

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 29 (1969)

Artikel: Recherches concernant le calcul et le comportement des structures de grande hauteur en cadres-refends, réalisées en béton armé et soumises à des charges horizontales

Autor: Avram, Constantin / Anastasescu, Decebal / Mirsu, Ovidiu
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-22917>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 10.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Recherches concernant le calcul et le comportement des structures de grande hauteur en cadres-refends, réalisées en béton armé et soumises à des charges horizontales *)

Forschung betreffend Berechnung und Verhalten hoher, aus Wänden und Rahmen bestehender Bauten aus Stahlbeton unter waagrechten Lasten

Researches Regarding the Calculation and Behaviour of Tall Reinforced Concrete Structures Composed of Shear Walls and Frames Which are Subjected to Horizontal Loads

CONSTANTIN AVRAM

Professeur, Ingénieur civil, Membre cor-
resp. de l'Académie Roumaine, Institut
Polytechnique de Timișoara

DECEBAL ANASTASESCU

Ingénieur civil, Ing. conseil
à D.S.A.P.C. Timișoara

OVIDIU MIRSU

Prof. associé, Dr Ing., Ingénieur civil,
Institut Polytechnique de Timișoara

IOAN MUNTEANU

Prof. associé, Ingénieur civil, Institut
Polytechnique de Timișoara

Roumanie

1. Introduction

Les structures spatiales de grande hauteur en béton armé du type cadres-refends (cadres-murs de contreventements), solidarisés entre eux par l'intermédiaire de planchers ou de dalles rigides, ont connu une grande utilisation ces derniers temps. De telles structures présentent une résistance remarquable aux charges horizontales et constituent une solution économique.

Le calcul des déformations et des sollicitations est en revanche assez difficile à cause de la complexité de la structure spatiale et du comportement différent de deux types d'éléments composants (cadres et refends flexibles).

*) Une synthèse de cette étude a été présentée sous le thème Va à la discussion libre au 8e congrès de l'AIPC à New York, 1968.

2. Procédé de calcul proposé

Pour simplifier le calcul des structures spatiales orthogonales du type cadres-refends à deux plans verticaux de symétrie et soumises à des charges horizontales symétriques par rapport à chaque plan vertical de symétrie, on réduit la structure spatiale réelle suivant chaque direction principale, respectivement la structure plane équivalente du type cadre-refend (fig. 1a et b),

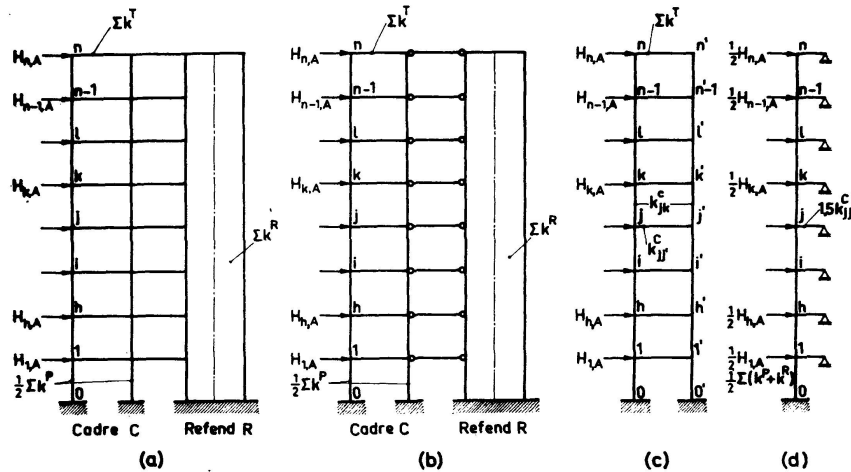


Fig. 1.

à sa plus simple expression, c'est-à-dire à une structure plane équivalente du type cadre-échelle (cadre symétrique multiétagé à une seule portée – fig. 1c), chargé antisymétriquement, qu'on peut calculer comme une structure plane équivalente du type cadre-barre (fig. 1d).

Les rigidités pratiques des barres de la structure plane équivalente du type cadre-échelle (fig. 1c) ont les valeurs suivantes, pour une direction principale donnée ($A = X, Y$):

— pour les poteaux:

$$k_{jk}^C = k_{j'k'}^C = \frac{1}{2} (\sum k_{jk}^P + \sum k_{jk}^R) = \frac{1}{2} \left(\sum \frac{E I_{jk}^P}{l_{jk}} + \sum \frac{E I_{jk}^R}{l_{jk}} \right) \quad (1)$$

où la somme \sum s'étend à tous les poteaux P , respectivement à tous les refends R , de la structure spatiale réelle, pour l'étage jk et la direction principale donnée:

— pour les traverses:

$$k_{jj'}^C = \sum k_{jj'}^T = \sum \frac{E I_{jj'}^T}{l_{jj'}} \quad (2)$$

où la somme \sum s'étend à toutes les traverses T de la structure spatiale réelle, y compris les traverses de liaisons entre les cadres et les refends, quand ces traverses sont très rigides, pour le niveau j et la direction principale donnée.

