Beitrag zur Berechnung von zusammengesetzten Zylinder-, Kegel- und Kugelschalen für den Silo-, Behälter- und Turmbau

Autor(en): **Hampe, E. / Köppler, H. / Schweisinger, P.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **28 (1968)**

PDF erstellt am: **03.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-22170

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Beitrag zur Berechnung von zusammengesetzten Zylinder-, Kegel- und Kugelschalen für den Silo-, Behälter- und Turmbau

Contribution to the Design of Cylindrical, Conical and Spherical Built-up Shells for the Construction of Silos, Tanks and Towers

Contribution au calcul de coques composées cylindriques côniques sphériques pour la construction de silos, de réservoirs et de tours.

E. HAMPE
Prof. Dr.-Ing. habil.

H. KÖPPLER
Dr.-Ing.

P. SCHWESINGER
Dipl.-Ing.

Institut für Stahlbeton und Spannbeton
Hochschule für Architektur und Bauwesen, Weimar, DDR

1. Einleitung

Rotationssymmetrische Flächentragwerke finden auf den Gebieten des Behälterbaues, des Silobaues, des Turm- und Schornsteinbaues umfangreiche Anwendungen. Dabei werden diese Schalenformen sehr oft miteinander kombiniert verwendet. So z.B. bei Verwendung von Zylinder- und Kegelschalen für die Ausbildung von Turmfundamenten, für Wassertürme usw.

Die Berechnung des Schnittkraftzustandes solcher kombinierter Schalentragwerke ist im allgemeinen ohne grundsätzliche Schwierigkeiten durchzuführen.

Jedoch ist der Rechenaufwand vor allem für die Beurteilung hinsichtlich einer statisch oder ökonomisch optimalen Ausbildung im allgemeinen noch recht erheblich.

Die Aufgabe des vorliegenden Beitrages soll es sein, für die Berechnung einfacher Kombinationen von Zylinder-, Kegel- und Kugelschale einige Rechenhilfsmittel bereitzustellen, mit denen die Ermittlung der Übergangsschnittkräfte zwischen den einzelnen Schalenformen in einer einfachen Form möglich wird.

Dabei werden die in [1] bereitgestellten Berechnungsgrundlagen verwendet. Die untersuchten Kombinationen können auch als statisch unbestimmte

Hauptsysteme für mehrfach zusammengeschlossene rotationssymmetrische Schalen verwendet werden.

Für die nachfolgenden Untersuchungen gelten folgende Bezeichnungen:

h_Z = Wanddicke des Zylinders

h_{Ke} = Wanddicke des Kegels

h_{Ku} = Wanddicke der Kugel

$$\lambda_h = \frac{h_{Ke}}{h_Z} \text{ bzw. } \frac{h_{Ku}}{h_Z}$$

$$B_Z = \frac{E\,h_Z^3}{12\,(1-\mu^2)} \quad \text{(Biegesteifigkeit des Zylinders)}$$

$$k_Z = \frac{\sqrt[4]{3\,(1-\mu^2)}}{\sqrt{a\,h_Z}}$$

$$B_{Ke} = \frac{E\,h_{Ke}^3}{12\,(1-\mu^2)} \quad \text{(Biegesteifigkeit des Kegels)}$$

$$k_{Ke} = k_Z \sqrt{\frac{\sin\alpha_0}{\lambda_h}}$$

$$B_{Ku} = \frac{E\,h_{Ku}^3}{12\,(1-\mu^2)} \quad \text{(Biegesteifigkeit der Kugel)}$$

$$k_{Ku} = k_Z \sqrt{\frac{\sin\psi_0}{\lambda_h}}$$

F- und G-Werte werden aus [1], Band 4, entnommen.

2. Berechnung der Übergangsschnittkräfte zwischen den einzelnen Schalenformen

Zur Berechnung der Übergangsschnittkräfte von zusammengesetzten Schalentragwerken stehen mit dem Kraftgrößenverfahren, dem Formänderungsverfahren und den iterativen Methoden mehrere Möglichkeiten zur Verfügung. Ausführliche Darlegungen zu diesen Möglichkeiten finden sich z.B. in [1], Band 4.

Bei der hier vorliegenden Kombination von jeweils 2 verschiedenen Schalen ist die Anwendung der Kraftgrößenmethode im allgemeinen am sinnvollsten. Diese Methode wird demnach hier auch zur Ermittlung der Übergangsschnittkräfte verwendet.

Die Durchführung der Untersuchungen wird an der Kombination Zylinderschale — Kugelschale erläutert, für die anderen Schalenkombinationen werden nur die Ergebnisse angegeben; die Berechnung erfolgte analog.

Die Berechnungsgrundlagen sind für hohe und flache Kugelschalen verschieden. Die Lösungen für die hohe Kugelschale lassen sich in Abhängigkeit von trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen angeben, die für flache

Kugelschalen in Abhängigkeit von BESSELschen Funktionen. Der Einfachheit halber verwenden wir hier für die Ableitung der Bestimmungsgleichungen zur Berechnung der Überzähligen den Formalismus der hohen Kugelschale.

In den Zusammenstellungen werden auch die Ergebnisse für die flache Kugelschale in Abhängigkeit von den in [1] verwendeten BESSELschen Funktionen angegeben.

Für die Berechnung der Kombination aus Zylinderschale und hoher Kugelschale führen wir nach Fig. 1 ein statisch bestimmtes Hauptsystem ein, in dem die Überzählige X_1 als die Randquerkraft, die Überzählige X_2 als das Randmoment an der Zylinderschale bzw. an der Kugelschale definiert sind.

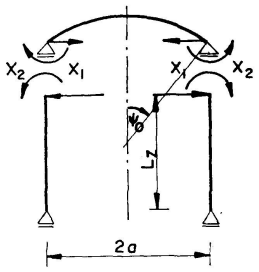


Fig. 1. Statisch bestimmtes Hauptsystem mit den Übergangsschnittkräften X_1 und X_2.

Die Bedingungsgleichungen zur Berechnung der beiden Überzähligen gewinnen wir aus der Forderung, daß die Verformungen der beiden Schalenränder im statisch bestimmten Hauptsystem unter der Wirkung der Belastungen und der beiden Überzähligen miteinander verträglich sein müssen.

Die gegenseitigen Formänderungen zwischen der Zylinderschale und der Kugelschale ergeben sich am statisch bestimmten Hauptsystem wie folgt:

Aus der Wirkung der Belastung (z.B. Eigengewicht):

Gegenseitige Verschiebung:

$$\delta_{10} = -\frac{g_{Ku}}{4 B_Z k_Z^4} \frac{1}{\lambda_h \sin\psi_0 (1+\cos\psi_0)} \left(1 - \cos\psi_0 - \cos^2\psi_0 + 2 a k_Z \cos\psi_0 \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\psi_0}}{\lambda_h} R_1 + \mu\right) + \frac{g_{Ku}}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{1+\cos\psi_0},$$

Gegenseitige Verdrehung:

$$\delta_{20} = \frac{g_{Ku}}{4 B_Z k_Z^4 a} \frac{2}{\lambda_h} \left[1 + \frac{a^2 k_Z^2 \cot\psi_0}{\lambda_h (1+\cos\psi_0)} R_2 + \frac{\mu}{2}\right] - \frac{g_Z}{4 B_Z k_Z^4 a}.$$

Aus der Wirkung der Überzähligen $X_1 = 1{,}0$ [Mp/m]:

Gegenseitige Verschiebung:

$$\delta_{11} = \frac{1}{2 B_Z k_Z^3} \left(\frac{F_4}{F_1} + \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\psi_0}}{\lambda_h^2}\right).$$

Gegenseitige Verdrehung:

$$\delta_{12} = \frac{1}{2 B_Z k_Z^2} \left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{1}{\lambda_h^2}\right).$$

Aus der Wirkung der Überzähligen $X_2 = 1{,}0$ [Mpm/m]:

Gegenseitige Verschiebung:

$$\delta_{21} = \frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{1}{\lambda_h^2}\right).$$

