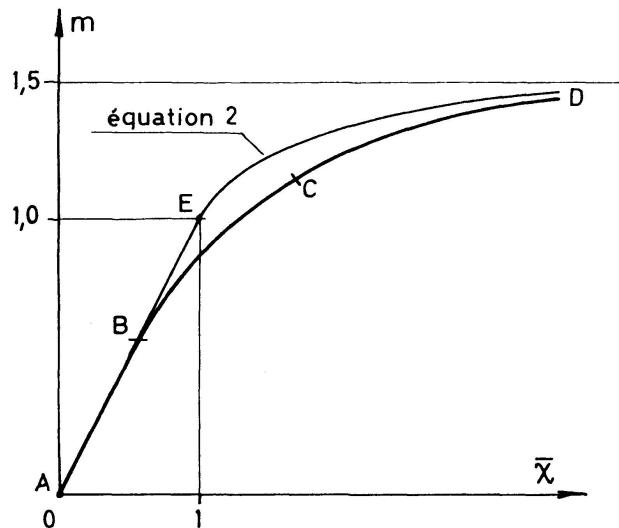


Fig. 12.

Phase élastique. L'évolution des contraintes dans une semelle, soumise aux contraintes résiduelles de la fig. 2, est représentée à la fig. 13. Vu le sens choisi pour m , c'est la fibre supérieure qui se plastifiera en premier. On est donc en stade élastique tant que $|\bar{\sigma}_0| \leq 1$.

La loi $\bar{x} = \bar{x}(m)$ est simplement:

$$\bar{x} = m. \quad (4)$$

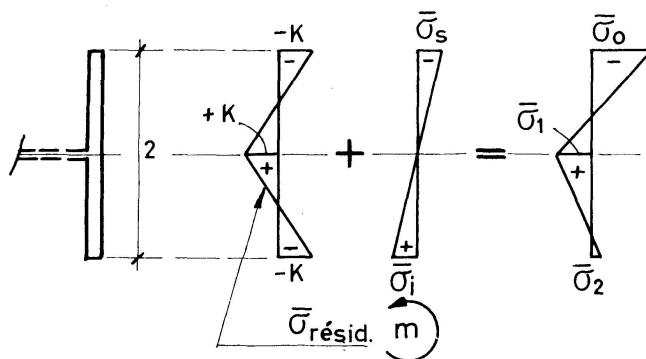


Fig. 13.

Appelons:

$\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_i$ les contraintes provoquées par le moment m à la fibre supérieure respectivement inférieure.

La distribution des contraintes est définie par

$$\bar{\sigma}_0 = -k + \bar{\sigma}_s = -k - m; \quad \bar{\sigma}_1 = k; \quad \bar{\sigma}_2 = -k + \bar{\sigma}_i = -k + m.$$

Lorsque $\bar{\sigma}_0 = -1$, on appelle:

$m_B, \bar{\chi}_B, \bar{\sigma}_{0B}, \bar{\sigma}_{1B}, \bar{\sigma}_{2B}$ respectivement le moment, la courbure et les contraintes correspondants. Ce sont les valeurs maxima en stade élastique, correspondant au point B du diagramme de la fig. 12. La condition, à la fibre comprimée,

$$\bar{\sigma}_{0B} = -k + \bar{\sigma}_s = -1, \text{ donne } \bar{\sigma}_s = -(1-k) = -\bar{\sigma}_i; \text{ d'où}$$

$$m_B = |\bar{\sigma}_s| = 1-k = \bar{\chi}_B, \text{ et}$$

$$\bar{\sigma}_{0B} = -1; \bar{\sigma}_{1B} = k; \bar{\sigma}_{2B} = \bar{\sigma}_i - k = 1 - 2k.$$

Première phase plastique. On appelle (voir fig. 14):

$\bar{\epsilon}_s, \bar{\epsilon}_i$ les dilatations relatives provoquées par l'accroissement Δm du moment, à la fibre supérieure, respectivement inférieure;

$\bar{\epsilon}_B, \bar{\sigma}_B$ les dilatations et contraintes relatives dues à m_B , aux fibres extrêmes; on a $|\bar{\epsilon}_B| = |\bar{\sigma}_B| = 1-k$;

$\bar{\epsilon}_r$ la dilatation relative due à la contrainte résiduelle $\bar{\sigma}_r$; on a $|\bar{\epsilon}_r| = k$.

Comme les sections restent planes, la courbure est calculable par $\chi = \epsilon/Y$.

La fig. 14a montre l'évolution des dilatations $\bar{\epsilon}$ totales, c'est-à-dire en tenant compte des dilatations résiduelles. La fig. 14b montre l'évolution correspondante des $\bar{\sigma}$. La fig. 14c donne l'évolution des $\bar{\epsilon}$ due seulement au moment de dressage, faisant apparaître la courbure $\bar{\chi}$.

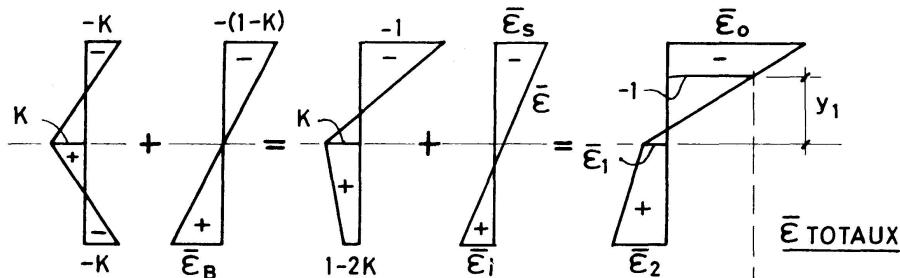


Fig. 14a.

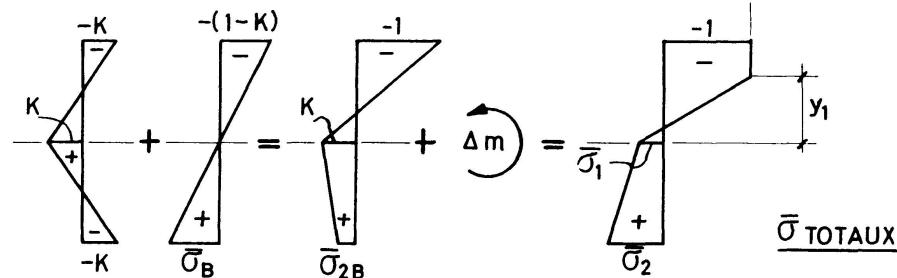


Fig. 14b.

