Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 26 (1966)

Artikel: Beiträge zur Berechnung der Rißsicherheit

Autor: Palotás, László

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-20886

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 24.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Beiträge zur Berechnung der Rißsicherheit

Contribution to the Calculation of Safety from Cracking

Contribution au calcul de la sécurité à la fissuration

LÁSZLÓ PALOTÁS

Prof. Dr. Ing., Dr. r. techn., Budapest, Technische Universität für Bau- und Verkehrswesen

1. Grundlegende Beziehungen zwischen Spannung und Formänderung des Betons

a) Allgemeine Bemerkungen

Bekanntlich gehört der Beton zu den sogenannten zähelastischen Baustoffen, in denen mit zunehmender Belastungsdauer, im Vergleich zu den primären Formänderungen, zunehmende Verformungen einhergehen.

Im folgenden wird nun hauptsächlich von der Berechnung der Formänderungen bei Stahlbetonträgern sowie vom Problem der Berechnung der Risse die Rede sein; deshalb wollen wir — in aller Kürze zurückblickend — die durch kurzzeitige Belastung verursachten sogenannten momentanen Formänderungen, dann die durch dauernd wirkende Lasten herbeigeführten sogenannten Langzeit-Verformungen des Betons und innerhalb dieser Fragen die Beziehungen zwischen Spannungen und Formänderungen in Erinnerung bringen.

b) Die kurzzeitige Formänderung des Betons

Die σ - ϵ -Kurve und die wichtigeren Begriffe und Bezeichnungen des kurzzeitig auf Druck beanspruchten Betons sind in Fig. 1 wiedergegeben. Die primäre Formänderungs-Spannungslinie ist eine nach oben konvexe Kurve. Die primären Verformungen ϵ gliedern sich in einen elastischen ϵ_r und in einen bleibenden ϵ_m Teil.

Wird im Zuge unserer Berechnungen eine idealisierte σ - ϵ -Linie erforderlich, dann kann man, auf Grund der Auswertung der Versuchsergebnisse, von der handlichen *Hartig-Ritter*-Formel ausgehen (Fig. 2). Mit den Bezeichnungen in

Fig. 2 haben wir

$$\sigma = \sigma_p \left(2 - \frac{\epsilon}{\epsilon_p} \right) \frac{\epsilon}{\epsilon_p} = E_x \epsilon \tag{1}$$

beziehungsweise

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_p} = \beta = 1 - \sqrt{1 - \alpha}. \tag{2}$$

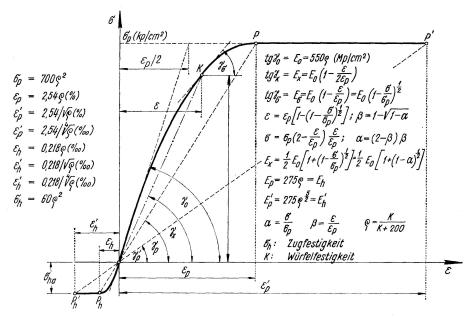


Fig. 1. Jungfräuliche σ - ϵ -Kurve.

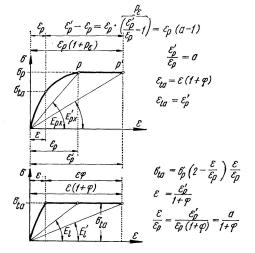


Fig. 2. Idealisierte σ-ε-Kurve.

Für die Biegedruckfestigkeit erhält man

$$\sigma_p = 700 \rho^2,$$

$$\rho = K/(K + 200)$$

wo

und K die Würfelfestigkeit bedeutet.

Die Bruchstauchung

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_{px}} = \frac{2 \,\sigma_p}{E_0} = 2.54 \,\rho^{\,0}/_{00}.$$
 (3)

Für die volle Bruchstauchung ϵ_p' kann — in Abhängigkeit von der Würfelfestigkeit — bei Biege-Druck die Beziehung

$$\epsilon_p' = \frac{2.54}{\sqrt{\rho}} \, {}^{0}/_{00}, \tag{4}$$

für reinen Druck die Formel

$$\epsilon_p = \frac{2.54}{\sqrt[4]{\rho}} \, ^{0}/_{00} \tag{4a}$$

berücksichtigt werden.

Für ϵ_p' bringen die Forscher im allgemeinen Festwerte $(3^0/_{00}, 3, 5^0/_{00})$ in Vorschlag, einige in Abhängigkeit von der Würfelfestigkeit, andere wieder von der Prismenfestigkeit.

Für die Zuglinie $\sigma - \epsilon$ machen wir die Annahme

$$E_0 = E_{h0}. (5)$$

Die reine Betonzugfestigkeit kann etwa mit dem Wert

$$\sigma_h = 60 \,\rho^2,\tag{6}$$

die entsprechende Bruchdehnung und volle Bruchdehnung mit den Werten

$$\epsilon_h = \frac{2,60}{550} \rho = 0.218 \rho \tag{7}$$

und für Biegezug

$$\epsilon_h' = \frac{0.218}{\sqrt{\rho}} \tag{8}$$

für reinen Zug

$$\epsilon_h' = \frac{0.218}{\sqrt[4]{\rho}} \tag{8a}$$

berücksichtigt werden.

c) Die Langzeitverformung des Betons

Die Dauerverformung ϵ_t des Betons infolge von Langzeitlasten (z. B. ständiger Last) setzt sich — unter Annahme einer gleichen Temperatur und Feuchtigkeit — in jedem beliebigen Zeitpunkt t aus drei Teilen zusammen [1]:

aus der bei der Aufbringung der Last (z. B. bei Entfernung der Rüstung) entstehenden sogenannten $Momentan-Formänderung \epsilon_0$,

aus dem Schwinden infolge natürlichem Austrocknen des Betons ϵ_{zs} und aus dem mit der Zeit erfolgenden sogenannten Kriechen ϵ_l . Somit gilt also

$$\epsilon_l = \epsilon_t - (\epsilon_0 + \epsilon_{zs}). \tag{9}$$

Das Kriechen kann zur Spannung proportional angenommen werden, d.h.

$$\epsilon_l = \varphi \, \epsilon_0 \tag{10}$$

und

$$\varphi = \varphi_n \delta, \tag{11}$$

worin φ das auf die Einheit der momentanen Formänderung bezogene Kriechen, das sogenannte $Kriechma\beta$, bedeutet, φ_n hingegen das zum Zeitpunkt $t=t_n\to\infty$ gehörige Kriechmaß und δ die Verlaufsfunktion der Erscheinung $\delta(t)$.

