**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
**Band:** 29 (1969)

**Artikel:** Vibration des grandes cheminées en acier sous l'action du vent
**Autor:** Vandeghen, A. / Alexandre, M.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-22912

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 05.09.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Vibrations des grandes cheminées en acier sous l'action du vent

*Schwingungen großer Stahlschornsteine unter Wind*

*Wind-induced Vibration of Tall Steel Chimney Stacks*

A. VANDEGHEN
A.I. Lg, Directeur

M. ALEXANDRE
Docteur en Sciences, Chargée d'Etudes

S.A. Cockerill-Ougrée-Providence, Seraing, Belgique

## Introduction

A notre connaissance, c'est en 1952 que la littérature technique a signalé pour la première fois des vibrations importantes d'une cheminée en acier. Les exposés publiés au cours des 16 dernières années montrent que le sujet a été abordé par de nombreux chercheurs. En fait, il fallait presque tout apprendre de ce phénomène qui ne peut être étudié que par voie expérimentale. Dans ce domaine, la progression est lente et il est certain que le phénomène est encore très incomplètement connu.

L'étude sur modèles réduits reste actuellement fort imparfaite [20]. Il est notamment impossible dans les conditions usuelles des tunnels aérodynamiques d'atteindre les nombres de Reynolds que l'on rencontre sur cheminées réelles et malheureusement la variation de ce nombre modifie l'allure du sillage responsable des oscillations. Les essais en tunnel conservent néanmoins leur importance pour les études comparatives ou pour fixer les idées sur l'allure générale de certains phénomènes.

Des résultats quantitatifs pleinement valables ne peuvent être obtenus que sur cheminées réelles au moyen de recherches qui s'avèrent difficiles et de longue durée et dont les résultats restent incertains.

Chaque année apporte des contributions nouvelles au problème; elles sont parfois contradictoires et jusqu'à présent, les résultats ne peuvent pas être considérés comme définitifs dans toute la gamme de vitesses du vent. Il est pourtant impossible d'attendre la solution parfaite pour construire les cheminées des nouvelles centrales, cheminées que la taille des centrales et la lutte

contre la pollution atmosphérique font de plus en plus grandes. On conçoit qu'il faille avancer en se basant sur les résultats acquis et dimensionner les cheminées en adoptant des méthodes et des coefficients empiriques qui pourront certainement évoluer en fonction des recherches futures.

La présente note résume les derniers résultats acquis et s'efforce de jeter les bases d'un calcul rationnel, valable au moins dans nos régions. L'amélioration de ce calcul nécessite des données expérimentales complémentaires.

## Position du problème

A. L'action du vent comporte plusieurs sources différentes d'excitation périodique:

a) Les coups de vent et rafales frappent l'obstacle avec une périodicité plus ou moins régulière. Cet effet nous paraît pratiquement d'assez peu d'importance pour les cheminées d'usine comme nous l'exposons plus loin. Il doit au contraire être pris en considération dans l'étude des châteaux d'eau.

b) Même en l'absence de coups de vent, la poussée n'est pas constante; elle comporte une composante variable liée à la structure du vent incident. En outre, la direction du vent fluctue constamment autour d'une orientation moyenne. Ces effets sont nettement moins importants que le suivant.

c) L'effet essentiel est dû au sillage. Sous sa forme la plus régulière, ce dernier contient une allée de tourbillons alternés, dits de Bénard-Karman, qui se détachent des deux flancs de la structure en exerçant un effort alternatif de fréquence $N$ perpendiculaire à la direction du vent (fig. 1).

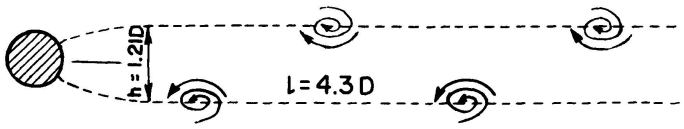


Fig. 1.

d) Il peut exister, particulièrement pour des structures de section non-circulaire, un phénomène d'instabilité élasto-aérodynamique dans lequel la vibration de la structure réagit sur l'écoulement de l'air en donnant lieu, par un mécanisme complexe, à l'entretien de la vibration. Ce phénomène est très marqué, par exemple, dans les vibrations des ponts suspendus et des fils recouverts de glace.

e) Enfin, le mouvement de l'oscillateur et de l'air entraîné n'étant pas régi, en toute rigueur, par un opérateur différentiel linéaire, il en résulte une possibilité d'excitation sous-harmonique [21]; à notre connaissance, le phénomène n'a jamais été rencontré dans les structures cylindriques et nous ne croyons pas utile de l'envisager actuellement.

B. Il y a résonance quand la fréquence de l'excitation est égale à la fréquence propre $f$ de l'un des modes de vibration de la structure.

a) La structure effectue des vibrations de flexion d'ensemble; par exemple, la cheminée vibre comme une poutre encastrée à sa base.
b) Les tranches des cheminées cylindriques sont des anneaux qui peuvent vibrer dans leur plan avec 4 nœuds (fig. 2). Nous revenons plus loin sur la possibilité de ce phénomène qui a été rarement constaté [10].

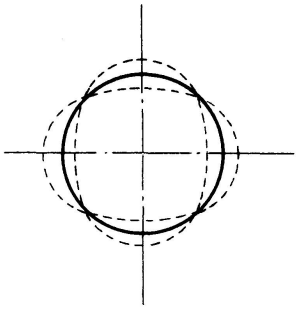

Fig. 2.

C. En conclusion, le problème se ramène principalement à la détermination des vibrations perpendiculaires à la direction du vent par résonance de la cheminée sous l'effet des tourbillons de BÉNARD-KARMAN ou, plus généralement, du sillage de constitution périodique. En toute rigueur, le plan de vibration peut n'être pas exactement perpendiculaire au vent, par couplage de vibrations ou si la raideur de la fondation de la cheminée et la distribution des masses entrainées dans la vibration varient de façon assez sensible avec l'azimut.

Remarquons que des vibrations dues à la même cause sont observées sur d'autres obstacles de section circulaire exposés à un courant fluide: fils, antennes, missiles, tubes d'échangeurs thermiques, périscopes, structures internes de réacteurs atomiques, réfrigérants atmosphériques, etc.

## Fréquence de l'excitation

Dans ce qui suit, nous nous bornerons aux obstacles de section circulaire peu variable (cheminées).

Rappelons la définition du nombre de Reynolds: $Re = \frac{V D}{\nu_c}$;

$V$: vitesse du vent, m/sec;
$D$: largeur de la surface frappée, m; diamètre, dans le cas d'une cheminée;
$\nu_c$: viscosité cinématique, m²/sec; $15 \cdot 10^{-6}$ m²/sec pour l'air à 20° C.

A. A partir d'une valeur basse de $Re$, il y a formation d'une allée de tourbillons alternés. Sans entrer ici dans des considérations théoriques ou expérimentales sur la stabilité d'une telle allée, nous nous bornerons à constater qu'elle existe et que la fréquence $N$ de la poussée transversale alternative qu'elle produit est $N = \frac{S V}{D}$ c/sec; $S$ est le nombre de Strouhal, fonction de $Re$. Nous appellerons vitesse critique du vent $V_c$ la valeur à laquelle a lieu la

résonance; elle est obtenue en égalant la fréquence propre $f$ c/sec de la structure et la fréquence $N$ des tourbillons: $V_c = \frac{fD}{S}$ m/sec.

B. Dès que la vitesse du vent s'approche de la vitesse $V_c$, la vibration de la cheminée devient assez importante pour influencer de façon sensible les phénomènes aérodynamiques. C'est alors le mouvement de la cheminée qui impose la fréquence de la formation des tourbillons, ceux-ci continuant à quitter l'obstacle avec une fréquence égale à la fréquence propre de celui-ci. Cet accrochage de la constitution du sillage à la vibration de la cheminée subsiste pratiquement dans une plage assez étroite de vitesse du vent à partir de $V_c$. Le diagramme de l'amplitude en fonction de $V$ présente donc, depuis une valeur un peu inférieure à $V_c$ jusqu'à la vitesse de décrochage, un pic plus ou moins marqué, de même nature que le pic classique de résonance d'un oscillateur faiblement amorti, mais quelque peu élargi par le phénomène d'accrochage des fréquences.

C. Avant 1960, on adoptait pour $S$ le diagramme de la fig. 3 [1] sur lequel on trouve, pour $Re$ pas trop élevé, la valeur longtemps classique $S = 0{,}18$ à $0{,}20$.

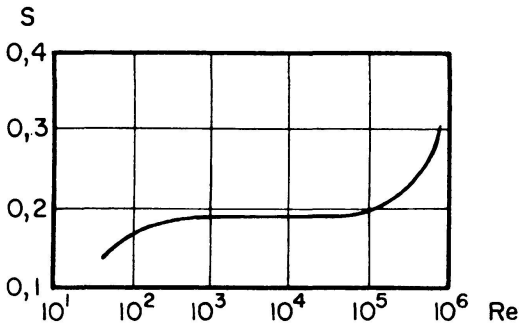


Fig. 3.

On avait pourtant constaté que, pour $Re = 2 \cdot 10^5$, le phénomène devenait différent; on croyait que le sillage était alors apériodique, mais on s'étonnait que des cheminées aient néanmoins vibré alors que $Re$ atteignait $7 \cdot 10^6$ et même $11 \cdot 10^6$.

Grâce aux travaux de Fung [3] notamment, on sait maintenant que, pour certains nombres de Reynolds, apparaît un phénomène nouveau: les tourbillons continuent d'exister, mais ne se présentent plus avec une fréquence unique et bien déterminée, de sorte que l'excitation ne peut plus être étudiée que par une analyse statistique.

Dans cette zone aléatoire, où l'analyse des efforts de poussée transversale révèle l'existence d'un spectre de fréquences, le terme spectral correspondant à la fréquence propre de la cheminée est toujours suffiamment intense pour entretenir une vibration notable. On peut dire que, l'amortissement étant faible et la résonance étant par conséquent très aiguë, la cheminée sélectionne dans le spectre de l'excitation le terme possédant sa fréquence propre et reste pratiquement insensible aux autres termes, pour autant que le terme sélec-

tionné ne soit pas très petit par rapport aux autres; c'est un phénomène classique dans les vibrations aléatoires.

On constate donc un mouvement de fréquence $f$ dont l'amplitude augmente avec la vitesse du vent.

D. Il existe donc des régimes différents correspondant à des zones déterminées du nombre de Reynolds. Il est évidemment très important de connaître les nombres de Reynolds qui limitent les différentes zones. Les études publiées indiquent certaines valeurs, mais des discordances existent et il faut être prudent dans les conclusions tirées des essais.

## Limites des divers régimes

A. Un vent constant produit sur un obstacle un effort dans sa direction (drag ou traînée $F_D$) et un effort perpendiculaire à sa direction (lift ou portance $F_L$). La traînée par unité de longueur de l'obstacle est donnée par

$$F_D = C_D D q \text{ kg/m};$$

$q$ est la pression dynamique; on a $q = V^2/16$ kg/m².

Bien que la traînée ne provoque pas de sollicitations d'importance comparable à celles dues à la portance alternative, l'étude du coefficient $C_D$ est instructive, car il est certain que ce coefficient dépend de la constitution du sillage. L'allure de la courbe de $C_D$ fournit donc de précieuses indications sur les divers régimes d'écoulement. En fait, ces indications sont plus nettes que celles tirées des variations de la portance alternative.

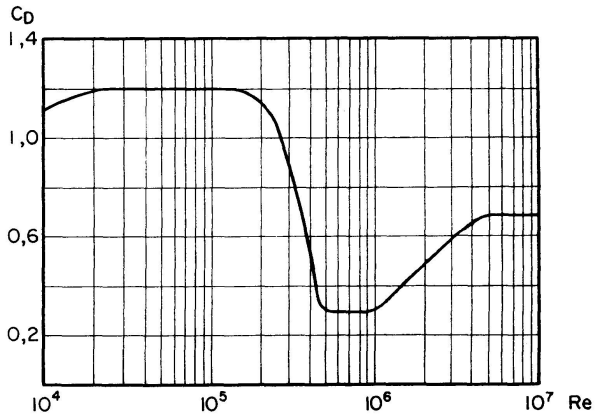


Fig. 4.