Gegenseitige Verdrehung:

$$\delta_{22} = \frac{1}{B_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} + \frac{1}{\lambda_h^2 \sqrt{\lambda_h \sin \psi_0}}\right).$$

Insgesamt ergeben sich die gegenseitigen Formänderungen zwischen Zylinderschale und Kugelschale zu

$$\begin{aligned} &\text{Gegenseitige Verschiebung } \delta_{10} + X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12}. \\ &\text{Gegenseitige Verdrehung } \quad \delta_{20} + X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22}. \end{aligned} \tag{1}$$

Die Erfüllung der Verträglichkeitsbedingung erfordert, daß die gegenseitigen Formänderungen Null sind. Daraus ergibt sich das Gleichungssystem

X_1	X_2	
δ_{11}	δ_{12}	$-\delta_{10}$
δ_{21}	δ_{22}	$-\delta_{20}$

Die Lösungen dieser Bedingungsgleichungen geben wir in nachstehender allgemeiner Form an

$$\begin{aligned} X_1 &= \beta_{11} \delta_{10} + \beta_{12} \delta_{20}, \\ X_2 &= \beta_{21} \delta_{10} + \beta_{22} \delta_{20}. \end{aligned} \tag{2}$$

Die in dieser allgemeinen Form verwendeten β-Werte sind für die einzelnen Schalenkombinationen wie folgt einheitlich anzugeben:

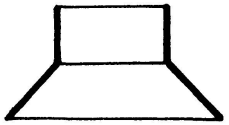
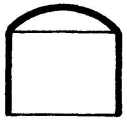
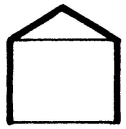
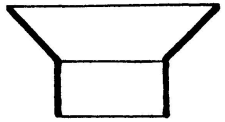
$$\begin{aligned} \beta_{11} &= -2 B_Z k_Z^3 \Phi_{11}, \\ \beta_{12} = \beta_{21} &= B^Z k_Z^2 \Phi_{12}, \\ \beta_{22} &= -B_Z k_Z \Phi_{22}. \end{aligned} \tag{3}$$

Zur Berechnung der Φ-Werte sind in Tafel 1 die für die einzelnen Schalenformen anzuwendenden Formeln angegeben. Ein Auszug aus der umfangreichen numerischen Auswertung dieser Beziehungen wird in Tafel 2 angegeben.

Damit ist die Berechnung der β-Werte für alle hier angegebenen Schalenformen möglich.

Die Berechnung der Belastungsglieder δ_{10} und δ_{20} läßt sich mit den in den Tafeln 3 bis 8 zusammengestellten Formeln durchführen. In diesen Tafeln sind die Belastungszahlen in Abhängigkeit von den wichtigsten Belastungsfällen und den wichtigsten Zuordnungen zwischen Zylinderschale, Kugel-

Tafel 1. Zusammenstellung der allgemeinen Φ-Werte für die verschiedenen Schalenkombinationen.

Schalenformen	Φ_{11}	Φ_{12}	Φ_{22}
Form 1 Form 5 Form 9 	$\dfrac{F_{3Z}+\dfrac{F_{1Z}}{\lambda_h^2\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}R_3}{N}$	$\dfrac{-F_{2Z}+\dfrac{F_{1Z}}{\lambda_h^2}R_2}{N}$	$\dfrac{F_{4Z}+\dfrac{F_{1Z}\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2}R_1}{N}$
Form 2  Form 6  Form 10 		$\dfrac{F_{2Z}-\dfrac{F_{1Z}}{\lambda_h^2}R_2}{N}$	
Form 3 Form 7		$\dfrac{-F_{2Z}-\dfrac{F_{1Z}}{\lambda_h^2}R_2}{N}$	
Form 4 Form 8		$\dfrac{F_{2Z}+\dfrac{F_{1Z}}{\lambda_h^2}R_2}{N}$	

$$N = 1+\frac{F_{1Z}}{2}+\frac{1}{\lambda_h^2}\left[\frac{F_{4Z}}{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}R_3+F_{3Z}\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}\,R_1 \pm F_{2Z}R_2+\frac{F_{1Z}}{2\lambda_h^2}(2R_1R_3-R_2^2)\right]$$

Anmerkung: Bei den Φ-Werten der Kugelschale ist der Ausdruck $\sin\alpha_0$ durch $\sin\psi_0$ zu ersetzen.
Vorzeichenregel für Klammerausdruck von N: oberes Vorzeichen Form 1, 5, 9, 2, 6, 10; unteres Vorzeichen Form 3, 7, 4, 8.

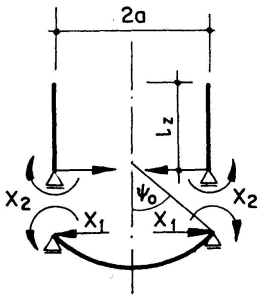
Tafel 2. Zahlentafel der Φ-Werte in Abhängigkeit von den Parametern λ_h, α_0 bzw. ψ_0 und kl

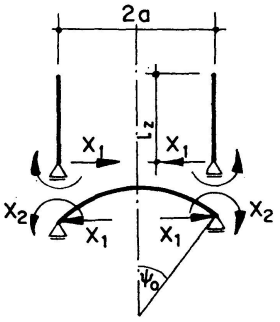
			Schalenformen							
λ_h	α_0 ψ_0	kl	Φ_{11} 1,2,5,6,9,10	Φ_{11} 3,4,7,8	Φ_{12} 1,5,9	Φ_{12} 3,7	Φ_{12} 2,6,10	Φ_{12} 4,8	Φ_{22} 1,2,5,6,9,10	Φ_{22} 3,4,7,8
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,6	30°	0,5	0,246788	0,562280	−0,077818	−0,284510	0,077818	0,284510	0,046479	0,106159
		0,9	0,269876	0,669693	−0,028656	−0,461884	0,028656	0,461884	0,106561	0,264320
		1,5	0,356708	0,680504	0,066631	−0,453899	−0,066631	0,453899	0,159907	0,305060
		3,0	0,440913	0,738987	0,128993	−0,459570	−0,128993	0,459570	0,183470	0,307503
		5,0	0,442662	0,742777	0,129440	−0,462192	−0,129440	0,462192	0,183644	0,308497
	45°	0,5	0,232993	0,510173	−0,075449	−0,265466	0,075449	0,265466	0,047412	0,104216
		0,9	0,250292	0,636373	−0,029088	−0,479548	0,029088	0,479548	0,116454	0,295453
		1,5	0,325807	0,644136	0,069340	−0,490462	−0,069340	0,490462	0,182832	0,362165
		3,0	0,397455	0,684396	0,134085	−0,490808	−0,134085	0,490808	0,212429	0,365800
		5,0	0,398716	0,687751	0,134527	−0,493540	−0,134527	0,493540	0,212648	0,367026
	60°	0,5	0,223400	0,476946	−0,073633	−0,251815	0,073633	0,251815	0,047807	0,102140
		0,9	0,239121	0,609041	−0,029138	−0,481678	0,029138	0,481678	0,122223	0,310925
		1,5	0,306215	0,618409	0,070534	−0,507473	−0,070534	0,507473	0,197181	0,397295
		3,0	0,372178	0,649559	0,136348	−0,505251	−0,136348	0,505251	0,230822	0,402377
		5,0	0,373248	0,652648	0,136785	−0,508018	−0,136785	0,508018	0,231073	0,403747
1,0	30°	0,5	0,428780	0,716649	−0,184464	−0,364658	0,184464	0,364658	0,078788	0,131838
		0,9	0,438687	1,012286	−0,208572	−0,826739	0,208572	0,826739	0,220160	0,508166
		1,5	0,488951	1,052003	−0,096398	−0,945959	0,096398	0,945959	0,360441	0,776232
		3,0	0,583543	1,128404	−0,000095	−0,933526	0,000095	0,933526	0,413566	0,799718
		5,0	0,585810	1,137939	−0,000081	−0,042775	0,000081	0,942775	0,414177	0,804719

