Vorbeulungs- und Eigenspannungs-Einflüsse bei der überkritischen Beulung von Platten

Autor(en): **Steup, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **29 (1969)**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-22911

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Vorbeulungs- und Eigenspannungs-Einflüsse bei der überkritischen Beulung von Platten

Effect of the Initial Deformations and the Residual Stresses on the Buckling of Plates in the Post-critical Range

Influences des déformations initiales et des contraintes résiduelles sur le voilement des plaques dans le domaine post-critique

H. STEUP[1])
Dr.-Ing. Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Statik der Baukonstruktionen und Stahlbau der Technischen Universität Dresden

1. Allgemeines

Die bislang ausgearbeiteten Theorien der überkritischen Plattenbeulung und zahlreiche Versuche haben deutlich vor Augen geführt, daß die konventionelle Beullast, als eine Verzweigungslast im Sinne der Eigenwerttheorie, das wirkliche Tragverhalten besonders bei sehr dünnwandigen Stegblechen und verwandten Konstruktionsteilen nur mangelhaft oder auch gar nicht beschreibt. Die praktische Berechtigung der Eigenwerttheorie ist hier allerdings darin zu suchen, daß eine durchaus sichere Abschätzung der Tragfähigkeitsgrenze infolge der Vernachlässigung überkritischer Stabilisierungseffekte mit Formeln relativ einfacher Bauart möglich ist und besonders im Bereich kleiner und mittlerer Plattenschlankheiten die Verzweigungslast eine technisch brauchbare Annäherung an die wirkliche Tragfähigkeitsgrenze bietet. Unterschiedlich zur Notwendigkeit bei dünnwandigen Schalen aus Gründen der Sicherheit quadratische Verzerrungsterme in Rechnung zu stellen, kann bei den Platten hier in vorteilhafter Weise Material eingespart werden, wenn es gelingt eine theoretisch fundierte Bemessungsgrundlage zu entwickeln.

Die theoretische Erforschung des Verhaltens von Platten mit Beanspru-

---

[1]) Die vorliegende Arbeit ist aus einer Vertragsforschungs-Aufgabe zwischen dem Institut für Industrieanlagenmontagen und Stahlbau, Leipzig, und der Technischen Universität Dresden, Lehrstuhl für Statik der Baukonstruktionen und Stahlbau, Prof. Dr.-Ing. habil. G. Bürgermeister, entstanden.

chungen im elastischen Bereich erweist sich bereits als relativ schwierig, wenn dabei die praktisch auftretenden Randbedingungen bezüglich der Dehnung, Biegung und Torsion der Randglieder (Gurtungen und Pfosten) in exakterer Weise berücksichtigt werden sollen. Demzufolge besitzt eine erweiterte Theorie des elastisch-plastischen Verhaltens derartiger Systeme gegenwärtig nur dann aktuelle Bedeutung, wenn bei Verzicht auf die Anwendung der differentiellen Plastizitätsgesetze ein Grenztragfähigkeitszustand mit Hilfe einfacher Fließmechanismen angegeben werden kann. Vgl. hierzu auch die Arbeiten von BASLER und THÜRLIMANN [5] sowie ŠKALOUD [10]. Der Einsatz leistungsfähiger Digitalrechner bietet jedoch weitere Möglichkeiten, auch komplexere Probleme der geometrisch nichtlinearen Plattentheorie zu lösen und eine Bewertung des Tragverhaltens über die «Pseudo-Traglasten», etwa im Sinne der Spannungstheorie II. Ordnung bei Berücksichtigung quadratischer Verzerrungsterme sowie Imperfektionen hinsichtlich der Vorbeulung und des Eigenspannungszustandes anzustreben. Ein Fließsicherheitsnachweis beulgefährdeter Platten in Anlehnung an das Vorgehen bei den Druckstäben unter Zugrundelegung der linearen Elastizitätstheorie bietet jedoch keine Möglichkeiten, die stabilisierende Wirkung der Membranspannungen im überkritischen Bereich in Rechnung zu stellen.

2. Lösungsansätze

Die hinsichtlich der Vorbeulungen, Eigenspannungen und orthogonalen Anisotropie erweiterten KÁRMÁNschen Differentialgleichungen lauten in dimensionsloser Schreibweise für den «Plattenanteil»

$$\begin{aligned}&\bar{K}_x \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \xi^4} + 2\alpha^2 \bar{K}_{xy} \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \alpha^4 \bar{K}_y \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \eta^4} = 12(1-\mu^2)\alpha^2 \\ &\cdot \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}+\bar{\Phi}_0)}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}+\bar{\Phi}_0)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 (\bar{\Phi}+\bar{\Phi}_0)}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \xi \partial \eta} \right\}\end{aligned} \tag{1}$$

und den «Scheibenanteil» (vgl. v. B. [2])

$$\begin{aligned}&\bar{S}_x \frac{\partial^4 \bar{\Phi}}{\partial \xi^4} + 2\alpha^2 \bar{S}_{xy} \frac{\partial^4 \bar{\Phi}}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \alpha^4 \bar{S}_y \frac{\partial^4 \bar{\Phi}}{\partial \eta^4} = \alpha^2 \\ &\cdot \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 (\bar{w}+\bar{w}_0)}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \bar{w}_0}{\partial \eta^2} \right\}.\end{aligned} \tag{2}$$

Dabei gilt bei Beschränkung auf NAVIERsche Randbedingungen mit den dimensionslosen Koordinaten $\xi = x/a$, $\eta = y/b$ für die Vorbeulung, bezogen auf Plattenstärke t

$$\bar{w}_0 = \frac{w_0}{t} = \sum_m \sum_n V_{mn} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta = \sum_\rho V_\rho w_\rho(\xi, \eta) \tag{3}$$

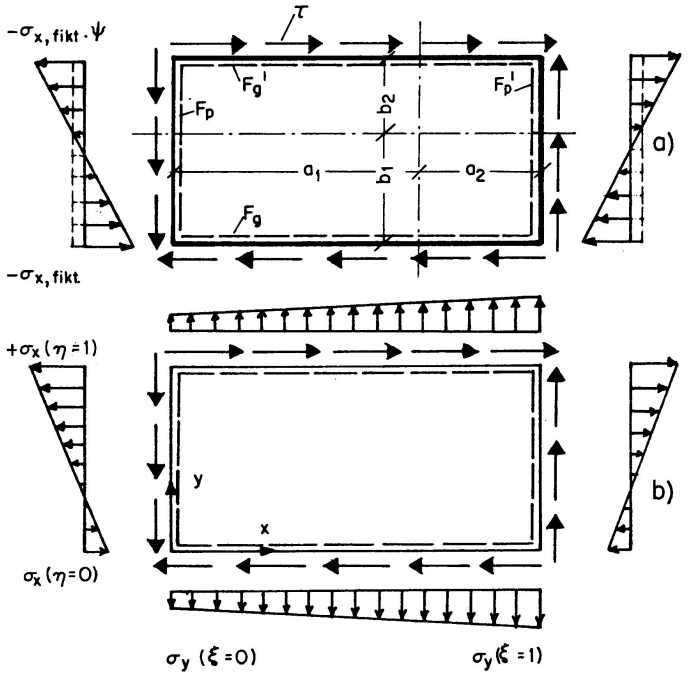


Fig. 1.

a) Randversteifte Platte unter fiktiven überkritischen Spannungen.
b) Spannungsbild für homogenen Anteil der Spannungsfunktion.

sowie die deformationsbedingte Ausbeulung

$$\overline{w} = \frac{w}{t} = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin m\pi\xi \sin n\pi\eta = \sum_\rho C_\rho w_\rho(\xi,\eta). \tag{4}$$

Die richtungsabhängigen Steifigkeitskoeffizienten lauten

$$\overline{K}_x = \frac{K_x}{K_c}, \quad \overline{K}_y = \frac{K_y}{K_c}, \quad \overline{K}_{xy} = \frac{K_{xy}}{K_c}, \quad K_c = \frac{E\,t^3}{12(1-\mu^2)} \tag{5a–d}$$

mit $K_x = \dfrac{(E\,I)_x}{1-\mu_x\mu_y}, \quad K_y = \dfrac{(E\,I)_y}{1-\mu_y\mu_x}, \quad K_{xy} = \dfrac{1}{2}(K_x\mu_y + K_y\mu_x) + G_{xy}\dfrac{t^3}{6}$

und $$\overline{S}_x = \frac{E}{E_x}, \quad \overline{S}_y = \frac{E}{E_y}, \quad \overline{S}_{xy} = \frac{E}{2}\left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{\mu_x}{E_x} - \frac{\mu_y}{E_y}\right). \tag{6a–c}$$

Die Spannungsfunktion der Eigenspannungen mit $\Phi_0(\xi,\eta)$ und der deformationsbedingten Spannungen mit $\Phi(\xi,\eta)$ wird in dimensionsloser Schreibweise gesetzt $\overline{\Phi}_0 = \Phi_0/E\,t^2$ bzw. $\overline{\Phi} = \Phi/E\,t^2$. α ist das Seitenverhältnis der Platte mit a/b. Um ein den praktischen Gegebenheiten möglichst anpassungsfähiges Feld der Eigenspannungen zu formulieren, wird die zugehörige Spannungsfunktion aus 2 Anteilen aufgebaut. Das Spannungsfeld (A) stellt lediglich in der Querrichtung der Platte eine Gleichgewichtsgruppe dar und beschreibt daher die Verteilung etwa bei längeren geschweißten Gurt-Stegblech-Systemen.

$$\bar{\Phi}_0^{(A)} = \frac{\sigma_F \epsilon_0}{E}\left(\frac{b}{t}\right)^2\left(\frac{\eta^2}{2} - \frac{k_1}{\pi^2}\sin\pi\eta - \frac{k_2}{9\pi^2}\sin 3\pi\eta\right). \tag{7}$$

Es gelten die Abkürzungen

σ_F Zugspannung an der Fließgrenze.