Des weiteren wird bei der Berechnung der Verformungen der Einfachheit halber von der Annahme ausgegangen, daß das End-Kriechmaß proportional zur vollen plastischen Formänderung des Betons ist. Die derart erhaltenen φ_n -Werte entsprechen mit guter Annäherung den Versuchswerten. Unter solcher Bedingung ist

$$\varphi_n = \frac{\epsilon_p'}{\epsilon_p} = \rho^{-5/2}. \tag{12}$$

Für Dauerzug empfehlen wir die Formel

$$\varphi_n = \frac{\epsilon_p'}{\epsilon_p} = \rho^{-5/4}. \tag{12a}$$

Für den zeitlichen Verlauf des Kriechens kann die Formel

$$\varphi = \varphi_n \, \delta (t) \tag{13}$$

benützt werden, in der

$$\delta(t) = 1 - e^{-t} \quad \text{oder} \quad 1 - e^{-t/t_{\theta}} \tag{14}$$

und t_e die Dämpfungszeit (Retardationszeit) sind.

d) Die Dauerstandfestigkeit des Betons

Die Dauerstandfestigkeit kann mit (0,7-0,9) σ_p angesetzt werden.

Zu einer theoretischen Bestimmung der Dauerstandfestigkeit kann man von einer theoretisch wahrscheinlichen Annahme aus gelangen.

Die Annahme lautet: Die durch die *Dauerfestigkeit* σ_{ta} verursachte gesamte spezifische Stauchung ϵ_{ta} kann nicht größer sein als die volle Bruchstauchung ϵ_{p} . D. h.

$$\epsilon_{ta} = \epsilon'_{p} = \epsilon (1 + \varphi).$$
 (15)

Gemäß Fig. 3 gilt somit

$$\sigma_{ta} = \sigma_p \left[2 - \frac{\epsilon_p'}{\epsilon_p (1 + \varphi)} \right] \frac{\epsilon_p'}{\epsilon_p (1 + \varphi)}$$

und mit der Bezeichnung

$$a = \frac{\epsilon_p'}{\epsilon_p},$$

$$\sigma_{ta} = \sigma_p \left(2 - \frac{a}{1+\varphi} \right) \frac{a}{1+\varphi}.$$
(16)

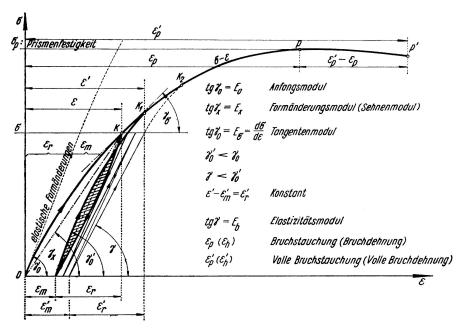


Fig. 3. Angenäherte Bestimmung der Dauerstandfestigkeit.

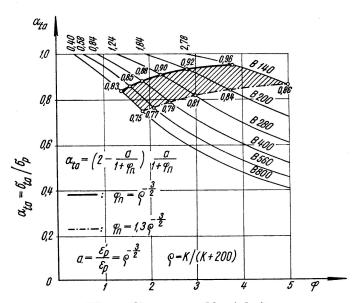


Fig. 4. Dauerstandfestigkeit.

In Fig. 4 haben wir in Funktion von φ für verschiedene Betongüten die Veränderlichkeit der Dauerstandfestigkeit, das Verhältnis

$$lpha_{ta} = rac{\sigma_{ta}}{\sigma_p} \qquad ext{dargestellt.}$$

Auf Grund ähnlicher Überlegungen können auch die orientierenden Werte der Dauerfestigkeiten ermittelt werden

e) Zusammengesetzte Formänderungen

In der Entwurfs-, beziehungsweise Baupraxis, ist es im allgemeinen erforderlich, die Formänderungen unter Einwirkung von Kräften verschiedener Art zu ermitteln. Je nach dem Charakter der Lasten kann lediglich von der Ermittlung der Formänderungen infolge Kurzzeitlasten die Rede sein, oder es ist nur die Berechnung der Verformungen aus ständigen Lasten erwünscht, die Praxis kann aber auch die Bestimmung der Formänderungen unter gemischter Belastung, also unter Einwirkung von ständigen und Kurzzeitlasten, erfordern.

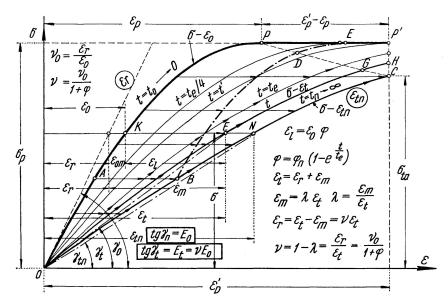


Fig. 5. Zusammengesetztes σ - ϵ -Diagramm.