La fig. 4 représente $C_D$ relatif aux cheminées cylindriques en fonction du nombre de Reynolds [19]:

— pour $Re < 2 \cdot 10^5$, $C_D$ est constant; on dit que le nombre de Reynolds est sous-critique ou hypocritique (ne pas confondre la vitesse critique définissant le changement de régime et la vitesse $V_c$ pour laquelle les tourbillons de Bénard-Karman sont en résonance avec la cheminée);

— de $2 \cdot 10^5$ à $5 \cdot 10^5$, il existe une première zone de transition dans laquelle il y a chute brusque de $C_D$;

— de $5 \cdot 10^5$ à $1 \cdot 10^6$, $C_D$ est à nouveau pratiquement constant; le nombre de Reynolds est supercritique ou hypercritique;

— de $1 \cdot 10^6$ à $3{,}5 \cdot 10^6$ s'étend la deuxième zone de transition dans laquelle $C_D$ augmente;

— enfin, pour $Re > 3{,}5 \cdot 10^6$, le nombre de Reynolds est dit transcritique et $C_D$ est à nouveau sensiblement constant.

B. Nous avons vu précédemment que, pour les nombres de Reynolds relativement faibles qui sont atteints dans la plupart des essais en tunnel aérodynamique ($Re < 2 \cdot 10^5$), les tourbillons sont périodiques, la valeur de $S$ étant constante et voisine de 0,2.

C. Fung [3] a déterminé expérimentalement le spectre de la poussée transversale en fonction de $S$ pour $Re$ allant de $3{,}3 \cdot 10^5$ à $1{,}39 \cdot 10^6$. $S$ est proportionnel à $N$, puisque $S = \frac{ND}{V}$.

Le carré moyen de la poussée due à une bande étroite de $S$ est proportionnel à la densité spectrale $F(S)$ que l'on a normalisée en posant $\int_0^\infty F(S)\,dS = 1$.

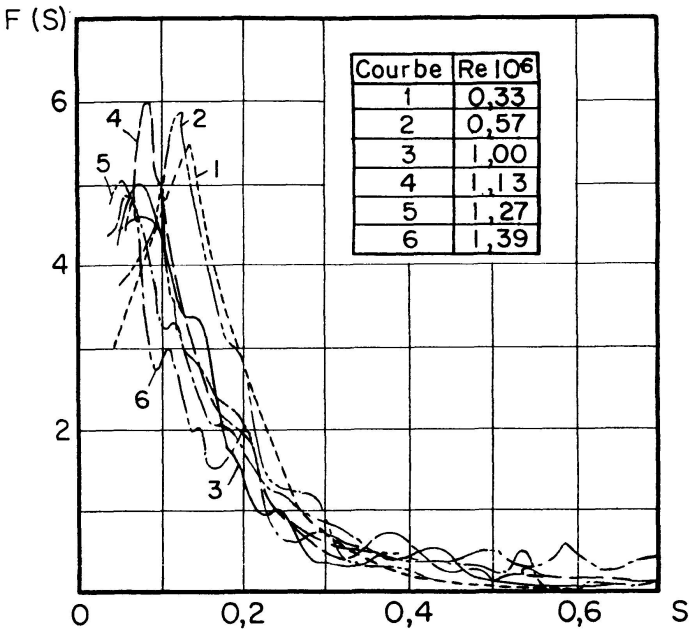


Fig. 5.

La fig. 5 contient plusieurs courbes de $F(S)$. Pour $Re$ supérieur à $8 \cdot 10^5$, elles sont pratiquement indépendantes de $Re$. Entre $3{,}3 \cdot 10^5$ et $6 \cdot 10^5$, il y a un maximum net de $F(S)$ pour $S$ voisin de 0,15. Pour tous ces nombres de Reynolds, il existe encore une forte excitation à la fréquence $f$.

D. Cherchons maintenant à situer la limite supérieure du domaine d'existence des phénomènes aléatoires.

Des essais en tunnel [3, 5, 20] ont été réalisés pour $Re$ atteignant $1{,}8 \cdot 10^6$. Jusqu'à cette valeur, on a constaté que les amplitudes continuaient à augmenter considérablement avec la vitesse du vent bien que la valeur de la vitesse critique $V_c$ ait été franchie depuis longtemps; la zone aléatoire existe donc certainement pour $1{,}8 \cdot 10^6$.

E. Que se passe-t-il pour des nombres de Reynolds encore plus grands?

Faute de disposer d'essais dépassant $1{,}8 \cdot 10^6$ sur modèles réduits, il faut recourir à des essais sur cheminées réelles.

L'étude de OZKER et SMITH [6], qui précédait celle de FUNG, et celle d'auteurs japonais [5] ont montré que pour $Re$ allant jusqu'à $1 \cdot 10^7$, les vibrations augmentent progressivement en fonction de $V$. La fig. 6 reproduit le diagramme publié par OZKER et SMITH.

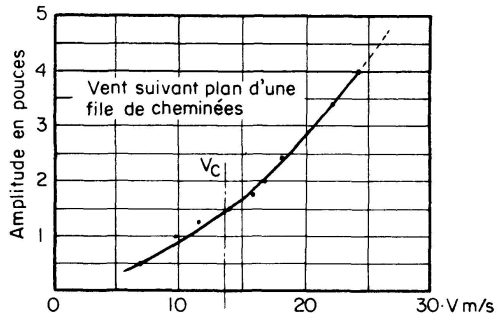


Fig. 6.

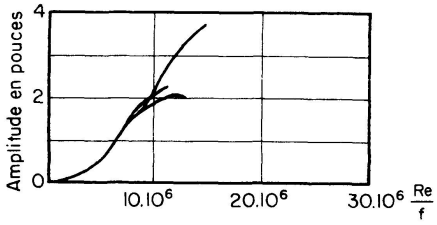


Fig. 7.

F. Dans l'état actuel de nos connaissances, on peut donc admettre les conclusions suivantes:

— le sillage régulier avec $S$ = environ 0,2 existe jusque environ $Re = 2 \cdot 10^5$;
— le sillage de constitution aléatoire existe au-delà de $Re = 2 \cdot 10^5$ jusque $Re = 1 \cdot 10^7$;
— les fréquences d'excitation voisines de celle correspondant à la résonance sont fortement représentées dans le spectre de la force due au sillage de constitution aléatoire;
— au-delà de $Re = 1 \cdot 10^7$, il n'existe pas de valeurs expérimentales publiées à notre connaissance.

G. Une observation très importante a été faite par SMITH et MAC CARTHY [7]: quand le rapport $\frac{Re}{f}$ du nombre de Reynolds à la fréquence de la cheminée dépasse une valeur approximative de $12 \cdot 10^6$, l'amplitude tend à diminuer (fig. 7). La cause de ce phénomène est inconnue; il se peut qu'à partir d'un certain nombre de Reynolds, il y ait diminution de l'excitation due aux tourbillons.

## Régime de vibration à prévoir pour le calcul des cheminées

Le tableau I ci-après donne *Re* pour 50 m/sec, vitesse de vent exceptionnelle à une hauteur voisine de 50 m, selon la norme belge NBN 460.01.

*Tableau I*

| $D$, m | $Re$, $10^6$ |
|---|---|
| 1 | 3,33 |
| 2 | 6,66 |
| 3 | 10,0 |
| 4 | 13,3 |
| 5 | 16,7 |
| 6 | 20,0 |

On voit que toutes les grandes cheminées sont soumises à une excitation aléatoire sous le vent maximum réglementaire. Le régime sous-critique dans lequel il existe une vitesse $V_c$ bien déterminée n'a lieu, sauf pour les petits $D$, qu'à des vitesses de vent très basses ne produisant qu'une faible excitation.

## Données expérimentales pour le calcul des amplitudes

### *A. Etudes sur cheminées cylindriques*

a) Ozker et Smith [6] ont longuement étudié les vibrations d'une cheminée de diamètre 3,2 m supportée par l'ossature d'un bâtiment et dépassant de 47 m le toit de la centrale. Les vibrations importantes se sont produites dans la zone aléatoire. Les auteurs expriment la force transversale par unité de longueur due aux tourbillons par la formule

$$F_L = C_L D q \text{ kg/m}; \tag{1}$$

ils supposent $q$ constant sur toute la hauteur de la cheminée.

Cette formule a le mérite de la simplicité, mais elle cache des phénomènes complexes que nous examinerons plus loin. Nous verrons que l'emploi de la formule (1) est prudent parce qu'elle tend à surévaluer $F_L$ quand la cheminée est encastrée au sol.

Supposant que la force est périodique, les auteurs écrivent que, à la résonance, l'amplitude au sommet est égale à

$$A = A_s \frac{\pi}{\delta}. \tag{2}$$

$A_s$ est la flèche au sommet sous une force statique $F_L$ uniforme, $\delta$ est le décrément logarithmique (logarithme népérien du rapport de 2 amplitudes successives $y_1$ et $y_2$ du corps en oscillation libre: $\delta = L \frac{y_1}{y_2}$).

b) On observe que, comme dit ci-dessus, la cheminée sélectionne dans le spectre une étroite bande de fréquence autour de sa fréquence propre.

c) Les formules (2) et (1) contiennent les coefficients $\delta$ et $C_L$ qui sont déterminés successivement par les mesures faites. Les valeurs admises pour $C_L$ sont évidemment proportionnelles à celles retenues pour $\delta$.

Le décrément logarithmique est obtenu en observant les oscillations libres de cheminées que l'on a fléchies puis libérées. On constate que des cheminées dont les dimensions sont identiques ne se comportent pas de la même façon, par suite des différences entre leurs constructions, les terrains et les parties de bâtiment participant à la vibration.

Le diagramme de la fig. 8 se rapporte à plusieurs cheminées munies d'un revêtement [7]: il montre que $\delta$ varie avec l'amplitude de la vibration.

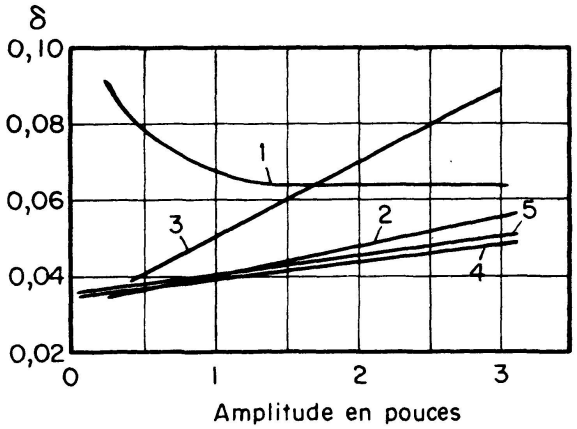


Fig. 8.

Nous donnons dans le tableau II les principales caractéristiques des cheminées étudiées:

*Tableau II*

| N° | Fixation | Revêtement | Construction |
|---|---|---|---|
| 1 | encastrée au sol | gunite | soudée |
| 2 et 3 | sur poutres | brique et mortier | rivée |
| 4 et 5 | sur ossature métallique | brique et mortier | rivée |

La fondation de la cheminée 3 est reliée à celle de 2 grandes chaudières et de 3 trémies. La courbe qui lui correspond montre qu'une grande partie de l'amortissement d'une cheminée provient de sa fondation (prise au sens large).

La valeur adoptée par SULZER après l'essai d'une cheminée de 100 mètres est $\delta = 0{,}025$ [8].

Pour des cheminées construites sur sol dur, de même que pour celles qui ne sont pas munies de revêtement, $\delta$ est nécessairement plus petit.

SCRUTON, dans un article déjà ancien [9], avait signalé 0,01; mais cette valeur, plus faible que celles indiquées par tous les autres auteurs, ne nous paraît pas devoir être retenue.

Par contre, DE GHETTO et LONG [10] ont publié des valeurs beaucoup plus optimistes que nous reproduisons au tableau III où $p$ est la pression spécifique sur le sol, en kg/cm².

*Tableau III*

| Cheminée | Fondation sur sol relativement élastique; $p=0{,}75$ | Fondation sur sol de raideur moyenne; $0{,}75<p<1{,}5$ | Fondation sur pieux ou sol peu élastique ou sur rocher |
|---|---|---|---|
| avec revêtement | 0,63 | 0,105 | 0,063 |
| sans revêtement | 0,105 | 0,052 | 0,035 |

$\delta=0{,}063$ correspond très bien aux valeurs données par OZKER et SMITH. Les autres valeurs paraissent élevées et comme les auteurs ne donnent pas $\delta$ en fonction de l'amplitude, nous croyons qu'il est dangereux de les appliquer.