Les charges horizontales et les rigidités pratiques de la structure plane équivalente du type cadre-barre (fig. 1d) résultent de celles correspondant à la structure plane équivalente du type cadre-échelle (fig. 1c).

Le calcul s'effectue par approximations successives en plusieurs cycles, à deux étapes pour chaque cycle.

Dans la première étape de calcul (*étape I*), on détermine les déplacements horizontaux Δ_j de tous les nœuds du cadre-barre équivalent, soumis aux charges horizontales $H_j/2$ appliquées dans les nœuds (fig. 1 d).

La détermination des déplacements Δ_j s'effectue sur la base des rotations θ_j des nœuds, déterminées à leur tour par la méthode générale de calcul des déplacements, en utilisant le procédé des distorsions comme suit:

- par itération (par approximations successives) dans le cas d'une bonne convergence, quand la rigidité des traverses du cadre équivalent (k_{jj}^C) est grande par rapport à celle des poteaux (k_{jk}^C) [5, 6]; ce cas n'est pas souvent rencontré dans la pratique;
- par récurrence (par le procédé de deux séries de transmissions [7, 8] dans le cas d'une faible convergence, quand la rigidité des traverses est petite par rapport à celle des poteaux, cas fréquemment rencontré dans la pratique.

L'équilibre du cadre-barre équivalent par le procédé de deux séries de transmissions, les inconnues étant les distorsions θ_j des nœuds, suppose le système d'équations de condition:

$$\rho_{ji} \theta_i + \rho_{jj} \theta_j + \rho_{jk} \theta_k + \mathfrak{M}_j^I = 0 \quad (3a)$$

ou:

$$\begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{ji} & \rho_{jj} & \rho_{jk} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{n-1,n-2} & \rho_{n-1,n-1} & \rho_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{n,n-1} & \rho_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_j \\ \theta_{n-1} \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathfrak{M}_1^I \\ \mathfrak{M}_2^I \\ \mathfrak{M}_j^I \\ \mathfrak{M}_{n-1}^I \\ \mathfrak{M}_n^I \end{bmatrix} = 0 \quad (3b)$$

où les coefficients des inconnues θ_j ont les valeurs:

$$\rho_{ji} = -k_{ji}^C, \quad (4a)$$

$$\rho_{jj} = +k_{ji}^C + 6k_{jj}^C + k_{jk}^C, \quad (4b)$$

$$\rho_{jk} = -k_{jk}^C \quad (4c)$$

et le terme libre:

$$\mathfrak{M}_j^I = \mathfrak{M}_{ji}^I + \mathfrak{M}_{jk}^I, \quad (5)$$

avec:

$$\mathfrak{M}_{ij}^I = \mathfrak{M}_{ji}^I = \frac{1}{4} l_{ij} T_{ij} = \frac{1}{4} l_{ij} \sum_n^j H_j, \quad (6a)$$

$$\mathfrak{M}_{jk}^I = \mathfrak{M}_{kj}^I = \frac{1}{4} l_{jk} T_{jk} = \frac{1}{4} l_{jk} \sum_n^k H_k. \quad (6b)$$

Les valeurs initiales des rotations du cadre-barre équivalent, avec lesquelles on effectue l'équilibre par le procédé de deux séries de transmissions, sont calculées par la formule [7], [8]:

$$\theta_j^0 = \frac{\mathfrak{M}_j^I}{t_{ji}\rho_{ji} + \rho_{jj} + t_{jk}\rho_{jk}}. \quad (7)$$

L'équilibre s'obtient à l'aide des coefficients de transmission suivante:

$$t_{ji} = -\frac{\rho_{ij}}{\rho_{ii} + t_{ih}\rho_{ih}}, \quad (8a)$$

$$t_{jk} = -\frac{\rho_{kj}}{\rho_{kk} + t_{kl}\rho_{kl}}. \quad (8b)$$

Les deux séries de transmissions s'exécutent en partant, séparément, du nœud 1 vers le nœud n et inversement du nœud n vers le nœud 1 (fig. 2).