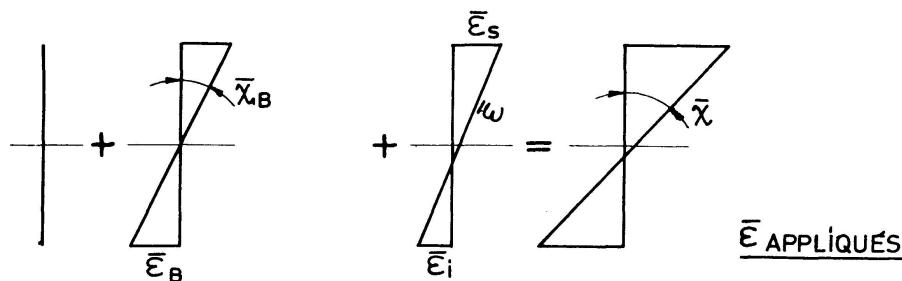


Fig. 14c.

Ce stade est valable tant que $\bar{\sigma}_2 \leq 1$. Il est intéressant de remarquer que, une fois le point B dépassé (fig. 12), la distribution des $\bar{\epsilon}$ appliqués n'est plus antimétrique par rapport à l'axe de la pièce: $|\bar{\epsilon}_s| \neq \bar{\epsilon}_i$ (ce qui montre que l'âme joue un rôle, comme signalé en 4.3.1.).

Nous ne développons pas les calculs nécessaires à trouver la distribution et l'intensité des $\bar{\sigma}$ (fig. 14b droite), caractérisées par les grandeurs y_1 , $\bar{\sigma}_1$ et $\bar{\sigma}_2$, ainsi que la relation $\bar{\chi} = \bar{\chi}(m)$. Voici le principe et les résultats utiles:

On choisit comme variable de cette première phase plastique la distance y_1 . Les inconnues $\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$, $\bar{\epsilon}_s$ et $\bar{\epsilon}_i$ peuvent être exprimées en fonction de y_1 par les équations suivantes:

a) la surface du diagramme des $\bar{\sigma}$ est nulle: $\int_{-1}^{+1} \bar{\sigma} dy = 0$; on obtient une équation

$$f(\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, y_1) = 0;$$

b) la loi de Hooke est valable pour $\bar{\sigma}_1$ et $\bar{\sigma}_2$; on obtient donc deux équations

$$\bar{\sigma}_1 = f(\bar{\epsilon}_s, \bar{\epsilon}_i) \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_2 = f(\bar{\epsilon}_i);$$

c) on exprime qu'au niveau y_1 , $\bar{\epsilon} = -1$, d'où une équation

$$f(\bar{\epsilon}_s, \bar{\epsilon}_i, y_1) = 0.$$

On peut donc trouver

$$\bar{\sigma}_1 = f(y_1), \quad \bar{\sigma}_2 = f(y_1), \quad \bar{\epsilon}_s = f(y_1) \quad \text{et} \quad \bar{\epsilon}_i = f(y_1).$$

Le moment agissant sur la section est donné par

$$m = \int_{-1}^{+1} \bar{\sigma} y dy = f(\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, y_1) = f(y_1).$$

La courbure s'obtient par

$$\bar{\chi} = \frac{\bar{\epsilon}_s + \bar{\epsilon}_B + \bar{\epsilon}_i + \bar{\epsilon}_B}{2} = f(y_1).$$

En éliminant y_1 entre ces deux dernières équations, on obtient la loi cherchée $\bar{\chi} = \bar{\chi}(m)$ qui est:

$$\bar{\chi} = \frac{4(k+1)^3}{(3+k-m)^2} - 2k. \quad (5)$$

Elle est valable pour le tronçon BC de la fig. 12. Au point C , la fibre inférieure entre en plasticité. A ce moment, les différentes grandeurs valent (fig. 15):

$$\begin{aligned} y_{1C} &= 1/(1+2k), \\ \bar{\sigma}_{1C} &= k/(1+k); \bar{\sigma}_{2C} = 1, \\ m_C &= (1+3k)/(1+2k); \bar{\chi}_C = 1+2k-k/(1+k). \end{aligned}$$

Seconde phase plastique. Les figures 15a, b et c montrent à nouveau l'évolution des $\bar{\sigma}$ et $\bar{\epsilon}$.

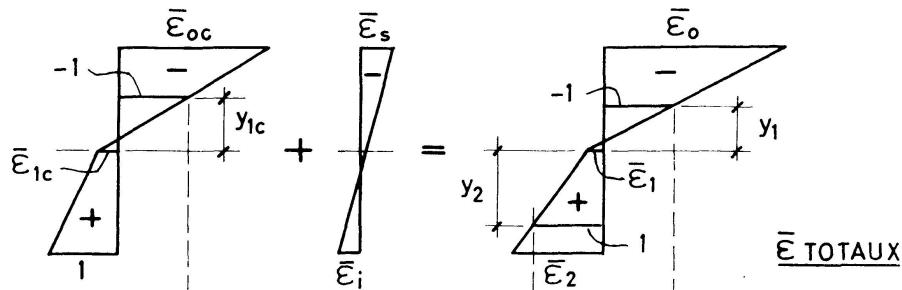


Fig. 15a.

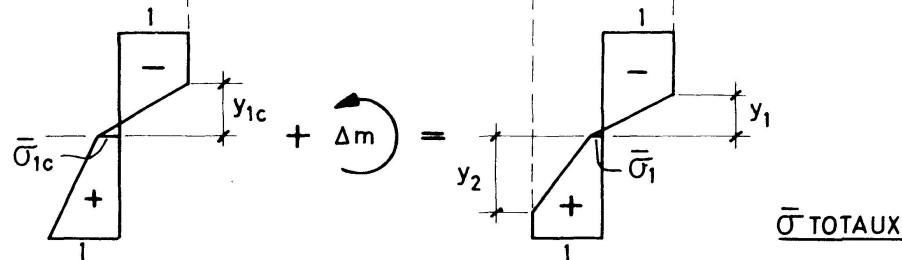


Fig. 15b.