In Fig. 5 ist ein sogenanntes zusammengesetztes σ - ϵ -Diagramm dargestellt, das auch die Einflüsse des Kriechens sowie der eventuellen Festigkeitsabnahmen infolge der Langzeitlasten berücksichtigt. Um die Berechnungen zu vereinfachen, werden im weiteren die elastischen Formänderungen als linear veränderlich angenommen, das heißt,

$$\epsilon_r = \frac{\sigma}{E_0} = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\sigma_p} \epsilon_p = \frac{1}{2} \alpha \epsilon_p,$$
(17)

und
$$\epsilon_{0m} = \epsilon_0 - \epsilon_r = \epsilon_p \left(1 - \sqrt{1 - \alpha} - \frac{1}{2} \alpha \right). \tag{17a}$$

Im Zeitpunkt $t=t_n \to \infty$ gilt das Diagramm OBC, es wird also das Kriechen als beendet angesehen und die Betonbruchspannung gleich der Dauerfestigkeit σ_{ta} gesetzt.

Für einen beliebigen Zeitpunkt t ist die Formänderung ϵ_t durch die Kurve OEGH dargestellt. Mit den Bezeichnungen der Abbildung erhält man fol-

gende Beziehungen:

$$\epsilon_t = \epsilon_r + \epsilon_m = \epsilon_0 (1 + \varphi),$$
 (18)

$$\epsilon_m = \epsilon_{0m} + \epsilon_1 = \epsilon_{0m} + \epsilon_0 \varphi. \tag{18a}$$

In der Praxis haben die Lasten zum Teil ständigen und teilweise momentanen Charakter; in diesem Fall stellt das zusammengesetzte Diagramm OABDE der Fig. 5 die Lösung dar.

Nach Einführung der Bezeichnungen

$$\lambda = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_t},\tag{19}$$

$$\nu = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_t} = 1 - \lambda, \tag{20}$$

von denen λ das bleibende Formänderungsma β , ν hingegen das elastische Formänderungsma β genannt werden kann, da

$$\lambda = 1 - \frac{\alpha}{2(1 - \sqrt{1 - \alpha})(1 + \varphi)} = 1 - \frac{\nu_0}{1 + \varphi}$$
 (19a)

und

$$\nu = \frac{\alpha}{2(1 - \sqrt{1 - \alpha})(1 + \varphi)} = \frac{\nu_0}{1 + \varphi}$$
 (20a)

ist und worin

$$\nu_0 = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_0} = \frac{\alpha}{2(1 - \sqrt{1 - \alpha})} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 - \alpha}), \tag{21}$$

$$\lambda_0 = \frac{\epsilon_{0m}}{\epsilon_0} = 1 - \nu_0 = \frac{1}{2} (1 - \sqrt{1 - \alpha}) \tag{22}$$

bedeutet.

Die Werte ν_0 schwanken in der Nähe des Bruchzustandes beziehungsweise der Dauerstandfestigkeit zwischen 0,7 bis 0,5, die Werte ν hingegen zwischen 0,1 bis 0,3. Praktisch können die ν -Werte zwischen 0,2 bis 0,35 angenommen werden (Fig. 6).

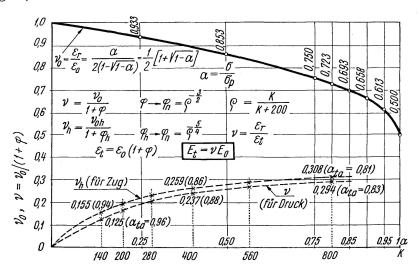


Fig. 6. Elastisches Formänderungsmaß ν in Funktion von α , K und φ .

Die Linie der Endwerte ϵ_{in} der Formänderung kann durch eine Gerade ersetzt werden. In Fig. 7 sind die zusammengesetzten Formänderungen in diesem Sinne dargestellt. Nach den Bezeichnungen der Abbildung gilt

$$\epsilon'_{tn} = \frac{\sigma}{E'_{tn}} = \frac{\sigma}{\sigma_{ta}} \epsilon'_{p} = \frac{\alpha}{\alpha_{ta}} \epsilon'_{p},$$
 (23)

$$E'_{tn} = \frac{\sigma_{ta}}{\epsilon'_p} = \alpha_{ta} \frac{\sigma_p}{\epsilon'_p} = \alpha_{ta} 275 \,\rho^{5/2},\tag{24}$$

$$E_r = \frac{\sigma}{E_0} = \alpha \frac{\epsilon_p}{2},$$

$$\nu' = \frac{\epsilon_r}{\epsilon'_{tn}} = \frac{\alpha_{ta}}{2} \frac{\epsilon_p}{\epsilon'_p} = \frac{\alpha_{ta}}{2} \rho^{3/2} = \frac{\alpha_{ta}}{2 \varphi_n}, \qquad (25)$$

$$\varphi_n = \frac{1}{\rho^{3/2}}.$$

weil

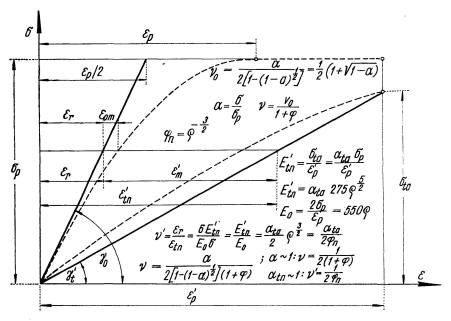


Fig. 7. Vereinfachtes σ - ϵ_t -Diagramm.

Nimmt man hieraus folgend mit praktischer Annäherung einen Wert $\alpha_{ta}=1$ an, dann hat man unabhängig von der Spannung

$$\nu' = \frac{1}{2\,\varphi_n} \, . \tag{26}$$

Diese Beziehungen lassen sich sowohl auf gezogene als auch auf gedrückte Betons anwenden.

Was nun die Beziehung zwischen Elastizitätsmodul E_0 und den sogenannten fiktiven Formänderungsmodulen E_t betrifft, gilt mit den Bezeichnungen in Fig. 6

$$E_t = \frac{\sigma}{\epsilon_t} = \frac{\sigma}{\epsilon_r} \nu = \frac{\sigma}{\sigma} E_0 \nu = \nu E_0. \tag{27}$$

2. Formänderung des Stahlbeton-Druckstabes

a) Allgemeine Bemerkungen

Bei der Berechnung der Verformung des Stahlbetonstabes wollen wir die bekannte einfache annähernde Auffassung allgemein anwenden.