Nous considérons que, comme une partie très importante de l'amortissement provient de la fondation, il y a lieu d'être très prudent quand l'étude ne peut s'appuyer sur une mesure de $\delta$ directement applicable au cas considéré. Par ailleurs, il est certain que les cheminées rivées ont un amortissement supérieur aux cheminées soudées, mais nous n'introduisons pas cette distinction dans les $\delta$ que nous recommandons ci-après.

d) OZKER et SMITH et différents auteurs ont examiné le cas de cheminées disposées en file dans la direction du vent. Ils ont constaté que, à partir de la 2e cheminée, la force latérale due aux tourbillons est plus importante que pour une cheminée isolée. OZKER et SMITH ainsi que SMITH et MAC CARTHY [6, 7] ont obtenu les maxima ci-après:

$C_L = 0{,}093$ quand le vent souffle perpendiculairement au plan des cheminées.
$C_L = 0{,}173$ quand le vent souffle parallèlement au plan des cheminées.

Il est évident que, en toute rigueur, ce coefficient doit dépendre du pas de la file de cheminées. L'effet du pas est bien connu pour les écoulements autour de faisceaux tubulaires d'échangeurs [15].

La période spatiale de l'allée régulière de tourbillons de BÉNARD-KARMAN est $4{,}3\,D$ et on constate que ce sillage organisé règne sur une distance de l'ordre de 3 périodes en aval de l'obstacle. Il est certain que la majoration de $C_L$ va en s'amenuisant quand le pas de la file de cheminées augmente et il est raisonnable de penser que cette majoration devient négligeable lorsque ce pas atteint environ 3 fois la période spatiale du sillage organisé; à plus forte raison en est-il ainsi dans le cas d'un sillage de constitution plus ou moins aléatoire.

Nous suggérons donc de prendre la valeur maxima de $C_L$ ($C_L=0{,}2$) tant que le pas de la file de cheminées est inférieur à $7\,D$ et de faire ensuite décroître $C_L$ linéairement pour atteindre la valeur minima ($C_L=0{,}1$) lorsque le pas est égal à $14\,D$.

e) Nous ne retiendrons pas les valeurs signalées par DE GHETTO et LONG qui sont beaucoup plus élevées (de 0,2 à 1,9). Nous pensons que ces auteurs les ont obtenues en partant des valeurs trop élevées, que nous avons signalées

ci-dessus, pour le décrément logarithmique et, comme nous l'avons dit au début de ce chapitre, la valeur $C_L$ calculée à partir des essais est proportionnelle à $\delta$.

f) En conséquence, en concordance avec les $\delta$ choisis, nous considérons que l'on peut adopter en toute sécurité:

$C_L = 0{,}1$ pour une cheminée isolée;
$C_L = 0{,}2$ pour une file de cheminées, soit le double du précédent, sous réserve que le pas de la file n'excède pas $7\,D$.

### *B. Etudes en tunnel*

a) Résumons les essais que FUNG a réalisés sur un cylindre fixe ou en oscillation forcée. Les forces de portance et de traînée sur le cylindre d'essai fixé rigidement et soumis à l'action du vent sont mesurées au moyen de capteurs à strain-gages dont les signaux sont enregistrés sur bande magnétique et analysés.

FUNG obtient le carré moyen de l'amplitude de la force transversale exprimée en kg au moyen de la formule

$$\overline{F}^2 = (q\,D\,h)^2\,\overline{C}_L^2 \int_0^\infty F(S)\,dS$$

dans laquelle on a posé $\int_0^\infty F(S)\,dS = 1$ pour normaliser la fonction $F(S)$; $h$ est la hauteur du cylindre, $\overline{C}_L^2$ le carré moyen du coefficient de portance. Les mesures effectuées ont fourni $\sqrt{\overline{C}_L^2} = 0{,}14$ et les valeurs de $F(S)$ qui sont reproduites dans la fig. 5 pour diverses valeurs de $Re$.

La structure élastique qui reçoit la force $F$ définie ci-dessus obéit à l'équation classique de l'oscillateur équivalent à la structure:

$$M\,\ddot{y} + c\,\dot{y} + k\,y = \text{force};$$

$M$ est la masse, $c$ la constante d'amortissement, $k$ la constante élastique.

L'expression

$$z(j\,\omega) = \left(\omega_0^2 - \omega^2 + j\,\frac{c}{M}\,\omega\right) M = (\omega_0^2 - \omega^2 + 2\,j\,\gamma\,\omega_0\,\omega)\,M$$

est l'impédance mécanique de la structure; $j = \sqrt{-1}$; $\gamma$ est le rapport de l'amortissement à l'amortissement critique $2\sqrt{k\,M}$ et on a $\delta = 2\,\pi\,\gamma$; $\omega_0 = k/M$ est la pulsation propre.

La moyenne du carré de l'amplitude de l'oscillateur équivalent est donnée par la relation $\overline{y}^2 = (q\,D\,h)^2\,\overline{C}_L^2 \int_0^\infty \frac{F(S)}{|z(j\,\omega)|^2}\,dS$. Comme $S = \frac{N\,D}{V} = \frac{\omega\,D}{2\,\pi\,V}$, elle s'écrit:

$$\overline{y}^2 = (q\,D\,h)^2\,\overline{C}_L^2\,\frac{D}{2\,\pi\,V} \int_0^\infty \frac{F\left(\frac{\omega\,D}{2\,\pi\,V}\right) d\omega}{M^2\,\omega_0^4 \left|1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2\,j\,\gamma\,\frac{\omega}{\omega_0}\right|^2}.$$

Enfin, si $\gamma$ est très petit, c'est-à-dire si l'amortissement est faible, ce qui est le cas usuel, on obtient la valeur approchée

$$\overline{y}^2 = \frac{1}{8}(q\,D\,h)^2\,\overline{C}_L^2\,\frac{D}{V}\,\frac{1}{M^2\,\omega_0^3\,\gamma}\,F\left(\frac{\omega_0 D}{2\,\pi\,V}\right) = \frac{\pi}{4}(q\,D\,h)^2\,\overline{C}_L^2\,\frac{D}{V}\,\frac{1}{M^2\,\omega_0^3\,\delta}\,F\left(\frac{\omega_0 D}{2\,\pi\,V}\right).$$

b) Cette formule a été établie pour un cylindre isolé, suspendu élastiquement, recevant sur toute sa longueur une poussée transversale uniforme et dont tous les points vibrent avec la même amplitude. En toute rigueur, il faudrait introduire des corrections pour la corrélation longitudinale et l'effet d'extrémité; on peut les négliger dans le cas d'une cheminée. Par contre, l'effet d'une file de cheminées ne peut être négligé.

Reste à tenir compte de la déformée dynamique. Elle est définie par une fonction $a(x)$, $x$ étant la distance à la base; $a(x)$ est choisi de manière à être égal à l'unité au sommet. D'après un résultat classique tiré de la théorie de l'oscillateur équivalent à la cheminée, on peut écrire la valeur de l'amplitude au sommet en réduisant la pression à l'abscisse $x$ proportionnellement à $a(x)$ et en explicitant la masse équivalente $M$:

$$\overline{y}^2 = \frac{\pi}{4}\,\overline{C}_L^2\,\frac{D}{V}\,\frac{[\int_0^h q(x)\,D(x)\,a(x)\,dx]^2}{[\int_0^h m(x)\,a^2(x)\,dx]^2\,\omega_0^3\,\delta}\,F\left(\frac{\omega_0 D}{2\,\pi\,V}\right). \tag{3}$$

$D(x)$ est le diamètre en $x$, $m(x)$ la masse par unité de longueur.

Le carré moyen de l'amplitude en un point quelconque $i$ est obtenu en multipliant l'expression ci-dessus par le carré de l'amplitude relative $a(i)$ de la déformée:

$$\overline{y(i)^2} = a^2(i)^2\,\overline{y}^2.$$

Nous pensons qu'il ne faut considérer que le mode fondamental de la vibration. Il est certainement très rare de rencontrer les modes supérieurs.

c) Des auteurs japonais ont essayé en tunnel un tube suspendu élastiquement et vibrant à sa fréquence propre. Pour retrouver l'allure des diagrammes

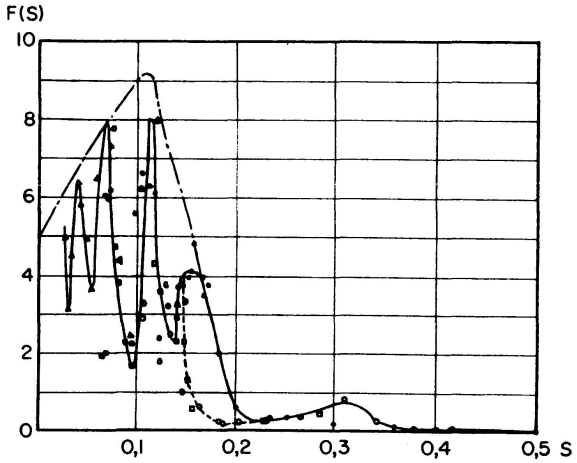


Fig. 9.

obtenus par FUNG, ils ont dû supposer un amortissement fonction de la vitesse.

Ils donnent pour le spectre le diagramme de la fig. 9. La valeur moyenne des résultats est très proche de la courbe moyenne $F(S)$, mais il apparaît des pics très importants et très localisés; pratiquement, il ne faut tenir compte dans le calcul que des sommets des pics. Nous croyons donc nécessaire d'effectuer le calcul avec la courbe enveloppe des pics que nous avons tracée en trait mixte.

d) Les essais en tunnel de CHEN [15] confirment les résultats de FUNG et fournissent une courbe de l'amplitude en fonction de $V$ similaire à celle de OZKER et SMITH.

### *C. Etude sur cheminées coniques*

La formule (3) et la figure 9 ont servi de base à l'étude effectuée par les auteurs japonais sur 4 cheminées coniques [5]. Le diamètre $D$ introduit dans la formule (3) est celui qui existe à 70% de la hauteur à partir de la base. Les auteurs considèrent que l'amplitude maxima probable est égale à $3\sqrt{\overline{y^2}}$. Un calcul classique en matière de vibrations d'amplitude aléatoire et de fréquence sensiblement constante (loi de Rayleigh) indique qu'il y a une probabilité de 99% pour que cette amplitude ne soit jamais dépassée. Il faut remarquer que le choix de cette limite comporte un certain arbitraire et nous pensons qu'il eût été plus prudent, en se basant sur la distribution de Rayleigh, d'adopter 4 à $5\sqrt{\overline{y^2}}$ comme amplitude maxima possible au cours d'une durée assez longue.

La concordance entre les amplitudes mesurées et les amplitudes calculées est relativement bonne, ce qui est rassurant, vu l'incertitude qui subsiste dans l'application aux cheminées réelles des essais en tunnel.

### *D. Conclusions*

Nous avons effectué plusieurs applications numériques à des cheminées de diamètres différents. Les formules (1) et (2) donnent des amplitudes plus élevées que la formule (3) et la fig. 9 combinées avec $y_{max} = 3\sqrt{\overline{y^2}}$, ce qui pourrait s'expliquer par l'insuffisance du coefficient 3; la concordance est acceptable avec le coefficient 5 ou même 4.

Dans l'état actuel de nos connaissances, nous recommandons donc par prudence les formules (1) et (2) avec les coefficients suivants:

$$C_L = 0{,}1 \text{ pour cheminée isolée,}$$
$$= 0{,}2 \text{ pour file de cheminées (pas} \leqq 7\,D);$$

décrément logarithmique pour le vent normal tel que défini dans la norme belge NBN 460.01:

cheminée avec revêtement: $\delta = 0{,}030$,
cheminée sans revêtement: $\delta = 0{,}020$.

Après avoir calculé les sollicitations dans le cas du vent normal, on les multiplie par

$$\left(\frac{V_{exceptionnel}}{V_{normal}}\right)^{1,8} = 1,87,$$

pour obtenir celles du cas exceptionnel de la norme belge.

Cette formule empirique tient compte de 2 faits:

— la portance alternative varie comme le carré de la vitesse du vent,
— le décrément logarithmique augmente avec l'amplitude.

Cette formule approchée est vérifiée par la courbe expérimentale publiée par OZKER et SMITH; elle n'est certainement pas rigoureuse dans toutes les applications, mais nous croyons pouvoir l'adopter avec sécurité.

## Moyens utilisés pour réduire les amplitudes

Nous ne connaissons pas d'exemples d'application d'un amortisseur dynamique à une cheminée.