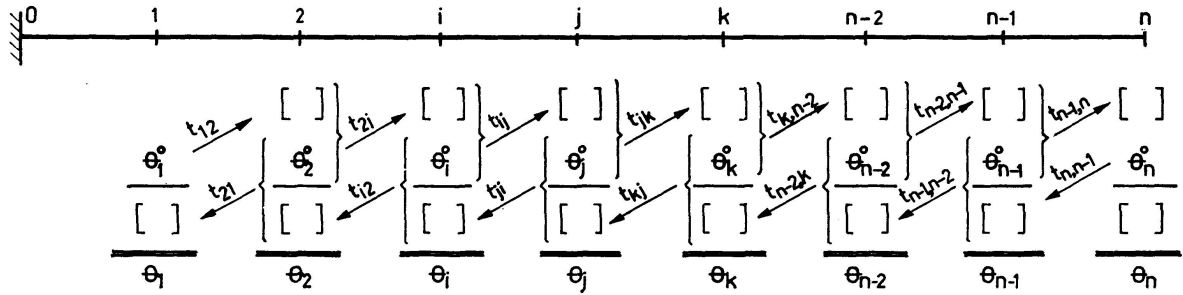


Fig. 2.

La rotation finale du nœud j aura la valeur:

$$\begin{aligned} \theta_j = \theta_j^0 + \bar{\theta}_j + \bar{\theta}_j = \theta_j^0 + \{[(\theta_1^0 t_{12} + \theta_2^0) t_{23} + \theta_3^0] t_{34} + \dots + \theta_i^0\} t_{ij} \\ + \{[(\theta_n^0 t_{n,n-1} + \theta_{n-1}^0) t_{n-1,n-2} + \theta_{n-2}^0] t_{n-2,n-3} + \dots + \theta_k^0\} t_{kj}. \end{aligned} \quad (9)$$

On peut maintenant calculer la rotation du poteau jk :

$$\psi_{jk} = \frac{\mathfrak{M}_{jk}^I}{6 k_{jk}^C} + \frac{\theta_j + \theta_k}{2} \quad (10)$$

et puis le déplacement horizontal total du nœud j :

$$\Delta_j = \Delta_i + \psi_{ij} l_{ij}. \quad (11)$$

Dans la deuxième étape de calcul (*étape II*), pour la direction principale donnée, à chaque élément vertical de résistance (poteau ou refend) de la structure spatiale réelle (formée de plusieurs structures planes réelles: cadres et refends) on imprime les déplacements obtenus dans l'étape I et on calcule après les sollicitations qui en résultent.

On détermine, premièrement, les moments fléchissants d'encastrement parfait dans les poteaux et les refends (on considère les refends comme des poutres continues sur appuis élastiques) avec les formules:

$$\mathfrak{M}_{jk}^{II} = \mathfrak{M}_{kj}^{II} = \frac{6 E I_{jk}}{l_{jk}^2} (\Delta_k - \Delta_j). \quad (12)$$

On équilibre après, par un procédé itératif adéquat, les moments d'encastrement parfait M_{jk}^{II} séparément pour chaque structure plane réelle (cadre ou refend) et on trouve finalement les moments fléchissants équilibrés M_{jk}^{II} .

Pour les refends, l'équilibre peut être obtenu comme pour une poutre continue dont les nœuds ont des déplacements Δ imposés (connus); dans le cas d'un nombre suffisamment grand de niveaux (par exemple $n > 10$) et si l_{jk} et I_{jk}^R sont constants pour tous les étages, on peut utiliser directement la formule [3]:

$$M_{jk}^{II} = M_{ji}^{II} = \frac{E I_{jk}^R}{l_{jk}^2} (\Delta_k - 2 \Delta_j + \Delta_i). \quad (13)$$

Ensuite, on détermine, pour chaque barre verticale des structures planes réelles, les efforts tranchants T_{jk}^{II} :

$$T_{jk}^{II} = \frac{M_{jk}^{II} + M_{kj}^{II}}{l_{jk}} \quad (14)$$

et puis on vérifie, séparément pour chaque étage, l'équilibre de la structure spatiale réelle suivant la direction principale donnée:

$$\Delta T_{jk} = \sum_n^k H_k - \sum T_{jk}^{II} \quad (15)$$

où la somme $\sum T_{jk}^{II}$ s'étend à tous les éléments verticaux de résistance (poteaux et refends) de l'étage jk .

Ces deux étapes constituent le premier cycle du calcul.

Si la différence:

$$\Delta H_j = \Delta T_{jk} - \Delta T_{ij} = H_j - (\sum T_{jk}^{II} - \sum T_{ij}^{II}) \quad (16)$$

était nulle, le calcul des déformations et des sollicitations de la structure spatiale réelle, suivant la direction principale donnée, serait terminé dès le premier cycle.

Puisque cette différence n'est pas nulle, on continue le calcul par les cycles 2, 3, ..., m , jusqu'à ce que la différence ΔH_j devienne suffisamment petite; pour une précision $\epsilon = 1\%$ on a, le plus souvent, $m = 3$.

