

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen  
**Band:** 27 (1967)

**Artikel:** Extension des méthodes de calcul basées sur la plasticité à l'acier A 52.  
Le déversement plastique

**Autor:** Janss, Jose / Massonnet, Charles

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-21540>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Extension des méthodes de calcul basées sur la plasticité à l'acier A 52. Le déversement plastique<sup>1)</sup>

*Erweiterung von Rechenverfahren, die auf der Plastizität des Stahles A 52 beruhen*

*The Extension of the Plastic Theory of Design to Steel A 52*

JOSE JANSS  
ingénieur au C.R.I.F.

CHARLES MASSONNET  
professeur à l'Université  
de Liège

### 1. But des essais

Le déversement est un phénomène d'instabilité qui fait intervenir à la fois la flexion transversale et la torsion d'une poutre.

Ce phénomène peut être empêché par des organes d'entretoisement adéquats.

Le but de la présente recherche est d'établir une méthode simple qui permet de déterminer la disposition de l'entretoisement optimum lors du dimensionnement plastique des poutres fléchies en acier A 52 en tenant compte du danger de déversement.

La relation simple recherchée sera de la forme:

$$\frac{l_{cr}}{i_y} = f\left(\frac{M}{M_p}\right) \quad (1)$$

analogue à la formule de dimensionnement existant pour l'acier A 37 [1, 2]<sup>2)</sup>. Dans cette relation

---

<sup>1)</sup> Cette étude constitue la quatrième et dernière partie du programme de recherches expérimentales concernant l'extension à l'acier A 52 des méthodes de calculs basées sur la plasticité. Voir aussi Publication Préliminaire et Rapport Final du VIIe Congrès de l'AIPC à Rio de Janeiro en 1964.

<sup>2)</sup> Les nombres entre [ ] renvoient à la bibliographie donnée à la fin de la présente étude.

- $l_{cr}$  = la longueur de déversement critique fondamentale,  
 $i_y$  = le rayon d'inertie de la poutre autour de son axe le plus faible,  
 $M$  = le plus faible des moments existant aux extrémités du segment non entretoisé,  
 $M/M_p$  = est le rapport des moments d'extrémité.

Les essais permettant d'aboutir à cette loi simple ont été exécutés sur des profilés IPE 200 et HEA 200 en acier de qualité A52 aux laboratoires de résistance des matériaux et de stabilité des constructions de l'Université de Liège.

## 2. Rappel des théories existantes

La théorie du déversement en régime élastique est actuellement bien connue [3, 4]. NEAL [5] a été le premier à présenter une solution plastique du déversement pour une barre en acier doux à section rectangulaire soumise à flexion pure. HORNE [6] a étendu les recherches de NEAL au cas de la section en double té. Dans sa thèse de 1956 [7] WHITE a envisagé le déversement comme une déformation par flexion transversale et torsion se produisant sous moment fléchissant primaire croissant, auquel cas on obtient le moment critique du module tangent (effet SHANLEY).

La solution de White donne l'espacement maximum possible des organes d'entretoisement, si l'on exige que la poutre ne se déverse pas avant que le voilement local des semelles ne se produise également. Par conséquent, l'entretoisement selon la théorie de WHITE peut être considérée comme l'entretoisement optimum.

La théorie de WHITE étant très complexe, KUSADA et THÜRLIMANN ont proposé une série d'approximations [8] et ils ont finalement abouti à une expression approchée de la longueur de déversement critique fondamentale pour l'acier doux de la forme

$$\begin{aligned}
 \frac{l_{cr}}{i_y} &= 60 - 40 \frac{M}{M_p} & \text{pour } \frac{M}{M_p} &\leq 0,625, \\
 \frac{l_{cr}}{i_y} &= 35 & \text{pour } \frac{M}{M_p} &\geq 0,625.
 \end{aligned} \tag{2}$$

M. G. LAY [9] s'est posé le problème d'étudier les performances suboptimales des poutres à larges ailes en acier, c'est-à-dire de déterminer en fonction des pièces d'entretoisement, la rotation plastique  $\theta$  que la poutre peut subir avant de se déverser. Il impose de pouvoir développer, avant effondrement, une rotation plastique correspondant pour l'acier, à l'extrémité du palier d'étirage. Il aboutit pour l'élancement transversal de la pièce soumise à flexion pure à une expression très simple, qui a de plus l'avantage d'être applicable à toutes les nuances d'acier, ce qui n'est pas le cas pour la théorie de WHITE. Cette formule sera donnée et discutée en détail au paragraphe 6 ci-après.



### 3. Description des essais

Les essais de flexion ont été réalisés dans un montage établi à partir du dispositif d'essai universel, équipant le laboratoire. Ce dispositif est composé de colonnes et traverses perforées assemblées par boulons à haute résistance sur une dalle spécialement conçue (fig. 1 et 2).

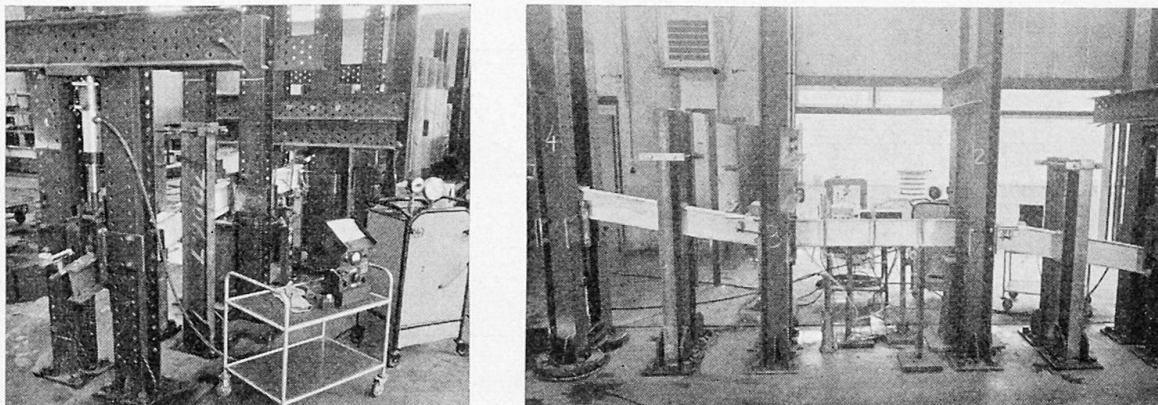


Fig. 1 et 2. Dispositif d'essais.