### *A. Amortisseurs à viscosité placés dans des haubans fixés à la cheminée*

Ce système, qui est simple dans le cas d'un mât posé sur rotule et haubané, est rarement appliqué à une cheminée d'usine. Il a été néanmoins utilisé avec succès sur une cheminée qui avait vibré dangereusement [11].

### *B. Câbles mous*

Ces câbles sont montés comme des haubans mais ils ne sont pas tendus [1]. On en a placé à la centrale de Schelle après avoir constaté les vibrations d'une cheminée qui venait d'être mise en service.

### *C. Amortisseur annulaire à viscosité placé en tête de la cheminée*

Ce dispositif réalisé par SULZER [8] consiste en un anneau entourant le sommet de la cheminée et dont l'intérieur comporte une série de plaques annulaires horizontales fixées par leurs bords et percées d'un grand nombre de trous (fig. 10). L'anneau contient de l'huile qui s'écoule dans les trous pendant la vibration. SULZER dimensionne le dispositif pour qu'il soit efficace en hiver comme en été, la température modifiant la viscosité de l'huile. Ce dispositif est utilisé à la centrale des Awirs.

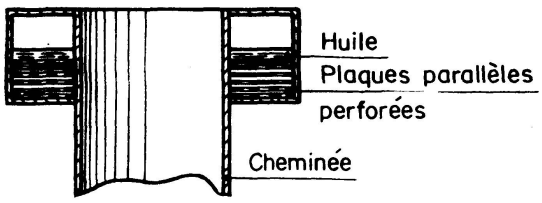


Fig. 10.

### *D. Ailettes hélicoïdales*

Cette solution (fig. 11) a été étudiée par le National Physical Laboratory sur des modèles réduits placés en soufflerie [4, 12]. La réduction des vibrations est due à la perturbation de l'allée des tourbillons dont la poussée transversale alternative est sensiblement affaiblie.

La traînée augmente pour 2 raisons: la surface frappée est plus importante, le coefficient de traînée $C_D$ est plus élevé.

Pour les nombres de Reynolds atteints, $C_D$ est toujours inférieur à l'unité pour une cheminée usuelle (fig. 4). Par contre, quand la cheminée est munie d'ailettes en hélice, le coefficient $C_D$ est voisin de 1,15 quel que soit $Re$, le calcul de la poussée étant effectué avec le diamètre circonscrit aux hélices [13].

Le dispositif optimum comporte 3 ailettes dont la hauteur est $0{,}09\,D$ et le pas $5\,D$. Il suffit de placer le dispositif amortisseur sur le tiers supérieur de la cheminée pour obtenir des résultats satisfaisants.

### *E. Câbles hélicoïdaux*

La publication [5] relative aux essais entrepris pour rechercher la disposition optima des câbles montre que ce dispositif n'est efficace qu'à condition de choisir avec soin le nombre et le pas des hélices; la fig. 12 représente ce qui a été adopté.

Fig. 11.

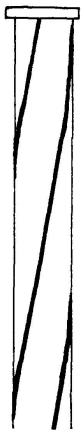

Fig. 12.

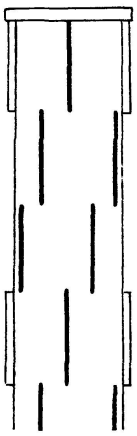

Fig. 13.

### *F. Ailettes verticales*

Le dispositif perturbateur des tourbillons doit nécessairement agir quelle que soit la direction du vent; c'est la raison pour laquelle les deux solutions précédentes comportent des éléments disposés en hélice.

Un système plus facile à réaliser consiste en plats rectangulaires verticaux disposés comme l'indique la fig. 13. Une application a été précédemment réalisée [14].

La hauteur des plats, leur longueur, le nombre de plats par virole, le décalage entre les rangées de plats successives sont autant de paramètres qui peuvent avoir une influence sur les amplitudes de la vibration.

Pendant la biennale 1965–1967, nous avons effectué des essais à l'Institut von Karman de Dynamique des Fluides de Rhode-St-Genèse grâce à l'appui du C.R.I.F. (Centre de Recherches de l'Industrie des Fabrications Métalliques).

Après avoir essayé plusieurs dispositions de plats, nous avons choisi:

4 plats par virole,
décalage de 30° entre les rangées successives,
longueur des plats: 0,75 à 0,9 $D$,
hauteur: 0,09 $D$.

Parallèlement aux mesures de vibrations, il a été effectué des mesures de la traînée. Comme pour les ailettes en hélice, on a constaté que, quel que soit le nombre de Reynolds, le coefficient $C_D$ est constant. On peut utiliser $C_D = 1{,}15$, le calcul étant effectué avec le diamètre circonscrit aux ailettes.

Il suffit de mettre des plats sur la moitié supérieure de la cheminée; on s'efforcera de mettre le même nombre de plats dans les diverses génératrices suivant lesquelles ils sont alignés. Les essais ont montré la nécessité de respecter avec suffisamment de soin les positions angulaires des ailettes.

### *G. Facteur de réduction des amplitudes*

Nous ne discutons de ce facteur que pour les 3 dispositifs qui ont fait l'objet de publications et celui que nous avons expérimenté.

a) Amortisseur à viscosité. Les essais que SULZER a réalisés sur une cheminée de 100 m ont donné

$\delta = 0{,}04$ lorsque l'amortisseur est presque vide,
$\delta = 0{,}17$ pour l'amortisseur plein,

ce qui permet de conclure à une réduction de l'amplitude dans le rapport 1/4.

b) Ailettes en hélice. Les essais réalisés en tunnel et sur cheminée ont montré une très grande diminution de l'amplitude. Il semble d'après ces résultats qu'il soit prudent de compter sur un rapport de réduction de 1/4 bien que les essais en tunnel aient été beaucoup plus favorables et que le NPL admette que les vibrations sont pratiquement éteintes.

c) Câbles en hélice. La comparaison des amplitudes sur modèles réduits de tube lisse et de tube avec câbles donne le rapport 1/5.

Les auteurs de la publication [5] ont effectué des essais sur cheminées réelles, lesquels ont conduit à un rapport qui est très voisin de 1/3.

d) Ailettes verticales. Nous croyons pouvoir compter sur le rapport 1/3 en général.

e) En conclusion nous constatons que, quel que soit le dispositif adopté pour diminuer les amplitudes des vibrations, on peut compter les ramener à environ 1/3 de la valeur que l'on constaterait sur une cheminée non pourvue de ce dispositif.

*H. Remarque relative à la rugosité du modèle en tunnel*

Corrélativement à l'effet de câbles et d'ailettes, il est indispensable que la rugosité du modèle soit très voisine de celle de la cheminée.

## Effets des coups de vent

A. Un coup de vent isolé peut se produire au moment de l'arrivée du front froid d'un grain important. La vitesse du vent varie brusquement; dans le rapport de BAES et JOUKOFF [25], un anémogramme montre une variation pratiquement instantanée de 3 à 25 m/sec.

L'effort de traînée passe quasi-instantanément à la valeur correspondant à la nouvelle vitesse du vent. Ceci entraîne des sollicitations maxima correspondant sensiblement au doublement de la variation statique de la traînée. Il est intéressant de constater que le règlement russe impose de doubler la sollicitation pour toutes les constructions en acier dont la fréquence est inférieure à 2 c/sec.

Par contre, il ne se produit rien de semblable dans les vibrations transversales; elles s'établissent à leur valeur de régime correspondant à la nouvelle amplitude de la portance alternative.

Comme ce sont ces vibrations qui conditionnent le calcul de la résistance de la cheminée, un coup de vent isolé est donc sans influence sur ce calcul.

B. Des coups de vent se succédant à intervalles plus ou moins réguliers sont susceptibles d'entraîner des vibrations importantes dans le sens du vent si leur fréquence est en résonance avec celle de la cheminée et si celle-ci est peu amortie.

Les divers auteurs qui ont relevé les fréquences des coups de vent, particulièrement dans les pays à typhons, signalent pour ces fréquences des valeurs de 0,125 à 0,25 c/sec [25].

Il est donc recommandé d'éviter pour les cheminées des fréquences propres aussi basses. IRMINGER et NOKKENTVED préconisent un minimum de 0,33 c/sec au bord de la mer, 0,25 dans l'intérieur des terres [2]. Compte tenu des principaux harmoniques de l'excitation, ces chiffres nous paraissent des minima fixés très bas mais dont, fort heureusement, les grandes cheminées sont suffisamment éloignées.

C. Les divers règlements, notamment [18, 22], contiennent des prescriptions très différentes relativement à l'effet des coups de vent.

### Vibration des anneaux

La fréquence propre $f_a$ du fondamental d'un anneau d'acier d'épaisseur $e$ en mm et de diamètre $D$ en m est donnée par la formule [26]

$$f_a = 2{,}53 \frac{e}{D^2} \text{ c/sec.}$$

S'il y a un revêtement, $f_a$ doit être divisé par $\sqrt{1 + \frac{\text{poids du revêtement}}{\text{poids de l'acier}}}$. S'il existe des raidisseurs annulaires suffisamment rapprochés pour être totalement efficaces, $f_a$ doit être multiplié par $\sqrt{\frac{12}{e^3} \cdot \text{moment d'inertie par unité de longueur}}$; nous pensons que l'effet des raidisseurs est encore mal connu.

La résonance des anneaux excités par les tourbillons a évidemment lieu lorsque $f_a = 2N$, d'où $S = \frac{f_a D}{2V}$.

Dans le cas de vibrations d'anneaux observé par W. S. Swiger [6]; la vitesse du vent qui a produit la résonance était de 11 m/sec et la fréquence correspondait à $S = 0{,}225$. Un calcul des sollicitations au moment de la résonance nous paraît impossible actuellement; nous manquons notamment de données relatives à l'excitation et à l'amortissement qui est probablement élevé dans le cas d'un revêtement épais. Nous supposons en outre que la vibration ne doit pas avoir lieu sur toute la hauteur de la cheminée, les conditions nécessaires n'étant pas réunies sur une grande hauteur.

Nous croyons très recommandable d'éviter que $f_a/2$ soit voisin de $f$, pour ne pas faire coïncider deux résonances, compte tenu notamment de la sélection opérée par la cheminée dans le spectre de $S$, laquelle peut renforcer par accrochage des fréquences l'effet du terme en $f$.

## Méthodes de calcul de la fréquence propre, de la déformée, des amplitudes, des moments de flexion alternatifs et des tensions

### *A. Calcul de $f$ et de la déformée $a(x)$ du mode fondamental de vibration*

Si la cheminée en acier a un diamètre et une épaisseur uniformes et n'est pas munie de revêtement, on peut montrer que les deux premières fréquences propres sont données par les formules simplifiées

$$f_1 = 1010 \frac{D}{h^2} \text{ c/sec}, \qquad f_2 = 6{,}27 f_1, \qquad D \text{ et } h\text{: m}.$$

S'il y a un revêtement n'intervenant que par sa masse et non par sa rigidité, il faut multiplier les valeurs précédentes par $\sqrt{\frac{P}{P+p}}$, $P$ étant le poids de l'acier de la virole et $p$ celui du revêtement, en kg/m.

En règle générale, l'épaisseur n'est pas constante, il arrive aussi que la partie inférieure de la cheminée soit conique. Dans ces conditions, le moyen le plus rapide pour déterminer la première fréquence propre est d'utiliser la méthode de Rayleigh, la formule étant

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{g\frac{\sum P_i z_i}{\sum P_i z_i^2}} \text{ c/sec}$$

avec $P_i$: poids total du tronçon $i$, kg;
$z_i$: ordonnée de la déformée statique sous les poids $P_i$ appliqués perpendiculairement à l'axe de la cheminée, mm;
$g$: 9810 mm/sec$^2$.

Le calcul des fréquences propres peut être effectué sur ordinateur. Nous utilisons une méthode itérative similaire à celle que HOLZER a imaginée pour les fréquences propres de torsion; elle est rigoureuse et fournit la déformée dynamique déterminée au moyen des forces d'inertie.

Rappelons que $a(x)$ est l'ordonnée de la déformée quand l'amplitude au sommet est égale à l'unité. A défaut de la déterminer par l'emploi de l'ordinateur, on peut la calculer numériquement ou graphiquement en appliquant aux $P_i$ des coefficients proportionnels aux $z_i$; au besoin, on procède à 2 approximations successives. Le procédé est semblable au calcul classique d'une vitesse critique de flexion.