ϵ_0 Verhältnis der Randeigenspannung zur Fließgrenze $\sigma_{x0}(\eta=0;1)=\sigma_F\epsilon$.

κ_0 Negatives Verhältnis von Randeigenspannung zu Eigenspannung in halber Plattenbreite $\sigma_{x0}(\eta=0;1) = -\kappa\sigma_{x0}(\eta=0{,}5)$.

k_1, k_2 Koeffizienten $k_1 = -0{,}375\pi - 0{,}25(1+\frac{1}{\kappa})$; $k_2 = -0{,}375\pi + 0{,}75(1+\frac{1}{\kappa})$.

Ein «echtes» Eigenspannungsfeld (B) bildet nach beiden Achsenrichtungen Gleichgewichtsgruppen mit verschwindenden Randspannungen und genügt der Spannungsfunktion

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}_0^{(B)} = \frac{\sigma_F\epsilon_1}{E}\left(\frac{b}{t}\right)^2 \frac{1}{8\pi^2(1+2\vartheta_y)}&[(1-\cos 2\pi\xi)+\vartheta_y(3\sin\pi\xi-\sin 3\pi\xi)]\\ &\cdot[(1-\cos 2\pi\eta)+\vartheta_x(3\sin\pi\eta-\sin 3\pi\eta)],\end{aligned} \tag{8}$$

wobei die Abkürzungen gelten

$$\begin{aligned}\sigma_{x0}(\eta=0;1) &= \sigma_F\epsilon_1, \qquad \sigma_{y0}(\xi=0;1) = \sigma_F\epsilon_2,\\ \kappa_1 &= -\frac{\sigma_{x0}(\xi=0{,}5,\eta=0)}{\sigma_{x0}(\xi=0{,}5,\eta=0{,}5)},\\ \vartheta_x &= \frac{1-\kappa_1}{3\kappa_1}, \qquad \vartheta_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\frac{(1+2\vartheta_x)}{\alpha^2}-1\right).\end{aligned}$$

Für die Spannungsfunktion $\bar{\Phi}(\xi,\eta)=\bar{\Phi}_H+\bar{\Phi}_H^*+\bar{\Phi}_P$ gilt der homogene Anteil

$$\bar{\Phi}_H = \frac{1}{2}\left[\frac{\sigma_x(\eta=0)\,b^2}{E\,t^2}\eta^2\left(1-\frac{\zeta}{3}\eta\right)+\frac{\sigma_y(\xi=0)\,a^2}{E\,t^2}\xi^2\left(1-\frac{\Theta}{3}\xi\right)-2\frac{\tau a b}{E t^2}\xi\eta\right], \tag{9}$$

welcher die linke Seite der Gl. (2) mit Null erfüllt, während eine homogene Zusatzlösung bei Voraussetzung geradebleibender Ränder bezüglich der Deformation in der Stegblechebene außer Ansatz bleibt. Die partikuläre Lösung der Spannungsfunktion wird in bekannter Weise mittels Koeffizientenvergleich abgeleitet.

Multiplikation der Gl. (1) jeweils mit einer Ansatzfunktion und Integration über den Bereich liefert die GALERKINsche Gleichung zur Bestimmung der in ρ indizierten Beulkomponenten $C[\rho]$ bzw. der Gesamtausbeulung $D[\rho] = C[\rho]+V[\rho]$.

$$\begin{aligned}G[\chi] = &\sum_\rho C[\rho]\,\alpha[\rho,\chi]+\sum_\rho D[\rho]\,(\beta[\rho,\chi]+\beta_0[\rho,\chi])\\ &+\sum_\rho\sum_\mu\sum_\nu (D[\rho]\,D[\mu]-V[\rho]\,V[\mu])\,D[\nu]\,\gamma[\rho,\mu,\nu] = 0.\end{aligned} \tag{10}$$

Hierin sind die bei Produktbildungen auftretenden Indizes entsprechend $m,n\to\rho$ $i,j\to\mu$ $r,s\to\nu$ $p,q\to\chi$ stellvertretend ersetzt. Die auftretenden Integrale, sämtlich geschlossen lösbar, werden in einer ALGOL-orientierten

Schreibweise bezeichnet, wobei auf eine Charakterisierung der jeweils eindeutig festgelegten Terme $\sin p\pi\xi$ bzw. $\sin q\pi\eta$ verzichtet wird.

Die Bezeichnungen s und c charakterisieren sin- bzw. cos-Funktionen, denen die Halbwellenzahlen m bzw. n usw., ggf. geklammert, beigefügt werden. Durch x oder y werden im Integranden auftretende Faktoren ξ bzw. η zum Ausdruck gebracht. Es gilt dann

$$Ism = \int_0^1 \sin m\pi\xi \sin p\pi\xi\, d\xi, \qquad Isn = \int_0^1 \sin n\pi\eta \sin q\pi\eta\, d\eta,$$

$$Icm = \int_0^1 \cos m\pi\xi \sin p\pi\xi\, d\xi, \qquad Icn = \int_0^1 \cos n\pi\eta \sin q\pi\eta\, d\eta,$$

$$Is1cs = \int_0^1 \sin 1\pi\eta \cos s\pi\eta \sin q\pi\eta\, d\eta,$$

$$Icmx = \int_0^1 \cos m\pi\xi \sin p\pi\xi\, \xi\, d\xi, \qquad \text{usw.}$$

Die indizierten Hilfsgrößen in den GALERKINschen Gleichungen lauten dann

$$\alpha[\rho,\chi] = (\bar{K}_x m^4 + 2\alpha^2 \bar{K}_{xy} m^2 n^2 + \alpha^4 \bar{K}_y)\, Ism \cdot Isn, \tag{10a}$$

$$\begin{aligned}\beta[\rho,\chi] = {} & \sigma_x^*(\eta=0)\,\alpha^2 m^2 (Ism\cdot Isn - \zeta\cdot Ism\cdot Isny) \\ & + \sigma_y^*(\xi=0)\,\alpha^4 n^2 (Ism\cdot Isn - \Theta\cdot Ismx\cdot Isn) \\ & + 2\tau^*\alpha^3 mn\cdot Icm\cdot Icn,\end{aligned} \tag{10b}$$

$$\begin{aligned}\beta_0[\rho,\chi] = {} & 12(1-\mu^2)\,\alpha^2\left(\frac{b}{t}\right)^2 \frac{\sigma_F}{E}\frac{1}{\pi^2}\Bigg\{\frac{\epsilon_1 m^2}{8(1+2\vartheta_y)}[\vartheta_x(3\cdot Ism\cdot Is1sn \\ & -9\cdot Ism\cdot Is3sn - 3\cdot Ic2sm\cdot Is1sn + 9\cdot Ic2sm\cdot Is3sn) \\ & + \vartheta_y(4\cdot Is3sn\cdot Ic2sn - 12\cdot Is1sm\cdot Ic2sn) \\ & + \vartheta_x\vartheta_y(9\cdot Is1sm\cdot Is1sn - 27\cdot Is1sm\cdot Is3sn - 3\cdot Is3sm\cdot Is1sn \\ & + 9\cdot Is3sm\cdot Is3sn - 4\cdot Ism\cdot Ic2sn + 4\cdot Ic2sm\cdot Ic2sn)] \\ & + \frac{\epsilon_2\alpha^2 n^2}{8(1+2\vartheta_x)}[\vartheta_x(4\cdot Ic2sm\cdot Is3sn - 12\cdot Ic2sm\cdot Is1sn) \\ & + \vartheta_y(3\cdot Is1sm\cdot Isn - 9\cdot Is3sm\cdot Isn - 3\cdot Is1sm\cdot Ic2sn \\ & + 9\cdot Is3sm\cdot Ic2sn) + \vartheta_x\vartheta_y(9\cdot Is1sm\cdot Is1sn - \\ & 27\cdot Is3sm\cdot Is1sn - 3\cdot Is1sm\cdot Is3sn + 9\cdot Is3sn\cdot Is3sn \\ & - 4\cdot Ic2sm\cdot Isn + 4\cdot Ic2sm\cdot Ic2sn)] \\ & - \frac{2\epsilon_2\alpha^2 mn}{8(1+2\vartheta_x)}[\vartheta_x(6\cdot Is2cm\cdot Ic1cn - 6\cdot Is2cm\cdot Ic3cn) \\ & + \vartheta_y(6\cdot Ic1cm\cdot Is2cn - 6\cdot Ic3cm\cdot Is2cn) \\ & + \vartheta_x\vartheta_y(9\cdot Ic3cm\cdot Ic3cn - 9\cdot Ic3cm\cdot Ic1cn - 9\cdot Ic1cm\cdot Ic3cn \\ & + 9\cdot Ic1cm\cdot Ic1cn + 4\cdot Is2cm\cdot Is2cn] \\ & - \epsilon_0 m^2[Ism\cdot Isn + k_1\cdot Ism\cdot Is1sn + k_2\cdot Ism\cdot Is3sn]\Bigg\},\end{aligned} \tag{10c}$$

$$\gamma[\rho,\mu,\nu] = 12(1-\mu^2)\,\alpha^2 \sum_\sigma f[\sigma]\, F[\rho,\mu,\nu,\sigma], \tag{10d}$$

wobei noch gilt

$$f[\sigma] = \frac{\alpha^2}{4} \frac{m\,n\,i\,j - \omega_1[\sigma]\,\omega_2[\sigma]\,m^2 j^2}{\bar{S}_x(m+\omega_1[\sigma]\,i)^4 + 2\alpha^2 \bar{S}_{xy}(m+\omega_1[\sigma]\,i)^2(n+\omega_2[\sigma]\,j)^2 + \alpha^4 \bar{S}_y(n+\omega_2[\sigma]\,j)^4},$$

$$\begin{aligned} F[\rho,\mu,\nu,\sigma] = {} & \{(m+\omega_1[\sigma]\,i)^2 s^2 + (n+\omega_2[\sigma]\,j)^2\}\, I\,c\,(m+\omega_1[\sigma]\,i)\,s\,r \\ & \cdot I\,c\,(n+\omega_2[\sigma]\,j)\,s\,(s) + (m+\omega_1[\sigma]\,i)\,(n+\omega_2[\sigma]\,j)\,r\,s \\ & \cdot I\,s\,(m+\omega_1[\sigma]\,i)\,c\,r \cdot I\,s\,(n+\omega_2[\sigma]\,j)\,c\,(s) \end{aligned}$$

mit der Vorzeichenzuordnung

	$\sigma=1$	2	3	4
$\omega_1[\sigma]$	-1	-1	$+1$	$+1$
$\omega_2[\sigma]$	-1	$+1$	-1	$+1$