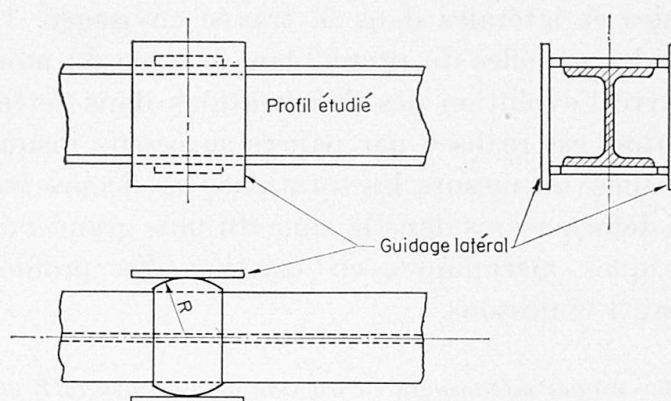


Fig. 3. Détail du guidage latéral.

Les poutres d'essai sont bi-appuyées et comportent trois travées de portée égale. Des guidages latéraux sont prévus aux appuis et sous les charges. Ces guidages, tout en empêchant un déplacement latéral, permettent cependant la rotation autour d'un axe vertical lorsqu'il y a déversement (voir détail fig. 3).

Les sollicitations extérieures sont telles que, dans la travée étudiée, le rapport  $M/M_p$  des moments d'extrémité a les valeurs  $(+1)$   $(0)$  ou  $(-1)$  (fig. 4). Les portées  $l$  des travées sont toujours un multiple du rayon de giration  $i_y$ . Pour assurer le maximum de précision aux essais, les efforts extérieurs, produits par deux vérins hydrauliques de 20 ou 50 tonnes, sont mesurés à l'aide de deux cellules de charge munies de jauges à variation de résistance électrique et reliées à un pont de mesure. Ces cellules sont tarées à l'aide d'une machine d'essais de précision et leur erreur relative est moindre qu'un pour cent.

Les rotations sont mesurées par quatre clinomètres placés au droit des

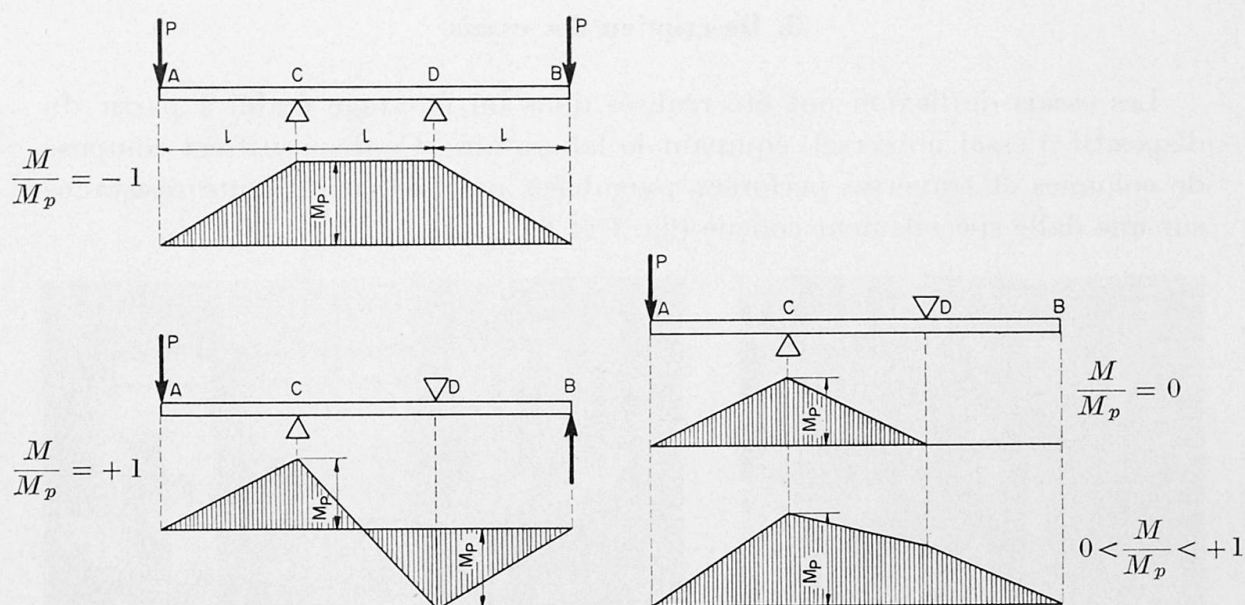


Fig. 4. Les différents cas de sollicitations.

appuis latéraux tandis que des comparateurs mécaniques au  $\frac{1}{100}$  mesurent les flèches verticales et latérales dans la travée envisagée. Des jauges électriques placées sur les semelles du profilé dans la zone du moment maximum permettent de suivre l'évolution des déformations dans cette zone. La mise en charge des poutres est réalisée par paliers successifs jusqu'à la charge de ruine. A chaque palier, on mesure les rotations, les flèches latérales et verticales ainsi que les déformations dans la zone du plus grand moment.

Les caractéristiques mécaniques en traction des profilés étudiés sont résumées au tableau I ci-dessous.

Tableau I. Caractéristiques mécaniques en traction des profilés IPE 200 et HEA 200

| Caractéristiques  |                           | Semelle |         | Ame     |         |
|---|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
|   |                           | IPE 200 | HEA 200 | IPE 200 | HEA 200 |
| Limite d'élasticité apparente inférieure                              | $Re_i$ kg/mm <sup>2</sup> | 37,800  | 39,290  | 40,850  | 40,320  |
| Limite d'élasticité apparente supérieure                              | $Re_s$ kg/mm <sup>2</sup> | 38,900  | 40,070  | 42,550  | 42,200  |
| Tension de rupture  | $R_r$ kg/mm <sup>2</sup>  | 55,000  | 63,390  | 55,800  | 62,710  |
| Dilatation élastique sous $Re_i$                                      | $\epsilon_0$ %            | 0,192   | 0,188   | 0,200   | 0,193   |
| Dilatation à la fin du palier   | $\epsilon_p$ %            | 2,070   | 1,786   | 1,950   | 1,892   |
| Module d'élasticité $E_t$ au début de la zone des grands allongements | $E_t$ kg/mm <sup>2</sup>  | 478     | 500     | 478     | 500     |

#### 4. Calculs préliminaires

##### 4.1. Caractéristiques géométriques des profilés

Suite aux tolérances admises au laminage, les dimensions des profilés ne correspondent pas exactement aux dimensions théoriques.