### *B. Calcul de la flèche statique $A_s$ au sommet de la cheminée*

La vitesse du vent varie en fonction de la hauteur par rapport au sol. Il s'ensuit que $q$ et $Re$ varient le long de la cheminée; en régime non aléatoire, la vitesse $V_c$ est atteinte d'abord au sommet mais la vibration qui en résulte impose la fréquence $f$ aux tourbillons qui se détachent tout le long de la cheminée. En régime aléatoire, il faudrait aussi introduire les spectres à divers niveaux et les effets de corrélation transversale. La force transversale due aux tourbillons varie donc le long de la cheminée.

Mais l'emploi des coefficients de OZKER et SMITH entraîne évidemment l'adoption de leur méthode de calcul simplifiée. Ces auteurs ont admis que $q$ est sensiblement constant sur toute la hauteur de la cheminée. Comme leurs recherches ont été effectuées sur des cheminées dont la base était pratiquement au niveau du toit de la centrale, l'anémomètre étant fixé au tiers de la hauteur environ, nous proposons d'utiliser les valeurs de $q$ variables avec la hauteur données dans la norme belge NBN 460.01 qui définit une pression dynamique normale et une pression dynamique exceptionnelle. Celle-ci est relative à des pointes de vent locales de courte durée et dont la probabilité d'apparition est faible; la pression dynamique normale peut agir plusieurs fois par an.

Bien entendu, la poussée est nulle sur la partie inférieure de la cheminée si elle est enfermée dans un bâtiment.

On tiendra compte éventuellement de la déformation de la structure sur laquelle la cheminée est fixée.

### *C. Calcul de l'amplitude A au sommet*

Elle est calculée par la formule (2) et en tenant compte éventuellement d'un coefficient réducteur si la cheminée est munie de dispositifs anti-tourbillons.

L'amplitude au niveau $x$ est égale à $A\,a\,(x)$.

### *D. Calcul du moment de flexion $M_L$ dû à la vibration*

Chaque tranche de cheminée de masse $m\,(x)$ engendre un effort d'inertie $4\,\pi^2 f^2 m\,(x)\,A\,a\,(x)$. Il en résulte immédiatement les moments de flexion alternatifs $M_L$ dans toutes les sections.

Quand on a obtenu la fréquence propre par un calcul à l'ordinateur, on connaît immédiatement les moments de flexion dans toutes les sections pour une amplitude unitaire au sommet. Les moments $M_L$ sont obtenus en les multipliant par $A$.

Utiliser la déformée stat'que au lieu de la déformée dynamique constitue une approximation par excès.

### *E. Calcul du moment de flexion $M_D$ dû à la poussée du vent*

On utilise le coefficient $C_D$ relatif au cylindre nu ou avec ailettes, la répartition réglementaire de $q$ en fonction de $x$ et le coefficient réducteur $C_r$ selon la norme NBN donné au tableau IV.

*Tableau IV*

| $H$ en $m$ | Coefficient $C_r$ |
|---|---|
| 10 | 0,85 |
| 20 | 0,80 |
| 50 | 0,74 |
| 100 | 0,70 |

Pour tenir compte des coups de vent quasi périodiques, on évitera des fréquences propres trop basses.

En règle générale, $M_D$ est petit vis-à-vis de $M_L$.

Pour fixer les idées, le tableau V donne les valeurs en kg/m² de $C_r C_D q$ et de $C_L q \frac{\pi}{\delta}$ pour les cheminées de grand diamètre et pour une pression dynamique $q = 100$ kg/m². Bien entendu, comme nous l'avons vu, le moment de flexion alternatif est calculé au moyen des efforts d'inertie engendrés par la vibration et non au moyen d'un effort $C_L q \frac{\pi}{\delta}$ par unité de longueur; néanmoins le tableau fixe utilement les idées. Le coefficient réducteur $C_r$ a été pris égal à 0,75. Le coefficient $C_D$ a été pris égal à 0,7 pour une cheminée nue; pour une cheminée

avec ailettes, il a été dit plus haut comment variait la poussée. $\delta$ a été pris égal à 0,030 et $C_L$ à 0,1 ou 0,2 comme dit précédemment.

*Tableau V*

| | $C_r\, C_D\, q$ | $C_L\, q\, \frac{\pi}{\delta}$ cheminée isolée | cheminée en file |
|---|---|---|---|
| cheminée nue | $0{,}75 \cdot 0{,}7 \cdot 100 = 53$ | $0{,}1 \cdot 100 \cdot \frac{\pi}{0{,}030} = 1050$ | 2100 |
| cheminée avec ailettes de $h = 0{,}06\, D$ | $0{,}75 \cdot 1{,}15 \cdot 1{,}12 \cdot 100 = 89$ | $\frac{1050}{3} = 350$ | 700 |

On voit que, pratiquement, ce sont les sollicitations dues aux vibrations transversales qui imposeront l'épaisseur des viroles. La poussée classique réglementaire joue un rôle si réduit qu'on pourrait la négliger.

### *F. Tensions longitudinales*

Le moment de flexion maximum est donné par $M_f = \sqrt{M_L^2 + M_D^2}$. A la tension de flexion $R_f$ qui lui correspond, nous ajoutons la tension de compression $R_c$ due au poids pour obtenir la tension de compression maxi $R$.

### *G. Tensions transversales*

Ces tensions sont liées à l'ovalisation de la cheminée due à la répartition azimutale des pressions et dépressions produisant la traînée. Cette répartition a été proposée par divers auteurs. Nous recommandons la répartition représentée par la fig. 14, proposée par BLANJEAN [16].

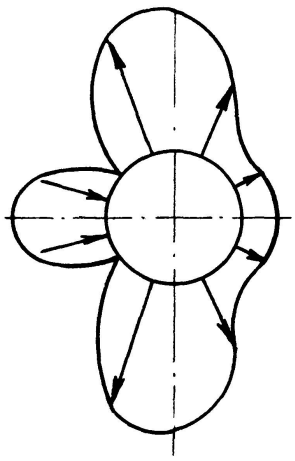

Fig. 14.

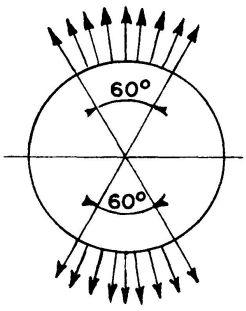


Fig. 15.

Le règlement ABS prévoit une répartition schématisée (fig. 15) qui a le mérite de simplifier les calculs; son utilité est moindre actuellement, l'emploi d'un ordinateur permettant aisément de calculer un anneau soumis à des forces quelconques agissant dans son plan.

Quand les cheminées sont munies d'ailettes, les dépressions deviennent moins importantes et les tensions dues à l'ovalisation diminuent certainement.

Nous proposons dans tous les cas d'appliquer les résultats obtenus à partir de la fig. 14 qui conduit, au point le plus sollicité par la vibration d'ensemble, à un moment de flexion $79\,q\,D^2$ kgmm par m de longueur; $D$ en m et $q$ en kg/m². Dans le plan perpendiculaire, le moment de flexion atteint $84\,q\,D^2$.

### *H. Tensions combinées*

Par sécurité, on peut supposer que la tension de compression $R$ résultant de la flexion et du poids propre existe dans la section la plus sollicitée transversalement et on la combine avec la tension de traction $R_0$ due à l'ovalisation, de telle sorte que la tension maxi équivalente est d'après le critère de HENCKY-VON MISES

$$R_e = \sqrt{R^2 + R_0^2 + R\,R_0},$$

$R$ et $R_0$ étant pris en valeur absolue.

Nous négligeons les tensions de cisaillement qui sont très faibles.

## Tensions admissibles

### *A. Introduction*

Etant donné le caractère extrêmement exceptionnel du vent maximum [25], nous admettrons que soit atteinte dans ce cas la limite élastique ou la tension de flambage local. La tension à prendre en considération est $R_e$ calculée comme dit ci-dessus; il n'y a pas lieu d'introduire ici un coefficient de concentration de tension.

Sous le vent normal, nous considérons la résistance à la fatigue et nous admettrons un coefficient de sécurité voisin de 1,33. Pour les tôles en acier 42, on peut compter sur une limite d'endurance de 24 kg/mm²; le taux de fatigue admissible est donc de 18 kg/mm².

La sollicitation par fatigue fera l'objet d'un chapitre final où l'on s'efforcera d'indiquer ce que devrait être un calcul rationnel.

### *B. Flambage d'ensemble*

Le calcul est classique. Il peut être traité par les formules du NBN 1 combinées avec celles de la note technique B. 10.51 du C.E.C.M. [17].

Nous avons pu vérifier que dans les grandes cheminées d'usine actuellement construites en Belgique, il n'y a aucun risque de flambage d'ensemble; la vérification de la sécurité au flambage est pratiquement superflue pour ces cheminées.

### *C. Flambage local par voilement de la virole*

Nous retiendrons deux points importants signalés par TIMOSHENKO [23]:

— quand il y a compression $R_c$ et flexion $R_f$ combinées, on obtient une approximation suffisante de la tension de voilement en supposant que la contrainte combinée de compression devient égale à la tension critique du cylindre soumis à compression pure;

— la tension de voilement dans le cas de flexion pure est supérieure à la tension critique de compression pure.

Afin de tenir compte de ces 2 caractéristiques, la Esso Research and Engineering Company a adopté une formule générale [29] que nous avons retrouvée à partir de la formule donnée par TIMOSHENKO en faisant les hypothèses suivantes: la tension admise est basée sur un coefficient de sécurité 2, le rapport entre les charges critiques de flambage d'une virole fléchie et d'une virole comprimée est 1,4. Cette formule est

$$R_{cr} = 2\,E\frac{e}{D}\,\frac{0{,}56 - 0{,}16\dfrac{R_c}{R_c+R_f}}{1 + 0{,}004\dfrac{E}{\text{limite élastique}}}.$$

$E$ est le module d'élasticité. $R_c$ étant négligeable vis-à-vis de $R_f$ dans le cas d'une construction élancée, on peut adopter au numérateur la valeur 0,56; $e$ et $D$ sont exprimés dans les mêmes unités.

Dans le cas d'une construction en acier A 42, on a $E = 20\,500$ kg/mm², limite élastique = 26 kg/mm²; l'introduction des caractéristiques à chaud modifie légèrement ces valeurs, par ex. à 225° on a respectivement 19 500 et 19,5 kg/mm² environ.

On obtient donc le tableau VI.

*Tableau VI*

| $\frac{e}{D}$ | $R_{cr}$ kg/mm² |
|---|---|
| 0,0025 | 13,8 |
| 0,0030 | 16,6 |
| 0,0035 | 19,3 |
| 0,0040 | 22,1 |
| 0,0045 | 24,9 |
| 0,0050 | >26,0 |

Il est certain que le danger de flambage local est moindre lorsque le taux de compression comporte une composante variant à une fréquence suffisamment élevée; en quelque sorte, on peut dire que le flambage n'a pas le temps de se produire. Ce phénomène étant encore mal connu et les fréquences des cheminées étant basses, nous supposerons par sécurité que la compression a un caractère statique et appliquerons la formule précitée.

### *D. Fatigue*

a) La résistance à la fatigue ne fait intervenir pratiquement que l'amplitude de la tension $R_L$ résultant du moment $M_L$ de flexion alternative. Bien entendu, il faut multiplier $R_L$ par le coefficient de concentration de tension $K$; il faut à la fois un tracé et une exécution extrêmement soignés pour l'abaisser à 2 environ, sauf à la jonction de viroles par soudures bout à bout où $K$ est plus voisin de 1.

Il est important de remarquer à ce propos que:

— une bride boulonnée trop peu rigide fait naître, tant dans la virole que dans la bride elle-même, des tensions locales élevées du côté tendu;

— les raidisseurs verticaux, qui peuvent être recommandables pour les structures où prédomine l'effet du poids propre, entraînent à leur jonction supérieure avec la virole l'existence de pointes de tension.

On préfèrera à ces systèmes, par exemple: une bride rigide et symétrique par rapport à la tôle de la virole, deux brides écartées et entretoisées, un caisson circulaire dont la virole forme une paroi.

Chaque cas est à examiner en fonction du mode d'attache à la base. Il en est de même de la liaison entre viroles.

b) Nous ébauchons en fin de la présente note une méthode rationnelle de calcul à la fatigue. Nous verrons que les données statistiques nécessaires à pousser le calcul jusqu'à sa conclusion ne sont pas disponibles actuellement.