	45°	0,5	0,408525	0,666762	−0,177528	−0,342282	0,177528	0,342282	0,077980	0,127264
		0,9	0,418528	0,958205	−0,207146	−0,813384	0,207146	0,813384	0,228594	0,522954
		1,5	0,459300	1,014617	−0,098457	−0,990558	0,098457	0,990558	0,391562	0,864550
		3,0	0,541842	1,069408	−0,000098	−0,975493	0,000098	0,975493	0,455999	0,900912
		5,0	0,543229	1,078268	−0,000083	−0,985147	0,000083	0,985147	0,456742	0,906777
	60°	0,5	0,395041	0,635195	−0,172769	−0,327556	0,172769	0,327556	0,077295	0,124045
		0,9	0,406301	0,916486	−0,204972	−0,794527	0,204972	0,794527	0,232790	0,525452
		1,5	0,441730	0,982150	−0,098998	−1,002655	0,098998	1,002655	0,409507	0,910212
		3,0	0,516178	1,026187	−0,000098	−0,987699	0,000098	0,987699	0,481151	0,956479
		5,0	0,517899	1,034520	−0,000083	−0,997400	0,000083	0,997400	0,481979	0,962736
1,5	30°	0,5	0,598435	0,807083	−0,280480	−0,407502	0,280480	0,407502	0,106248	0,143362
		0,9	0,669294	1,226069	−0,450993	−1,045891	0,450993	1,045891	0,353499	0,647633
		1,5	0,685643	1,338657	−0,393020	−1,378651	0,393020	1,378651	0,625937	1,223119
		3,0	0,775441	1,421678	−0,284189	−1,354074	0,284189	1,354074	0,711261	1,304048
		5,0	0,779529	1,437655	−0,286263	−1,372460	0,286263	1,372460	0,713333	1,315870
	45°	0,5	0,576501	0,768396	−0,271063	−0,389255	0,271063	0,389255	0,104385	0,139216
		0,9	0,645985	1,165182	−0,442553	−1,010582	0,442553	1,010582	0,356522	0,643156
		1,5	0,658368	1,290910	−0,394325	−1,387624	0,394325	1,387624	0,653704	1,281437
		3,0	0,737273	1,356709	−0,285515	−1,365704	0,285515	1,365704	0,752001	1,384085
		5,0	0,740753	1,371603	−0,287572	−1,384077	0,287572	1,384077	0,754268	1,396775
	60°	0,5	0,561362	0,743551	−0,264776	−0,377307	0,264776	0,377307	0,103081	0,136420
		0,9	0,630351	1,121976	−0,435395	−0,981475	0,435395	0,981475	0,357114	0,635955
		1,5	0,641402	1,251726	−0,392658	−1,376160	0,392658	1,376169	0,688092	1,304345
		3,0	0,713472	1,308553	−0,284472	−1,356546	0,284472	1,356546	0,774239	1,420651
		5,0	0,716755	1,322592	−0,286501	−1,374559	0,286501	1,374559	0,776625	1,433628

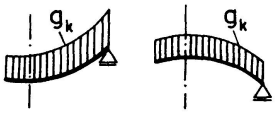
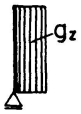
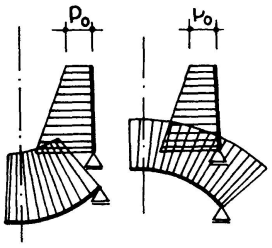
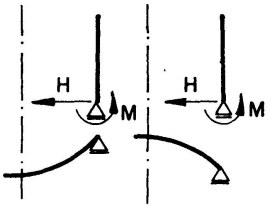
Tafel 3. Belastungszahlen für verschiedene Lastfälle der Schalenkombination Form 1 und 3

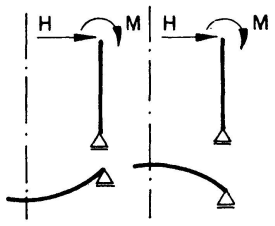
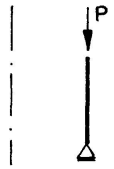
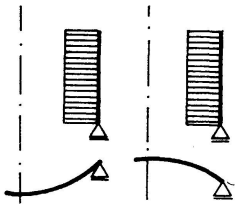
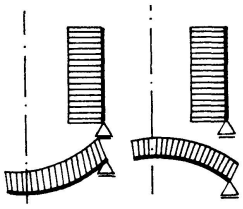
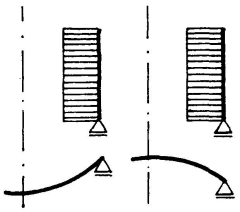
Form 1





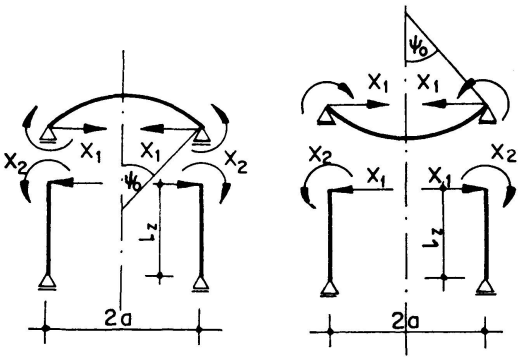
Form 3

Belastung		
Eigengewicht g_k 	δ_{10}	$\pm\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4}\frac{1}{\lambda_h \sin\psi_0(1+\cos\psi_0)}\Big(1-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0 + 2a\,k_Z\cos\psi_0\frac{\sqrt{\lambda_h\sin\psi_0}}{\lambda_h}R_1+\mu\Big)$
	δ_{20}	$-\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4 a}\frac{2}{\lambda_h}\left[1+\frac{a^2k_Z^2\cot\psi_0}{\lambda_h(1+\cos\psi_0)}R_2+\frac{\mu}{2}\right]$
Eigengewicht g_Z 	δ_{10}	$-\frac{g_Z}{4B_Z k_Z^4}\frac{l_Z}{a}\mu$
	δ_{20}	$\frac{g_Z}{4B_Z k_Z^4 a}\mu$
Flüssigkeitsfüllung (γ_F) konstanter Druck (p_0) 	δ_{10}	$-\frac{l_p\gamma_F}{4B_Z k_Z^4}\left[1\mp\frac{1}{2\lambda_h\sin\psi_0}\left(1\mp\frac{2-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0}{3\sin\psi_0(1+\cos\psi_0)}\frac{a}{l_p}\right)\pm\left(a\,k_Z\cot\psi_0\frac{\sqrt{\lambda_h\sin\psi_0}}{\lambda_h^2}R_1+\frac{\mu}{2\lambda_h\sin\psi_0}\right)\left(1\pm\frac{2-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0}{3\sin\psi_0(1+\cos\psi_0)}\frac{a}{l_p}\right)\right]$
	δ_{20}	$\frac{l_p\gamma_F}{4B_Z k_Z^4}\left[\left(1\mp\frac{1}{\lambda_h\sin\psi_0}\right)\frac{a}{l_p}-\frac{a^2k_Z^2\cot\psi_0}{\lambda_h^2}R_2\left(1\pm\frac{2-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0}{3\sin\psi_0(1+\cos\psi_0)}\frac{a}{l_p}\right)\right]$
Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2B_Z k_Z^3}\left(H\frac{F_4}{F_1}-M\,k_Z\frac{F_2}{F_1}\right)$
	δ_{20}	$\frac{1}{2B_Z k_Z^2}\left(-H\frac{F_2}{F_1}+M\,k_Z\frac{2F_3}{F_1}\right)$