Da sich die Randversteifungsglieder der Platte an der Kraftübertragung beteiligen, wäre eine exakte Befriedigung der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen an den Rändern wünschenswert. Da der Programmierungsaufwand hierdurch bei Einarbeitung von Korrekturtermen der Spannungsfunktion erheblich anwächst, wird nach dem Vorgehen von DJUBEK und KODNAR [11] lediglich eine mittlere Verträglichkeit von Dehnung des jeweiligen Randgliedes (Gurt bzw. Pfosten) und des anliegenden Plattenrandstreifens längs der Kontaktlinie gefordert. Werden NAVIERsche Randbedingungen nicht beibehalten, so erscheint es bei allgemeineren Belastungsfällen unmöglich, Ansatzfunktionen des GALERKINschen Typs bei Befriedigung der dynamischen Randbedingungen bereitzustellen. Das energetische Verfahren oder auch diskontinuierliche Berechnungsmethoden verdienen dann den Vorzug. Bezüglich der Äquivalenz beider Verfahren im Falle der frei drehbaren Plattenauflagerung vgl. die Arbeiten von KROMM und MARGUERRE [1] sowie KODNAR [7]. Die «mittlere» Erfüllung der erwähnten Randbedingungen führt nach einigen Rechnungen auf die Zuordnung der Randspannungen für die Membranlösung und die überkritischen Schnittkräfte nach Fig. 1 entsprechend den 4 Bestimmungsgleichungen ($\sigma_x^* = \sigma_x/\sigma_E$, $\sigma_y^* = \sigma_y/\sigma_E$ usw.)

$$\sigma_x^*(\eta=0)\,\delta_{a1} + \sigma_x^*(\eta=1)\,\delta_{a2} + \sigma_y^*(\xi=0)\,\delta_{a3} + \sigma_y^*(\xi=1)\,\delta_{a4} = \delta_{a0} \tag{11}$$

mit den Koeffizienten δ_{ak}, wobei gilt $F_x = F_g + F_g' + b\,t$, $F_y = F_p + F_p' + a\,t$

$$\delta_{11} = \frac{F_g}{F_x}\frac{E}{E_x} + \frac{1}{2}\frac{b\,t}{F_x}, \qquad \delta_{12} = \frac{F_g'}{F_x}\frac{E}{E_x} + \frac{1}{2}\frac{b\,t}{F_x},$$

$$\delta_{13} = -\frac{F_g + F_g'}{F_x}\frac{E}{E_y}\frac{\mu_y}{2}, \qquad \delta_{14} = \delta_{13},$$

$$\delta_{21} = -\frac{F_p + F_p'}{F_y}\frac{E}{E_x}\frac{\mu_x}{2}, \qquad \delta_{22} = \delta_{21},$$

$$\delta_{23} = \frac{F_p}{F_y}\frac{E}{E_y} + \frac{1}{2}\frac{a\,t}{F_y}, \qquad \delta_{24} = \frac{F_p'}{F_y}\frac{E}{E_y} + \frac{1}{2}\frac{a\,t}{F_y},$$

$$\delta_{31} = \frac{F_g}{F_x}\frac{E}{E_x}\frac{b_1}{b} + \frac{1}{3}\frac{b\,t}{F_x}\left(\frac{b_1}{b} - \frac{1}{2}\frac{b_2}{b}\right), \quad \delta_{32} = -\frac{F_g'}{F_x}\frac{E}{E_x}\frac{b_2}{b} - \frac{1}{3}\frac{b\,t}{F_x}\left(\frac{b_2}{b} - \frac{1}{2}\frac{b_1}{b}\right),$$

$$\delta_{33} = -\frac{1}{2}\left(\frac{F_g}{F_x}\frac{b_1}{b} - \frac{F_g'}{F_x}\frac{b_2}{b}\right)\frac{E}{E_y}\mu_y, \qquad \delta_{34} = \delta_{33},$$

$$\delta_{41} = -\frac{1}{2}\left(\frac{F_p}{F_y}\frac{a_1}{a} - \frac{F_p'}{F_y}\frac{a_2}{a}\right)\frac{E}{E_x}\mu_x, \qquad \delta_{42} = \delta_{41},$$

$$\delta_{43} = \frac{F_p}{F_y}\frac{E}{E_y}\frac{a_1}{a} + \frac{1}{3}\frac{a\,t}{F_y}\left(\frac{a_1}{a} - \frac{1}{2}\frac{a_2}{a}\right), \quad \delta_{44} = -\frac{F_p'}{F_y}\frac{E}{E_y}\frac{a_2}{a} - \frac{1}{3}\frac{a\,t}{F_y}\left(\frac{a_2}{a} - \frac{1}{2}\frac{a_1}{a}\right),$$

$$\delta_{10} = \frac{-P}{F_x\,\sigma_E} + \frac{1{,}5\,(1-\mu^2)}{\alpha^2}\,\frac{F_g + F_g'}{F_x}\sum_m\sum_n m^2\,(D_{mn}^2 - V_{mn}^2),$$

$$\delta_{20} = 1{,}5\,(1-\mu^2)\,\frac{F_p + F_p'}{F_y}\sum_m\sum_n n^2\,(D_{mn}^2 - V_{mn}^2),$$

$$\delta_{30} = \frac{-M}{\sigma_E\,F_x\,b} + \frac{1{,}5\,(1-\mu^2)}{\alpha^2}\left(\frac{F_g}{F_x}\frac{b_1}{b} - \frac{F_g'}{F_x}\frac{b_2}{b}\right)\sum_m\sum_n m^2\,(D_{mn}^2 - V_{mn}^2)$$
$$+\frac{12\,(1-\mu^2)}{\pi^2}\,\frac{b\,t}{F_x}\sum_m\sum_n\sum_j (D_{mn}\,D_{mj} - V_{mn}\,V_{mj})\,(k\,[1] + k\,[2])_{m=i}\,[1-(-1)^{n+j}],$$

$$\delta_{40} = 1{,}5\,(1-\mu^2)\left(\frac{F_p}{F_y}\frac{a_1}{a} - \frac{F_p'}{F_y}\frac{a_2}{a}\right)\sum_m\sum_n n^2\,(D_{mn}^2 - V_{mn}^2)$$
$$+\frac{12\,(1-\mu^2)}{\alpha\,\pi^2}\,\frac{b\,t}{F_y}\sum_m\sum_n\sum_i (D_{mn}\,D_{in} - V_{mn}\,V_{in})\,(k\,[1] + k\,[3])_{n=j}\,[1-(-1)^{m+i}].$$

3. Rechenprogramm

Ausgehend von der Verzweigungslast des vorgegebenen Beulfeldes unter der kombinierten Belastung des Systems Stegblech-Gurtung bei NAVIERschen Randbedingungen (z. B. Beulvorschriften oder Tafeln nach KLÖPPEL-SCHEER [4]) werden die fiktiven Schnittkräfte des überkritischen Bereiches bei Einschaltung des vorzugebenden Überschreitungsgrades als «gemittelte» Werte bestimmt. Die Randschubkräfte $\tau = Q/b\,t$ gelten längs der Berandung als konstant. Die für die Beulberechnung der Platte maßgebenden Randmembranspannungen σ_x^* usw. lassen sich dann innerhalb eines Iterationszyklus mit 4 Unbekannten bestimmen, wenn jeweils die Beulamplituden des vorhergehenden Schrittes vorliegen. Die GALERKINschen Gleichungen werden vorteilhaft nach der Methode NEWTONS aufgelöst, wenn die Startwerte von den Zielwerten nicht zu weit entfernt liegen. Die jeweils verbesserten Beulamplituden folgen aus

$$\sum \Delta\,C\,[\mu]\,\frac{\partial\,G\,[\rho]}{\partial\,C\,[\mu]} = G\,[\rho], \qquad \mu = 1\ldots\rho, \tag{12}$$

$$C\,[\mu] + \Delta\,C\,[\mu] \rightarrow C\,[\mu]. \tag{13}$$

Tafel 1. Grobflußdiagramm zur Berechnung der überkritischen Spannungsumlagerungen

Start

Einlesen: Stufenindex, Elastizitätskonstanten, Plattenschlankheit, Seitenverhältnis, Verhältnis der fiktiven Randspannungen, Normal-Schubspannungsverhältnis, Konvergenzgenauigkeit, Variantenzahl innerhalb einer Stufe, Rasterteilung für Spannungsausdruck, Ausgangs-Schätzwerte für Beulamplituden, Halbwellenzahlen.

Einlesen: Variantenindex, Iterationsschrittzahl, Überschreitungsgrad, Dehnsteifigkeitswerte der Randglieder, Vorbeulamplituden, Eigenspannungsparameter.

Ausdruck: Sämtliche eingelesenen Werte.

Gleichungssystem: Bestimmung der fiktiven Randspannungen aus den beulkritischen Spannungen, Berechnung der Randspannungen für homogenen Anteil der Membranlösung aus 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten.

Gleichungssystem: Bestimmung der Elemente $G[\rho]$ und deren Ableitungen für *Newton*sche Verbesserungen, Berechnung der Änderungen der Beulkomponenten aus einer Zahl von Gleichungen gleich den Beulkomponenten.