Die in einem Zeitpunkt t eintretenden Formänderungen des Betons aus der Einwirkung der im Zeitpunkt t=0 aufgebrachten Langzeitlast P erhalten wir gemäß den aus der Festigkeitslehre bekannten Formeln, indem man an Stelle des Elastizitätsmoduls E einen fiktiven Modul E_t einsetzt. Also

$$\epsilon_t = \frac{P}{E_t F} = \frac{\sigma}{E_t} = \frac{P}{\nu E_0 F} = \frac{\epsilon_r}{\nu} = \frac{\epsilon_r}{\nu_0} (1 + \varphi) = \epsilon_0 (1 + \varphi). \tag{28}$$

Zwischen den Ablaufkurven des Schwindens ϵ_{zs} und des Kriechens können wir eine Affinität voraussetzen.

b) Einfluß der langzeitigen Formänderungen

In erster Annäherung liegt es nahe, für die Berechnung der Schnittkräfte und Spannungen infolge Kriechens beziehungsweise der Langzeitlast unmittelbar den fiktiven Modul $E_t = \nu E_0$ zu verwenden. Bezeichnet « n_0 » das im Zeitpunkt t=0 in Frage kommende Verhältnis E_v/E_0 (laut den Bestimmungsformeln 10 bis 15), dann ist bei diesem Verfahren im beliebigen Zeitpunkt t

$$n_{t} = \frac{E_{v}}{E_{t}} = \frac{E_{v}}{\nu E_{0}} = \frac{n_{0}}{\nu} = \frac{n_{0}}{\nu_{0}} (1 + \varphi) = n_{t0} (1 + \varphi),$$

$$n_{t0} = n_{0}/\nu_{0} \quad \text{ist.}$$

$$(29)$$

wo

Zuerst bestimmen wir den aus der zentrisch wirkenden Belastung P auf den Beton beziehungsweise auf die Stahleinlage entfallenden Kraftanteil P_b , P_v . Die statische Gleichheit verlangt

$$P = P_b + P_v = \sigma_b F_b + \sigma_v' F_v = \sigma_b F_b \left(1 + \frac{\sigma_v'}{\sigma_b} \frac{F_v}{F_b} \right).$$

Setzt man für Beton und Stahleinlage gleiche Formänderung voraus

$$\epsilon_t = \epsilon_b = \epsilon_v = rac{\sigma_v'}{E_v} = rac{P_b}{\nu E_0 F_b} = rac{P_v}{E_v F_v},$$

dann bekommt man für die Gesamtlast P die bekannte Formel:

$$P = \sigma_b F_b \left(1 + \frac{n_0}{\nu} \mu \right) = \sigma_b F_b \left[1 + (1 + \varphi) \frac{n_0}{\nu_0} \mu \right] = F_b \sigma_b (1 + n_t \mu), \tag{30}$$

bzw. für die Lastanteile:

$$P_v = a_t P \quad \text{und} \quad P_b = (1 - a_t) P, \tag{31}$$

worin

$$a_t = \frac{b_t}{1 + b_t}, \qquad 1 - a_t = \frac{1}{1 + b_t}, \qquad b_t = n_t \mu$$
 (32)

und schließlich

$$\sigma_{v}' = \frac{P_{v}}{F_{v}} = n_{t}\sigma_{b},$$

$$\sigma_{b} = \frac{P_{b}}{F_{b}} = \frac{P}{F_{b}(1 + n_{t}\mu)}.$$
(33)

Die Formänderung ist hingegen

$$\epsilon_t = \frac{\sigma_b}{\nu E_0} = \frac{P}{F_b E_0 \nu (1 + n_t \mu)} = \frac{P}{F_t E_t} = \frac{P}{B_n}.$$
 (34)

Der im Nenner figurierende Wert $B_n\!=\!F_tE_t$ wird die *Drucksteife* des mittig gedrückten Stabes genannt, wobei

$$F_{t} = F_{b} (1 + n_{t} \mu) \quad \text{und} \quad E_{t} = \nu E_{0} = \nu E_{b0},$$

$$B_{n} = E_{t} F_{t} = E_{t} F_{b} (1 + n_{t} \mu) = E_{b0} F_{b} (\nu + n_{0} \mu)$$
(35)

Für die Stahleinlage kann der Wert E_v im allgemeinen als der auf die anfängliche Strecke bezogene Wert $E_{v\,0}$ angenommen werden.

Besteht die Belastung aus Lasten ständigen und Verkehrscharakters P_a , P_e , also aus langzeitigen und kurzzeitigen Lasten, dann gelten für die Verkehrslasten die angeführten Formeln für den Zeitpunkt t=0, doch muß der Wert ν der entsprechenden Spannung zugeordnet werden.

3. Formänderung des Stahlbeton-Zugstabes

a) Allgemeine Bemerkungen

Bei der Berechnung der Formänderungen des Stahlbeton-Zugstabes sind zwei Zustände zu untersuchen. Im ersten Zustand ist der Zugstab noch nicht gerissen; dies ist der eigentliche Formänderungszustand, dessen Grenzfall entsteht, wenn der Stahlbetonstab — infolge Erschöpfung der Dehnungsfähigkeit des Betons — unmittelbar in den der Rissebildung vorangehenden Grenzzustand gelangt ist. Wir nennen diesen Zustand den Formänderungszustand des Zugstabes oder den Grenzzustand der Rissebildung.