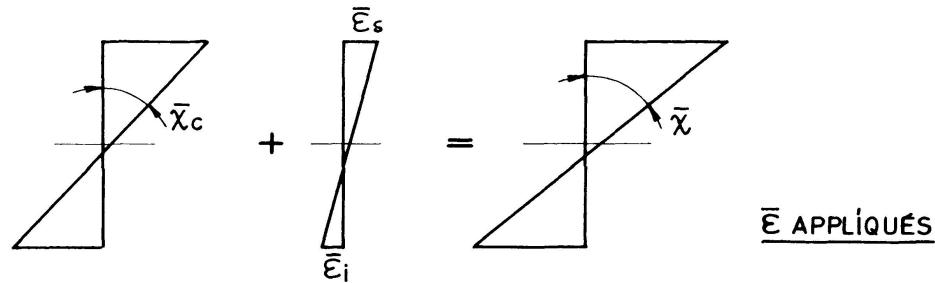


Fig. 15c.

On procède comme précédemment pour trouver

$$\bar{\sigma}_1 = f(y_1), \quad y_2 = f(y_1), \quad \bar{\epsilon}_s = f(y_1) \quad \text{et} \quad \bar{\epsilon}_i = f(y_1).$$

Comme la solution du problème se trouve dans cette phase (voir plus loin), donnons les équations de $\bar{\sigma}_1$ et y_2 :

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{k y_1}{1 - k y_1}, \tag{b}$$

$$y_2 = \frac{y_1}{1 - 2 k y_1}. \tag{c}$$

Le moment vaut:

$$m = \frac{3 - 6 k y_1 - y_1^2}{2(1 - 2 k y_1)}. \tag{d}$$

La loi moment-courbure est:

$$\bar{\chi} = \sqrt{4 k^2 + \frac{1}{k^2 (3 - 2 m)^2 + (3 - 2 m)}}. \tag{6}$$

L'ensemble des équations (1) et (5) ou (1) et (6) permet de trouver le moment de dressage m . La distribution des contraintes résiduelles s'obtient en superposant aux contraintes élastoplastiques de dressage un diagramme linéaire de

déchargement élastique. Le détail de leur distribution est examiné au paragraphe 5.2 dans deux cas concrets.

Remarques

- Si on pose $k=0$, l'équation (6) se transforme en l'équation (2).
- Si on pose $y_1=0$, le moment devient $m=3/2$ indépendamment de k ; c'est la valeur connue du moment pour la section rectangulaire entièrement plastifiée. Ce résultat montre une fois de plus que les contraintes résiduelles sont sans effet sur la résistance ultime d'une section. Pour ce moment, $\bar{\chi}=\infty$.
- La fig. 16 représente graphiquement les équations (4), (5) et (6) pour $k=0$, $1/2$ et 1 , montrant l'importance des contraintes résiduelles sur la loi moment-courbure.

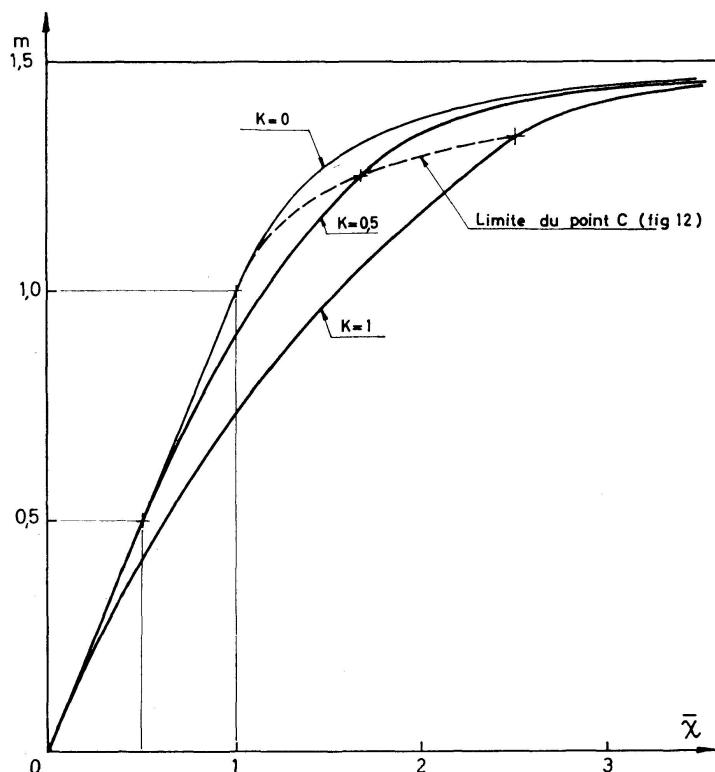


Fig. 16.

5. Résultats numériques

Les calculs ont été menés de façon identique pour l'étude des deux profils IPE 160 et HEA 200; on ne donne le détail que pour le HEA 200. Les dimensions suivantes sont celles des catalogues (en mm) (fig. 17).

5.1. Dressage sans contraintes résiduelles initiales

Le moment de dressage m s'obtient par l'équation (3) après avoir calculé $\bar{\chi}_R$; pour le HEA 200:

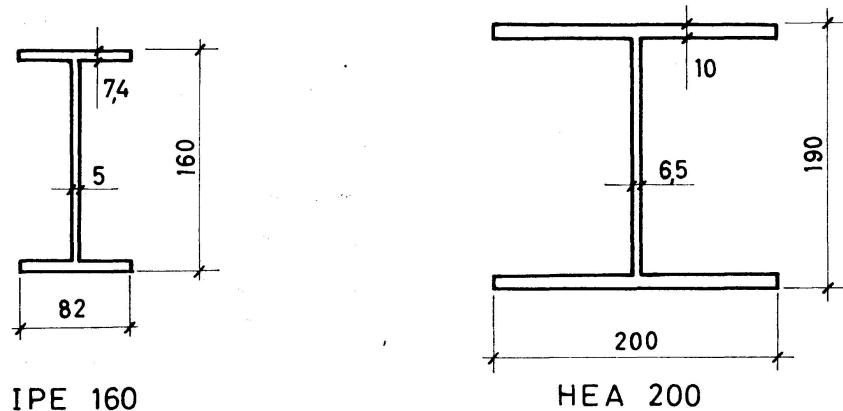


Fig. 17.

$$\begin{aligned}\chi_R &= 8 F/L^2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ mm}, \\ \chi_e &= 2 R_e/B E = 8 \cdot 10^{-5}/7 \text{ mm}, \\ \bar{\chi}_R &= 0,7.\end{aligned}$$

La solution est $m = 1,38499$. Les contraintes résiduelles, obtenues par les équations (a), sont représentées à la fig. 18 pour le HEA 200, et 19 pour le IPE 160, en kg/mm².