Ausdruck: Änderungen der Beulkomponenten und gleichlaufend iterierte Randmembranspannungen.

Konvergenztest: Sofern vorgegebene Schrittzahl noch nicht erreicht Einleitung neuer Iterationsstufe.

Iterationsverlängerung: Falls Genauigkeitsgrenze bei Erreichen der vorgegebenen Schrittzahl noch nicht erreicht, wahlweise Verlängerung der Schrittzahl und auch Schrittweite möglich, Einleitung neuer Iterationsphase.

Iterationsabbruch: Wenn Genauigkeitsgrenze bei Erreichen der endgültigen Schrittzahl nicht erreicht, Ansprung von neuem Stufenbeginn.

Spannungsfeld: Abarbeitung einer Laufanweisung für Rasterkoordinaten und Berechnung der Membran-, Biege- und Vergleichsspannungen an der Plattenober- und -unterseite.

Ausdruck: Membran-, Biege- und Eigenspannungen, Vergleichsspannungen an der Plattenober- und -unterseite.

Ausdruck: Spannungsumlagerungskoeffizienten an den Rändern der Platte, gemittelte Spannungen der Randversteifungsglieder entsprechend der Verträglichkeitsbeziehung und Gleichgewichtsbedingungen.

Rücksprung: Auf nächstfolgende Variante innerhalb der jeweiligen Stufe.

Rücksprung: Auf nächstfolgende Stufe mit neuen Startwerten für Beulkomponenten.

Ende

Für eine Genauigkeitsschranke $\Delta C = 0{,}00001$ war die Konvergenz mit etwa 3 bis 8 Schritten erreicht. In einigen Fällen, wo die maßgebende Nullstelle der GALERKINschen Gleichungen infolge alternierender Divergenz nicht eingeengt werden konnte, führte eine halbe Schrittweite bei der Verbesserung zum Ziel. Das Rechenprogramm wurde daher für einen Iterationszyklus mit variabel steuerbarer Schrittweite aufgestellt. Nach Berechnung der Beulamplituden erfolgte die Aufrechnung der Membran-, Biege- und Vergleichsspannungen an der Plattenober- und -unterseite für einen beliebig zu wählenden Raster, etwa mit einer 0,2-Teilung für Breite und Höhe der Platte. Die Beschränkung der Hauptspeicherplätze des Digitalrechners NE 503 zwang angesichts des relativ

umfassenden Programms zu einer 5maligen Segmentierung bei Inanspruchnahme der Zusatzkernspeicher. Die Grobstruktur des Flußdiagramms ist aus der Tafel 1 ersichtlich.

4. Einige Auswertungsergebnisse

Bei der Begrenzung der Zahl von Beulparametern zur Approximation der tatsächlichen Beulfigur, die bei jeweils variabler Vorgabe aus praktischen Erwägungen mit 7 erfolgt, sind beulgefährdete Bleche größerer Seitenverhältnisse wegen der zunehmenden Halbwellenzahlen, besonders in der Längsrichtung, schwierig zu erfassen. Überdies ist die Konstanz des Momentes nur bei kleineren α-Verhältnissen in guter Annäherung erfüllt. Bei längeren Platten dürfte die überkritische Tragreserve wegen ungenügender Querversteifungswirkung ohnehin abfallen. Eine Erfassung der Beulfigur setzt hier voraus, daß die Periodizität der Faltung bei Annahme der ungünstigen maximalen und konstanten Biege- und Schubkräfte erkannt wird. Aus diesen Gründen beschränken sich die vorliegenden Ergebnisse zunächst auf Fälle mit $\alpha = 1$ bzw. 2, können aber bei dem vorliegenden Programm auf beliebige Seitenverhältnisse erweitert werden.

Wie in Abschnitt 5 ausführlicher dargelegt wird, interessieren im Rahmen dieser Arbeit vor allem die Faktoren, welche die Erhöhung der fiktiven überkritischen Nennspannungen (bei Ausschaltung des überkritischen Beuleffekts) nun infolge dieser Ausbeulung erfahren. Dabei wird die im Beulfeld auftretende größte vom Überschreitungsgrad ξ_b abhängige Vergleichsspannung, unter Berücksichtigung der Membran-, Biege- und ggf. Eigenspannungsanteile, auf die maximale und ortsmäßig fixierte Vergleichsspannung des beulkritischen Zustandes mit $\xi_b = 1$ wie folgt bezogen

$$\sigma_{V(max)}(\xi_b) = \sigma_{VKi(max)}(\xi_b = 1)\, \xi_b\, f_{GV}\,.$$

Gleicherart gilt für die Erhöhung der beulkritischen Nennspannungen im Druckgurt

$$\sigma_g(\xi_b) = \sigma_g(\xi_b = 1)\, \xi_b\, k_{GV}\,, \qquad \sigma'_g(\xi_b) = \sigma'_g(\xi_b = 1)\, \xi_b\, k'_{GV}\,.$$

Die Spannungsumlagerungen im Zuggurt zeigen eine geringe abbauende Tendenz und werden nicht gesondert betrachtet. Im Falle vorwiegender Schubbeanspruchung verlieren die «Spannungsmultiplikatoren» k_{GV} an Bedeutung, da die beulkritische Bezugsgröße als Normalspannung nicht existiert. Nach dem Vorgehen von Djubek und Kodnar [11] ist die überkritische Gurtspannung dann auf die fiktive Schubnennspannung entsprechend

$$\sigma_g(\xi_b) = \tau_{Ki}(\xi_b = 1)\, \xi_b\, k_s\,, \qquad \sigma'_g(\xi_b) = \tau_{Ki}(\xi_b = 1)\, \xi_b\, k'_s$$

zu beziehen.

Eine Betrachtung des Einflusses der Randversteifungsglieder läßt erkennen, daß die Spannungsmultiplikatoren gewissen Abminderungsbeziehungen genügen. Da die Reduktionen erst im überkritischen Zustand wirksam werden, empfiehlt es sich zunächst ohne Berücksichtigung des Vorbeulungs- und Eigenspannungseinflusses anzusetzen

$$f_G = 1 + (f_g - 1)\,\delta_G, \qquad k_G = 1 + (k_g - 1)\,\gamma_G, \qquad k'_G = 1 + (k'_g - 1)\,\gamma'_G,$$

wobei f bzw. k die vom Überschreitungsgrad abhängigen «Grundwerte» mit $F_g/bt = F'_g/bt = 0$; $F_p/at = F'_p/at = 0$ darstellen. Die «Korrekturkoeffizienten» durch den Index (G) auf Gurtungseinfluß hinweisend, sind demnach für den Überschreitungsgrad $\xi_b = 1$ ebenfalls 1 und hängen von den bezogenen Gurt- bzw. Pfosten-Dehnsteifigkeiten, dem Platten-Seitenverhältnis und dem fiktiven überkritischen Spannungsbild ab. Im Sonderfall des fiktiven konstanten Druckes, bei welchem für den Fall langer Blechabmessungen die Faltung mit quadratischem Raster $\alpha_0 = 1$ erfolgt, gelten die Werte nach Fig. 2. Bei reiner Biegung stellt sich im Falle langer Platten eine Periodizität der Beulfigur mit

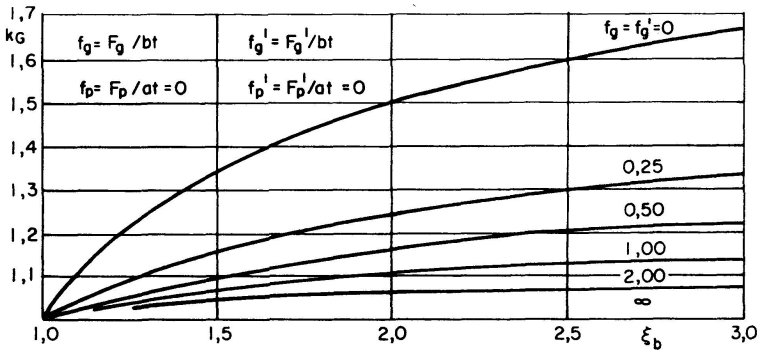


Fig. 2. Spannungsmultiplikator k_G einer quadratischen Platte unter einachsigem Druck in Abhängigkeit des Überschreitungsgrades ξ_b und der Randversteifung $f_g = f'_g$.

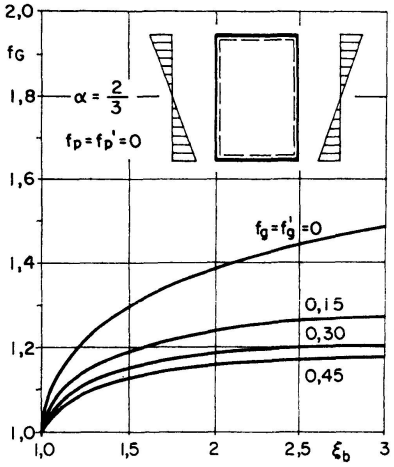


Fig. 3. Vergleichsspannungsmultiplikator f_G abhängig vom Überschreitungsgrad und der Randversteifung.

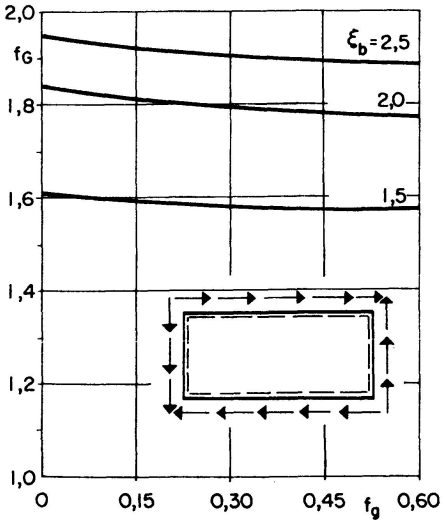


Fig. 4. Vergleichsspannungsmultiplikator f_G bei schubbeanspruchter Platte mit $a/b = 2$.