Auf den Grenzzustand der Rissebildung folgt ein anderer Zustand, in dem der gezogene Beton während der Erhöhung der Lasten nacheinander an mehreren Stellen rissig wird und infolge der Dehnung der Stahleinlagen sich die Risse erweitern. Diesen $Ri\beta zustand$ pflegt man durch jenen Grenzzustand einzuschränken, der dem im betriebsmäßigen Gebrauch toleriertem Wert der

Rißweiten-Grenzzustand wird das zulässige Ausmaß der Aufspaltung der Risse unter Berücksichtigung des Zweckes des Bauwerks, der Umgebung usw. — durch praktische Regeln beziehungsweise durch Bestimmungsformeln eingeschränkt. Diese Werte dürfen jedoch höchstens als Empfehlungen, Richtlinien betrachtet werden, die unter gewissen Einschränkungen Gültigkeit haben. Ähnlich sind auch die verschiedenen Formeln zur Rißberechnung zu werten, die unter Berücksichtigung gewisser Versuchsverhältnisse und Ergebnisse auf Grund einfacher theoretischer Annahmen aufgestellt worden sind.

Der zulässige Wert der Aufspaltung der Risse hängt von den auf die Konstruktion wirkenden Einflüssen und Beanspruchungen ab. So können im allgemeinen, nach einem Vergleich der ausländischen und ungarischen Vorschriften, hinsichtlich der Aufspaltung der Risse oder der Rißweite Δl , folgende Erwägungen und Werte vor Auge gehalten werden:

- 1. Für gewöhnliche schlaffbewehrte Stahlbetonplatten mit Zugbeanspruchung in stark aggressiver Umgebung oder als Dichtungselement im allgemeinen, oder in feuchten Medien, ferner in freier Luft, jedoch bei Anwendung von hochwertigem Stahl ($\sigma_{vH} \ge 10\,000~\mathrm{kp/cm^2}$) 0,10 mm.
- 2. Mit hochwertigem Betonstahl bewehrte Stahlbetonelemente in trockenem Medium 0,15 mm.
- 3. In feuchten eventuell etwas aggressiven Medien, oder in freier Luft, oder in, als Dichtungselement dienenden, ausmittig gedrückten oder Biegegliedern aus Stahlbeton 0,20 mm.
 - 4. Gewöhnliche Stahlbetonbauteile in trockenem Medium 0,30 mm.

Außer diesen Vorschriften erscheint es im Verlauf der Berechnung der Rißweite noch erforderlich, in den verschiedenen Kategorien die zu beachtenden Beanspruchungen ebenfalls einzuschränken. So wird es zweckmäßig sein, die Konstruktionen in feuchten Medien auf die ganze maßgebende Last zu prüfen, die mit trockenen Medien in Berührung stehenden Bauteile hingegen nur auf die Betriebslast.

Im Zuge der Untersuchung des Grenzzustandes der Rissebildung, also der Rißkraft werden zweckmäßig einige umstrittene Gesichtspunkte und Probleme in Erinnerung gerufen. Die erste derartige Frage ist die zu berücksichtigende Zugfestigkeit σ_h des Betons und die zugehörige Dehnungsfähigkeit ϵ_h , ϵ'_h . Der Einfachheit halber kann man die Beton-Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der Würfelfestigkeit mit dem Wert

$$\sigma_h = 60 \,\rho^2 \tag{36}$$

ansetzen.

Anhand des Biegebruchs von unbewehrten Betonprismen läßt sich die reine Zugfestigkeit annäherungsweise aus der Formel [2]

$$\sigma_h = 0.6 \frac{M}{W}$$
 berechnen. (37)

Bei reinem Zug ist die Formel der vollen Bruchdehnung ϵ'_h , unter der vereinfachenden Voraussetzung, daß der volle Formänderungsmodul des Betons E'_p für reinen Druck und Zug identisch ist,

$$\epsilon_h' = \frac{\sigma_h}{E_p'} = \epsilon_p' \frac{\sigma_h}{\sigma_p} = \frac{0.218}{\sqrt[4]{\rho}}.$$
 (37a)

Ebenfalls der Einfachheit halber nehmen wir auch das Kriechmaß des Zugbetons ähnlich — eventuell kleiner — an als jenes des Druckbetons.

Die Dauerstandfestigkeit fanden wir zwischen den Werten $\alpha_{ta} \cong 0.94-0.81$ schwankend, das Maß der elastischen Verformung hingegen zwischen $\nu \cong 0.15-0.30$.

b) Formänderungs-Grenzzustand des Stahlbeton-Zugstabes

Bedingung für die Untersuchung beziehungsweise Lösung dieses Problems ist die Beantwortung jener Frage, ob infolge des Zusammenbaus mit dem Stahl die Dehnungsfähigkeit des Betons eine Veränderung erfährt, beziehungsweise wie groß jene Dehnung ist, der der Stahlbeton-Zugstab im Grenzzustand der Rissebildung noch ohne zu reißen standzuhalten vermag, wie groß also die $Ri\beta kraft$ des Stahlbetonzugstabes ist.

Im Spiegel der Versuche und theoretischen Überlegungen kann diese Frage nicht eindeutig beantwortet werden. Der primäre Grund hierfür liegt offenbar in der Unsicherheit der Wahrnehmung der Risse. Eine andere Ursache ergibt sich daraus, daß der Zugbeton ebenfalls einen gewissen Mehrbetrag an plastischer Dehnungsfähigkeit besitzt. Auf Grund der Versuchsergebnisse wurde auch festgestellt, daß die Betonbettung erst dann wirksam werden kann, wenn zwischen Beton und Stahleinlage in der Betonumhüllung des Betonstahls eine gewisse endliche Verschiebung zustande gekommen ist.

Der erste Riß oder die ersten Risse werden offenbar an Stellen auftreten, an denen die Verschiebung zwischen Stahleinlage und Betonbettung am größten ist, wo also der Betonstahl im Begriff ist, sich von der Betonumhüllung loszulösen.