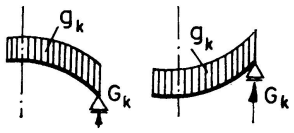
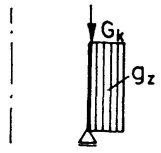
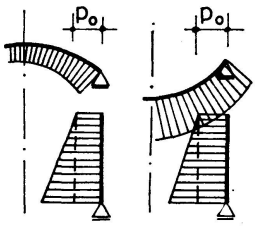
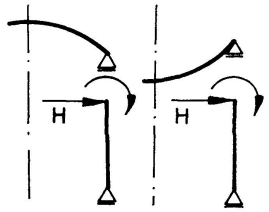
Randschnittkräfte 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_9}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{2 F_8}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_{10}}{F_1}\right)$
Auflast 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{P}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{a}$ 0
Temperatur $t = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-a\, a_t\, \alpha_t$ 0
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1} \mp R_2\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_h} \sin \alpha_0} R_3\right)$
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1}\right)$

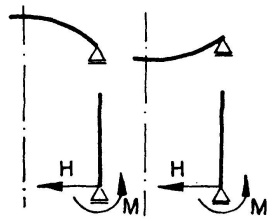
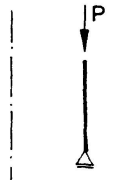
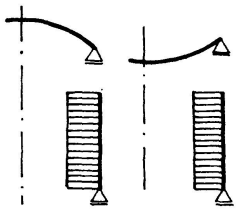
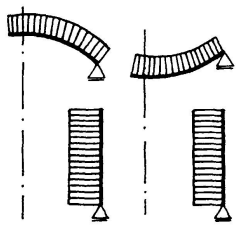
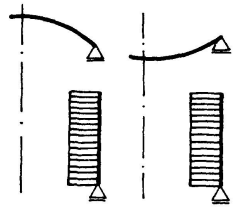
Tafel 4. Belastungszahlen für verschiedene Lastfälle der Schalenkombination Form 2 und 4

Form 2



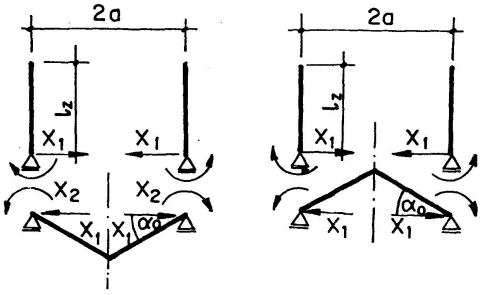
Form 4

Belastung		
Eigengewicht g_k 	δ_{10}	$\mp \frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4} \frac{1}{\lambda_h \sin\psi_0 (1+\cos\psi_0)} \Big(1-\cos\psi_0 - \cos^2\psi_0 + 2 a k_Z \cos\psi_0 \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\psi_0}}{\lambda_h} R_1 + \mu\Big)$
	δ_{20}	$\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4} \frac{2}{\lambda_h} \left[1 + \frac{a^2 k_Z^2 \cot\psi_0}{\lambda_h (1+\cos\psi_0)} R_2 + \frac{\mu}{2}\right]$
Eigengewicht $g_Z + g_k$  $G_k = \frac{g_k a}{1+\cos\psi_0}$	δ_{10}	$\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{1+\cos\psi_0}$
	δ_{20}	$-\frac{g_Z}{4 B_Z k_Z^4 a} \mu$
Flüssigkeitsfüllung (γ_F) konstanter Druck (p_0) 	δ_{10}	$\frac{p_0}{4 B_Z k_Z^4} \Big\{1 \mp \frac{1}{2\lambda_h \sin\psi_0} \Big(1 \pm \frac{2-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0}{3\sin\psi_0(1+\cos\psi_0)} \frac{a\gamma_F}{p_0}\Big) \pm \Big[a k_Z \cot\psi_0 \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\psi_0}}{\lambda_h^2} R_1 + \frac{\mu}{2}\Big(\frac{1}{\lambda_h \sin\psi_0} \mp 1\Big)\Big] \Big(1 \mp \frac{2-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0}{3\sin\psi_0(1+\cos\psi_0)} \frac{a\gamma_F}{p_0}\Big)\Big\}$
	δ_{20}	$-\frac{p_0}{4 B_Z k_Z^4 a} \Big[\Big(1 \mp \frac{1}{\lambda_h \sin\psi_0}\Big) \frac{a\gamma_F}{p_0} + \frac{a^2 k_Z^2 \cot\psi_0}{\lambda_h^2} R_2 \Big(1 \mp \frac{2-\cos\psi_0-\cos^2\psi_0}{3\sin\psi_0(1+\cos\psi_0)} \frac{a\gamma_F}{p_0}\Big)\Big]$
Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3} \Big(H \frac{F_4}{F_1} + M k_Z \frac{F_2}{F_1}\Big)$
	δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^2} \Big(H \frac{F_2}{F_1} + M k_Z \frac{2 F_3}{F_1}\Big)$

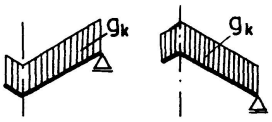
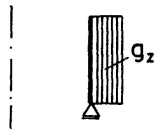
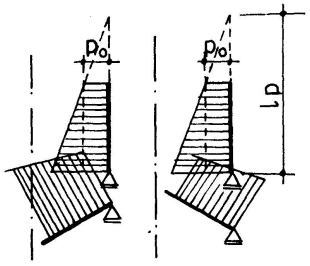
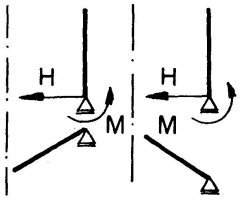
Randschnittkräfte 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_9}{F_1} - M k_Z \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{2 F_8}{F_1} - M k_Z \frac{2 F_{10}}{F_1}\right)$
Auflast 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{P}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{a}$ 0
Temperatur $t = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$a\, a_t\, \alpha_t$ 0
Temperatur $\Delta t = t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1} \mp R_2\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_h} \sin \psi_0} R_3\right)$
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^3}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1}\right)$

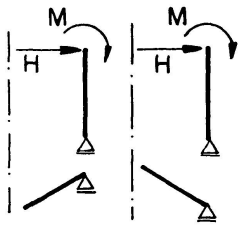
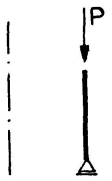
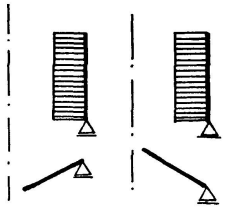
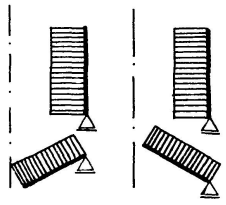
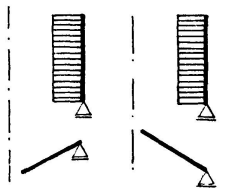
Tafel 5. Belastungszahlen für verschiedene Lastfälle der Schalenkombination Form 5 und 7

Form 5



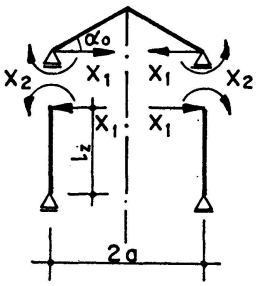
Form 7

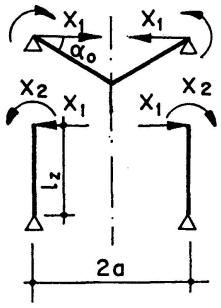
Belastung		
Eigengewicht g_k 	δ_{10}	$\pm\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4}\frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\left(\cos\alpha_0 - a\,k_Z\frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h}R_1 - \frac{\mu}{2\cos\alpha_0}\right)$
	δ_{20}	$\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4 a}\frac{1}{\lambda_h \sin^2\alpha_0}\left(2\cos^2\alpha_0 - \frac{1}{2} - a^2 k_Z^2\frac{\sin\alpha_0}{\lambda_h}R_2 - \mu\sin^2\alpha_0\right)$
Eigengewicht g_Z 	δ_{10}	$-\frac{g_Z}{4B_Z k_Z^4}\frac{l_Z}{a}\mu$
	δ_{20}	$\frac{g_Z}{4B_Z k_Z^4 a}\mu$
Flüssigkeitsfüllung (γ_F) konstanter Druck (p_0) 	δ_{10}	$-\frac{l_p\gamma_F}{4B_Z k_Z^4}\left[\left(1\mp\frac{1}{\lambda_h\sin\alpha_0}\right) \pm\frac{1}{\lambda_h}\left(a\,k_Z\frac{\sqrt{\lambda_h\sin\alpha_0}}{\lambda_h}R_1+\frac{\mu}{2\cos\alpha_0}\right)\left(\cot\alpha_0\pm\frac{a}{3\,l_p}\right)\right]$
	δ_{20}	$\frac{l_p\gamma_F}{4B_Z k_Z^4 a}\left[\frac{a}{l_p}+\frac{1}{\lambda_h\sin\alpha_0}\left(\frac{3}{2}\cot\alpha_0\mp\frac{7a}{6\,l_p}\right) -\frac{a^2k_Z^2}{\lambda_h^2}R_2\left(\cot\alpha_0\pm\frac{a}{3\,l_p}\right)\right]$
Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2B_Z k_Z^3}\left(H\frac{F_4}{F_1}-M\,k_Z\frac{F_2}{F_1}\right)$
	δ_{20}	$\frac{1}{2B_Z k_Z^2}\left(-H\frac{F_2}{F_1}+M\,k_Z\frac{2F_3}{F_1}\right)$