$\alpha_0 = 2/3$ ein. Das Feld mit den Abmessungen $\alpha = 2$ läßt daher 3 Halbwellen in der Längsrichtung im Bereich kleinerer Überschreitungsgrade erwarten. Die Spannungsmultiplikatoren f sind in Fig. 3 angegeben.

Bemerkenswert sind die aus Tafel 2 ersichtlichen Invarianzeigenschaften der Korrekturbeiwerte innerhalb gewisser Bereiche. Erwartungsgemäß wird die Vergleichsspannung in Abhängigkeit der Gurtsteifigkeiten am meisten für fiktiven konstanten Druck ($\psi = 1$) und auch reine Biegung ($\psi = -1$) reduziert. Bei reinem Schub verändern sich die Werte relativ wenig. Man kann daher in Annäherung für verschiedene κ-Verhältnisse zwischenschalten. (Vgl. auch Fig. 4 und Fig. 11.)

Die Multiplikatoren γ_G, die wegen der Bezugnahme auf fiktive Normalspannungen nur bei nicht zu kleinen Normal-Schub-Spannungsverhältnissen Bedeutung erlangen (etwa $\kappa > 1$), sind bei reiner Biegung auch näherungsweise vom Überschreitungsgrad unabhängig. Sie können ebenfalls nach der sicheren Seite hin eingeschrankt werden.

Würden die überkritischen Gurt- und Pfostenspannungen auf die maximale fiktive Vergleichsspannung oder «Nennspannung» des überkritischen Bereiches bezogen, so wäre die Unterscheidung in Teilbereiche mit starkem und schwächerem Schubanteil belanglos. Da aber mit Rücksicht auf das in der Bemessungspraxis gut eingebürgerte Verhältnis der «mitwirkenden Breite» (im Falle $\psi = 1$, $\kappa = \infty$ entspricht $b_m/b = 1/k_{GV}$) die Spannungsumlagerung der Randnormalspannung im allgemeinen zugeordnet wird, ist im Falle reinen Schubes ($\kappa = 0$), wie bereits von Djubek und Kodnar [11] ausgeführt, auf die Nennschubspannung entspr. Gl. (16) zu beziehen. Bei Einfluß von Randsteifigkeiten, welche in den durchgeführten Rechnungen mit $f_g = f'_g \neq 0$, $f_p = f'_p = 0$ berücksichtigt wurden, gelten bspw. die reduzierten Werte entsprechend

$\alpha = 2$	$k_s = 0{,}102$	φ_G^s	$\alpha = 2$	$k_s = 0{,}272$	φ_G^s
$\kappa = 0$	$f_g = 0{,}00$	1,00	$\kappa = 0$	$f_g = 0{,}00$	1,00
$\xi_b = 1{,}5$	0,15	0,73	$\xi_b = 2{,}5$	0,15	0,72
	0,30	0,57		0,30	0,56
	0,45	0,47		0,45	0,46
	0,60	0,36		0,60	0,34

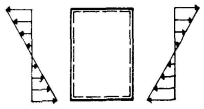
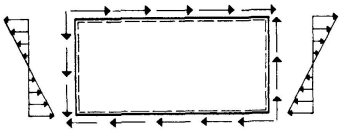
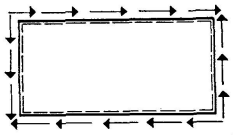
wobei hier abweichend von den anderweitigen Korrekturkoeffizienten gilt

$$f_{GV} = 1 + (f_G - 1)\,\delta_V = 1 + (f_g - 1)\,\delta_G\,\delta_V, \tag{19}$$

$$k_{GV} = 1 + (k_G - 1)\,\gamma_V = 1 + (k_g - 1)\,\gamma_G\,\gamma_V. \tag{20}$$

Die auf die Nennschubspannung des überkritischen Bereiches bezogenen Spannungsgrößen in den vertikalen Randgliedern mit $f_p = f'_p = 0$ ändern sich nur unwesentlich mit der Gurtsteifigkeit, sind aber im vorliegenden Falle kaum aussagekräftig.

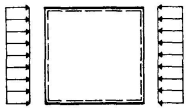
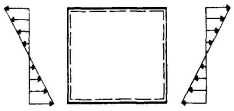
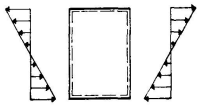
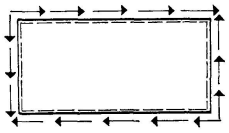
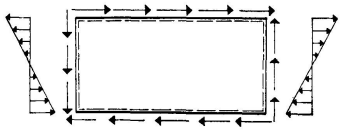
Tafel 2. Korrekturkoeffizienten in Abhängigkeit der Dehnsteifigkeit der Randglieder

System und Beulungstyp	System-parameter	Randversteifung	δ_G	γ_G
 $f_p = f'_p = 0$ $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{31}$	$\alpha = 2/3$ $\psi = -1$ $\kappa = \infty$ $\xi_b = 2$	$f_g = f'_g = 0{,}00$	1,00	1,00
		0,15	0,62	0,49
		0,30	0,49	0,33
		0,45	0,43	0,25
		0,60	0,41	0,22
	$\alpha = 2/3$ $\psi = -1$ $\kappa = \infty$ $\xi_b = 2{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,58	0,48
		0,30	0,44	0,33
		0,45	0,38	0,25
		0,60	0,35	0,22
	$\alpha = 2/3$ $\psi = -1$ $\kappa = \infty$ $\xi_b = 1{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,64	0,49
		0,30	0,52	0,33
		0,45	0,44	0,26
		0,60	0,39	0,23
 $f_p = f'_p = 0$ $C_{11}, C_{12}, C_{22}, C_{21}, C_{31}, C_{32}, C_{33}$	$\alpha = 2$ $\psi = -1$ $\kappa = 1{,}25$ $\xi_b = 2$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,93	0,64
		0,30	0,91	0,48
		0,45	0,90	0,38
		0,60	0,89	0,33
	$\alpha = 2$ $\psi = -1$ $\kappa = 5$ $\xi_b = 2{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,85	0,59
		0,30	0,80	0,43
		0,45	0,76	0,33
		0,60	0,88	0,28
	$\alpha = 2$ $\psi = -1$ $\kappa = 2{,}5$ $\xi_b = 1{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,92	0,61
		0,30	0,88	0,45
		0,45	0,86	0,34
		0,60	0,85	0,29
	$\alpha = 2$ $\psi = -1$ $\xi_b = 2{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,89	0,62
		0,30	0,84	0,46
		0,45	0,81	0,36
		0,60	0,80	0,34
 $f_p = f'_p = 0$ $C_{11}, C_{12}, C_{22}, C_{21}, C_{31}, C_{32}, C_{33}$	$\alpha = 2$ $\kappa = 0$ $\xi_b = 1{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,97	—
		0,30	0,95	—
		0,45	0,94	—
		0,60	0,94	—
	$\alpha = 2$ $\kappa = 0$ $\xi_b = 2{,}5$	$f_g = f'_g = 0{,}15$	0,97	—
		0,30	0,95	—
		0,45	0,94	—
		0,60	0,94	—

Einige Einflüsse von Vorbeulungen auf den Spannungsmultiplikator f zeigen die Fig. 5, 6 und 7.

Die Berücksichtigung von jeweils ungünstig anzunehmenden Vorbeulungen soll derart erfolgen, daß die infolge Gurtversteifungen abgeminderten Spannungsmultiplikatoren sekundär eine Erhöhung erfahren. Mit dem Index (V)

Tafel 3. Korrekturkoeffizienten in Abhängigkeit des Vorbeulentyps

System und Beulungstyp entspr. Tafel 2	System-parameter	Vorbeulungstyp		δ_V	γ_V
	$\alpha = 1$	$V_{11} = 0{,}00$		1,00	1,00
	$\psi = 1$	0,50		1,21	1,25
	$\kappa = \infty$	1,00		1,37	1,44
	$\xi_b = 2$	1,50		1,48	1,60
$f_g = f_g' = 0$	$\alpha = 1$	0,50		1,06	1,09
$f_p = f_p' = 0$	$\psi = 1$	1,00		1,13	1,18
	$\xi_b = 3$	1,50		1,23	1,25
	$\alpha = 1$	0,50		1,21	1,28
	$\psi = -1$	1,00		1,37	1,46
	$\xi_b = 2$	1,50		1,49	1,62
		$V_{11} = 0{,}50$	$V_{12} = 0{,}50$	1,64	1,79
		1,00	1,00	2,00	2,32
		1,50	1,50	2,20	2,45
$f_g = f_g' = 0$	$\alpha = 1$	0,50		1,07	1,09
$f_p = f_p' = 0$	$\psi = -1$	1,00		1,13	1,16
	$\xi_b = 3$	1,50		1,21	1,22
		$V_{11} = 0{,}50$	$V_{12} = 0{,}50$	1,24	1,29
		1,00	1,00	1,35	1,44
		1,50	1,50	1,39	1,53
	$\alpha = 2/3$	$V_{11} = 0{,}25$	$V_{12} = 0{,}125$	1,09	1,10
	$\psi = -1$	0,50	0,25	1,17	1,19
	$\xi_b = 2{,}5$	1,00	0,50	1,23	1,26
	$f_g = 0{,}3$	1,50	0,75	1,27	1,31
	$\alpha = 2/3$	$V_{11} = 0{,}25$	$V_{12} = 0{,}125$	1,09	1,10
$f_p = f_p' = 0$	$\psi = -1$	0,50	0,25	1,16	1,20
	$\xi_b = 2{,}5$	1,00	0,50	1,45	1,31
	$f_g = 0{,}45$	1,50	0,75	1,57	1,37
	$\alpha = 2$	$V_{11} = V_{22} = 0$	$V_{31} = 0{,}00$	1,00	—
	$\xi_b = 1{,}5$	0,50	−0,25	1,29	—
	$f_g = 0{,}45$	1,00	−0,50	1,45	—
		1,50	−0,75	1,52	—
	$\alpha = 2$	$V_{11} = V_{22} = 0$	$V_{31} = 0{,}00$	1,00	—
$f_p = f_p' = 0$	$\xi_b = 2{,}5$	0,50	−0,25	1,02	—
	$f_g = 0{,}45$	1,00	−0,50	1,04	—
		1,50	−0,75	1,05	—
	$\alpha = 2$	$V_{11} = V_{22} = V_{21} = 0{,}50$		1,48	2,52
	$\kappa = 5$	1,00		1,57	3,07
	$\xi_b = 1{,}5$	1,50		1,66	3,28
	$f_g = 0$				
	$\alpha = 2$	$V_{11} = V_{22} = V_{21} = 0{,}50$		1,02	1,20
$f_p = f_p' = 0$	$\kappa = 2{,}5$	1,00		1,08	1,32
	$\xi_b = 2{,}5$	1,50		1,19	1,37
	$f_g = 0{,}45$				