Dans un cycle suivant on applique aux nœuds du cadre-barre équivalent (fig. 1d) les forces horizontales ΔH_j déterminées dans le cycle précédent et puis on obtient les corrections des déplacements des nœuds par un calcul dans l'étape I (en remplaçant dans les équations 6 le terme $\sum H_j$ par $\sum \Delta H_j$), respectivement les corrections pour les sollicitations par un calcul dans l'étape II.

Les valeurs finales des déplacements Δ et des sollicitations S (moments fléchissants M , efforts normaux N et efforts tranchants T) auront les expressions suivantes:

$$\Delta_j = \Delta_j^1 + \Delta_j^2 + \dots + \Delta_j^m \quad (17)$$

$$\text{et} \quad S_{jk} = S_{jk}^1 + S_{jk}^2 + \dots + S_{jk}^m \quad (18)$$

par exemple:

$$M_{jk}^{II} = M_{jk}^{II,1} + M_{jk}^{II,2} + \dots + M_{jk}^{II,m} \quad (18a)$$

ou $1, 2, \dots, m$ représentent les cycles successifs de calcul.

Les efforts tranchants T , qui entrent dans la formule (18), se déterminent à l'aide de la formule (14) et les efforts normaux N en écrivant l'équilibre de chaque nœud des structures planes réelles.

Dans la deuxième étape on peut introduire aussi dans les calculs les effets secondaires provoqués par les déformations de cisaillement des refends, les déformations axiales des poteaux ou les tassements des appuis. En général, les sollicitations supplémentaires obtenues par la prise en considération des déformations provoquées par les efforts tranchants et normaux sont si peu importantes qu'on peut les négliger, sauf dans certains cas spéciaux (structures ayant un nombre réduit de poteaux ou des traverses très rigides reliant les poteaux et les refends).

Le procédé présenté plus haut pour les structures spatiales peut être utilisé aussi pour la résolution des structures planes du type cadre-refend. Ainsi, dans l'étape I, le calcul s'effectue sur la structure équivalente du type cadre-barre (fig. 1 d) et, dans l'étape II, on imprime au cadre et au refend, qui constituent le cadre-refend, les déplacements obtenus dans l'étape I, en déterminant les efforts tranchants correspondant à ces déplacements. On obtiendra les sollicitations finales après l'exécution de plusieurs cycles itératifs.

La résolution de telles structures spatiales ou planes par le procédé proposé nécessite un plus petit nombre d'itérations (cycles), dans le cas des refends flexibles, que d'autres procédés [1, 2, 3].

3. Essais sur modèles en béton armé

Les essais ont été effectués sur des modèles à $n = 8$ niveaux en béton armé, à l'échelle 1 : 10.

Le programme d'expérimentation comprenait deux séries de modèles, chaque série comprenant à son tour: un refend, un cadre-échelle, un cadre-refend à liaisons articulées et un cadre-refend à liaisons rigides; les cadres-refends ont été réalisés par le couplage d'un cadre-échelle et d'un refend. Le rapport des rigidités du refend et des poteaux du cadre-échelle a été choisi égal à $k_{jk}^R / \sum k_{kj}^P = 15$, et celui des rigidités des traverses et des poteaux égal à $k_{jj}^T / \sum k_{kj}^P = 0,214$, pour nous situer dans le domaine des cadres-refends flexibles; la section transversale de la traverse est égale à celle des poteaux.

En analysant les recherches expérimentales effectuées, on a pu tirer quelques conclusions concernant le comportement des cadres-refends en béton armé dans le domaine élastique et élasto-plastique, jusqu'à la rupture.

On donne dans les figures 3 a, b et c les déformées du refend, du cadre et

du cadre-refend à liaisons articulées pour les différentes valeurs de la charge. On peut facilement remarquer que, dans le domaine élastique, les déformées expérimentales ont une allure semblables à celle des déformées théoriques (fig. 5); ainsi, pour le refend on a une *déformée de console*, pour le cadre une