Force nous est donc de nous contenter, provisoirement, de limiter à 18,0 kg/mm² la tension de fatigue sous le vent normal. Il en résulte que la tension de fatigue sous le vent exceptionnel est de $18{,}0 \cdot 1{,}87 = 33{,}7$ kg/mm², ce qui permet à l'acier de supporter un nombre de cycles que nous considérons comme largement suffisant.

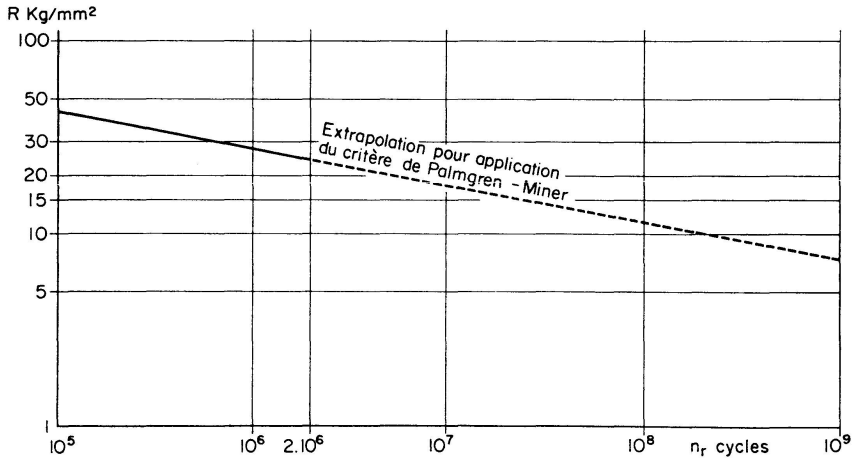


Fig. 16.

Pour l'acier A 42, on peut admettre notamment que le nombre de cycles $n_r$ et la tension alternative $R$ sont reliés par la droite de la fig. 16 que nous avons obtenue à partir d'essais de fatigue exécutés au CNRM pour le CECM [24]; par sécurité, nous avons abaissé quelque peu la valeur de la limite d'endurance et accru légèrement la pente de la droite. Considérant que $n_r$ augmente très rapidement quand la tension décroît et que les pointes de vent maximum sont extraordinairement rares et brèves [25], nous estimons que la sécurité choisie est suffisante.

Pour une température de l'ordre de 250°, nous diminuons la limite d'endurance de 2 à 3 kg/mm².

## Exemple numérique

### *A. Données*

Soit la cheminée de 4,22 m de diamètre représentée à la fig. 17; elle est calculée dans le cas d'une file de cheminées. Il est prévu un revêtement en gunite de 50 mm d'épaisseur. Le toit de la centrale étant au niveau 20 m, le vent n'agit que de 20 m à 58 m. Des ailettes verticales de 250 mm de hauteur sont prévues entre le niveau 40 m et le sommet.

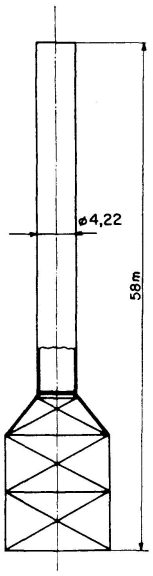


Fig. 17.

### *B. Calcul des tensions*

a) Fréquence propre et déformée dynamique. Le calcul effectué à l'ordinateur a donné la fréquence propre $f = 1{,}615$ c/sec.

Le tableau VII donne les distances des sections considérées par rapport à la base, les efforts tranchants, les moments fléchissants et les amplitudes de la déformée.

*Tableau VII*

| $x$ m | $S$ kg | $M$ kgm | $a$ mm |
|---|---|---|---|
| 58 | 0 | 0 | 1,000 |
| 52 | 84 | 507 | 0,808 |
| 46 | 211 | 1833 | 0,620 |
| 40 | 325 | 3788 | 0,443 |
| 34 | 400 | 6188 | 0,290 |
| 28 | 450 | 8890 | 0,170 |
| 22 | 483 | 11788 | 0,090 |
| 20 | 495 | 12778 | 0,074 |
| 15,2 | 504 | 15194 | 0,044 |
| 5,2 | 504 | 20247 | 0,005 |
| 0 | 505 | 22867 | 0,000 |

b) Flèche statique $A_S$. Elle est déterminée dans le cas du vent normal en appliquant les efforts repris au tableau VIII, calculés à partir des pressions dynamiques $q$ de la norme NBN 460.01.

*Tableau VIII*

| $x$ m | $q$ kg/m² | $\Delta x$ m | $q\,D\,\Delta x$ au niveau $x$ | $e$ mm | $I$ mm⁴ de $x_i$ à $x_{i+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 58 | 81,4 | 3 | 1030 | 10 | $292{,}9 \cdot 10^9$ |
| 52 | 80,4 | 6 | 2030 | 10 | $292{,}9 \cdot 10^9$ |
| 46 | 79,2 | 6 | 2000 | 10 | $292{,}9 \cdot 10^9$ |
| 40 | 78,0 | 6 | 1970 | 10 | $292{,}9 \cdot 10^9$ |
| 34 | 76,8 | 6 | 1940 | 12 | $351{,}9 \cdot 10^9$ |
| 28 | 75,6 | 6 | 1910 | 15 | $440{,}9 \cdot 10^9$ |
| 22 | 71,0 | 4 | 1200 | 15 | $440{,}9 \cdot 10^9$ |
| 20 | 66,0 | 1 | 278 | 15*) | $2025{,}0 \cdot 10^9$ |
| 15,2 | 0 | | | | $2610{,}0 \cdot 10^9$ |
| 5,2 | 0 | | | | $2610{,}0 \cdot 10^9$ |
| 0 | 0 | | | | — |

*) A la cote 20, pour des motifs de soudage, on a augmenté l'épaisseur sur une hauteur de 350 mm. Cette augmentation d'épaisseur n'a pas été considérée dans les calculs.

On a obtenu $A_S = 18{,}1$ mm.

c) Amplitude $A$. $\delta = 0{,}030$; coefficient réducteur dû aux ailettes: $\frac{1}{3}$.

$$F_L = C_L D q = 0{,}2\, D q.$$

Vent normal:

$$A_N = 0{,}2\, A_S \frac{\pi}{\delta} \frac{1}{3} = 0{,}2 \cdot 18{,}1 \frac{\pi}{0{,}030} \frac{1}{3} = 126 \text{ mm}.$$

Vent exceptionnel:

$$A_E = 126 \cdot 1{,}87 = 235 \text{ mm}.$$

d) Moments $M_L$. Ils seront déterminés à chaque changement d'épaisseur en utilisant le tableau VII. Le niveau est indiqué en indice.

Vent normal:

$$M_{37} = 5150 \cdot 126 = 650\,000 \text{ kgm},$$
$$M_{31} = 7800 \cdot 126 = 982\,000 \text{ kgm},$$
$$M_{20} = 12778 \cdot 126 = 1\,610\,000 \text{ kgm}.$$

Vent exceptionnel:

$$M_{37} = 5150 \cdot 235 = 1\,210\,000 \text{ kgm},$$
$$M_{31} = 7800 \cdot 235 = 1\,830\,000 \text{ kgm},$$
$$M_{20} = 12778 \cdot 235 = 3\,003\,000 \text{ kgm}.$$

e) Moments $M_D$. Nous avons appliqué à la partie de la cheminée munie d'ailettes

$$F_D = 0{,}73 \cdot 1{,}15\,(4{,}22 + 0{,}50)\,q \text{ kg/m}$$

et à la partie non munie d'ailettes

$$F_D = 0{,}73 \cdot 0{,}7 \cdot 4{,}22\,q \text{ kg/m}$$

$q$ étant extrait du tableau VIII et 0,73 du tableau IV; nous avons obtenu le tableau IX.

*Tableau IX*

| Vent | Moments en kgm $M_{37}$ | $M_{31}$ | $M_{20}$ |
|---|---|---|---|
| normal | 72 000 | 115 000 | 209 000 |
| exceptionnel | 144 000 | 230 000 | 418 000 |

f) Tensions longitudinales. On a calculé une tension de compression

$$R_c = 0{,}80 \text{ kg/mm}^2 \text{ à la base.}$$

Pour simplifier, on prendra la même tension dans les autres sections calculées.

Les moments de flexion combinés sont donnés au tableau X, en kgm.

*Tableau X*

| Vent | $M_{37}$ | $M_{31}$ | $M_{20}$ |
|---|---|---|---|
| normal | 654 000 | 988 000 | 1 624 000 |
| exceptionnel | 1 219 000 | 1 844 000 | 3 032 000 |

Tensions longitudinales combinées $R$, kg/mm².

*Tableau XI*

| Vent | $x_{37}$ | $x_{31}$ | $x_{20}$ |
|---|---|---|---|
| normal | 5,81 | 6,72 | 8,57 |
| exceptionnel | 9,58 | 11,85 | 15,31 |
| $e/D$ | 0,00237 | 0,00285 | 0,00357 |

Les tensions alternatives maxima dues à $M_L$ sont 7,77 pour le vent normal et 14,51 pour le vent exceptionnel.

g) Tensions transversales. Le moment fléchissant $M_0 = 79\,q\,D^2$ est calculé aux différents niveaux.

*Tableau XII*

| Vent | $x$ m | $q$ kg/m² | $M_0$ kgm | $I/v$ mm³ | $R_0$ kg/mm² |
|---|---|---|---|---|---|
| normal | 37 | 77 | 108 000 | 16 700 | 6,47 |
| | 31 | 76 | 107 000 | 24 100 | 4,44 |
| | 20 | 65 | 91 500 | 37 600 | 2,43 |
| exceptionnel | 37 | 154 | 217 000 | 16 700 | 13,00 |
| | 31 | 152 | 214 000 | 24 100 | 8,88 |
| | 20 | 130 | 183 000 | 37 600 | 4,88 |

Le raccordement des viroles entre elles est effectué par soudure bout à bout. Des brides destinées à maintenir en place les viroles pendant le montage renforcent localement; il en résulte que, dans la soudure, les tensions $R_0$ sont négligeables.

Notons qu'au milieu des viroles de hauteur 6 mètres, un raidisseur circulaire plat a été prévu; il n'en a pas été tenu compte par sécurité.

h) Tensions combinées $R_e = \sqrt{R^2 + R_0^2 + R\,R_0}$.

*Tableau XIII*

| Vent | $x$ m | $R_e$ kg/mm² |
|---|---|---|
| normal | 37 | 10,64 |
| | 31 | 9,73 |
| | 20 | 10,00 |
| exceptionnel | 37 | 19,63 |
| | 31 | 18,02 |
| | 20 | 18,25 |

## *C. Tensions admissibles*

a) Tensions sous le vent exceptionnel. Le tableau XIII montre que, sous le vent exceptionnel, les tensions $R_e$ sont inférieures à la limite élastique 26 kg/mm².

Les tensions $R$ sont comparées aux tensions de voilement des viroles; les rapports $e/D$ figurent dans le tableau XI et les tensions admissibles dans le tableau VI.

b) Flambage d'ensemble. Nous n'indiquerons pas la vérification qui a été faite. Comme nous l'avons dit précédemment, il n'y a aucun risque de flambage d'ensemble.

c) Tensions alternatives. Nous considérons un coefficient de concentration de tension $K$ égal à 1,5 dans les joints de viroles soudées bout à bout. A 350 mm de la base, comme il y a un changement d'épaisseur plus

important, nous prenons $K = 2$. Nous ne faisons pas le calcul au raccordement avec le caisson de fixation, l'augmentation de l'épaisseur de la virole compensant l'augmentation du coefficient de concentration.

Les tensions alternatives maxima valent donc:

— vent normal: $7{,}77 \cdot 2 = 15{,}54$ kg/mm²;

— vent exceptionnel: $14{,}51 \cdot 2 = 29{,}02$ kg/mm².

Les tensions maxi atteintes dans le cas du vent normal sont inférieures aux limites choisies au chapitre *D* précédent, à savoir 18,0 et 33,7 kg/mm².