Les dimensions réelles des différentes barres utilisées étant pratiquement identiques entre elles (moins de 0,7 pour cent de différence) on a calculé les caractéristiques géométriques réelles des pièces d'essai à partir de la moyenne des mesures relevées (fig. 5).

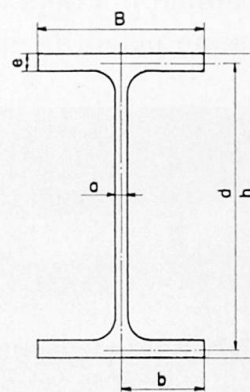


Fig. 5. Caractéristiques géométriques des profilés étudiés.

|         | $B_{mm}$ | $h_{mm}$ | $e_{mm}$ | $a_{mm}$ |
|---------|----------|----------|----------|----------|
| IPE 200 | 100,01   | 203,00   | 9,05     | 6,54     |
| HEA 200 | 200,65   | 191,05   | 10,13    | 6,91     |

On obtient ainsi les valeurs résumées au tableau II.

Tableau II. Caractéristiques géométriques réelles des profilés

| Caractéristiques      | IPE 200  | HEA 200 |
|-----------------------|----------|---------|
| $\Omega \text{ cm}^2$ | 31,4510  | 54,95   |
| $I_x \text{ cm}^4$    | 2,134    |         |
| $I_y \text{ cm}^4$    | 151,3100 | 685,20  |
| $i_x \text{ cm}$      | 8,2545   |         |
| $i_y \text{ cm}$      | 2,1932   | 5,01    |
| $Z \text{ cm}^3$      | 242,5200 | 439,46  |

##### 4.2. Calcul du moment plastique théorique

On sait que le moment plastique  $M_p$  est relié aux caractéristiques géométriques par la relation  $M_p = Z Re$ .

La limite d'élasticité  $Re$  d'un profil est déterminée en tenant compte de la contribution respective de l'âme et des semelles à partir de la relation:

$$Re = R_e^{sem. \text{ moyen}} + 0,2 (R_e^a - R_e^{sem. \text{ moyen}}),$$

étant donné que la limite d'élasticité apparente inférieure a été mesurée en effectuant un essai de traction sur trois éprouvettes tirées de l'âme et des deux semelles, conformément à la norme belge.



Dès lors pour les IPE 200  $Re = 37,80 + 0,2 (40,85 - 37,80) = 38,41 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 pour les HEA 200  $Re = 39,29 + 0,2 (40,32 - 39,29) = 39,496 \text{ kg/mm}^2$ ,

d'où le moment plastique a pour valeur:

pour les IPE 200  $M_p = 3841 \times 242,52 = 934\,000 \text{ kgcm}$ ,

pour les HEA 200  $M_p = 3949,6 \times 439,46 = 1\,735\,700 \text{ kgcm}$ .

### 5. Résultats des essais

Comme il a déjà été dit au paragraphe 3 on a mesuré lors de chaque essai, à chaque palier de charge, les rotations, les flèches verticales et latérales et les

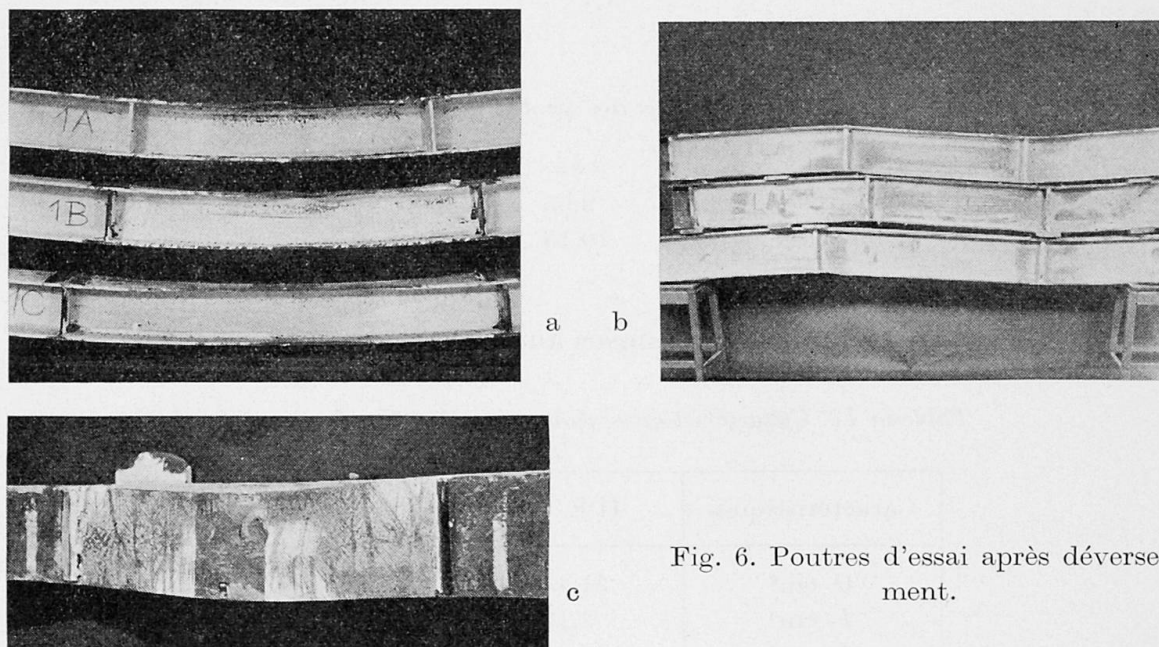


Fig. 6. Poutres d'essai après déversement.