Randschnittkräfte 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_9}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{2 F_8}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_{10}}{F_1}\right)$
Auflast 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{P}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{a}$ 0
Temperatur $t = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-a\, a_t\, \alpha_t$ 0
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1} \mp R_2\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_h} \sin \alpha_0} R_3\right)$
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1}\right)$

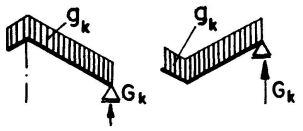
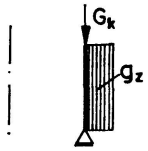
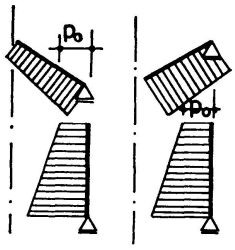
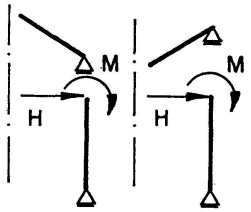
Tafel 6. Belastungszahlen für verschiedene Lastfälle der Schalenkombination Form 6 und 8

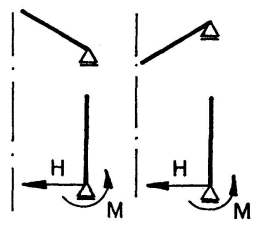
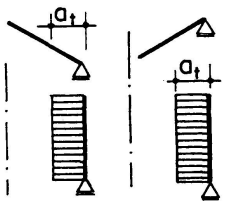
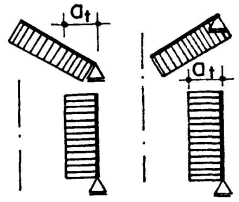
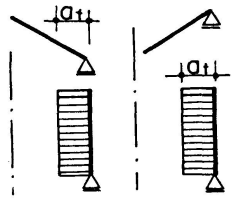
Form 6



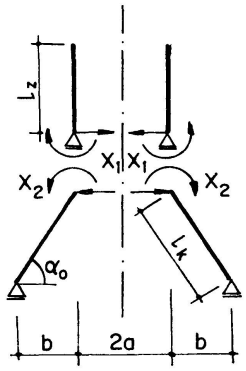


Form 8

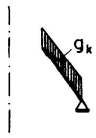
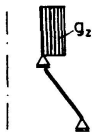
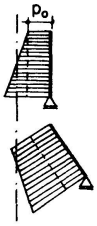
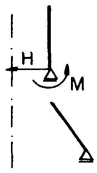
Belastung		
Eigengewicht g_k 	δ_{10}	$\pm\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4}\frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\left(\cos\alpha_0 - a\,k_Z\frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h}R_1 - \frac{\mu}{2\cos\alpha_0}\right)$
	δ_{20}	$-\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4 a}\frac{1}{\lambda_h \sin^2\alpha_0}\left(2\cos^2\alpha_0 - \frac{1}{2} - a^2 k_Z^2\frac{\sin\alpha_0}{\lambda_h}R_2 - \mu\sin^2\alpha_0\right)$
Eigengewicht $g_Z + g_k$ 	δ_{10}	$\frac{g_k}{4B_Z k_Z^4}\frac{\mu}{2\cos\alpha_0}$
	δ_{20}	$\frac{g_Z}{4B_Z k_Z^4 a}\mu$
Flüssigkeitsfüllung (γ_F) konstanter Druck (p_0) 	δ_{10}	$\frac{p_0}{4B_Z k_Z^4}\left\{\left(1 \mp \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\right) \pm \left[a\,k_Z\frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2}R_1 + \frac{\mu}{2}\left(\frac{1}{\lambda_h\cos\alpha_0} \mp \tan\alpha_0\right)\right]\left(\cot\alpha_0 \mp \frac{a\gamma_F}{3p_0}\right)\right\}$
	δ_{20}	$-\frac{p_0}{4B_Z k_Z^4 a}\left[1 - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\left(\frac{3}{2}\cot\alpha_0 \pm \frac{7a\gamma_F}{6p_0}\right) + \frac{a^2 k_Z^2}{\lambda_h^2}R_2\left(\cot\alpha_0 \mp \frac{a\gamma_F}{3p_0}\right)\right]$
Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2B_Z k_Z^3}\left(H\frac{F_4}{F_1} + M\,k_Z\frac{F_2}{F_1}\right)$
	δ_{20}	$\frac{1}{2B_Z k_Z^2}\left(H\frac{F_2}{F_1} + M\,k_Z\frac{2F_3}{F_1}\right)$

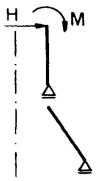
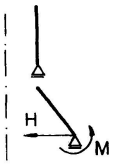
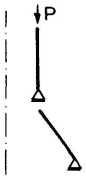
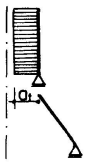
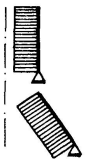
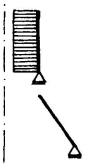
Randschnittkräfte 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_9}{F_1} - M k_Z \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{2 F_8}{F_1} - M k_Z \frac{2 F_{10}}{F_1}\right)$
Auflast	δ_{10} δ_{20}	$\frac{P}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{a}$ 0
Temperatur $t = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$a\, a_t \alpha_t$ 0
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1} \mp R_2\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_h} \sin \alpha_0} R_3\right)$
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1}\right)$

Tafel 7. Belastungszahlen für verschiedene Lastfälle der Schalenkombination Form 9