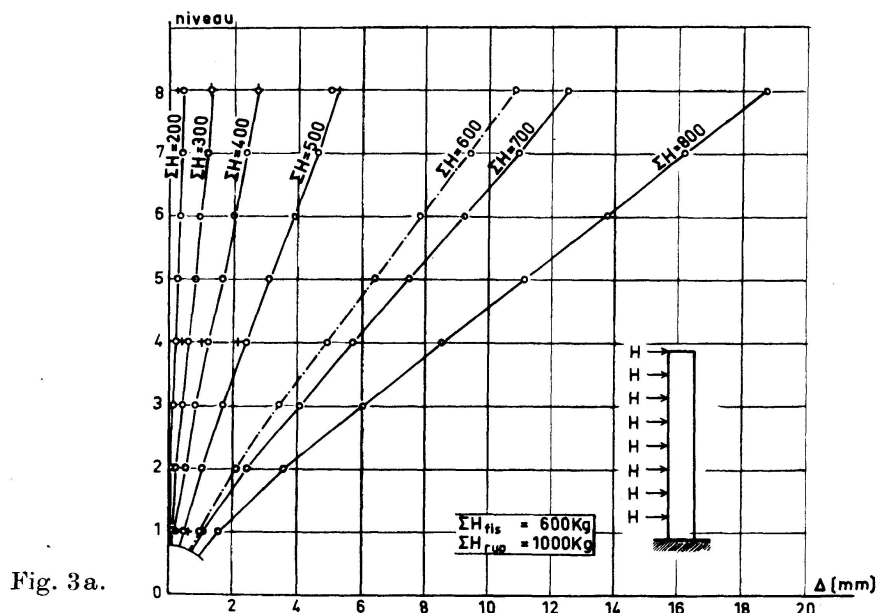


Fig. 3a.

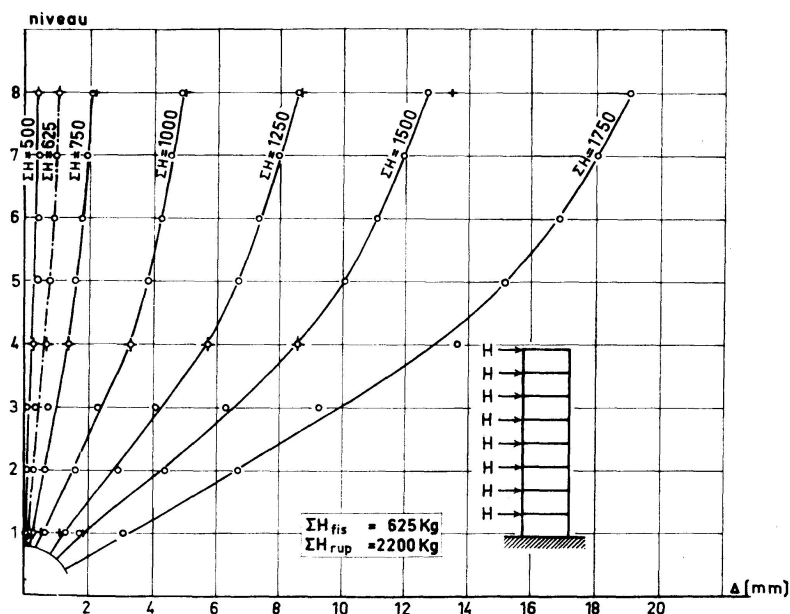


Fig. 3b.

déformée de cadre et pour le cadre-refend une *déformée de cadre atténuée*, en accord avec les rapports des rigidités choisis pour le modèle (ce qui met en évidence la présence, à la partie supérieure du refend, des forces de sens opposé à celui des charges horizontales H appliquées à la structure).

On compare, dans le tableau 1, les déplacements expérimentaux Δ_j^e mesurés dans le domaine élastique avec les déplacements théoriques Δ_j^t calculés pour

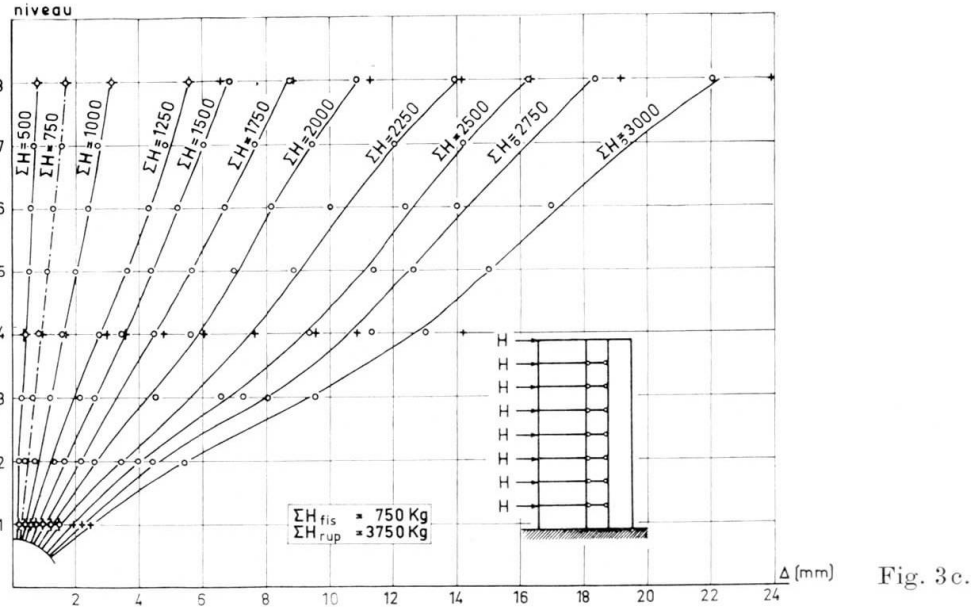


Tableau 1. Comparaison entre les valeurs expérimentales et théoriques des déplacements Δ_j du cadre-refend à liaisons élastiques