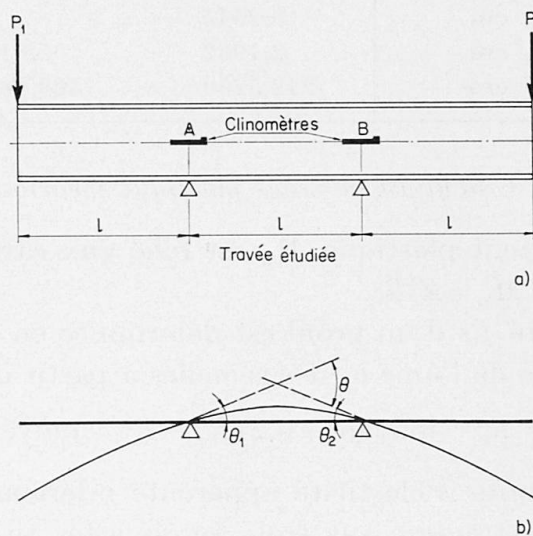


Fig. 7. Mesure de la rotation plastique  $\theta$  à l'aide de deux clinomètres.

déformations  $\epsilon$  des semelles du profilé étudié. Les fig. 6a, 6b et 6c montrent les poutres d'essais après la ruine.

### 5.1. Les mesures de rotation (fig. 7)

A partir des mesures aux clinomètres  $A$  et  $B$ , il est possible de déterminer la rotation plastique relative dans le plan de sollicitation des sections où sont appliquées les forces extérieures.

Pour chaque poutre étudiée on a tracé la courbe moment-rotation et la fig. 8 donne quelques diagrammes types.

Le tableau III résume les valeurs des rotations maximales  $\theta_{max}$  et les valeurs des moments correspondants ainsi que les valeurs des rotations élastiques  $\theta_e$ .

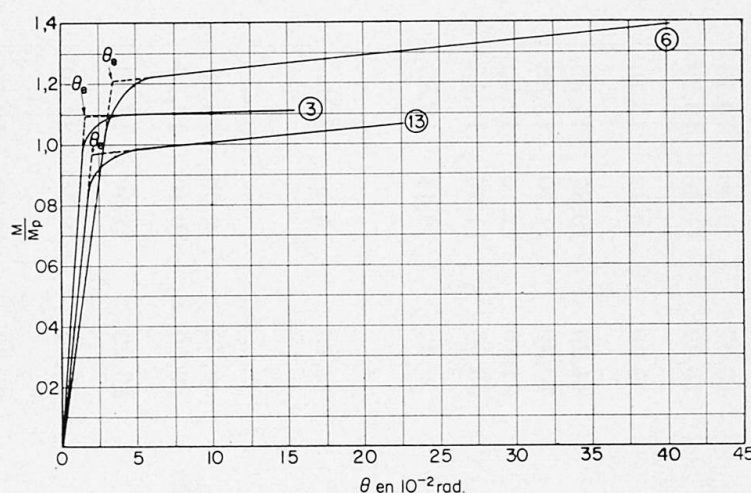


Fig. 8. Diagrammes moment-rotation.

### 5.2. Les mesures des dilatations sur les semelles comprimées

La fig. 9 donne la variation des dilatations mesurées par des jauges électriques sur la semelle comprimée des pièces d'essai, de part et d'autre de la section de moment maximum.




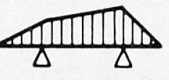


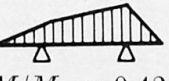
A partir de ces diagrammes relevés pour chaque poutre, on peut déterminer le moment où la partie supérieure de la semelle commence à se plastifier, c'est-à-dire l'instant à partir duquel les dilatations commencent à croître plus rapidement qu'au début de l'essai. Le tableau ci-dessous résume les valeurs du rapport  $M/M_p$  existant au début de plastification.

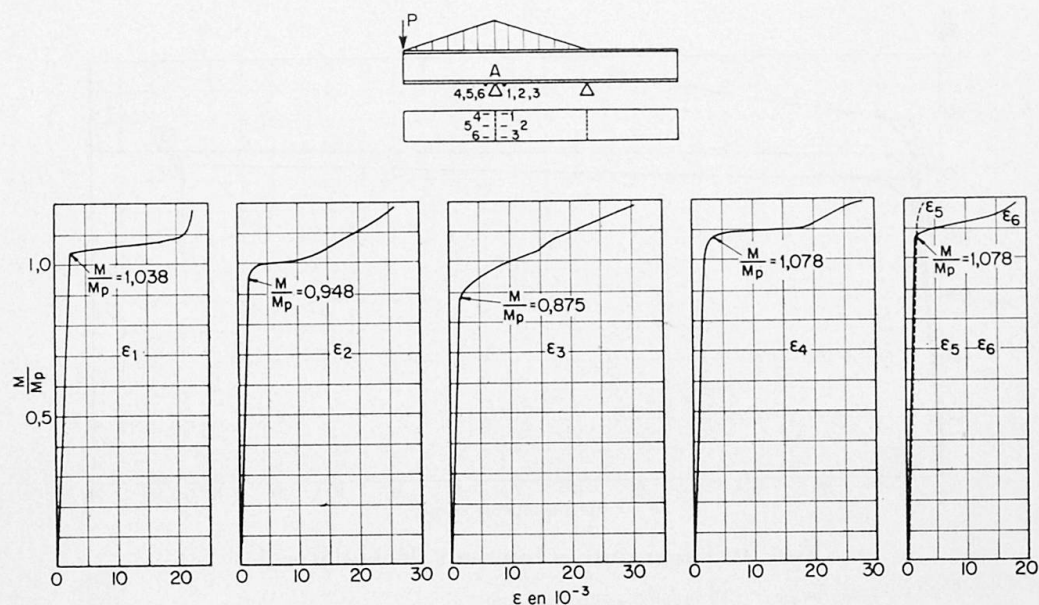
Selon LAY [9] la valeur de  $M/M_p$  pour laquelle la semelle comprimée est complètement plastifiée vaut 0,94. Cette valeur représente le moment pour lequel la partie intérieure de la semelle se plastifie.

Nos résultats sont pratiquement tous inférieurs à cette valeur, étant donné que les jauges étaient collées sur la partie extérieure de la semelle. Grâce à ces mesures, on a pu prévoir lors de chaque essai l'endroit et le début de la plastification.