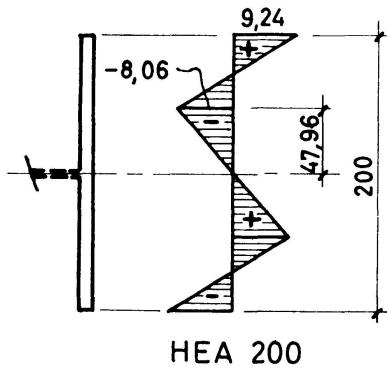


Fig. 18.

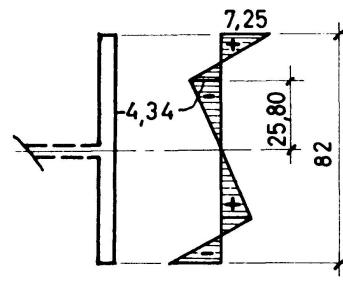


Fig. 19.

5.2. Dressage avec contraintes résiduelles initiales

Pour le HEA 200, on a $k = \sigma_r/R_e = 0,5$ et $\bar{\chi}_R = 0,7$.

La solution se trouve sur la branche CD du diagramme de la fig. 12, de sorte qu'elle est donnée par les équations (1) et (6); elles s'écrivent ici:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{0,25(3-2m)^2 + (3-2m)}} - m = 0,7.$$

La solution est $m = 1,35540$. On en tire y_1 par (d): $y_1 = 0,41227$, puis $\bar{\sigma}_1$ et y_2 par (b) et (c).

Le diagramme linéaire de contraintes dues au déchargement élastique est fixé par la valeur maximum à l'arête: $\bar{\sigma} = m$.

La fig. 20a montre la superposition des diagrammes (valeurs relatives), et la fig. 20b le diagramme résultant où les contraintes sont portées en kg/mm².

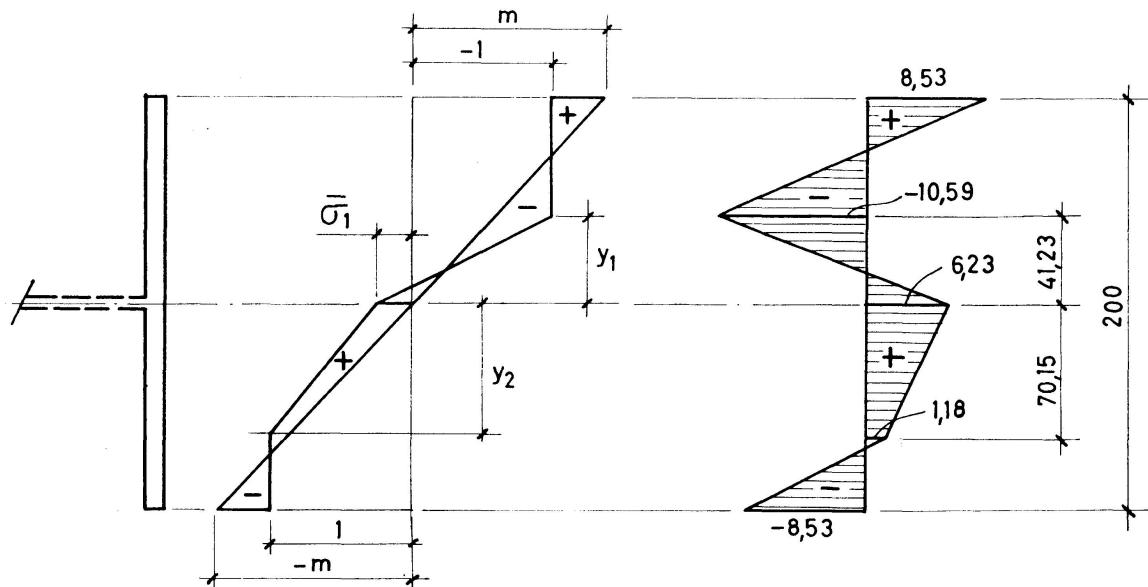


Fig. 20a.

Fig. 20b.

A ce stade, il est intéressant de faire deux comparaisons:

a) *Comparaison des trois diagrammes de contraintes résiduelles.* Elle est faite à la fig. 21, où les trois courbes représentent respectivement:

Courbe a: contraintes résiduelles dues au refroidissement seul (idéalisation admise).

Courbe b: contraintes résiduelles dues au dressage seul (sans présence des contraintes ci-dessus).

Courbe c: contraintes résiduelles dues au dressage en présence des contraintes résiduelles dues au refroidissement.

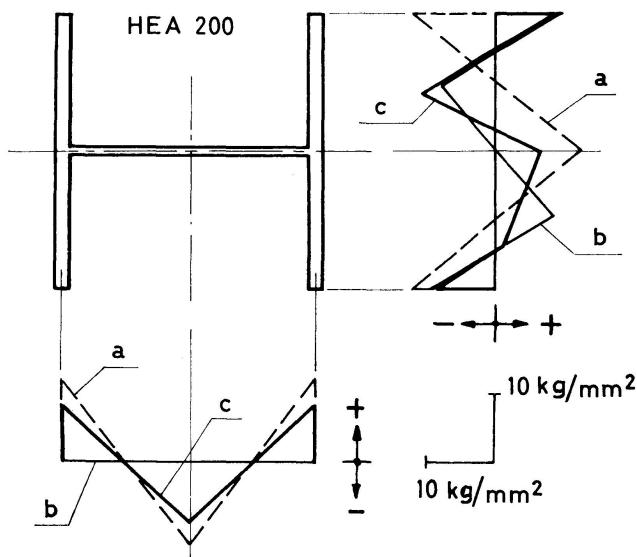


Fig. 21.

Cette figure montre que:

1. Les courbes *b* et *c* sont *voisines*, surtout aux extrémités des ailes. Le dressage a pour effet d'«effacer» les contraintes résiduelles dues au refroidissement. On peut donc prévoir que les charges de flambement d'une colonne dressée calculées sur la base des diagrammes *b* et *c* seront voisines.
2. Les pointes des contraintes résiduelles de dressage aux extrémités des semelles sont *inférieures* à celles dues au refroidissement. Mais on ne peut rien en conclure, parce que l'une des pointes est une compression et l'autre une traction: lors du flambement par flexion, la zone tendue peut entrer plus rapidement en plasticité que pour une distribution selon la courbe *a*, et de ce fait provoquer une perte de résistance, surtout pour les barres élancées.

b) *Comparaison avec des valeurs mesurées.* On trouvera dans [4] un diagramme de contraintes résiduelles mesurées sur un profil 8 WF 31 dressé, et reporté à la fig. 22, courbe *a*, dans la semelle.