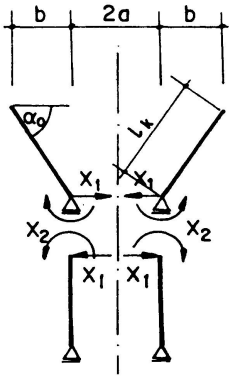


Form 9

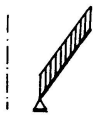
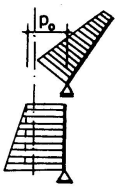
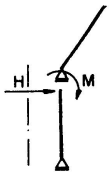
Belastung		
Eigengewicht g_k 	δ_{10}	$-\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4} \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\left(\frac{\cos\alpha_0}{2} + k_Z \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h} \frac{2ab+b^2}{a+b} T_1\right)$
	δ_{20}	$\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4 a} \frac{1}{\lambda_h \sin^2\alpha_0}\left(2\cos^2\alpha_0 - 2k_Z^2 \frac{\sin\alpha_0}{\lambda_h} \frac{2a^2b+ab^2}{a+b} T_2 - \mu \sin^2\alpha_0\right)$
Eigengewicht g_Z 	δ_{10}	$-\frac{g_Z}{4 B_Z k_Z^4}\left[2 l_Z k_Z \cot\alpha_0 \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2}\left(R_1 + \frac{a}{a+b} T_1\right) + \mu \frac{l_Z}{a}\left(1 - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\right)\right]$
	δ_{20}	$-\frac{g_Z}{4 B_Z k_Z^4 a}\left[\frac{l_Z \cos\alpha_0}{a \lambda_h \sin\alpha_0} + 2 a l_Z k_Z^2 \frac{\cot\alpha_0}{\lambda_h^2}\left(R_2 + \frac{2a}{a+b} T_2\right) - \mu\right]$
Flüssigkeitsfüllung (γ_F) konstanter Druck (p_0) 	δ_{10}	$-\frac{l_p \gamma_F}{4 B_Z k_Z^4}\left\{1 - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0} - a k_Z \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2 a (a+b)} T_1 \cdot \left[(2ab+b^2)\cot\alpha_0 + \frac{3ab^2+2b^3}{3 l_p}\right]\right\}$
	δ_{20}	$\frac{l_p \gamma_F}{4 B_Z k_Z^4 a}\left\{\left(1 - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\right)\frac{a}{l_p} - \frac{2\cos\alpha_0}{\lambda_h \sin^2\alpha_0} + \frac{2a^2 k_Z^2}{\lambda_h^2 a (a+b)} T_2\left[(2ab+b^2)\cot\alpha_0 + \frac{3ab^2+2b^3}{3 l_p}\right]\right\}$
Randschnittkräfte 	δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_4}{F_1} - M k_Z \frac{F_2}{F_1}\right)$
	δ_{10}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(-H \frac{F_2}{F_1} + M k_Z \frac{2F_3}{F_1}\right)$

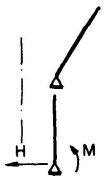
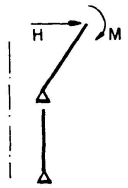
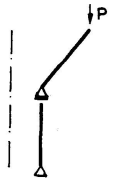
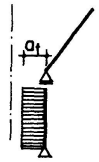
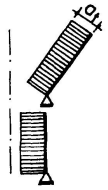
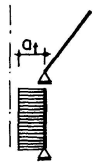
Randschnittkräfte 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_9}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{2 F_8}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_{10}}{F_1}\right)$
Randschnittkräfte 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{\sqrt{\lambda_h \sin \alpha_0}}{\lambda_h^2} T_1 - M \frac{k_Z}{\lambda_h^2} 2\, T_2\right)$ $\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{1}{\lambda_h^2} 2\, T_2 - M \frac{k_Z}{\lambda_h^2 \sqrt{\lambda_h \sin \alpha_0}} 2\, T_3\right)$
Auflast 	δ_{10} δ_{20}	$-\frac{P}{4 B_Z k_Z^4 a}\left[\frac{2 a\, k_Z \cot \alpha_0 \sqrt{\lambda_h \sin \alpha_0}}{\lambda_h^2}\left(R_1 + \frac{a}{a + l_k \cos \alpha_0} T_1\right) + \mu\left(1 - \frac{1}{\lambda_h \sin \alpha_0}\right)\right]$ $-\frac{P}{4 B_Z k_Z^4 a^2} \cot \alpha_0 \left[\frac{1}{\lambda_h \sin \alpha_0} + \frac{2 a^2 k_Z^2}{\lambda_h^2}\left(R_2 + \frac{a}{a + l_k \cos \alpha_0} 2\, T_2\right)\right]$
Temperatur $t = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$-a\, a_t\, \alpha_t$ 0
Temperatur $\Delta t = t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1} - R_2 + 2\, T_2\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left[\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_h \sin \alpha_0}}(R_3 - T_3)\right]$
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10} δ_{20}	$\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1}\right)$ $-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1}\right)$

Tafel 8. Belastungszahlen für verschiedene Lastfälle der Schalenkombination Form 10



Form 10

Belastung		
Eigengewicht g_k 	δ_{10}	$-\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4} \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\left[\cos\alpha_0 - \left(a\, k_Z \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h} R_1 - \frac{\mu}{2\cos\alpha_0}\right)\left(2+\frac{b}{a}\right)\frac{b}{a}\right]$
	δ_{20}	$-\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4 a} \frac{1}{\lambda_h \sin^2\alpha_0}\left[2\cos^2\alpha_0 + \left(\frac{1}{2} + a^2 k_Z^2 \frac{\sin\alpha_0}{\lambda_h} R_2\right)\left(2+\frac{b}{a}\right)\frac{b}{a} - \mu \sin^2\alpha_0\right]$
Eigengewicht $g_Z + g_k$ $G_k = \frac{g_k b}{2\cos\alpha_0}\left(2+\frac{b}{a}\right)$	δ_{10}	$\frac{g_k}{4 B_Z k_Z^4} \frac{\mu}{2\cos\alpha_0} \frac{b}{a}\left(2+\frac{b}{a}\right)$
	δ_{20}	$-\frac{g_Z}{4 B_Z k_Z^4 a}\mu$
Flüssigkeitsfüllung (γ_F) konstanter Druck (p_0) 	δ_{10}	$\frac{p_0}{4 B_Z k_Z^4}\left\{1 - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0} + \left[a\, k_Z \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2} R_1 - \frac{\mu}{2}\left(\frac{1}{\lambda_h \cos\alpha_0} - \tan\alpha_0\right)\right]\left[\left(2+\frac{b}{a}\right)\cot\alpha_0 - \left(1+\frac{2}{3}\frac{b}{a}\right)\frac{b\,\gamma_F}{p_0}\right]\frac{b}{a}\right\}$
	δ_{20}	$-\frac{p_0}{4 B_Z k_Z^4 a}\left\{\frac{a\,\gamma_F}{p_0} - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\left[\left(1+\frac{b^2}{2a^2}+\frac{b^3}{3a^3}\right)\frac{a\,\gamma_F}{p_0} - \left(2+\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}\right)\cot\alpha_0\right] + \frac{a^2 k_Z^2}{\lambda_h^2} R_2\left[\left(2+\frac{b}{a}\right)\cot\alpha_0 - \left(1+\frac{2}{3}\frac{b}{a}\right)\frac{b\,\gamma_F}{p_0}\right]\frac{b}{a}\right\}$
Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_4}{F_1} + M\, k_Z \frac{F_2}{F_1}\right)$
	δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{F_2}{F_1} + M\, k_Z \frac{2 F_3}{F_1}\right)$

Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{F_9}{F_1} - M k_Z \frac{2 F_8}{F_1}\right)$
	δ_{20}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{2 F_8}{F_1} - M k_Z \frac{2 F_{10}}{F_1}\right)$
Randschnittkräfte 	δ_{10}	$\frac{1}{2 B_Z k_Z^3}\left(H \frac{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2} T_1 + M \frac{k_Z}{\lambda_h^2} 2 T_2\right)$
	δ_{20}	$-\frac{1}{2 B_Z k_Z^2}\left(H \frac{1}{\lambda_h^2} 2 T_2 + M \frac{k_Z}{\lambda_h^2 \sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}} 2 T_3\right)$
Auflast 	δ_{10}	$\frac{P}{4 B_Z k_Z^4 a}\left[\frac{2 a k_Z \cot\alpha_0 \sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}{\lambda_h^2}\left(\frac{a + l_k \cos\alpha_0}{a} R_1 + T_1\right) + \mu\left(1 - \frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0}\right)\frac{a + l_k \cos\alpha_0}{a}\right]$
	δ_{20}	$-\frac{P}{4 B_Z k_Z^4 a^2} \cot\alpha_0 \left[\frac{1}{\lambda_h \sin\alpha_0} \frac{a + l_k \cos\alpha_0}{a} + \frac{2 a^2 k_Z^2}{\lambda_h^2}\left(\frac{a + l_k \cos\alpha_0}{a} R_2 + 2 T_2\right)\right]$
Temperatur $t = a_t$ 	δ_{10}	$a\, a_t\, \alpha_t$
	δ_{20}	0
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1} - R_2 + 2 T_2\right)$
	δ_{20}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left[\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_h \sin\alpha_0}}(R_3 - T_3)\right]$
Temperatur $t_a - t_i = a_t$ 	δ_{10}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{2 h_Z k_Z^2}\left(\frac{F_2}{F_1} - \frac{2 F_8}{F_1}\right)$
	δ_{20}	$-\frac{a_t \alpha_t (1+\mu)}{h_Z k_Z}\left(\frac{F_3}{F_1} - \frac{F_{10}}{F_1}\right)$