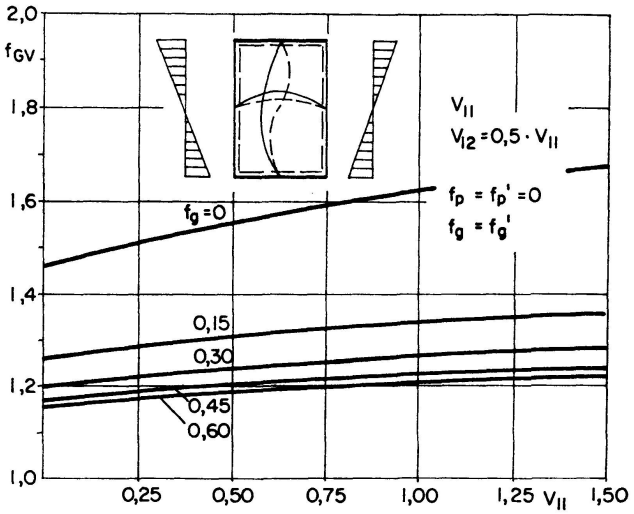


Fig. 5. Vergleichsspannungsmultiplikator f_{GV} bei verschiedenen Vorbeulkomponenten ($a/b=2/3$).

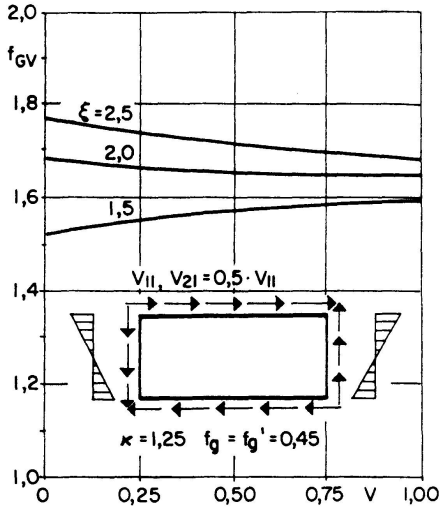


Fig. 6. Vergleichsspannungsmultiplikator f_{GV} bei verschiedenen Vorbeulkomponenten.

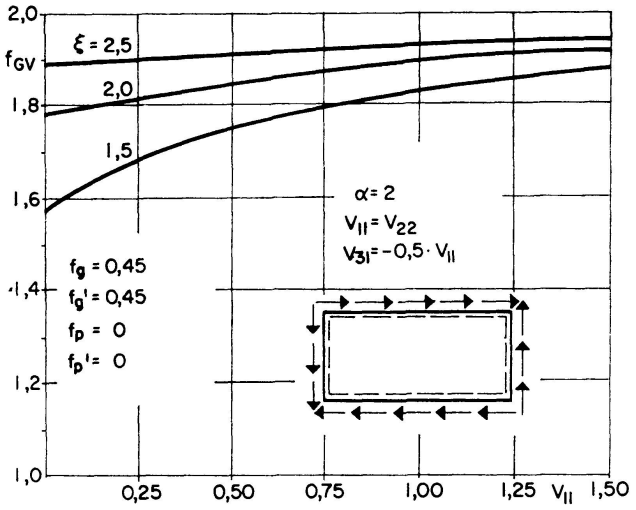


Fig. 7. Vergleichsspannungsmultiplikator f_{GV} bei verschiedenen Vorbeulkomponenten.

auf «Vorbeulung» hinweisend, gilt dann, wenn wieder auf Grundwerte bezogen wird (vgl. Tafel 3)

$$k_s(f_g=f_g'\neq 0) = k_s(f_g=f_g'=0)\,\varphi_G^s, \qquad k_s = k_s' \quad (\text{für } f_g=f_g';\ f_p=f_p'). \tag{18}$$

Wird ein Vorbeuleneinfluß nicht berücksichtigt, so lauten die Korrekturkoeffizienten $\delta_V=1$, $\gamma_V=1$. Liegen die Werte k oder f nahe bei 1, so werden bereits kleine Abweichungen infolge des Vorbeulungseinflusses durch relativ große δ- und γ-Werte zum Ausdruck gebracht. Für unterkritische Zustände sowie den Fall $\xi_b=1$ verliert daher dieses Vorgehen an Bedeutung. Die Vorbeulungen sind in ihrem Einfluß auf die maßgebenden Spannungen unterschiedlich. Für praktische Berechnungen erscheint es ausreichend, den Vor-

beulungstyp bei Beschränkung auf 3 den größten Beulamplituden etwa proportional zugeordnete Komponenten anzusetzen. Im Falle der reinen Biegung ist z. B. mit $V_{11} = 2\,V_{12}$ gegenüber $V_{12} = 0$ ein ungünstigerer Einfluß ersichtlich. Bei $\kappa = \infty$ sind die Faktoren δ_V für $\psi = 1$ und $\psi = -1$ etwa gleichermaßen von den entsprechenden Vorbeulkomponenten abhängig. Bemerkenswert ist auch die Verwandtschaft der γ_V-Werte bei unterschiedlichen Randversteifungen unter sonst gleichen Parametern ($\alpha = 2/3$, $\psi = -1$). Bei schub- oder biegeschubbeanspruchten Feldern liegen die δ_V-Werte für gleiche Überschreitungsgrade ebenfalls benachbart. Eine Vereinheitlichung der γ_V-Werte erscheint schwierig, da diese besonders bei kleinen k_g-Werten recht unterschiedlich sind. Jedoch läßt sich eine Einschrankung der γ_V-Werte in Abhängigkeit der effektiven Vorbeulamplitude und des Überschreitungsgrades nach Fig. 12 vornehmen, sofern keine genaueren Berechnungen durchgeführt werden.

Bei der Bewertung des Eigenspannungseinflusses interessieren vor allem die Erhöhungen der Vergleichsspannungen im Feldbereich. Da die Druckspannungstrajektorien bei der überkritischen Beulung in die steiferen Randzonen verstärkt einfließen, wirken die dort allgemein auftretenden Zugeigenspannungen abbauend. In der Zuggurtung oder den zugbeanspruchten Randstreifen kommt es zu einer Spannungserhöhung. Für den Fall des fiktiven konstanten Druckes ist in Fig. 8 die Erhöhung der Vergleichsspannung für einige Feldpunkte angegeben. Bei größeren Überschreitungen entsprechend größeren Ausbeulungen geht der Eigeneinspannungseinfluß merklich zurück.

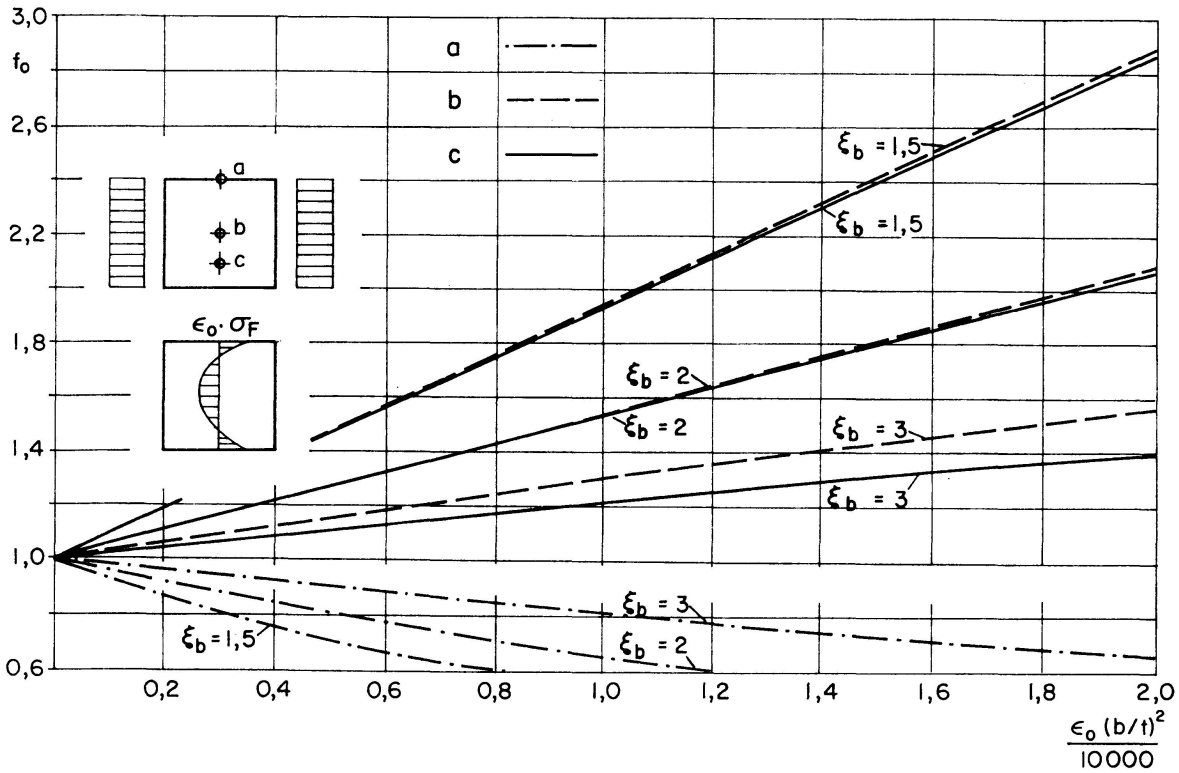


Fig. 8. Vergleichsspannungsmultiplikatoren f_0 in Abhängigkeit der Eigenspannungen und des Überschreitungsgrades ($\psi = 1$).