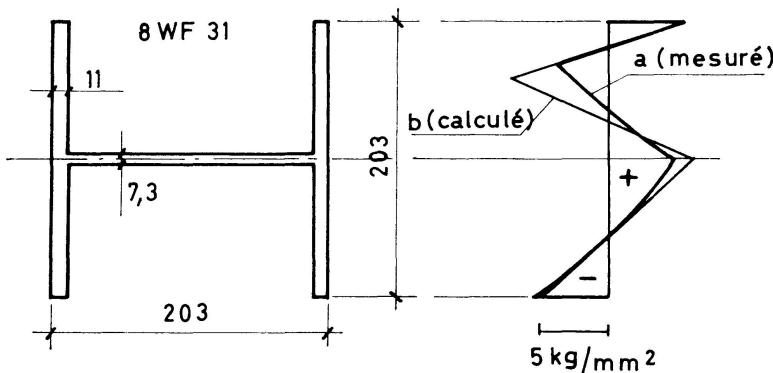


Fig. 22.

Les dimensions de ce profil américain sont très voisines de celles d'un HEA 200, et ses contraintes résiduelles de refroidissement obéissent à peu près à l'idéalislation de la fig. 2, avec $\sigma_r/R_e = k \sim 0,35$. Il a été dressé, à l'endroit de la mesure des contraintes, avec un moment relatif $m \sim (R_e + 5,4)/R_e \sim 1,22$ où

$$R_e = 24 \text{ kg/mm}^2 \text{ est la limite élastique admise,}$$

$$\sim 5,4 \text{ kg/mm}^2 \text{ est la contrainte résiduelle à l'arête.}$$

Connaissant m et k , on a calculé par les formules (b), (c) et (d) la distribution des contraintes résiduelles issue de la théorie précédemment développée; elle est reportée à la fig. 22, courbe *b*.

La concordance est bonne, à l'exception d'une zone située au milieu de la demi-semelle supérieure.

La mesure des contraintes résiduelles, effectuée à l'Université de Liège sur un profil I DIR 20, a montré qu'une partie de ce profil avait été dressée, puisqu'on a relevé le diagramme représenté par la courbe *a* de la fig. 23 dans une des sections de mesure (moyenne des deux semelles):

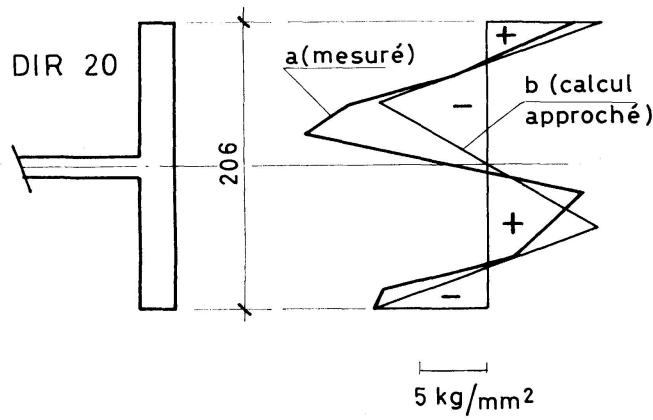


Fig. 23.

On peut déterminer approximativement pour ce profil la distribution des contraintes résiduelles après dressage en négligeant l'effet des contraintes résiduelles dues au refroidissement, donc en employant les équations (2) et (a). Admettant

- une courbure initiale de flèche $F = L/100$,
- une limite élastique $R_e = 21 \text{ kg/mm}^2$ (profil compact),

on trouve la distribution représentée par la courbe b . La concordance est à nouveau bonne sauf dans la zone centrale de la semelle.

Ces deux comparaisons montrent que le calcul théorique donne une approximation satisfaisante de la distribution réelle des contraintes résiduelles de dressage.

On donne encore, à la fig. 24, les valeurs obtenues pour le profil IPE 160 ($k = 0,3$):

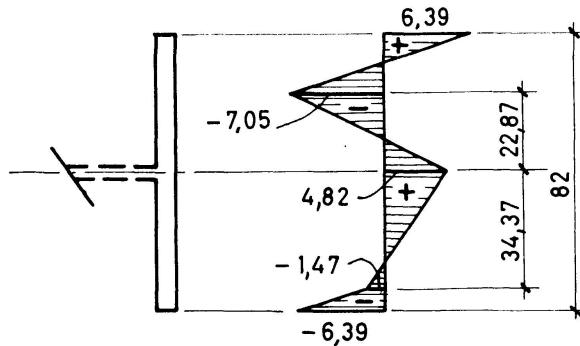


Fig. 24.

6. Détermination des charges de ruine

6.1. Programme

Un programme a été mis au point à l'Université de Liège dans le but de calculer électroniquement les charges de ruine des barres industrielles et de simuler les essais réels effectués dans cette même Université.

Ce programme est une extension d'un programme américain [5]. Il analyse

le comportement d'une barre faite d'un matériau élastoplastique (σ, ϵ) donné, possédant ou non une légère courbure initiale (sinusoïdale), et siège d'une distribution quelconque de contraintes résiduelles.

Il procède étape par étape, avec, comme accroissement indépendant, non pas l'accroissement de charge, mais celui de flèche au milieu de la barre, ceci pour des raisons de convergence au voisinage de la charge maximum. A chaque étape, il fournit la charge correspondante et les contraintes dans la section médiane, et, en un nombre discret de sections, la flèche, la courbure, le moment, etc. Le programme stoppe après dépassement de la charge maximum, dès que le rapport «charge sur charge maximum» atteint une valeur donnée.

Enfin, il fournit, dessinées automatiquement à la table traçante, la courbe flèche-charge et l'évolution des contraintes dans la section médiane pour chaque étape du calcul *).

6.2. Etablissement des courbes de flambement pour les profilés laminés dressés

6.2.1. Rappel des bases de l'établissement de ces courbes

- a) *Profils:* IPE 160 et HEA 200, flambant autour de leur axe d'inertie minimum en poutre biappuyée chargée centriquement.
- b) *Contraintes résiduelles:* déterminées précédemment sous 5.1 et 5.2.
- c) *Imperfection géométrique:* bien que la théorie précédente suppose la barre dressée parfaitement rectiligne, on admet une légère courbure initiale (sinusoïdale) en égard à la géométrie réelle imparfaite de la barre. Cette courbure initiale est caractérisée par le rapport $f/1$. Le calculs électroniques ont été menés pour trois valeurs de ces rapports: 1/1000, 1/2000 et 1/10 000. Seuls seront donnés ici les résultats obtenus avec le rapport 1/1000, car cette valeur a été fixée par la Commission VIII comme étant représentative de la réalité.
- d) *Matériau:* acier doux ($R_e = 24 \text{ kg/mm}^2$), diagramme (σ, ϵ) élastique – parfaitement plastique.
- e) *Elancements:* sept valeurs ont été considérées, à savoir: $\lambda = 40, 60, 80, 100, 130, 160 \text{ et } 190$.