Tafel 9. Zusammenstellung der in den Tafeln 3—8 verwendeten Faktoren R und T

Schalenformen	R_1	R_2
„Hohe" Kegel- bzw. Kugelschale „Lange, hohe" Kegelzonenschale (Form 1—10)	1,0	1,0
„Flache" Kegelschale (Form 5—8)	$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\left[(G_9^{\cdot 2} + G_{10}^{\cdot 2}) - \frac{4\mu^2}{\alpha^2}(G_9^2 + G_{10}^2)\right]}{R_4}$	$\frac{(G_{10} G_9^{\cdot} - G_9 G_{10}^{\cdot})}{R_4}$
„Lange, flache" Kegelzonenschale (Form 9—10)	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\left[(G_{11}^{\cdot 2} + G_{12}^{\cdot 2}) - \frac{4\mu^2}{\alpha^2}(G_{11}^2 + G_{12}^2)\right]}{R_4}$	$\frac{(G_{12} G_{11}^{\cdot} - G_{11} G_{12}^{\cdot})}{R_4}$
„Kurze, hohe" Kegelzonenschale (Form 9—10)	$\frac{F_{4k}}{F_{1k}}$	$\frac{F_{2k}}{F_{1k}}$
„Flache" Kugelschale (Form 1—4)	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\left[G_5^{\cdot 2} + G_6^{\cdot 2} - \frac{\mu^2}{\alpha^2}(G_1^{\cdot 2} + G_2^{\cdot 2})\right]}{R_4}$	$\frac{(G_2^{\cdot} G_5^{\cdot} - G_1^{\cdot} G_6^{\cdot})}{R_4}$

schale und Kegelschale angegeben. Die dabei verwendeten Faktoren R_1 bis R_4 und T_1 bis T_3 sind in Tafel 9 zusammengestellt.

3. Zahlenbeispiel

Zur Einführung in die bereitgestellten Rechenbehelfe wird nachstehend ein Zahlenbeispiel angegeben.

Aufgabenstellung

Für das in Fig. 2 gezeigte zusammengesetzte Schalentragwerk soll der Schnittkraftzustand angegeben werden. Die Bestimmung der Überzähligen erfolgt unter Verwendung des statisch unbestimmten Hauptsystems gemäß Fig. 3 (Form 10 nach Tafel 1), für dessen Behandlung die im Beitrag dargelegte Grundaufgabe mehrfach anzuwenden ist.

Geometrie und Materialkennwerte

Alle erforderlichen Angaben sind in Fig. 2 enthalten.

R_3	R_4	T_1	T_2	T_3
1,0		0	0	0
$\dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}(G_{10}^2+G_9^2)}{R_4}$	$G_9 G_9^{\cdot} + G_{10} G_{10}^{\cdot} + \dfrac{2\mu}{\alpha}(G_9^2+G_{10}^2)$			
$\dfrac{-\frac{1}{\sqrt{2}}(G_{11}^2+G_{12}^2)}{R_4}$	$G_{11} G_{11}^{\cdot} + G_{12} G_{12}^{\cdot} - \dfrac{2\mu}{\alpha}(G_{11}^2+G_{12}^2)$	0	0	0
$\dfrac{F_{3k}}{F_{1k}}$		$\dfrac{F_{9k}}{F_{1k}}$	$\dfrac{F_{8k}}{F_{1k}}$	$\dfrac{F_{10k}}{F_{1k}}$
$\dfrac{-\frac{1}{\sqrt{2}}(G_1^{\cdot 2}+G_2^{\cdot 2})}{R_4}$	$G_1^{\cdot} G_5^{\cdot} + G_2^{\cdot} G_6^{\cdot} - \dfrac{\mu}{\alpha}(G_1^{\cdot 2}+G_2^{\cdot 2})$			

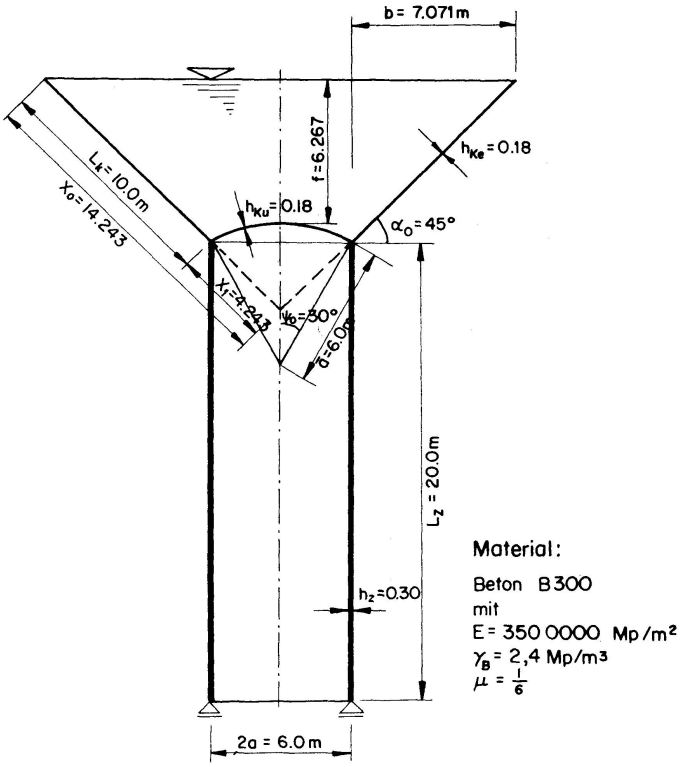


Fig. 2. System, Abmessungen und Materialangaben zum Tragwerk des Zahlenbeispieles.

Belastung

Das Tragwerk wird für die Lastfälle Eigengewicht g und Flüssigkeitsfüllung F untersucht.

$$g_Z = 0{,}720\ [\mathrm{Mp/m^2}],$$
$$g_{Ke} = g_{Ku} = 0{,}432\ [\mathrm{Mp/m^2}],$$
$$\gamma_F = 1{,}0\ [\mathrm{Mp/m^3}].$$

Hilfswerte

Zylinder:
$$k_Z = \frac{\sqrt[4]{3\left(1-\frac{1}{36}\right)}}{\sqrt{3\cdot 0{,}30}} = 1{,}3775 \quad [1/\mathrm{m}],$$
$$B_Z = \frac{3\cdot 10^6\cdot 0{,}3^3}{12\left(1-\frac{1}{36}\right)} = 6942{,}85 \quad [\mathrm{Mpm^2/m}],$$
$$k_Z l_Z = 1{,}3775\cdot 20 = 27{,}55 > 5.$$

Kegel:
$$\lambda_h = \frac{0{,}18}{0{,}30} = 0{,}6,$$
$$k_{Ke} = k_Z\frac{0{,}7071}{0{,}6} = 1{,}4954 \quad [1/\mathrm{m}],$$
$$B_{Ke} = \frac{3\cdot 10^6\cdot 0{,}18^3}{12\left(1-\frac{1}{36}\right)} = 1499{,}66 \quad [\mathrm{Mpm^2/m}],$$
$$k_{Ke} l_{Ke} = 1{,}4954\cdot 10 = 14{,}954 > 5.$$

Kugel:
$$k_{Ku} = k_Z\frac{0{,}5}{0{,}6} = 1{,}2575 \quad [1/\mathrm{m}],$$
$$B_{Ku} = B_{Ke} = 1499{,}66 \quad [\mathrm{Mpm^2/m}].$$

Berechnung

Es werden zunächst die Übergangsschnittkräfte gemäß Fig. 3a aus folgenden Lastfällen benötigt:

Eigengewicht g,
Flüssigkeitsfüllung F,
Überzählige $X_1^{(2)} = 1{,}0$ [Mp],
Überzählige $X_2^{(2)} = 1{,}0$ [Mpm].