Niveau	1	2	3	4	5	6	7	8
Δ_j^e (mm)	0,151	0,268	0,448	0,626	0,792	0,870	1,115	1,290
Δ_j^t (mm)	0,046	0,185	0,372	0,575	0,773	0,956	1,120	1,268
Δ_j^e / Δ_j^t	3,150	1,450	1,205	1,082	0,895	0,907	0,995	1,015

le cadre-refend à liaisons articulées par le procédé proposé par les auteurs; les calculs ont été effectués à l'aide d'une calculatrice électronique. La concordance entre les deux déformées est bonne, ce qui confirme la validité du procédé de calcul proposé (font exception les niveaux 1, 2 et 3, pour lesquels les déplacements sont très petits et où l'erreur de lecture sur les microcomparateurs est grande).

En analysant les déformées des structures au-delà du domaine élastique (fig. 3), ainsi que la fissuration et l'état ultime de rupture (colaps) de ces structures (fig. 4), on peut remarquer que la distribution qualitative des sollicitations reste la même jusqu'à la rupture. Pour les deux cadres-refends (à liaisons articulées – fig. 4c et à liaisons rigides), la fissuration du refend reproduit avec fidélité les diagrammes des moments fléchissants M_{jk}^I et des efforts tranchants

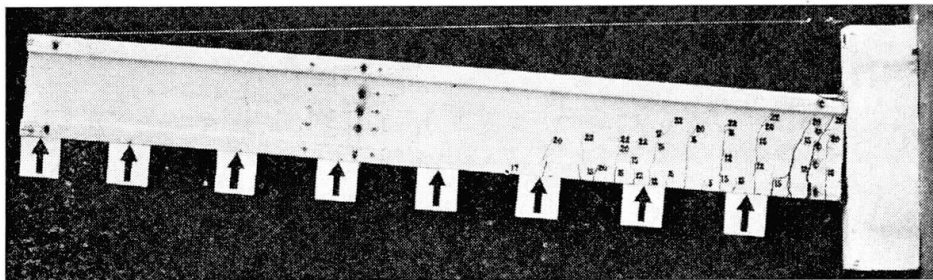


Fig. 4a.

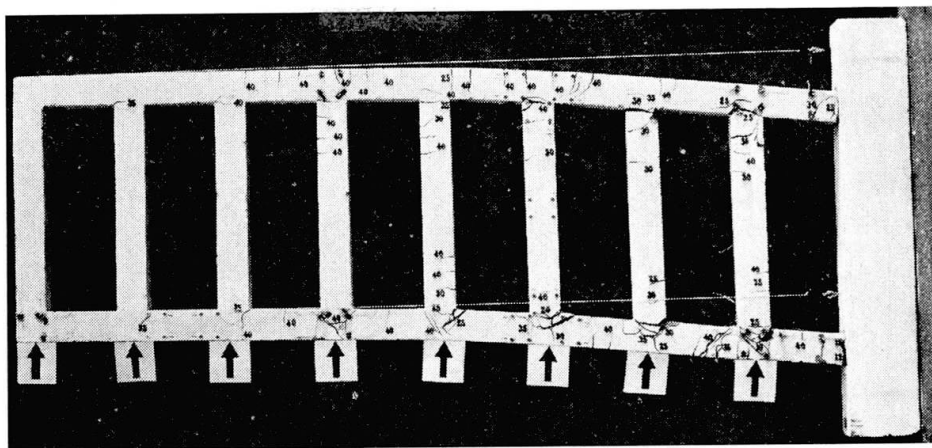


Fig. 4b.