Sous le vent exceptionnel, le nombre de cycles qui pourrait être supporté avant fissure, en supposant qu'il n'y ait pas d'autres moments de vibrations, serait 320 000 cycles, c'est-à-dire:

$$T = \frac{320\,000}{1{,}615 \cdot 3600} = 55 \text{ heures.}$$

### *D. Note sur les vibrations des anneaux*

Nous avons obtenu sans tenir compte des raidisseurs:

| $e$ mm | $f_a$ c/sec |
|---|---|
| 10 | 0,94 |
| 12 | 1,18 |
| 15 | 1,55 |

La fréquence propre de la cheminée étant $f = 1{,}615$ c/sec, $2f$ est très différent de $f_a$, ce qui est satisfaisant.

### *E. Conclusions à tirer de l'exemple numérique*

S'il n'avait pas été prévu d'ailettes anti-tourbillons, les tensions alternatives auraient été sensiblement triplées.

Sous le vent exceptionnel, la tension serait d'environ 100 kg/mm².

Indépendamment des phénomènes de fatigue – qui font intervenir pour une tension aussi élevée et purement théorique la notion de low cycle fatigue – il est évident qu'une sollicitation aussi élevée est inadmissible.

Il en résulte que l'utilisation d'un système capable de réduire à un niveau acceptable les vibrations dues au vent est la condition indispensable de résistance d'une cheminée économique.

## Esquisse d'une méthode rationnelle de calcul de la résistance aux tensions alternatives

### *A. Introduction*

Il ressort de ce qui précède que le véritable danger de ruine d'une cheminée provient des vibrations qu'elle exécute perpendiculairement au vent et que,

par conséquent, il est indispensable de vérifier que les dégâts dus à la fatigue n'excèdent pas la limite admissible.

Dans ce qui précède, nous n'avons pu évaluer la résistance de la cheminée à la fatigue que d'une manière sommaire et ne serrant pas de près la réalité physique. Les données actuellement disponibles ne permettent pas de faire mieux; néanmoins, nous nous efforçons ci-après de montrer ce que serait une méthode rationnelle de calcul. Nous avons basé cette tentative de calcul sur les notions de dégâts cumulés par fatigue et de probabilité des divers niveaux de sollicitations.

### *B. Critère de ruine par fatigue*

Nous utiliserons pour calculer les dégâts cumulés le critère de PALMGREN-MINER dont il est largement fait usage dans d'autres domaines (missiles, réservoirs sous pression, etc. . . .) et qui a l'avantage de posséder une expression mathématique simple et maniable.

L'expérience montre que, sous une tension alternative $R$, la ruine est atteinte après $n_r(R)$ cycles. Considérons la composante alternative de la sollicitation de la cheminée en un point. La composante statique est faible et ne joue pratiquement aucun rôle dans le dommage par fatigue. Le calcul ci-après ne fait donc intervenir que la sollicitation de $+R$ à $-R$ due à la vibration. Si la tension $R$ existe pendant $n$ cycles ($n < n_r$), le dommage qui lui est dû est mesuré, par hypothèse, par le rapport $n/n_r$. La rupture par fatigue est atteinte lorsque le dommage cumulé est égal à l'unité: $\sum n/n_r = 1$, la somme étant étendue à tous les régimes de vibration auxquels est soumise la cheminée au cours de son existence.

### *C. Calcul du dommage par fatigue pour une vitesse de vent V constante*

Nous avons vu que, en pratique, la cheminée vibrait toujours à sa fréquence propre; son amplitude varie de façon aléatoire et on peut calculer le carré moyen du déplacement au sommet pour une vitesse déterminée $V$ du vent, de préférence par la méthode de FUNG, sinon à partir de l'amplitude maxima selon OZKER et SMITH que nous considérons égale à $4\sqrt{\text{carré moyen}}$.

On peut en déduire le carré moyen de la sollicitation, auquel il faut appliquer un coefficient de concentration de tension, ce qui donne finalement la valeur de $\sigma_R$, racine carrée du carré moyen de la sollicitation alternative au point le plus sollicité. A partir de cette valeur quadratique moyenne, il est possible de calculer le dommage produit par $n$ cycles sous l'action du vent de vitesse $V$.

En effet, un résultat classique, dû à RICE, de la théorie générale des vibrations aléatoires de fréquence approximativement constante s'énonce comme suit [27]: la probabilité $p(R)dR$ d'une amplitude comprise entre $R$ et $R+dR$ obéit à une loi de RAYLEIGH (fig. 18).

$$p(R) = \frac{R}{\sigma_R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\,\sigma_R^2}\right).$$

Si $T(V)$ est la durée totale du vent de vitesse $V$, le nombre de cycles est $T(V)f$, $f$ étant la fréquence propre de la cheminée. La tension est $R$ (à $dR$ près) pendant $T(V)f\,p(R)\,dR$ cycles. Le dommage par fatigue qui en résulte est donné par l'expression

$$D(V) = T(V)f \int_0^\infty \frac{p(R)\,dR}{n_r(R)}.$$

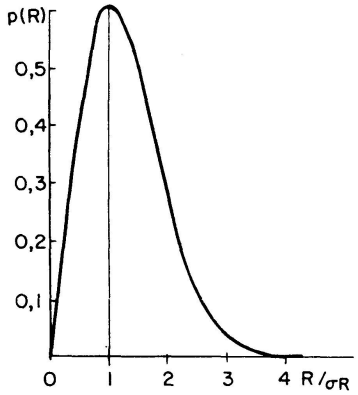


Fig. 18.

En toute rigueur, la limite supérieure de l'intégrale ne devrait pas être infinie; mais l'erreur est minime et dans le sens de la sécurité.

Le diagramme bilogarithmique reliant $R$ et $n_r(R)$ est pratiquement une droite dans une zone assez étendue de variation de $R$; d'où $n_r R^b = K$, $K$ étant une constante. Pour les aciers usuels dans la région autour de $10^6$ cycles, il semble qu'on puisse prendre $b = 5$. Le nombre de cycles supportable varie donc dans une mesure extrêmement considérable avec la tension (fig. 16); rien ne peut être négligé pour que le calcul tienne compte le mieux possible de cette variation. Il est évident que la grandeur du dommage par fatigue est très sensible à la valeur de l'exposant $b$.

Lorsque la sollicitation n'excède pas la limite d'endurance, $n_r$ est infini (ou, du moins, très grand). Néanmoins, il a été constaté une meilleure concordance du critère de Palmgren-Miner et des résultats expérimentaux lorsque l'on continue à appliquer la loi $n_r R^b = K$ pour les sollicitations inférieures à la limite d'endurance.

D'où
$$D(V) = \frac{T(V)f}{K\,\sigma_R^2} \int_0^\infty R^{b+1} \exp\left(-\frac{R^2}{2\,\sigma_R^2}\right) dR$$
$$= \frac{T(V)f}{K} [\sqrt{2}\,\sigma_R(V)]^5\, 3{,}32.$$

On peut faire usage, pour le calcul de l'intégrale, de tables telles que celles de Jahnke et Emde [28].

### *D. Effet de la direction variable du vent*

La direction du vent étant variable, la tension $R$ due à un vent de vitesse $V$ n'existe pas toujours au même endroit; d'où une première distribution de cette tension en fonction de l'azimut. La publication de BAES et JOUKOFF [25] donne le diagramme polaire de la répartition de la direction du vent à Uccle (moyenne de 50 années); on constate la forte prédominance de l'axe SW-NE; la probabilité d'un azimut compris dans les demi-quadrants centrés sur cet axe est de près de 50%.

On peut raisonnablement admettre que la probabilité des vents les plus violents est accrue dans les directions prédominantes, ce qui accentue encore l'inégalité de leur répartition azimutale.

Faute de mieux, nous ferons donc l'hypothèse que le vent $V$ est contenu avec une probabilité $\frac{2}{3}$ dans 2 demi-quadrants opposés et $\frac{1}{3}$ dans les autres azimuts; pour simplifier, nous supposerons ces probabilités distribuées uniformément dans chacun de ces 2 domaines (fig. 19).

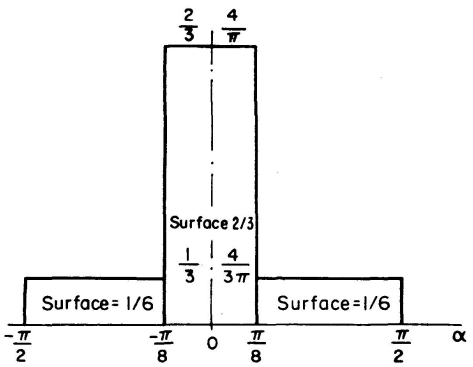


Fig. 19.

L'effet de fatigue maximum de la cheminée se produit dans le plan $P$ perpendiculaire au vent dominant; quand le vent fait un angle $\alpha$ avec ce plan $P$, la tension dans le plan $P$ est égale au maximum multiplié par $\cos\alpha$; $D(V)$ est donc une fonction $D(\alpha)$ de $\alpha$ par l'intermédiaire de $\sigma_R \cos\alpha$. Il en résulte que la valeur de $D(V)$ devient:

$$\frac{2}{3}\frac{4}{\pi}2\int_0^{\pi/8} D(\alpha)\,d\alpha + \frac{1}{3}\frac{4}{3\pi}2\int_{\pi/8}^{\pi/2} D(\alpha)\,d\alpha = [0{,}86\cdot 2\int_0^{\pi/8} + 0{,}14\cdot 2\int_{\pi/8}^{\pi/2}]\,D(\alpha)\,d\alpha.$$

### *E. Répartition temporelle de la vitesse V*

Pour achever le calcul du dommage total $D$, il faut enfin tenir compte du temps pendant lequel règne le vent de vitesse $V$. Au cours d'une durée totale $T$, le vent de vitesse comprise entre $V$ et $V+dV$ existe pendant $T(V) = T\,s(V)\,dV$. Reste à connaître la distribution $s(V)$.

Comme nous l'avons dit précédemment avec insistance, il ressort avec évidence du rapport de BAES et JOUKOFF [25] que le vent de vitesse maxima a un caractère très exceptionnel: c'est une occurrence rarissime et de durée

extrêmement brève. Il faut néanmoins prévoir l'éventualité de circonstances particulièrement défavorables, étant donné l'effet prédominant des sollicitations élevées sur le nombre de cycles supportable.

Nous n'avons pu tirer des données de la météorologie aucune détermination de la distribution $s(V)$. Les informations dont nous avons eu connaissance portent principalement sur le vent moyen mesuré pendant des intervalles consécutifs de 2 heures ainsi que sur le rapport des vitesses maxima aux vitesses moyennes pendant ces intervalles. Il ressort néanmoins de ces données (voir les fig. 25 à 29 et 36 de BAES et JOUKOFF) que les vitesses $V$ les plus courantes obéissent probablement à une répartition analogue à celle de RAYLEIGH. Nous proposons donc d'adopter

$$s(V) = \frac{V}{\sigma_V^2} \exp\left(-\frac{V^2}{2\,\sigma_V^2}\right)$$

et d'admettre que, pendant une vie industrielle de 40 ans, les vents de 40 à 45 m/sec règneront probablement pendant une durée cumulée de 6 heures, ceux de 45 à 50 m/sec pendant 20 minutes, ceux de plus de 50 m/sec pendant une minute, en nombres arrondis. Il en résulte $\sigma_V = 8{,}60$ m/sec.

Il est clair que les choix de $s(V)$ et de $\sigma_V$ ne sont que des hypothèses de travail permettant de fixer les idées et qui n'ont de valeur que si des relevés météorologiques adéquats les confirment, au moins dans le domaine des vitesses assez élevées.

En utilisant l'expression ci-dessus de $s(V)$ et en remarquant que $\sigma_R(V) = \sigma_R(V_{max})\left(\frac{V}{V_{max}}\right)^{1,8}$, on trouve enfin l'expression du dommage total au cours de la durée $T$.

$$D_{tot} = \frac{T\,f}{K}\,12{,}2\,\frac{\sigma_R^5(V_{max})}{V_{max}^9}\,\frac{1}{\sigma_V^2}\int_0^\infty V^{10} \exp\left(-\frac{V^2}{2\,\sigma_V^2}\right) dV.$$

Compte tenu des valeurs précitées $V_{max} = 50$ m/sec et $\sigma_V = 8{,}60$ m/sec, on aboutit à la formule

$$D_{tot} = T\,f\,\frac{\sigma_R^5(V_{max})}{K}\,\frac{1}{530} = \frac{T\,f}{530\,n_r\,[\sigma_R(V_{max})]}.$$

### *F. Coefficient de sécurité. Formule finale*

Nous avons formulé ci-dessus la valeur moyenne du dommage; pour employer la terminologie du calcul des probabilités, nous avons calculé l'espérance mathématique de $D$. Les valeurs possibles de $D$ se répartissent autour de la moyenne suivant une loi très proche de la distribution gaussienne, par application du théorème fondamental de la limite centrale. L'écart quadratique moyen de cette distribution dépend des écarts propres aux différentes

étapes du calcul. On peut montrer que celui qui provient de l'application de la loi de RAYLEIGH est très petit par suite de la valeur élevée de l'exposant $b$.