Allgemein stimmen alle Autoren, die sich mit der Auswertung von Versuchen befaßten, darin überein, daß die Menge und Oberflächenbeschaffenheit der Stahleinlagen, die entsprechende Verteilung der Bewehrungsstähle und ihre gute Einbettung (Betonumhüllung) auf Erscheinung und Ausbildung des ersten Risses, ja sogar auch im weiteren auf das Öffnen der Risse und auf den Risseabstand, von Einfluß sind.

Faury [3], L'Hermite [4], Adam [5] weisen bei der Auswertung ihrer Versuche darauf hin, daß in der Nähe der Stahleinlagen (in einer Umgebung von etwa 2 cm) eine gewisse Plastifizierung des Betons eintritt.

Die Verbindung zwischen Stahleinlage und umhüllendem Beton, der Flächenverbund, läßt sich im Spiegel der Versuche wohl wahrheitsgerecht beschreiben, doch ist die theoretische beziehungsweise mathematische Lösung des tatsächlichen Verbunds äußerst umständlich und dürfte sich meines Erachtens auch nicht lohnen. Deshalb kann man mit jener Tendenz einverstanden sein, zwischen Stahleinlage und Betonumhüllung gleichmäßig verteilte Haft-Reibungs- und Scherkräfte für Zwecke der Berechnung vorauszusetzen und die durch den gleichmäßigen Oberflächenverbund dargestellte durchschnittliche Spannung auf dem Versuchswege, an einfachen Stahlbeton-Zugstäben, zu bestimmen.

Eine derartige Versuchsreihe erörtert Brice [6]. Ist seines Erachtens die Betonumhüllung nicht befriedigend, dann führt der im Herausziehen befindliche Betonstahl Risse in der Betonhülle herbei. Die zum Herausziehen, beziehungsweise zur Rissebildung benötigte Kraft wird offenbar um so größer sein, je kleiner das Verhältnis $e = \frac{\sum d}{\sum u}$ ist. Bei großen Werten der Zahl «e» führen die Stahleinlagen Risse in der Betonhülle herbei und geraten ins Gleiten (Fig. 8).

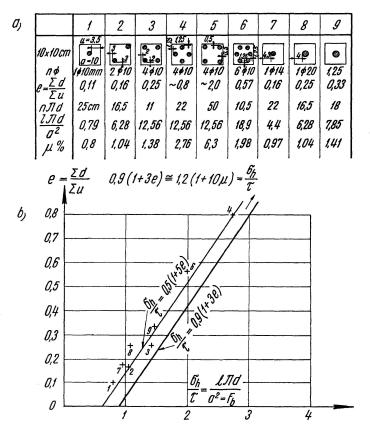


Fig. 8. Aus den Versuchen von Brice.

Setzt man eine gleichmäßige Verteilung der Gleitspannungen τ voraus, dann ergibt sich aus dem Gleichgewicht der Betonzugkraft und der Gleitkraft am Umfang der Stahleinlagen

$$\tau K_v l_r = F_h \sigma_h,$$

worin K der Gesamtumfang der Stahleinlagen ist, so daß

$$\frac{\sigma_h}{\tau} = \frac{K_v l_r}{F_b}.$$

Anhand einer Auswertung der Versuchsergebnisse läßt sich nach Fig. 8b annähernd folgende lineare Beziehung schreiben:

$$\frac{\sigma_h}{\tau} = 0.5 (1 + 50). \tag{38}$$

Auch andere Versuchsergebnisse zusammenfassend empfiehlt Brice an Stelle von Gl. (38) die Beziehung

$$\frac{\sigma_h}{\tau} = 0.9 (1 + 30). \tag{39}$$

Der so erhaltene Wert τ ist der durchschnittliche Wert der Oberflächenhaftung. Brice bemerkt, daß an ein und demselben Probekörper der Rißabstand große Streuung aufwies (100-300%). Als durchschnittlichen Rißabstand fand er rund 180%.

Unter Voraussetzung einer entsprechend guten Betonumhüllung kann auf Grund der Tabellenwerte in Fig. 8a an Stelle des Verhältnisses «e» der Bewehrungsanteil μ abgeleitet werden. Es ergab sich folgende Beziehung:

$$1 + 30 = \frac{4}{3}(1 + 10\,\mu). \tag{40}$$

Die Formänderung des noch nicht gerissenen Zugstabes kann aus den für den Druckstab abgeleiteten Beziehungen berechnet werden, ausgehend von der gleichen Dehnung von Stahleinlage und Beton (dies ist vor der Rißbildung in dem mit gleichmäßig verteilter Zugkraft belasteter Stahlbetonstab natürlich eine Annahme), das heißt im allgemeinen

$$P = F_b \sigma_h (1 + n_{th} \mu) = F_b \sigma_h \left(1 + \frac{n_0}{\nu_h} \mu \right),$$
worin
$$n_{th} = \frac{n_0}{\nu_h} = (1 + \varphi) \frac{n_0}{\nu_0}$$
und
$$\sigma_h = \frac{P}{F_b (1 + n_{th} \mu)}, \qquad \sigma_v = n_{th} \sigma_b,$$
schließlich
$$\epsilon_t = \frac{\sigma_b}{\nu_h E_{h0}} = \frac{P}{F_b E_{h0} \nu_h (1 + n_{th} \mu)} = \frac{P}{B_h},$$
(41)

das heißt die Steifigkeit des Stahlbetonzugstabes beträgt

$$B_h = F_b E_{h0} \nu_h (1 + n_{th} \mu) = F_b E_{h0} (\nu_h + n_0 \mu) = E_{th} F_{bt}$$
 (43)

Die Werte ν_0 und ν_h lassen sich gegebenenfalls aus den Formeln (20) und (21) bestimmen, da wir vorausgesetzt haben, daß $E_0\!=\!E_{h\,0}$, so daß n_0 das gleiche ist, wie beim Druck. Der Endwert des Kriechmaßes errechnet sich aus Formel (12).