Tableau III. Résultats des mesures de rotations

| Type de profilé | Type de sollicitation   | $l$<br>en cm | $l/i_y$ | $\theta_e$<br>en $10^{-2}$ rad | $\theta_{max}$<br>en $10^{-2}$ rad | $\theta_{max}/\theta_e$ | $M_{max}$<br>tm | $\frac{M_{max}}{M_p}$ (calculé) | Type de ruine                             |
|-----------------|---|--------------|---------|--------------------------------|------------------------------------|-------------------------|-----------------|---------------------------------|---|
| IPE<br>200      | <br>$M/M_p = +1$     | 78,4         | 35,70   | 1,60                           | 10,38                              | 6,49                    | 9,29            | 0,995                           | Déversement                               |
|                 |   | 67,2         | 30,60   | 1,52                           | 13,67                              | 9,00                    | 10,13           | 1,087                           | Déversement                               |
|                 |   | 56,0         | 25,55   | 1,40                           | 16,09                              | 11,46                   | 10,29           | 1,110                           | Déversement                               |
|                 |   | 44,8         | 20,40   | 0,69                           | 9,30                               | 13,47                   | 10,70           | 1,142                           | { Voilement local suivi<br>de déversement |
|                 | <br>$M/M_p = 0$      | 78,4         | 35,70   | 4,07                           | 44,20                              | 10,87                   | 11,35           | 1,215                           | Déversement                               |
|                 |   | 67,2         | 30,60   | 3,65                           | 40,30                              | 11,10                   | 12,88           | 1,380                           | { Voilement local suivi<br>de déversement |
|                 |   | 56,0         | 25,55   | 4,20                           | 51,80                              | 12,10                   | 12,62           | 1,352                           |   |
|                 |   | 44,8         | 20,40   | 4,50                           | 53,30                              | 11,85                   | 12,10           | 1,295                           |   |
|                 | <br>$M/M_p = -1$     | 175,0        | 79,80   | 1,01                           | 9,62                               | 9,43                    | 12,25           | 1,315                           | Déversement                               |
|                 |   |              |         |                                |                                    |                         |                 |                                 |   |
|                 | <br>$M/M_p = 0,42$   | 76,0         | 34,50   | 1,33                           | 12,75                              | 9,60                    | 10,80           | 1,160                           | Déversement                               |
| HEA<br>200      | <br>$M/M_p = +1$    | 150,0        | 29,90   | 3,15                           | 28,33                              | 9,00                    | 16,72           | 0,965                           | Déversement                               |
|                 |   | 125,0        | 24,95   | 2,30                           | 23,90                              | 10,40                   | 15,20           | 0,875                           | Déversement                               |
|                 |   | 100,0        | 19,96   | 2,00                           | 23,00                              | 11,50                   | 18,30           | 1,065                           | { Voilement local suivi<br>de déversement |
|                 | <br>$M/M_p = 0$    | 250          | 49,90   | 2,40                           | 23,00                              | 9,75                    | 22,50           | 1,325                           | Déversement                               |
|                 |   | 200          | 39,90   | —                              | —                                  | —                       | —               | —                               | Rupture                                   |
|                 |   | 150          | 29,90   | 1,90                           | 20,30                              | 10,80                   | 19,50           | 1,125                           | { Voilement local suivi<br>de déversement |
|                 |   | 100          | 19,95   | 1,70                           | 19,30                              | 11,35                   | 23,00           | 1,325                           |   |
|                 | <br>$M/M_p = 0,42$ | 175          | 35,00   | 2,25                           | 23,10                              | 10,27                   | 19,15           | 1,103                           | Déversement                               |

Fig. 9. Diagrammes  $M/M_p$ - $\epsilon$  (poutre n° 5).Tableau IV. Valeurs de  $M/M_p$  au début de la plastification

| Poutre n° | $M/M_p$ | Poutre n° | $M/M_p$ |
|-----------|---------|-----------|---------|
| 1         | 0,750   | 9         | 0,890   |
| 2         | 0,900   | 10        | 0,910   |
| 3         | 0,880   | 11        | 0,860   |
| 4         | 0,860   | 12        | 0,880   |
| 5         | 0,875   | 13        | 0,910   |
| 6         | 0,890   | 14        | 0,960   |
| 7         | 0,860   | 15        | 0,930   |
| 8         | 0,966   | 16        | 0,920   |
|           |         | 17        | 0,900   |

### 5.3. La mesure des flèches

La mesure des déplacements latéraux et verticaux a permis de tracer les diagrammes moment-flèche (fig. 10).

Il est à noter en ce qui concerne les flèches latérales, que ces mesures ne donnent pas toujours la valeur maximale du déplacement latéral. En effet, le déversement et de là, le déplacement maximum latéral, ne se produit pas en une section bien déterminée, mais dans une certaine zone. Les appareils de mesure placés au mieux dans cette zone ne donnent pas toujours les valeurs maximales.

Les flèches latérales relevées donnent cependant une indication supplémentaire quant au début du déversement.

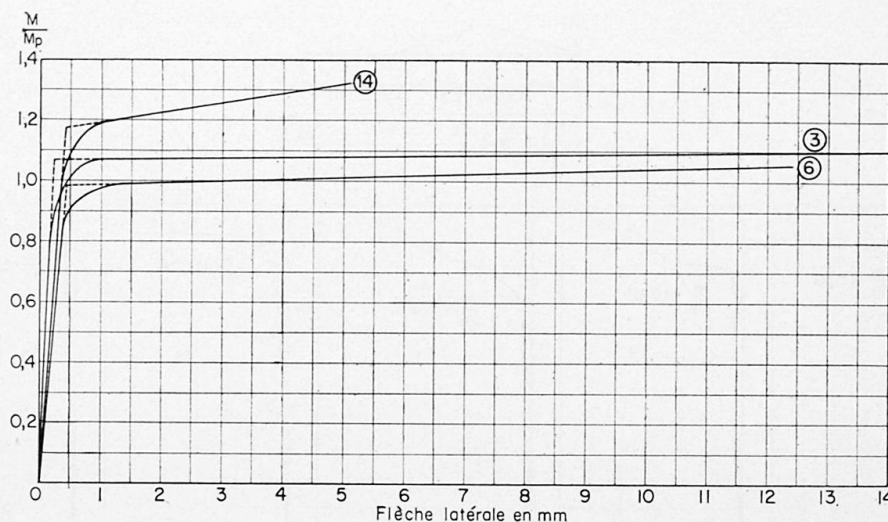


Fig. 10. Diagrammes moment-flèche latérale.