6.2.2. Cas des profilés dressés

Ils offrent une particularité parce que les contraintes résiduelles ne sont pas distribuées symétriquement; de ce fait, on ne sait pas à priori de quel côté de la barre il faut introduire la courbure initiale pour obtenir la plus petite charge de ruine. On peut en effet:

*) Ce programme a été mis au point par MM. J. GILLET, assistant à l'Université de Liège, et G. DEPREZ, Directeur adjoint du C.E.P.O.C., Centre pour la Promotion des Ordinateurs dans le Domaine de la Construction.

Cas 1: l'introduire de telle sorte que les fibres extrêmes, comprimées par les contraintes résiduelles, soient situées du côté concave, comme montré schématiquement à la fig. 25a;

Cas 2: faire le contraire selon la fig. 25 b.

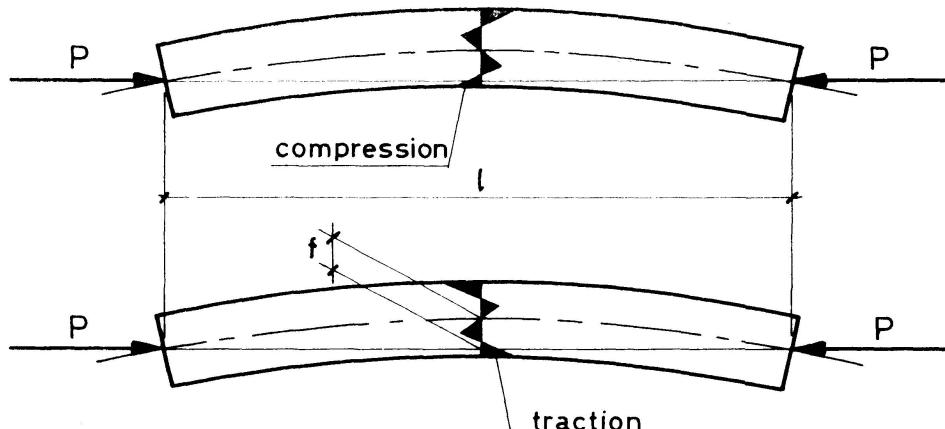


Fig. 25a.

Fig. 25b.

Sachant qu'il y a pour chaque profil deux distributions possibles de contraintes résiduelles de dressage (avec ou sans effet des contraintes résiduelles dues au refroidissement), on est conduit à établir quatre courbes de flambement par profil.

6.2.3. Résultats des calculs avec le profil IPE 160

Ils sont reportés dans un diagramme non-dimensionnel $\bar{N} - \bar{\lambda}$, avec:

$\bar{N} = P_{ruine}/P_e$ où $P_e = \Omega R_e$ est l'effort normal plastique de la barre (dont Ω est la section),

$\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_e$ où $\lambda_e = \pi \sqrt{E/R_e}$ est l'élancement de référence limitant la valeur de la formule d'Euler $\sigma_{cr} = \pi^2 E/\lambda^2$ à $\sigma_{cr} = R_e$.

Ce diagramme, représenté à la fig. 26, comporte six courbes, à savoir:

- la courbe «Euler», découlant de la formule d'Euler $\bar{N} = 1/\bar{\lambda}^2$ et limitée par l'ordonnée $\bar{N} = 1$, est rappelée à titre de limite supérieure;
- la «Courbe B» découle des travaux de la Sous-Commission VIII/2 et est une proposition de courbe de flambement pour une certaine catégorie de profils dont fait partie l'IPE 160;
- enfin, quatre courbes pour le profilé IPE 160 dressé: courbe D 1 (contraintes résiduelles de dressage sans effet des contraintes résiduelles de refroidissement; cas 1 pour la position relative de la flèche et des contraintes, selon la fig. 25a); courbe D 2 (idem, mais cas 2, selon la fig. 25b); courbe DR 1 (avec effet des contraintes résiduelles de refroidissement; cas 1); courbe DR 2 (idem, cas 2).

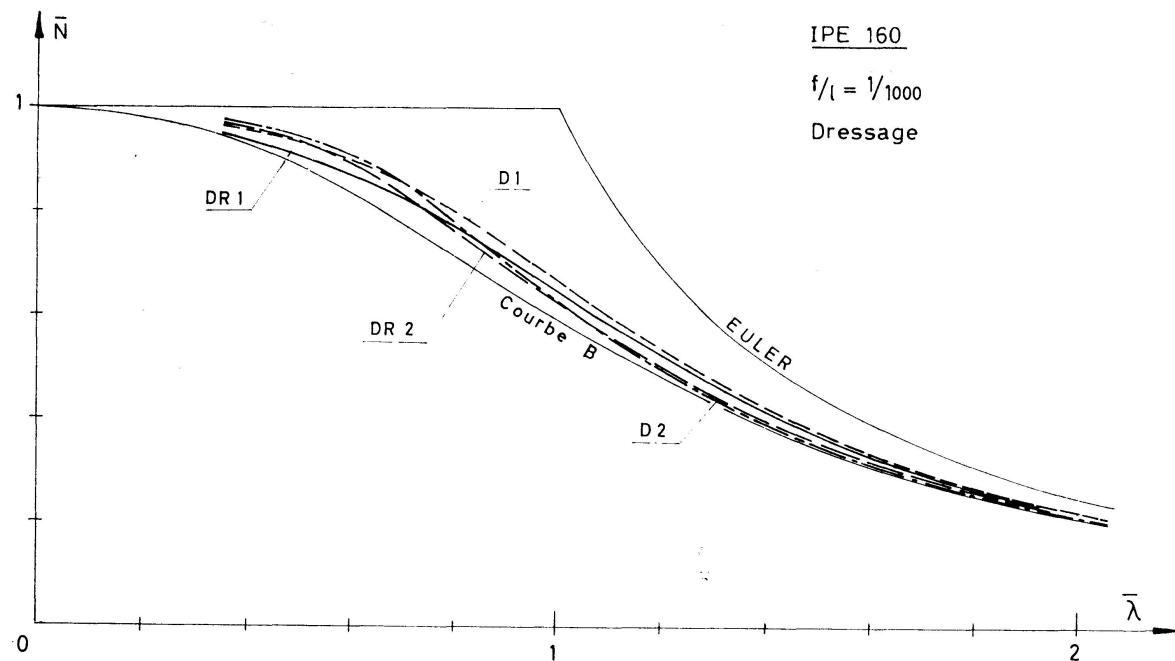


Fig. 26. IPE 160. Dressage.