Die zum Grenzzustand der Rissebildung gehörige $Ri\beta kraft P_r$ kann aus der Überlegung erhalten werden, daß der Grenzzustand der Rissebildung erreicht wird, wenn der Beton seine volle Bruchdehnung ϵ_h' erlangt hat. Die volle Dehnungsfähigkeit des Zugbetons mit Stahleinlagen wird zweckmäßig mit dem gleichen Wert angesetzt wie beim reinen Betonquerschnitt, obwohl aus dem bisher gesagten darauf geschlossen werden kann, daß mit größerer und gut verteilter Betonstahlmenge auch eine scheinbare Erhöhung der Dehnungsfähigkeit beziehungsweise der Zugfestigkeit einhergeht.

So wird unter Einwirkung der Momentanlast

$$P_r = P_{bh} + P_{vh} = F_b \,\sigma_h + F_v \,\sigma_{vh} = F_b \,\sigma_h \,(1 + n_{th} \,\mu), \tag{44}$$

worin

$$n_{th} = \frac{\sigma_{vh}}{\sigma_h} = \frac{\epsilon_h' E_v}{\sigma_h} = \frac{\sigma_h'}{\sigma_h} n_0 = \frac{n_0}{\nu_h}, \tag{45}$$

das heißt

$$\left[\nu_{h}\right] = \frac{n_{0}}{n_{th}} = \frac{E_{v}\sigma_{h}}{E_{0}\epsilon'_{h}E_{v}} = \left|\frac{\sigma_{h}}{\sigma'_{h}}\right|$$
(45a)

und $\sigma_{vh} = \epsilon_h' E_v = n_{th} \sigma_h$ ist die Grenzspannung der Rissebildung in der Stahleinlage.

Unmittelbar nach Öffnen des Risses beträgt die Stahlspannung im Schnitt des Risses

$$\sigma_{v,r} = \frac{P_r}{F_v} = \frac{\sigma_h}{\mu} (1 + n_{th} \mu), \qquad (46)$$

beziehungsweise

$$\sigma_{v,r} = \sigma_h \left(\frac{1}{\mu} + \frac{n_0}{\nu_h} \right). \tag{46a}$$

Ist die Kraft eine Langzeitlast, dann tritt an Stelle von σ_h das $\alpha_{ta}\,\sigma_h$, und

$$P_{r,ta} = F_b \sigma_{h,ta} \left(1 + \frac{n_0}{\nu_{h ta}} \mu \right) \qquad (47)$$

$$\nu_{h,ta} = \frac{\sigma_h'}{\sigma_{h,ta}} = \frac{\nu_h}{\alpha_{ta}}, \qquad n_{n,ta} = \frac{n_0}{\nu_h} \alpha_{ta}. \tag{47a}$$

Natürlich sind gegebenenfalls die Schwindspannungen zu superponieren.

c) Formänderung des Stahlbeton-Zugstabes nach Auftreten der Risse

An der Rißstelle sinkt die Betonzugspannung auf null, und die Stahleinlage hat allein die volle Rißkraft aufzunehmen, also entsteht in ihr eine Spannung σ_{vr} , die größer ist als die im Grenzzustand der Rissebildung wirkende Spannung σ_{vh} . Die Stahlspannung sinkt auf einer Entfernung l_v von σ_{vr} auf σ_{vh} , während der Wert Null der Betonzugspannung an der Rißstelle ebenfalls in

der Entfernung l_v den Wert der Zugfestigkeit σ_h erreicht. In diesem Zustand kann grundsätzlich an anderen in der Entfernung l_v liegenden Stellen ein neuer Riß oder eine ganze Reihe von Rissen auftreten. Der in der Umgebung eines einzelnen Risses auftretende Formänderungs- und Spannungszustand ist in Fig. 9 formgerecht dargestellt.

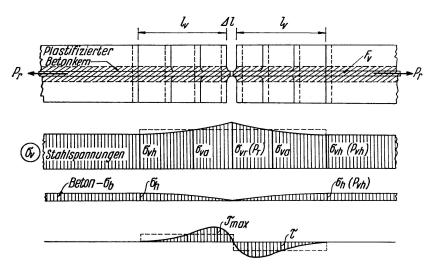


Fig. 9. Verankerungslänge und Rißweite l_{ν} , Δl .

Die vom ersten Riß an gemessene Entfernung $l_v = l_r$ der nach Ausbildung des ersten Risses möglichen weiteren Risse erhält man aus der Überlegung, daß auf der Länge l_v die Flächenhaftung K_v am Umfang der Stahleinlagen jenen Kraftunterschied aufnimmt, der zwischen der vollen Rißkraft P_r und der in der Entfernung l_v vom Riß in den Bewehrungsstählen wirkenden Kraft $P_{v,h}$ besteht. Diese Entfernung l_v ist eigentlich der Verankerungslänge, der Länge der Kraftübertragung identisch. Da

$$\begin{split} P_r &= F_v \, \sigma_{vr} = P_b \, \sigma_h \, (1 + n_{th} \, \mu) \,, \\ P_{vh} &= F_v \, \sigma_{vh} = F_v \, n_{th} \, \sigma_h \,, \\ P_r - P_{vh} &= F_v \, (\sigma_{vr} - \sigma_{vh}) = \tau \, K_v \, l_v \end{split}$$

das heißt

und hieraus im allgemeinen

$$l_v = \frac{F_v}{\tau K_v} (\sigma_{vr} - \sigma_{vh})$$
 (48)

au ist der durchschnittliche Wert der Flächenhaftung. Diese Größe ist abhängig von der Güte der Oberflächengestaltung der Stahleinlage, vom Charakter der Last, von der Betongüte und vom Umhüllungsmaß. Die sowjetische Bestimmungsformel schreibt die Verhältniszahl σ_h/τ für glatten Bewehrungsstahl mit 1, für periodische Stahleinlagen mit 0,7 vor.