## 6. Détermination de la longueur critique d'entretoisement

### 6.1. Méthode de M. G. LAY [9, 10]

Dans le cas des poutres fléchies soumises à un moment constant, LAY a déterminé une relation qui permet, à partir des caractéristiques de l'acier, de déterminer la valeur requise du rapport  $l_{cr}/i_y$ ; cette relation s'écrit:

$$\frac{l_{cr}}{i_y} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,7 \frac{h R}{(s-1)}}} \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon_y}} \frac{1}{k} \quad (3)$$

où  $h = E/E_t$   $E$  étant le module d'élasticité de l'acier considéré,  
 $E_t$  le module tangent en fin de palier déterminé à partir de  
l'essai de traction,

$s = \epsilon_p/\epsilon_0$   $\epsilon_0$  la dilatation élastique sous  $Re_i$  et  
 $\epsilon_p$  la dilatation à la fin du palier,

$$R = \left[ \frac{2}{\pi} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \right) \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{h}} \right) \right] (s-1) \phi,$$

$\phi$  la partie plastifiée qui a l'unité comme valeur maximale,

$$\epsilon_y = \frac{Re_i}{E},$$

$k =$  un coefficient tenant compte des travées adjacentes à la travée étudiée.

En général, selon l'expérience,  $k$  est compris entre 0,5 et 0,6.

La valeur de 0,52 semble être une valeur optimum selon LAY.

Appliquée à l'acier A 37 pour lequel on a en moyenne les valeurs suivantes des caractéristiques:

$$E_t = 635 \text{ kg/mm}^2 \quad \text{d'où} \quad h = 33 \quad \text{et} \quad \epsilon_y = 0,00122,$$



on obtient la valeur  $l_{cr}/i_y \cong 37,6$  ce qui correspond très bien à la valeur  $l_{cr}/i_y = 35$  établie expérimentalement [8] et reprise dans les normes [1].

Quand on applique cette formule à l'acier A 52 étudié dans la présente étude, on a selon les caractéristiques données au tableau I:

1. pour les IPE 200

$$\begin{aligned} E_t &= 478 \text{ kg/mm}^2 \text{ et } h = 44, \\ \epsilon_y &= \frac{38,41}{21\,000} = 0,001832 \text{ et } \sqrt{\epsilon_y} = 4,28 \cdot 10^{-2}, \\ R &= 0,80925 (s-1) \phi \text{ et } \phi = 1 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } \frac{l_{cr}}{i_y} = \frac{\pi}{4,28 \cdot 10^{-2}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0,7 \cdot 0,80925 \cdot 44}} \frac{1}{0,52} = 27,9.$$

2. pour les HEA 200

$$\begin{aligned} E_t &= 500 \text{ kg/mm}^2 \quad h = 42, \\ \epsilon_y &= \frac{39,496}{21\,000} = 0,001882 \text{ et } \sqrt{\epsilon_y} = 4,34 \cdot 10^{-2}, \\ R &= 0,7839 (s-1) \phi \text{ et } \phi = 1 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } l_{cr}/i_y = 28,3.$$

Selon cette méthode, adoptée aux Etats-Unis [10], on peut donc conclure que le rapport optimum  $l_{cr}/i_y$  est égal à 28 dans le cas des poutres en acier de qualité A 52 soumises à un moment constant.

### 6.2. Méthode basée sur la capacité de rotation plastique

Pour chaque essai, on a tracé le diagramme moment-rotation (fig. 8). La longueur du palier donne une indication concernant le degré de stabilité d'une poutre lorsque le moment de flexion atteint le moment de plastification.

Lorsqu'on atteint cette dernière valeur du moment, la poutre périt, soit par déversement, soit par voilement local.

La stabilité de la poutre sera d'autant plus grande que la capacité de rotation sera grande. Cette capacité de rotation est représentée par la longueur du palier dans le diagramme moment-rotation.

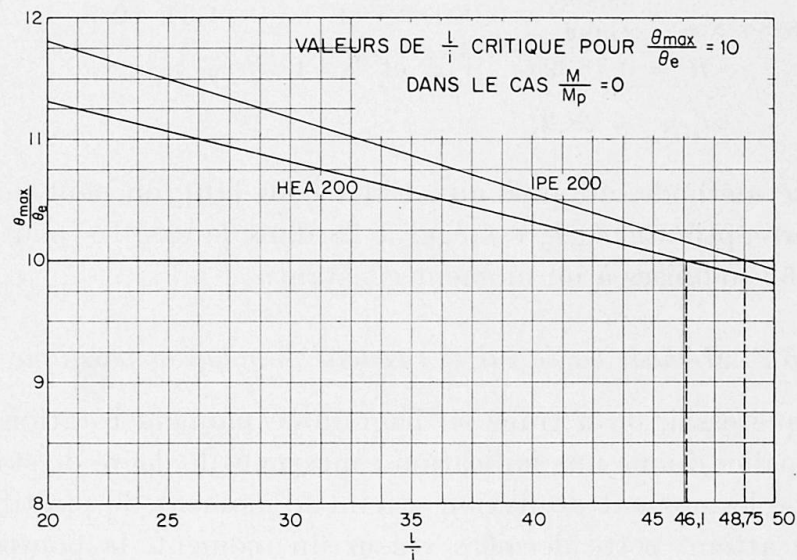
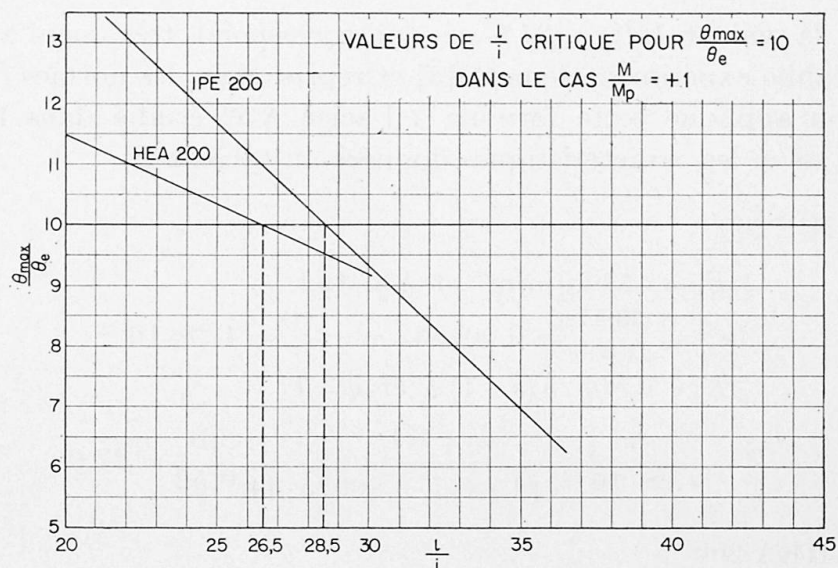
On peut considérer que la stabilité au déversement est suffisante quand la poutre possède un minimum de capacité de rotation,

$$\theta_{max}/\theta_e = 10$$

où  $\theta_{max}$  est la rotation plastique maximale et  $\theta_e$  la rotation élastique maximale.