Da die beulkritische Spannung mit zunehmendem Schlankheitsverhältnis reduziert wird, steigen bei gleichen Überschreitungsgraden die vorspannungsabhängigen Vergleichsspannungen an. Fig. 9 zeigt die Abhängigkeit der Vergleichsspannungserhöhung bei einem quadratischen Feld unter reiner Biegung, wobei die Eigenspannung am Rand von doppeltem Betrag wie in Feldmitte

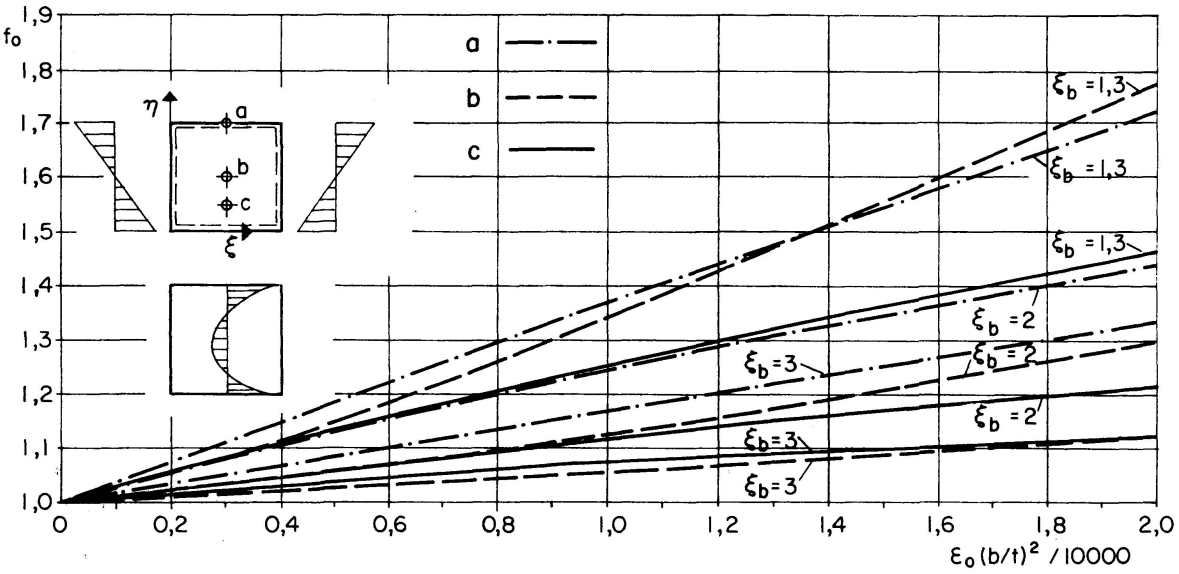


Fig. 9. Vergleichsspannungsmultiplikatoren f_0 in Abhängigkeit der Eigenspannungen und des Überschreitungsgrades ($\psi = -1$).

angesetzt wurde. Ein Vergleich derjenigen Werte, welche für die Parameter ϵ_0, ϵ_1, ϵ_2 sowie κ_0 und κ_1 bestimmt wurden, zeigt eine relativ gute Übereinstimmung der maximalen Vergleichsspannungen und damit auch der bezogenen Werte. So gilt bspw. auf die EULERspannung im Falle der 2fachen Überschreitung bezogen

	$\xi = 0,\ \eta = 0{,}25$	$\xi = 0{,}5,\ \eta = 0{,}5$	$\xi = 0{,}5,\ \eta = 1$
$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0{,}5$ $\kappa_1 = 2$ $\psi = -1$	42,8	20,9	50,1
$\epsilon_0 = 0{,}5$ $\kappa_0 = 2$ $\psi = -1$	41,7	20,7	50,5

Schließlich gilt für ein anderes Verteilungsverhältnis der Eigenspannungen an den entsprechenden Feldpunkten

$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0{,}5$ $\kappa_1 = 3$ $\psi = -1$	42,9	20,7	50,2

Es liegt daher nahe, den ohnehin schwierig zu erfassenden Verlauf der Eigenspannungen in brauchbarer Näherung einachsig, nämlich im Sinne des Eigenspannungsfeldes (A) anzunehmen. Ob ein solches vereinfachtes Vorgehen auch im Falle der schubbeanspruchten Platten statthaft ist, bedarf noch weiterer Untersuchungen.

5. Zur Bemessung beulgefährdeter Platten unter Ausnutzung überkritischer Tragreserven

Die Forschung auf dem Gebiete der überkritischen Beulung kann noch nicht als abgerundet gelten, da eine Reihe von Einflüssen, nämlich die Biegesteifigkeit und auch Torsionssteifigkeit der Randglieder bei Deformationen in und aus der Plattenebene, das Verhalten relativ langer Platten und das praktisch auftretende Bild der Eigenspannungsverteilungen, noch nicht genügend abgeklärt sind. Es erscheint z. Z. übereilt, die bewährte Bemessungsgrundlage,

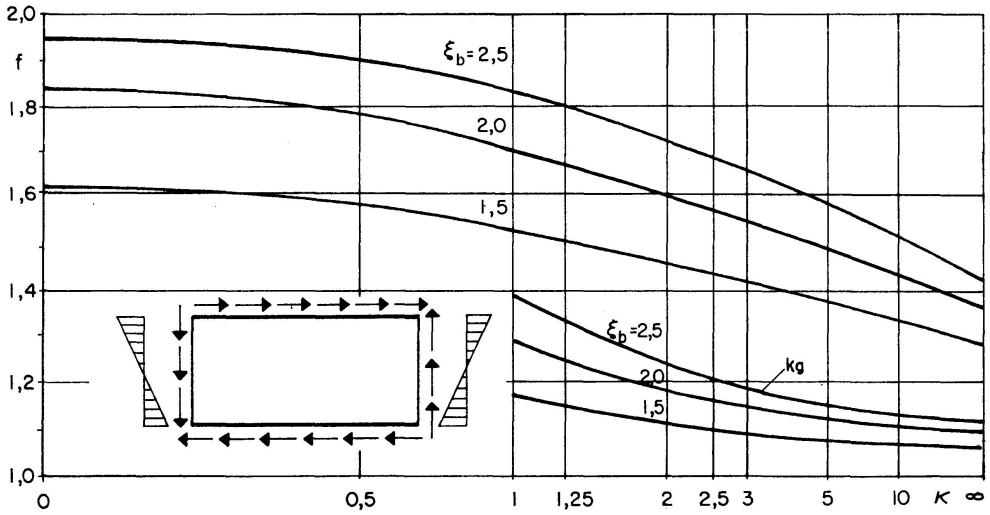


Fig. 10. Vergleichsspannungsmultiplikator f und Randspannungsmultiplikator k_g in Abhängigkeit des Normal-Schubspannungsverhältnisses κ ($a/b=2$).

beruhend auf der Konzeption der beulkritischen Spannungen, in der ganzen Breite der Bemessungspraxis des Stahlbaues generell zu verlassen um auf eine noch nicht ausreichend fundierte Traglast- bzw. Pseudotraglast-Theorie überzugehen. Da die im Stahlbau erst seit einigen Jahren breiter diskutierten Bemessungsfragen des überkritischen Bereiches ein schrittweises Überleiten ratsam erscheinen lassen, sollte etwa entsprechend der Konzeption MASSONNETS u. a. Forscher die Kenntnis der gröber einzuschrankenden Traglasten bzw. Pseudotraglasten des elastisch-plastischen bzw. elastischen Körpers in eine weitere Reduktion der bisher gebräuchlichen Sicherheitszahlen einfließen. Zur Beschreibung des hier betrachteten Pseudo-Traglast-Zustandes ist jeweils ein Überschreitungsgrad der beulkritischen Belastung zu bestimmen, für welchen

eine Fließspannungs-Ungleichung erfüllt werden kann und für welchen die Tragfähigkeit der Randglieder infolge der Spannungsumlagerungen verbürgt ist. Vgl. [6], [8], [12]. In dem hier der Theorie zugrunde gelegten Fall geradebleibender Ränder, bei welchen also eine genügende Biegesteifigkeit hinsichtlich der Deformationen in und aus der Plattenebene vorhanden ist, kann in Anlehnung an das bisherige Bemessungsverfahren wie folgt verfahren werden.

a) Verzweigungslast der gewöhnlichen Beulung

Für die Spannungs-Parameter $\psi = -1$ $0 < \kappa < \infty$ gilt unter der Voraussetzung der Überlagerung nach dem «Beulkreis» für die kombinierte kritische Normalspannung

$$\sigma_{Ki} = \frac{\sigma_E}{\sqrt{\frac{1}{k_\sigma^2} + \frac{1}{\kappa^2 k_\tau^2}}}$$

und die kombinierte kritische Schubspannung

$$\tau_{Ki} = \frac{\sigma_{Ki}}{\kappa}$$

worin bedeuten σ_E Eulerspannung des Beulfeldes,
k_σ Beulwert für reine Biegung,
k_τ Beulwert für reinen Schub.