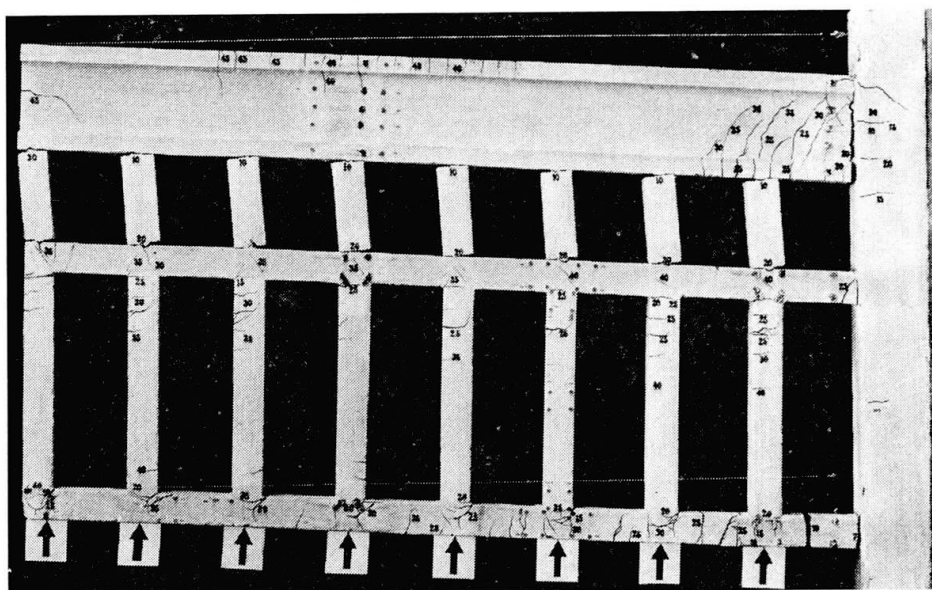


Fig. 4c.

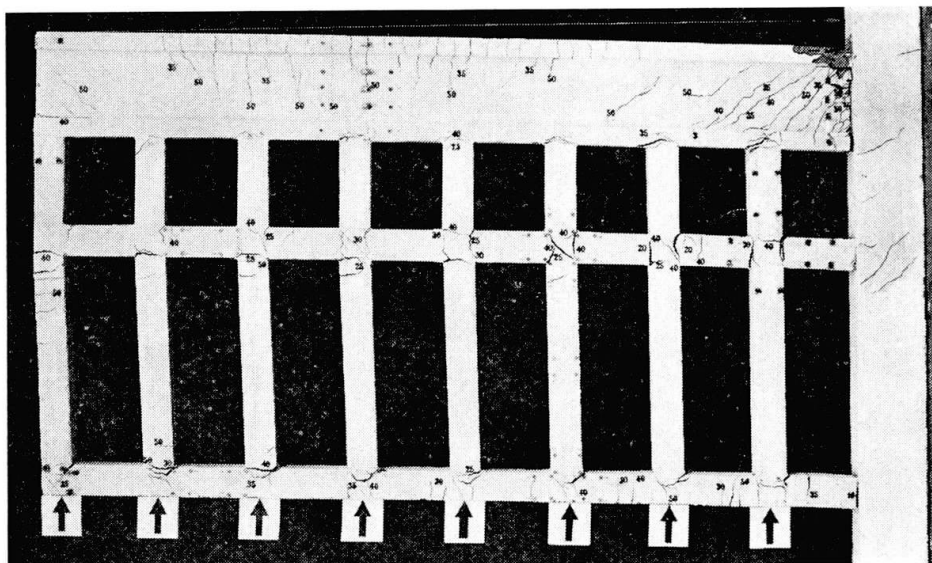


Fig. 4d.

T_{jk}^{III} correspondant à une poutre encastree à un bout et simplement appuyée à l'autre (des fissures inclinées à 45° aux deux bouts et des fissures perpendiculaires sur l'axe de la barre dans la zone de moments fléchissants positifs). Ce mode de fissuration met clairement en évidence la présence des forces de sens contraire aux charges horizontales, qui agissent sur la partie supérieure du refend, comme suite à son interaction avec le cadre.

En comparant les déformées de trois types de structures (refend, cadre, cadre-refend), on remarque que le mode de déformation de l'élément le plus rigide (cadre ou refend) impose le type de déformée à la structure composée (cadre-refend). Dans notre exemple, le refend étant l'élément le plus flexible, la déformée du cadre-refend a résulté du type cadre atténuée.

L'état ultime de rupture des structures essayées s'est produit par la formation d'un certain nombre d'articulations plastiques, spécialement dans la zone d'encastrement. La forte déformation de ces articulations a causé le colaps de la structure, sans que d'autres articulations plastiques apparaissent.

4. Influence des principaux paramètres

Pour étudier le comportement des structures du type cadres-refends, on a calculé à l'aide d'un ordinateur presque 100 structures en faisant varier dans de très larges limites les trois principaux paramètres suivants (dans l'ordre de leur importance):