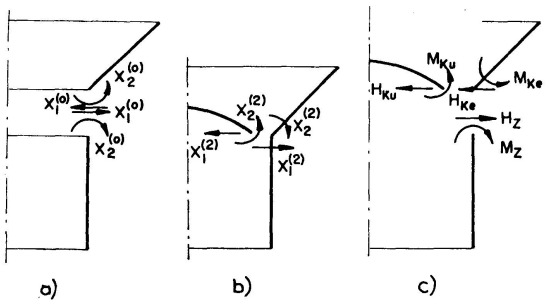


Fig. 3. Definition der Übergangsschnittkräfte X_1 bzw. der Randschnittkräfte H_{ik} bzw. M_{ik}.

Die Belastungszahlen δ_i für die Lastfälle ergeben sich in vorstehender Reihenfolge mit den Beziehungen aus Tafel 8, Zeile 1 bis 4 wie folgt:

$$\begin{aligned}
\delta_{10}^{(g)} &= +\ 4{,}548 \cdot 10^{-4}\,[\mathrm{m}],\\
\delta_{20}^{(g)} &= -10{,}216 \cdot 10^{-4},\\
\delta_{10}^{(F)} &= +20{,}254 \cdot 10^{-4}\,[\mathrm{m}],\\
\delta_{20}^{(F)} &= -49{,}116 \cdot 10^{-4},\\
\delta_{10}^{(X_1^{(2)})} &= +\ 0{,}276 \cdot 10^{-4}\,[\mathrm{m}],\\
\delta_{20}^{(X_1^{(2)})} &= +\ 0{,}380 \cdot 10^{-4},\\
\delta_{10}^{(X_2^{(2)})} &= +\ 0{,}380 \cdot 10^{-4}\,[\mathrm{m}],\\
\delta_{20}^{(X_2^{(2)})} &= +\ 1{,}046 \cdot 10^{-4}.
\end{aligned}$$

Im weiteren Verlauf der Berechnung werden auf dem üblichen Wege die Überzähligen $X_1^{(2)}$ und $X_2^{(2)}$ ermittelt. Damit lassen sich für die einzelnen Tragwerksteile Zylinder, Kegel und Kugel die Randschnittkräfte H_{ik} und M_{ik} (Definition gemäß Fig. 3c) zusammenstellen, die sich wie folgt ergeben:

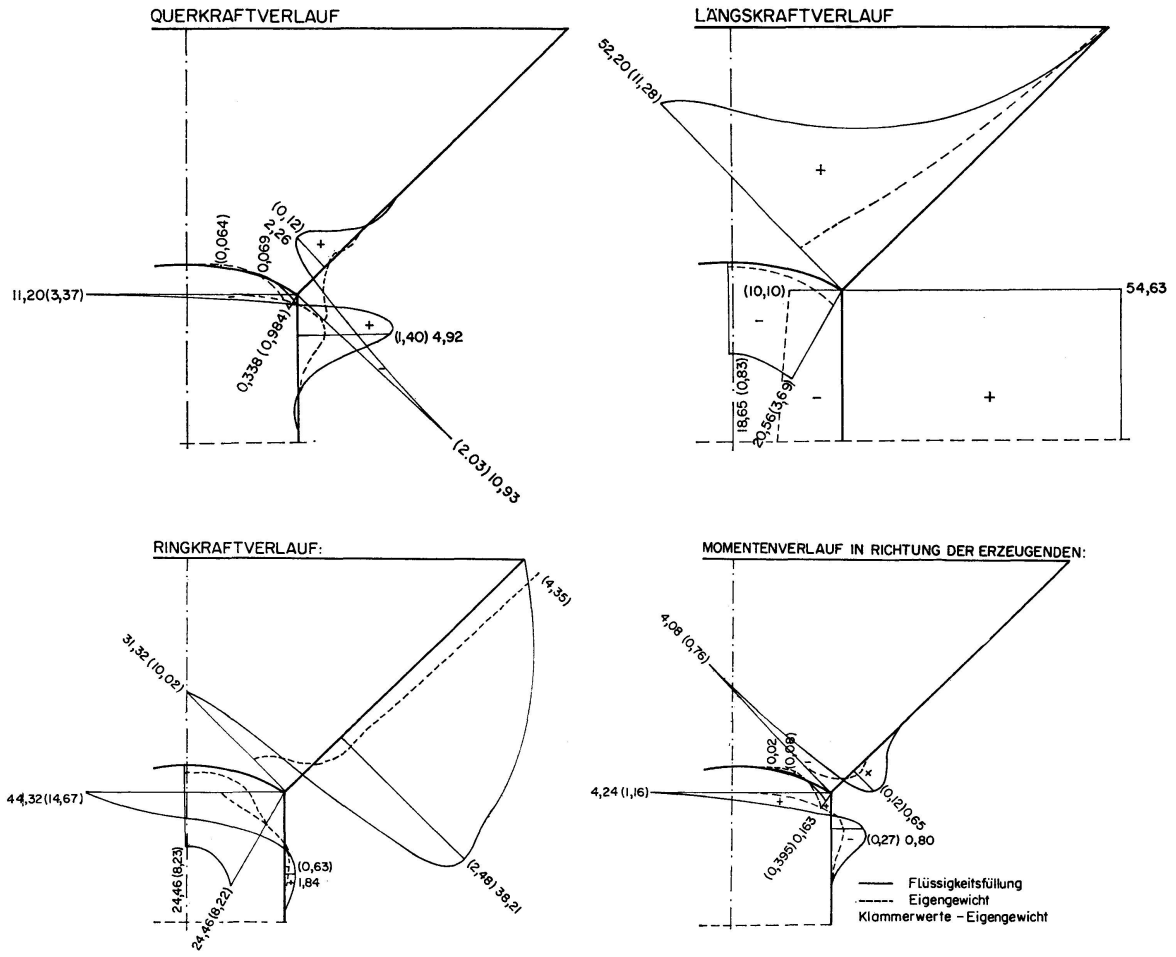


Fig. 4. Schnittkraftverlauf im zusammengesetzten Schalentragwerks nach Bild 2 für Eigengewicht und Flüssigkeitsfüllung.

Lastfall Eigengewicht:

Zylinder:	$H = -3{,}367$ [Mp/m]	$M = +1{,}156$ [Mpm/m],
Kegel:	$H = +2{,}872$ [Mp/m]	$M = +0{,}762$ [Mpm/m],
Kugel:	$H = +1{,}969$ [Mp/m]	$M = +0{,}394$ [Mpm/m].

Lastfall Flüssigkeitsfüllung:

Zylinder:	$H = -11{,}205$ [Mp/m]	$M = +4{,}242$ [Mpm/m],
Kegel:	$H = +15{,}460$ [Mp/m]	$M = +4{,}079$ [Mpm/m],
Kugel:	$H = +\ 0{,}676$ [Mp/m]	$M = +0{,}163$ [Mpm/m].

Der sich damit ergebende Schnittkraftverlauf ist in Fig. 4 angegeben.

4. Literatur

HAMPE, E.: Statik rotationssymmetrischer Flächentragwerke. Band 1—4, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin (1963, 1964).

Zusammenfassung

Für die Berechnung von zusammengesetzten rotationssymmetrischen Flächentragwerken werden Rechenbehelfe angegeben, die Berechnung der Kombination zwischen Zylinderschalen, Kegelschalen und Kugelschalen unter Einbeziehung der wichtigsten Belastungsfälle — einschließlich Temperaturbelastung — in einer einfachen Form möglich macht.

Summary

Means are indicated for the calculation of the surfaces of revolution which simplify the design of combinations of cylindrical, conical and spherical shells, taking into account the cases of the most important loads including changes in temperature.

Résumé

On indique pour le calcul des surfaces de rotation des moyens qui simplifient le calcul des combinaisons de coques cylindriques, côniques et sphériques en tenant compte des cas de charges les plus importants y compris les changements de température.