A partir des essais, on a déterminé pour chaque type de profil et de sollicitation la valeur de  $l_{cr}/i_y$  correspondant à  $\theta_{max}/\theta_e = 10$ .

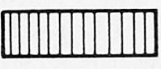

On a reporté sur les fig. 11 et 12 les valeurs de  $\theta_{max}/\theta_e$  tirées du tableau III en fonction du rapport  $l_{cr}/i_y$  des essais.



Par interpolation, on a relevé la valeur optimum  $l_{cr}/i_y$  pour une capacité de rotation  $\theta_{max}/\theta_e = 10$ .

Le tableau suivant résume les valeurs obtenues.

Tableau V. Valeurs optimales de  $l_{cr}/i_y$  pour  $\theta_{max}/\theta_e = 10$

| Type de sollicitations   | Type de profil | $l_{cr}/i_y$ pour $\theta_{max}/\theta_e$ |
|--|----------------|---|
| $M/M_p = +1$  | IPE 200        | 28,50                                     |
|  | HEA 200        | 26,50                                     |
| $M/M_p = 0$   | IPE 200        | 48,75                                     |
|  | HEA 200        | 46,10                                     |

En ce qui concerne les poutres sollicitées par un moment constant, on remarque immédiatement que la longueur critique déterminée à partir d'une capacité de rotation minimale  $\theta_{max}/\theta_e = 10$  correspond à la valeur obtenue par la méthode proposée par M. LAY.

On peut donc admettre que dans le cas de poutres soumises à un moment constant  $l_{cr} = 28 i_y$  est la valeur optimum de l'entredistance d'entretoisement.

Pour les poutres soumises à un moment variable, les essais montrent que, pour obtenir une capacité de rotation  $\theta_{max}/\theta_e = 10$  quand le rapport des moments d'extrémité est égal à zéro, il faut que la distance  $l_{cr}$  ne dépasse pas  $48 i_y$ .

Si l'on admet la même variation de  $l_{cr}/i_y$  en fonction du rapport des moments d'extrémité que celle établie pour l'acier A 37 [1, 2] on peut obtenir à partir des valeurs trouvées ci-dessus la loi de variation représentée à la fig. 13.

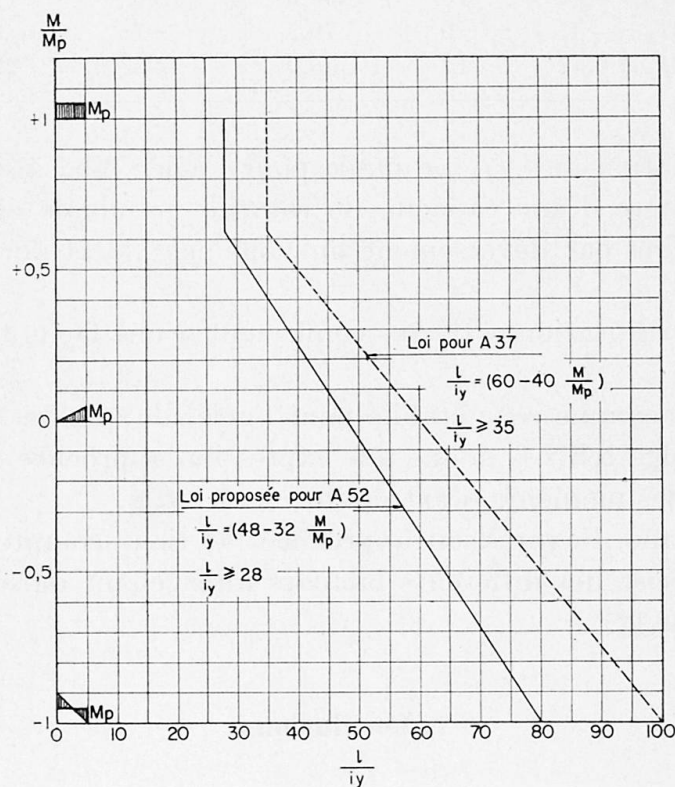


Fig. 13.

Cette loi peut s'exprimer par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{l_{cr}}{i_y} &= 48 - 32 \frac{M}{M_p} & \text{si } \frac{M}{M_p} \leq 0,625, \\ \frac{l_{cr}}{i_y} &= 28 & \text{si } \frac{M}{M_p} \geq 0,625. \end{aligned} \quad (4)$$

Il est à remarquer que, si l'on multiplie les valeurs de  $l_{cr}/i_y$  préconisées pour un acier doux par le rapport des racines carrées des limites élastiques des aciers A 37 et A 52, soit 0,8, on obtient les valeurs proposées par la loi ci-dessus.



### 6.3. Essais de vérification

La loi de variation établie précédemment a été vérifiée par trois essais sur des profils IPE et HEA pour des valeurs différentes du rapport des moments d'extrémité.

Le tableau VI ci-dessous reprend les valeurs obtenues pour ces essais de vérification.

Tableau VI. Essais de vérification

| Type de profil | Type de sollicitations | N° du profil | $\frac{l}{i_y}$ | $\theta_e$<br>10 <sup>-2</sup> rad | $\theta_{max}$<br>10 <sup>-2</sup> rad | $\frac{\theta_{max}}{\theta_e}$ |
|----------------|------------------------|--------------|-----------------|------------------------------------|--|---------------------------------|
| IPE 200        | $M/M_p = 0,42$         | 10           | 34,5            | 1,33                               | 12,75                                  | 9,60                            |
| IPE 200        | $M/M_p = -1$           | 9            | 79,8            | 1,01                               | 9,62                                   | 9,43                            |
| HEA 200        | $M/M_p = 0,42$         | 17           | 35,0            | 2,25                               | 23,10                                  | 10,27                           |

La loi de variation de  $l_{cr}/i_y$  proposée pour l'acier A 52 a été établie en se basant sur le critère d'une capacité de rotation minimale égale à 10 avant d'atteindre la ruine par déversement ou voilement local de la semelle comprimée.