6.2.4. Résultats des calculs avec le profil HEA 200

Un diagramme semblable au précédent représente les résultats obtenus (fig. 27). Cependant, à la lumière des valeurs obtenues avec le laminé IPE 160, on n'a calculé certaines courbes que partiellement dans la zone où elles étaient déterminantes. La «courbe C» a une signification équivalente à la «courbe B» précédente.

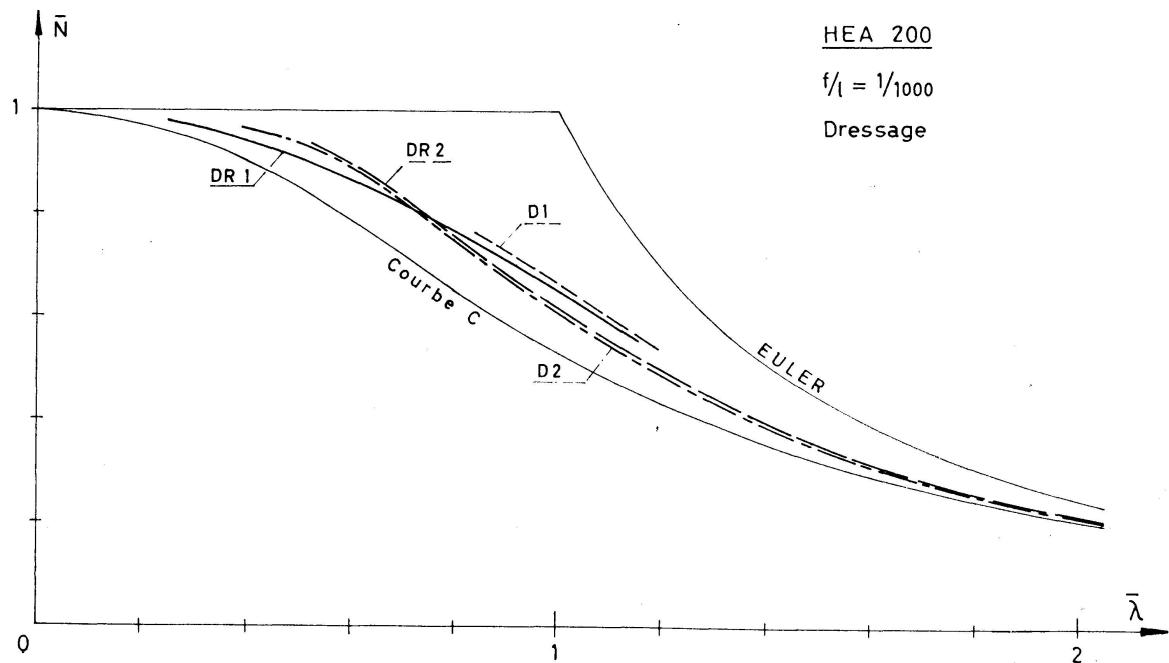


Fig. 27.

7. Conclusions

Les deux diagrammes précédents permettent de tirer les conclusions suivantes:

7.1. En tout point, les courbes des laminés dressés se situent au-dessus de celles proposées par la Sous-Commission VIII/2 de la Convention Européenne de la Construction Métallique. L'effet du dressage est donc bénéfique, puisque les charges de ruine des laminés dressés sont supérieures à celles des laminés qui, pour la même imperfection géométrique, présentent les habituelles contraintes résiduelles dues au refroidissement.

7.2. Pour les élancements moyens et grands, tels que $\bar{\lambda} > \sim 0,75$ (soit $\lambda > \sim 70$ pour l'acier doux), la plus petite charge de ruine est obtenue en plaçant les fibres tendues par les contraintes résiduelles du côté concave (cas 2, fig. 25 b).

Ce résultat paradoxal (voir 5.2. a), 2.) s'explique ainsi: sur le demi-profil situé du côté concave, la surface du diagramme des contraintes résiduelles de dressage en compression est plus importante que celle en traction à l'extrémité de la semelle (rapport de 2/1 jusqu'à 2,8/1); de ce fait, cette dernière disparaît très rapidement au fur et à mesure que s'accroît la force de compression sur la colonne, et cela d'autant mieux que l'excentricité f est grande donc que la colonne est élancée. Le demi-profil en question est donc rapidement entièrement comprimé et, même plastifié. La fig. 28, obtenue à la table traçante, montre l'évolution des contraintes dans la semelle d'un HEA 200 ($\lambda = 100$; $\bar{\lambda} = 1,0761$; courbe *D 2*), ainsi que la courbe flèche-charge correspondante. Cette figure confirme ce qui vient d'être dit.

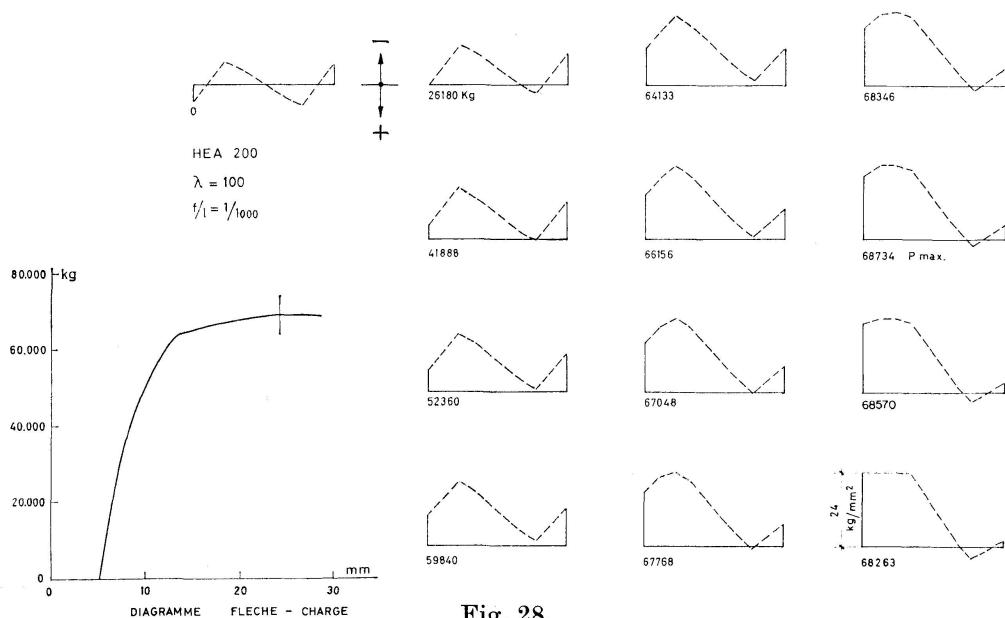


Fig. 28.