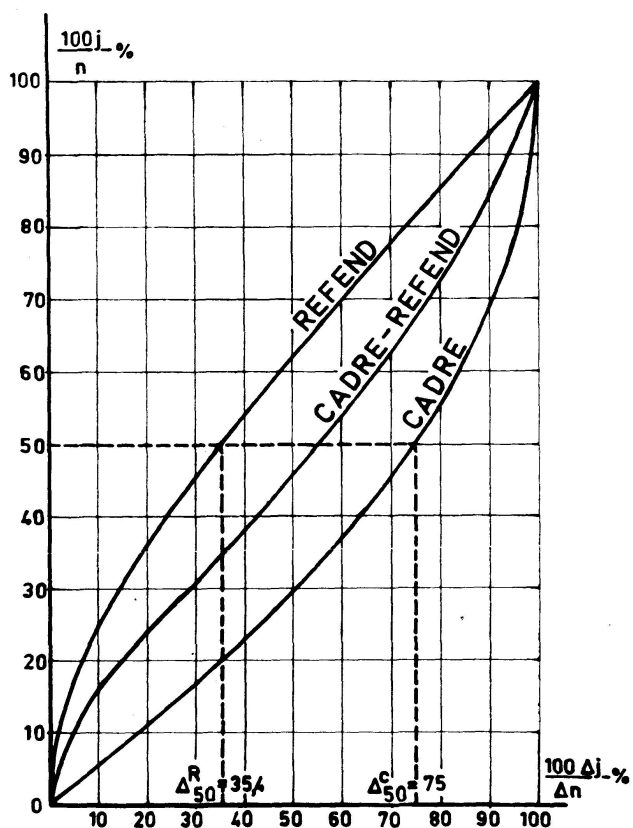


Fig. 5.

- le rapport r' entre la somme des rigidités des traverses et celle des poteaux;
- le rapport r entre la somme des rigidités des refends et celle des poteaux;
- le nombre n des niveaux (étages).

Pour $r' = 0$ la structure se comporte comme un refend pur (console), pour $r' = \infty$ comme un cadre pur et pour des valeurs intermédiaires de r' comme un cadre-refend ayant une déformée de refend à la partie inférieure et de cadre à la partie supérieure (fig. 5). L'influence de r et de n est moins importante.

Bibliographie

1. WINOKUR, A., GLÜCK, J.: Statical Analysis of Multistory Structures, Institute of Technology, Haifa, 1965.
2. ȚIȚĂRU, M., CIȘMIGIU, A.: Le calcul dynamique et spatial des constructions soumises à l'action des séismes et à d'autres actions latérales (en roumain), Bucarest, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, No. 12, 1959.
3. KHAN, F. R., SBAROUNIS, J. A.: Interaction of Shear Walls and Frames, Journal of the Structural Division Proc. A.S.C.E., Vol. 90, No. 3, June 1964.
4. AVRAM, C., ANASTASESCU, D., MÎRȘU, O., MUNTEANU, I.: Considérations sur le calcul des cadres-refends en béton armé (en roumain), Bucarest, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, No. 1, 1967.
5. CSONKA, P.: Calcul des cadres orthogonaux à nœuds déplaçables, Paris, Constructions, No. 8-9, 1959.
6. AGENT, R.: Les bases théoriques et les applications de l'utilisation des distorsions au calcul des cadres étagés (en roumain), Bucarest, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, No. 10, 1963.
7. SOSIS, P. M.: Rascet ram, Kiev, Gosstroizdat, 1956.
8. MAZILU, P.: Statique des constructions, Vol. II (en roumain), Bucarest, Editura Tehnică, 1959.

Résumé

On présente un nouveau procédé de calcul pour ces types de structures, qui réduit au minimum le volume du travail nécessaire; on remplace, pour chaque direction principale, la structure réelle par une structure plane équivalente du type *cadre-échelle*, chargée antisymétriquement, qu'on peut calculer comme une structure du type *cadre-barre*. La théorie de calcul a été vérifiée sur des modèles en béton armé. Finalement on a étudié à l'aide d'un ordinateur l'influence des principaux paramètres de la structure.

Zusammenfassung

Das gezeigte Verfahren vermindert den Arbeitsaufwand auf ein Mindestmaß. Dazu ersetzt man das wirkliche Bauwerk (Fig. 1a und 1b) in jeder Hauptrichtung durch einen entsprechenden, ebenen und antimetrisch belaste-

ten Leiter-Rahmen (Fig. 1 c), den man wie einen Rahmen-Balken (Fig. 1 d) berechnen kann. Die Theorie ist am Modell erhärtet worden, und schließlich hat man mittels eines Rechners die Hauptbeiwerte des Bauwerkes untersucht.

Summary

A new method of calculation for these types of structure is described, which reduces to a minimum the volume of work required. For each principal direction, the actual structure (Fig. 1 a and 1 b) is replaced by an equivalent plane structure of the "ladder-frame" type (Fig. 1 b), loaded asymmetrically, which can be calculated as a structure of the "frame-beam" type (Fig. 1 d). The theory on which the calculation is based has been verified on reinforced concrete models. Finally, the effect of the chief parameters of the structure has been investigated with the aid of a computer.