Les essais de vérification ci-dessus confirment d'une façon très satisfaisante la loi proposée.

Cette loi, tout comme celle établie pour l'acier de qualité A 37 et proposée dans la norme belge NBN 1, donne une expression approchée de  $l_{cr}/i_y$  en fonction du rapport des moments d'extrémité.

Sous cette forme, l'expression approchée [4] tient compte d'une manière suffisamment précise des différents facteurs intervenant dans l'analyse théorique du problème [2].

## 7. Conclusions

De l'ensemble des études précédentes [11, 12, 13] et du présent mémoire consacrés à l'extension des méthodes de calcul basées sur la plasticité à l'acier A 52, on peut tirer les conclusions suivantes, en ce qui concerne le dimensionnement:

1. La longueur du palier de l'acier A 52 est suffisante pour permettre le développement d'une rotule plastique [11].
2. En compression, il est possible d'atteindre et même de dépasser la limite élastique sans qu'aucun flambement se produise [11].
3. Les règles de calcul plastique peuvent être étendues à l'acier A 52 [11] à condition de respecter les valeurs suivantes des minceurs limites afin d'éviter tout voilement local prématuré.

- a) Semelle comprimée sous l'effet d'une sollicitation par flexion et/ou par une force axiale (fig. 5)

$$B/e \leq 14.$$

- b) Ame comprimée uniformément

$$h/a \leq 36.$$

- c) Ame comprimée et fléchie

4. La théorie du voilement élastoplastique des plaques établie pour l'acier doux est applicable aux aciers de nuance A 52 pour autant que le rapport de la dilatation à la fin du palier à la dilatation élastique soit égal ou supérieur à 8 [13].
5. Les poutres en acier A 52 présentent un comportement élastoplastique aussi bon que celles en acier doux A 37 [12].
6. Si des rotules plastiques sont susceptibles de se former dans une poutre en A 52 appartenant à une structure dimensionnée plastiquement, la longueur maximale non supportée latéralement  $l_{cr}$  ne peut dépasser les valeurs suivantes:

$$l_{cr} = \left(48 - 32 \frac{M}{M_p}\right) i_y \quad \text{si} \quad \frac{M}{M_p} \leq 0,625,$$

$$l_{cr} = 28 i_y \quad \text{si} \quad \frac{M}{M_p} \geq 0,625$$

où  $M$  est le plus faible des moments existant aux extrémités du segment non entretoisé.

$i_y$  = le rayon d'inertie de la pièce autour de son axe le plus faible.

### Bibliographie

1. Addendum à la norme belge NBN 1 — Charpentes en acier. Calcul élastoplastique des charpentes en acier doux.
2. CH. MASSONNET et M. SAVE: Le calcul plastique des Constructions. Vol. 1.
3. S. TIMOSHENKO: Théorie de la stabilité élastique. Beranger. Liège.
4. CH. MASSONNET: Note technique C.E.C.M. B-10-56. C.R.I.F. Bruxelles.
5. B. NEAL: The Lateral instability of yielded mild steel beams of rectangular cross section. Philos. Trans. Royal Society. London. Vol. 242, page 848, janvier 1950.
6. M. R. HORNE: Critical Loading Conditions in Engineering Structures. Thèse de Ph. D. Université de Cambridge, 1950.
7. M. W. WHITE: The Lateral-torsional Buckling of Yielded Structural Steel Members. Ph. D. Dissertation, Lehigh University, 1956.
8. Commentary on Plastic Design in Steel. ASCE Papers 2330 et 2331. Vol. 85, EM 4, oct. 1959.
9. M. G. LAY: The Static Load Deformation of Planar Steel Structure. Ph. D. Dissertation, Lehigh University, 1964.
10. G. DRISCOLL et J. W. FISHER: Plastic Design of Multi-Story Frames. Futz Engineering Laboratory report n° 273.20, 1965.



11. R. ANSLIJN, E. MAS et CH. MASSONNET: Extension des méthodes de calcul basées sur la plasticité à l'acier A 52. Les propriétés plastiques et les minceurs minima admissibles. VIIe congrès de l'A.I.P.C., Rio de Janeiro, 1964. Publication Préliminaire. Rapport C.R.I.F. MT 1 de janvier 1964.
12. CH. MASSONNET, R. ANSLIJN et E. MAS: Essais de flexion plastique sur des poutres continues en A 37 et A 52. Acier Stahl Steel n° 12 de 1963. Rapport C.R.I.F. MT 2 de janvier 1964.
13. R. ANSLIJN, J. JANSS, E. MAS et CH. MASSONNET: Extension des méthodes de calcul basées sur la plasticité. Vérification de la théorie élastoplastique des plaques. VIIe Congrès de l'A.I.P.C. à Rio de Janeiro, 1964. Rapport final. Rapport C.R.I.F. MT 9 de sept. 1964.

### Résumé

Cette recherche constitue la quatrième et dernière partie d'un programme de recherches expérimentales institué en vue d'établir les règles limitatives permettant d'étendre le calcul plastique à l'acier à haute résistance A 52.

Le mémoire aboutit à des règles simples concernant la distance maximum acceptable entre pièces d'entretoisement en vue d'éviter le déversement prématuré des pièces en double té fléchies.

### Zusammenfassung

Diese Untersuchung stellte den vierten und letzten Teil eines Versuchsprogrammes dar, das zur Aufstellung einschränkender Regeln eingeleitet wurde, die die Erweiterung der plastischen Rechnung auf hochfesten Stahl A 52 ermöglicht.

Der Bericht führt zu einfachen Regeln bezüglich des maximalen annehmbaren Abstands zwischen den Aussteifungen, um das vorzeitige Kippen eines auf Biegung beanspruchten Doppel-T-Trägers zu vermeiden.

### Summary

This investigation forms the fourth and final section of a programme of research work undertaken in order to establish restrictive rules permitting the extension of plastic calculations to high-strength steel A 52.

The paper leads to simple rules regarding the maximum permissible distance between cross-bracings in order to avoid untimely buckling of I beams subjected to deflection.