Liegt die Beulvergleichsspannung σ_{VKi} oberhalb des elastischen Formänderungsbereiches, so ist in der althergebrachten Weise bei Abminderung der ideellen Beulvergleichsspannung zu bemessen. Für eine Beulvergleichsspannung unterhalb der Fließgrenze kann eine überkritische Reserve näherungsweise in Rechnung gestellt werden

b) Pseudo-Traglast des überkritischen Bereiches

Unter Zugrundelegung der Plattenschlankheit $\lambda = b/t$ kann eine maßgebende Vorbeulenamplitude, bezogen auf Blechstärke, z. B. aus der Fig. 14 entnommen werden. Die ungünstige Wirkung von Schweißeigenspannungen läßt sich stellvertretend durch eine Vergrößerung des Vorbeuleneinflusses abdecken, oder aber durch eine Vergrößerung der Spannungsmultiplikatoren, etwa entspr. Fig. 10 erfassen. Da der Faktor ϵ_0 das Verhältnis von Eigenspannung am Rand zur Fließspannung anzeigt, kann den praktischen Gegebenheiten entsprechend wenigstens eine technisch angenäherte Erfassung des Eigenspannungseinflusses vorgenommen werden. Mit zunehmender Schlankheit des Bleches sollte jedoch wegen dessen Verformungsnachgiebigkeit der Eigenspannungsparameter ϵ_0 relativ niedriger angesetzt werden. Quantitative Aussagen bedürfen hier noch weiterer theoretischer und auch experimenteller Untersuchungen.

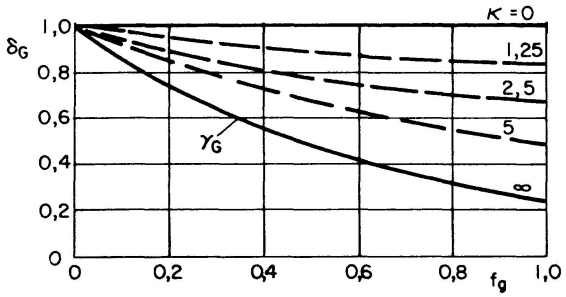


Fig. 11. Korrekturfaktoren δ_G und γ_G in Abhängigkeit der Randversteifung $f_g = f_g'$ $(a/b = 2)$.

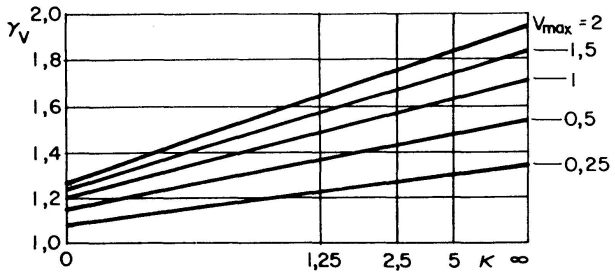


Fig. 12. Korrekturfaktor γ_V in Abhängigkeit des Normal-Schubspannungsverhältnisses κ mit $a/b = 2$.

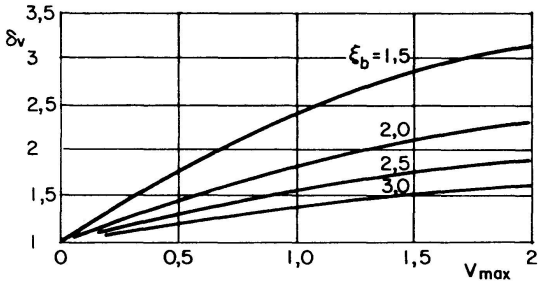


Fig. 13. Korrekturfaktor δ_V in Abhängigkeit der maximalen Vorbeulung.

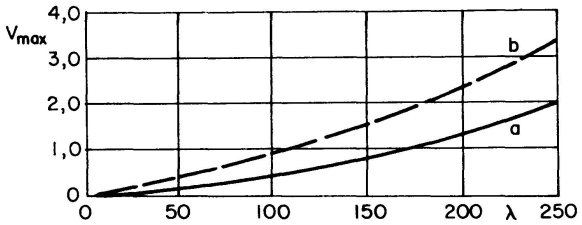


Fig. 14. Ungewollte Vorbeulung in Abhängigkeit des Plattenschlankheitsgrades $\lambda = b/t$.

a) Fall enger Toleranzbeschränkung.
b) Fall weiter Toleranzbeschränkung.

Bei Vorgabe eines Überschreitungsgrades der kombinierten beulkritischen Spannungen sind nun die Korrekturbeiwerte entsprechend den Fig. 11, 12 und 13 in die Ungleichungen

$$\sigma_{V(max)}(\xi_b) \leqq \sigma_F, \tag{23}$$

$$\sigma_g(\xi_b) \leqq \sigma_{g(Kr)}, \tag{24}$$

$$\sigma_g'(\xi_b) \leqq \sigma_{g(Kr)}' \tag{25}$$

bei Beachtung der Gl. (14) bis (18) einzusetzen. Die Grenzspannung $\sigma_{g(Kr)}$ gedrungener Randversteifungen entspricht etwa der Fließgrenze, andernfalls erfolgt eine Abminderung im Sinne des plastischen Knickens. Die Bindung an einen reduzierten «Sicherheitsgrad» kann nun derart erfolgen, daß mit zunehmender Überschreitung bis zum Erreichen der hier ausgewiesenen Pseudotraglast gesetzt wird

Pseudotraglast wird erreicht mit	$\xi_b = 1{,}5$	2,0	2,5
Reduzierte «Sicherheitszahl» der konventionellen Beulvorschriften			
Lastfall Hauptkräfte	$\nu_B = 1{,}25$	1,20	1,10
Haupt- und Zusatzkräfte	$\nu_B = 1{,}17$	1,10	1,00

Mit der weiteren Zuschärfung der Theorie, besonders der Erkenntnis des elastisch-plastischen Verhaltens im überkritischen Bereich, werden die so defi-

nierten «reduzierten» Sicherheitszahlen zugunsten der wirklichen Traglasten in den Hintergrund treten. Durch den Einsatz leistungsfähiger Digitalrechner dürfte es möglich sein, die zur Beschreibung der Beulfigur erforderliche Zahl von Beulkomponenten weiter zu erhöhen; für die Erkenntnis des wirklichen Grenzverhaltens gewinnen jedoch die Fließmechanismen besonders an Bedeutung.

Literatur

1. Kromm, A. und Marguerre, K.: Verhalten eines von Schub- und Druckkräften beanspruchten Plattenstreifens oberhalb der Beulgrenze. Luftfahrtforschung 1937, S. 629.
2. Kollbrunner, C. F. und Meister, M.: Ausbeulen. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1958, S. 24.
3. Škaloud, M.: Berechnung der Stabilität von Wänden mit Anfangskrümmung. Acta Technica ČSSR 1959, Nr. 1.
4. Klöppel, K. und Scheer, J.: Beulwerte ausgesteifter Platten, Berlin 1960.
5. Basler, K. und Thürlimann, B.: Strength of plate girders in bending. Proc. A.S.C.E. Journ. Struct. Div. 1961, No. 6, 153.
6. Massonnet, Ch.: Kolloquium über Probleme der überkritischen Plattenbeulung an der Universität Lüttich, Mem. de la Soc. Royale d. Sciences de Liège, Cinq. Série, Tome VIII, Fasc. 5, Liège 1963.
7. Kodnar, R.: Die Äquivalenz der Methode Galerkins mit der Methode von Ritz für nichtlineare Operatoren. Z.A.M.M. 1964, Bd. 44, S. 579.
8. Standard ČSSN: Entwerfen von Stahlkonstruktionen. Navrovani ocelovych konstrukci – konecny narrh – CSN 731401.
9. Klöppel, K., Schmied, R. und Schubert, J.: Die Traglast mittig und außermittig gedrückter dünnwandiger Kastenträger unter Verwendung der nichtlinearen Beultheorie. Stahlbau 1966, S. 321.
10. Škaloud, M.: Grenzzustand gedrückter Gurtplatten dünnwandiger Träger. Acta Technica ČSAV, Nr. 6, 1965.
11. Djubek, J. und Kodnar, R.: Riesenie nelineárnych úloh teorie stihlych stien – Variacnými metódami. Vydavatel'stvo Slovenskej Akadémie Vied, Bratislava 1965.
12. Massonnet, Ch.: Dünnwandige hohe Blechträger, Vorbericht VIII. Kongreß der I.V.B.H., S. 178, Zürich 1968.

Zusammenfassung

Für frei drehbar gelagerte Platten wird der programmierte Algorithmus zur Berechnung der Vergleichsspannungen sowie der mittleren Spannungen in den geradebleibenden Randelementen mitgeteilt. Die Multiplikatoren für die Erhöhung der überkritischen Nennspannungen im Plattenfeld und den Randelementen zeigen in Abhängigkeit ungünstiger Vorbeuleneinflüsse gewisse invariante Tendenzen, die sich für eine Bemessung nutzbar machen lassen. Auch Einflüsse von Eigenspannungsverteilungen können verschiedentlich verallgemeinert werden.

Summary

The author presents the programmed algorism for the calculation of the comparative stresses together with the mean stresses in the straight components of the edge, for simply supported plates. The multipliers for the increase in the post-critical nominal stresses in the plate and in the edges show certain invariable tendencies, depending upon unfavourable pre-buckling effects. These invariants may be useful for design purposes. Even the influences of residual stress distribution can often be generalised.

Résumé

L'auteur communique l'algorithme programmé pour le calcul des tensions de comparaison ainsi que des tensions moyennes dans les éléments droits du bord, pour des plaques simplement appuyées. Les multiplicateurs pour l'augmentation des tensions nominales post-critiques dans la plaque et dans les bords montrent certaines tendances invariables, dépendant d'influences de prévoilement défavorables. Ces invariantes peuvent être utiles au dimensionnement. Même les influences de répartition des tensions résiduelles permettent souvent une généralisation.

Leere Seite
Blank page
Page vide