Pour la répartition de l'orientation du vent ainsi que pour l'exposant $b$, nous avons admis les hypothèses incluant, croyons-nous, des marges de sécurité.

Le critère de PALMGREN-MINER n'est pas à l'abri de la critique et demande un coefficient de sécurité important; toutefois, on ne perdra pas de vue que la naissance d'une fissure pendant une tempête exceptionnelle n'entraînera pas ipso facto la ruine de la cheminée.

L'incertitude majeure provient de la durée d'existence des vents de vitesse élevée, faute de données expérimentales.

Nous proposons donc que $D$ soit affecté d'un facteur de sécurité très élevé, de l'ordre de 10.

D'où provisoirement le critère ci-après: le nombre de vibrations qu'accomplirait la cheminée en oscillant continuellement à sa fréquence propre pendant 40 ans doit être inférieur à 53 fois le nombre de cycles lu sur la fig. 16 pour la sollicitation $\sigma_R(V_{max})$. On fera usage de la droite extrapolée au-delà de la limite d'endurance.

Ou encore: $f\,2{,}5 \cdot 10^7 <$ nombre de cycles pour $\sigma_R(V_{max})$.

### *G. Application numérique à la cheminée calculée dans la présente note*

La tension maxima due à la fatigue étant 29,02 kg/mm², $\sigma_R$ vaut $\frac{1}{4}$ de cette valeur, soit 7,25 kg/mm². Sur la fig. 16, il correspond à cette valeur un nombre de cycles $n_r = 7{,}25 \cdot 10^8$.

La fréquence propre $f$ étant de 1,615, le critère de sécurité est largement satisfait.

En l'absence d'ailettes anti-tourbillons, la tension serait environ triplée, soit 22 kg/mm². Le nombre de cycles $n_r$ étant alors $3{,}3 \cdot 10^6$, la sécurité serait largement déficiente.

### *H. Correction pour les files de cheminées*

$C_L$ est doublé, sauf pour la première cheminée, lorsque le vent souffle parallèlement à la file. Nous supposerons, pour fixer les idées et ne pas compliquer

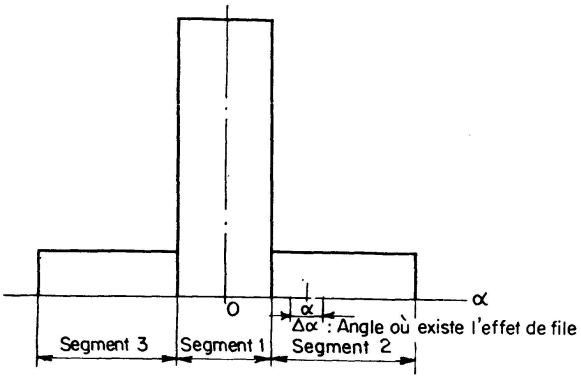


Fig. 20.

davantage la question, que ce doublement subsiste dans un angle $\Delta\alpha$ de la direction du vent, avec $\Delta\alpha = 1{,}5\frac{D}{L}$ radians, $D$ étant le diamètre, en m et $L$ l'entracte des cheminées, en m.

Si $\alpha$ est l'angle de la file avec la direction de l'axe des vents dominants, la fig. 20 montre qu'il faut ajouter à $D(V)$ un terme correctif $[D(2\sigma_R\cos\alpha) - D(\sigma_R\cos\alpha)]\Delta\alpha$, multiplié par 0,86 si $\alpha$ tombe dans le segment 1, par 0,14 s'il tombe dans les segments 2 ou 3.

On trouve aisément que le dommage $D_{tot}$ calculé précédemment doit être multiplié par $1 + \frac{D}{L}\cos^5\alpha \times$ (62 ou 10, selon l'angle $\alpha$).

## Conclusions

A. Nous pensons avoir montré qu'il est nécessaire d'introduire dans les règlements relatifs à l'effet du vent sur les cheminées des prescriptions tenant compte de la sollicitation la plus dangereuse, provenant de la vibration perpendiculaire à la direction du vent.

Faute de mieux, nous recommandons le calcul utilisant la méthode et les coefficients tirés principalement des travaux de Ozker et Smith.

Il serait cependant préférable que des recherches sur le spectre de la sollicitation, le coefficient d'amortissement et la distribution des vitesses du vent permettent d'appliquer une méthode de calcul plus rationnelle. Sans doute l'esquisse que nous en avons proposée est-elle très imparfaite; sans doute faut-il aussi admettre que les circonstances météorologiques locales ne seraient généralement pas connues avec une bonne précision; en particulier, il est certain qu'un vent soutenu (ce qui est le cas en tunnel, près de la mer, dans une vaste plaine) est plus nuisible qu'un vent d'allure irrégulière (ce qui est le cas dans l'intérieur du pays, particulièrement en site tourmenté).

Mais il nous a paru néanmoins que la méthode esquissée méritait, malgré toutes ses imperfections, d'être présentée aux lecteurs, parce que c'est dans de telles voies, croyons-nous, que l'on devra rechercher le calcul du danger de ruine des constructions sous l'effet de la fatigue.

B. Le danger de ruine d'une construction possède toujours, dans une mesure variable avec la construction, un caractère aléatoire. Il nous paraît évident que, dès que ce caractère s'accentue, la notion de la garantie donnée par le constructeur doit évoluer. La garantie ne peut alors signifier que l'engagement du constructeur de se conformer soit à un règlement national ou imposé par le maître de l'œuvre, soit à une méthode proposée par le constructeur et admise par le client. Cette garantie est accomplie lorsque le calcul, le dessin et la construction ont été faits en conformité avec cet engagement.

C. Il nous paraît superflu d'insister sur la nécessité de recherches permettant de combler, si c'est possible, les lacunes de la connaissance des phénomènes

de vibration des grandes cheminées. Il est extrêmement souhaitable que, sur un sujet important mais de coût relativement modeste, une collaboration internationale puisse s'établir.

* * *

Avant de terminer, nous exprimons nos remerciements aux Directions du C.R.I.F. et de l'I.R.S.I.A. pour leur aide financière, aux professeurs de l'Institut Von-Karman de Rhode-St-Genèse et du Laboratoire aérodynamique de l'Université de Liège pour les facilités qui nous ont été données pendant les essais ainsi qu'à toute l'équipe de chercheurs du C.R.I.F. avec qui nous avons collaboré pendant plusieurs années.

## Bibliographie

1. M. Alexandre. Les vibrations des cheminées en tôle. C.E.R.E.S. Tome X, 1959.
2. Notes techniques du C.E.C.M., C. 30, Calcul des pylônes haubanés. 15. 5. 54.
3. Y. C. Fung. Fluctuating lift and drag acting on a cylinder in a flow at super-critical Reynolds numbers. Journal of Aerospace Sciences, 1960.
4. C. Scruton. On the wind-excited oscillations of stacks, towers and masts. International Conference on the wind effects on buildings and structures, juin 1963.
5. K. Nakagawa, T. Fujino, Y. Arita et T. Shima. An experimental study of aerodynamic devices for reducing wind-induced oscillatory tendencies of stacks. International Conference on the wind effects on buildings and structures, juin 1963.
6. M. S. Ozker et J. O. Smith. Factors influencing the dynamic behavior of tall stacks under the action of wind. Transactions of the ASME, août 1956.
7. J. O. Smith et J. H. McCarthy. Wind versus tall stacks. Mechanical Engineering, janvier 1965.
8. A. Brunner. Amortisseur d'oscillations hydrauliques pour cheminée. VIIIe Journée de l'hydraulique, Lille, juin 1964.
9. C. Scruton. Wind-excited oscillations of tall stacks. The Engineer, 10. 6. 55.
10. K. De Ghetto et W. Long. Dynamic stability design of stacks and towers. Transactions of the ASME, nov. 1966.
11. J. Smith. Devising a test for plant stack stability. Combustion, oct. 1956.
12. C. Scruton. Note on a device for the suppression of the vortex-excited oscillations of flexible structures of circular or near-circular section, with special reference to its application to tall stacks. NPL Aero note 1012, avril 1963.
13. C. F. Cowdrey et J. A. Lawes. Drag measurements at high Reynolds numbers of a circular cylinder fitted with three helical strakes. NPL Aero 384, juillet 1959.
14. R. A. Briggs. Will wind-spoilers solve stack vibration problem. Power Engineering, août 1962.
15. Y. Chen. Oscillations d'un cylindre provoquées par l'écoulement aval à des nombres de Reynolds hypercritiques. Revue Technique Sulzer, 1966.
16. L. Blanjean. L'action du vent sur les constructions. Ossature métallique, n° 2, 1949.
17. Notes techniques du C.E.C.M., B. 10. 51. Problèmes d'instabilité des éléments de construction.
18. Règles et annexes NV 45 définissant les effets de la neige et du vent sur les constructions. Juillet 1967. Documentation technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris.

19. A. Roshko. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. Journal of Fluid Mechanics, 1961.
20. M. Alexandre. Les modèles réduits dans l'étude des vibrations de structures soumises au vent. Application aux cheminées d'usine. Revue M, n° 2, 1965.
21. Y. C. Fung. An introduction to the theory of aeroelasticity. John Wiley & Sons.
22. URSS. Calcul organique des constructions. Charges du vent. Standard GOST 1664-42, traduction de Mme Tavastvjerna.
23. S. Timoshenko et J. Gere. Theory of Elastic Stability. MacGraw-Hill Book Company, 1961.
24. P. E. Lagasse et F. Marquet. Etude comparative du comportement à la fatigue d'aciers de construction métallique. CECM, mars 1960.
25. L. Baes et A. Joukoff. Rapport sur la vitesse du vent en Belgique considéré au point de vue du calcul des constructions. Institut Belge de Normalisation, sept. 1949.
26. S. Timoshenko. Théorie des vibrations. Librairie polytechnique Béranger.
27. S. Crandall et W. Mark. Random vibrations in mechanical systems. Academic Press.
28. E. Jahnke et F. Emde. Tables of functions. Dover Publications.
29. Basic Practice BP 12-1-2. Pressure Vessels Design and Construction. ESSO Engineering.

## Résumé

Après avoir fait le rappel des connaissances actuelles en matière de vibrations des grandes cheminées soumises à l'action du vent, les auteurs proposent une méthode de calcul pratique qui tient compte du spectre des sollicitations par le vent et des tensions admissibles au voilement et à la fatigue.

Ils suggèrent également une méthode de calcul à base probabiliste dont l'application requiert une meilleure connaissance statistique du vent.

Etant donné l'importance du sujet, il est souhaitable que des recherches se poursuivent tant météorologiques que relatives aux coefficients de portance et d'amortissement à introduire dans les formules.

## Zusammenfassung

Die Autoren bringen die derzeitigen Erkenntnisse auf dem Gebiet der Schwingungen großer Schornsteine unter Windeinfluß in Erinnerung. Sie schlagen ein praktisches Berechnungsverfahren vor, bei welchem das Spektrum der Beanspruchungen durch Wind und die gegen Einbeulen und Ermüdung zulässigen Spannungen berücksichtigt werden.

Sie schlagen ebenfalls ein auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung beruhendes Verfahren vor, dessen Anwendung jedoch eine bessere statistische Kenntnis der Winde erfordert.

Wegen der großen Bedeutung dieses Gebietes ist es wünschenswert, daß

weitere Untersuchungen angestellt werden und zwar sowohl auf meteorologischem Gebiet als auch im Hinblick auf die in die Formeln einzusetzenden Auftriebs- und Dämpfungsbeiwerte.

**Summary**

After summarising the present state of knowledge relating to wind-induced vibration of tall chimney stacks, the authors put forward a practical method of calculation which takes into account the spectrum of the oscillatory wind lift and the allowable buckling and fatigue stresses.

They further suggest a probabilistic method, the application of which requires a better knowledge of wind statistics. In view of the importance of the subject, it is to be hoped that research work will continue, both on its meteorological aspects and in regard to the lift and damping coefficients to be introduced into the formulae.