Au contraire, la fig. 29 présente le cas inverse (cas 1, fig. 25 a). Seules quelques fibres extrêmes, situées du côté concave et initialement comprimées par

les contraintes résiduelles, sont arrivées à plastification, tandis qu'il subsiste au centre du profil une forte zone élastique; cette dernière accroît la résistance ultime du profil par rapport au cas précédent.

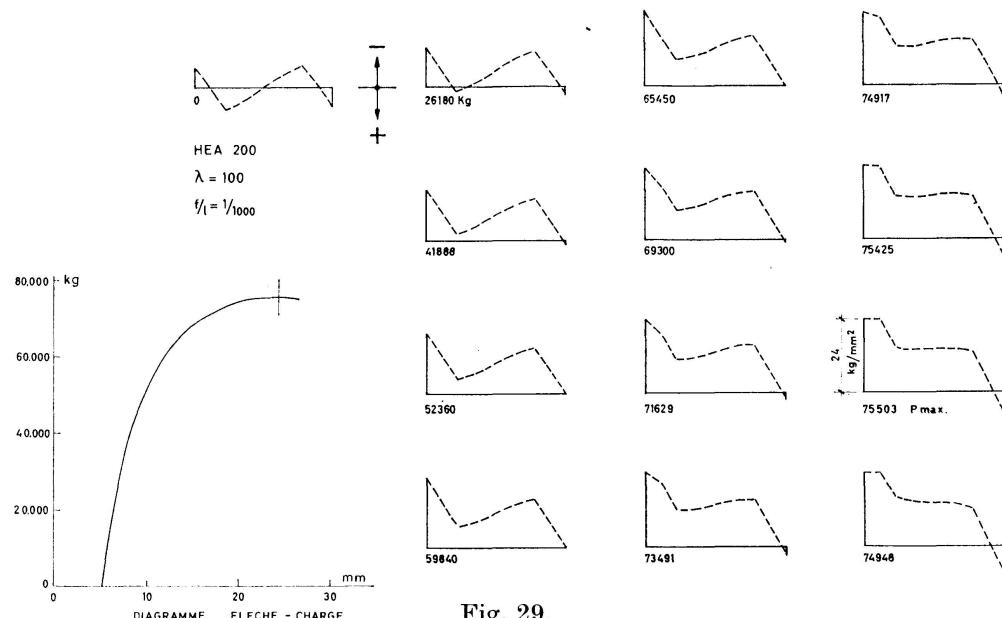


Fig. 29.

Pour les petits élancements ($\bar{\lambda} < \sim 0,75$), la ruine s'accompagne d'une plastification presque complète de la section; le cas 1 (fig. 25a), permettant cette plastification plus rapidement, est alors déterminant.

7.3. Pour les grands élancements ($\bar{\lambda} > \sim 0,9$), la distribution des contraintes résiduelles de dressage obtenue sans tenir compte des contraintes résiduelles de refroidissement donne les plus petites charges de ruine. Mais la différence est très faible par rapport au cas où on tient compte des contraintes résiduelles de refroidissement, vu la similitude déjà mentionnée de ces diagrammes (voir 5.2.a), 1.).

8. Remerciements

L'auteur remercie le Professeur Ch. MASSONNET, qui lui a suggéré cette étude et l'a conseillé tout au long de son déroulement, ainsi que M. G. DEPREZ, qui a assuré la bonne marche des calculs sur ordinateur.

Bibliographie

- [1] MASSONNET, Ch.: Etat actuel du problème du flambement des barres en acier à la lumière des travaux de la Commission VIII (Instabilité) de la Convention Européenne de la Construction Métallique. Acier Stahl Steel, N° 10, 1966, p. 459 à 466.
- [2] BEER, H.: Communication interne de la Commission VIII de la Convention Européenne de la Construction Métallique.

- [3] MAS, E., MASSONNET, Ch.: Part prise par la Belgique dans les recherches expérimentales de la Convention Européenne de la Construction Métallique sur le Flambement centrique des barres en acier doux. Acier Stahl Steel, N° 9, 1966, p. 393 à 409.
- [4] BEEDLE, L. S., TALL, L.: Basic Column Strength. Proc. A.S.C.E., Journal Struct. Div., Vol. 86, July 1960.
- [5] BATTERMAN, R. H., JOHNSTON, B. G.: Behaviour and maximum Strength of metal columns. Rapport IP-740, 1966, University of Michigan.

Résumé

Le présent article rapporte les calculs effectués à l'Université de Liège pour déterminer la charge de ruine par flambement centrique des profilés laminés ayant préalablement subi une opération de dressage à froid. L'étude se limite aux laminés en double té et à leur flambement autour de l'axe d'inertie faible. Les contraintes résiduelles après dressage sont calculées manuellement en tenant compte des contraintes résiduelles dues au refroidissement après laminage. La charge de ruine est calculée électroniquement.

Zusammenfassung

Der vorliegende Beitrag gibt die durchgeführten Rechnungen wieder, die an der Universität Lüttich zur Bestimmung der Bruchlast für mittiges Knicken an vorher kaltverformten Profilträgern ermittelt wurden. Der Bericht beschränkt sich auf I-Träger und auf Knicken bezüglich der Achse mit geringerem Trägheitsmoment. Die Eigenspannungen aus Verformung sind von Hand unter Berücksichtigung der Eigenspannungen aus Erkaltung nach dem Walzen berechnet worden. Die Bruchlast wurde mit dem Elektronenrechner bestimmt.

Summary

The present article describes the calculations undertaken at the University of Liège in order to determine the load that causes collapse by centric buckling of rolled steel sections which have previously been subjected to a cold bending operation. The study is confined to double-tee rolled sections and to their buckling around the weak axis of inertia. The residual stresses after cold bending are calculated manually, taking into account the residual stresses due to cooling after rolling. The load causing collapse is calculated by means of a computer.

Leere Seite
Blank page
Page vide