Für die Ermüdungslast kann das Verhältnis σ_h/τ — übereinstimmend mit den ausländischen Versuchen — mit 3,0 angesetzt werden [7], [8], [9], [10].

Setzt man in Gl. (48) die Werte P_r und P_{vh} ein, dann ist

$$\begin{split} P_r - P_{vh} &= F_b \, \sigma_h \, (1 + n_{th} \, \mu) - F_v \, n_{th} \, \sigma_h = F_b \, \sigma_h \, (1 + n_{th} \, \mu - n_{th} \, \mu) = F_b \, \sigma_h \\ \text{und hieraus} \qquad \qquad l_v &= \frac{F_b \, \sigma_h}{K_v \, \tau}. \end{split} \tag{48a}$$

Der so erhaltene Wert l_r ist die wahrscheinliche Stelle, an der ein neuer Riß auftritt, doch kann der folgende Rißabstand in einem mit der Kraft P belasteten Stab auch größer oder kleiner sein.

Nach einem Vorschlag von Brice ergibt die Verwendung der Gl. (38) für die durchschnittliche Länge der Kraftübertragung

$$\frac{\sigma_h}{\tau} = \frac{2(1+10\mu)}{3\delta},$$

worin δ einen für die Art der Stahleinlagen kennzeichnenden Faktor bedeutet, und zwar laut Vorgehendem für glatte Bewehrungsstähle 1, für periodische Stahleinlagen 1,6, so daß — oben in die Länge l_v der Kräfteübertragung eingesetzt —

$$l_v = l_r = \frac{2 F_b (1 + 10 \,\mu)}{3 \,\delta \,K_v} \,. \tag{49}$$

Ist der Durchmesser der Stahleinlagen gleich d, dann wird, da

$$\mu = \frac{n\pi d^2}{4 F_b} \quad \text{und} \quad K_v = n\pi d,$$

$$l_v = \frac{d}{6\delta} \left(10 + \frac{1}{\mu} \right) = \frac{5 d}{3\delta} \left(1 + \frac{1}{10 \mu} \right). \tag{49a}$$

Im wesentlichen entspricht Gl. (49) dem Vorschlag des CEB, Gl. (48) hingegen dem Vorschlag des RGW beziehungsweise dem sowjetischen Vorschlag. Bemerkt sei, daß Gl. (48), nach geeigneter Umänderung, allgemein auch für den Zuggurt von Biegebalken gültig ist.

In Kenntnis des Risseabstandes versuchen wir nun, die Öffnung der Risse, die Rißweite Δl zu bestimmen. Die Rißweite — in der Schwerlinie der Einlagen gemessen — kann man aus der vereinfachten Bedingung ermitteln, daß die gesamte Formänderung von Stahleinlage und Beton proportional auf den durchschnittlichen Rißabstand verteilt ist, mit anderen Worten also die Rißweite die Summe der relativen Verschiebungen von Stahleinlage und Beton auf der vom Riß gemessenen $2l_v$ beziehungsweise $2l_v/2$ langen Strecke ist.

Gemäß dieser Überlegung ist die auf die l_v lange Strecke bezogene durchschnittliche spezifische Formänderung ϵ_a zu bestimmen.

Dementsprechend beträgt die Rißweite

$$\Delta l = 2 \epsilon_a 1_v = \epsilon_a l_r$$
 (50)

Zur Bestimmung der durchschnittlichen spezifischen Formänderung muß die Spannungsverteilung an der Strecke l_v bekannt sein. Wie aus Fig. 9 ersichtlich, erhält man die durchschnittliche Stahlspannung, indem von der an der Rißstelle auftretenden Spannung σ_v der entsprechende Anteil der Spannungen infolge Flächenhaftung abgezogen wird.

Vorerst behandeln wir nur den Fall eines einzigen Risses in einem Zugstab, auf den gerade eine P_r große — also der Rißkraft identische — Last wirkt. Den, der Verminderung der Stahlspannungen entsprechenden Subtrahenden nehmen wir auf Grund der Gl. (48a) zu

$$\frac{\alpha \, F_b \, \sigma_h}{F_v} = \frac{\alpha \, \tau \, K_v \, l_v}{F_v}$$

an, wobei « α » einen für die Spannungsverteilung kennzeichnenden Faktor bedeutet, dessen Wert bei parabolischer Verteilung $^2/_3$, bei linearem Verlauf hingegen $^1/_2$ beträgt. Demgemäß ist

 $\sigma_{va} = \sigma_{vr} - \frac{\alpha F_b \sigma_h}{F_v} = \sigma_{vr} \left(1 - \alpha \frac{F_b \sigma_h}{F_v \sigma_{vr}} \right)$ $\epsilon_a = \frac{\sigma_{va}}{E_v} = \frac{\sigma_{vr}}{E_v} \left(1 - \alpha \frac{F_b \sigma_b}{F_v \sigma_{vr}} \right) = \psi_r \frac{\sigma_{vr}}{E_v} = \psi_r \epsilon_{vr}.$ (51)

und

Der Wert des Minderungsfaktors ψ_r beträgt, da

$$F_b \, \sigma_h = rac{P_r}{1 + n_{th} \, \mu}, \qquad F_v \, \sigma_{vr} = P_r,$$

im allgemeinen

$$\psi_r = 1 - \frac{\alpha}{1 - n_{th} \mu} = 1 - k \tag{52}$$

und

$$k = \frac{\alpha}{1 + n_{lh}\mu} = \frac{\alpha}{1 + \frac{n_0}{\nu_h}\mu} = \frac{\alpha\nu_h}{\nu_h + \mu n_0}.$$
 (53)

Die Rißweite des einzigen beziehungsweise des ersten Risses Δl_v aus der Einwirkung der Rißlast P_r ergibt sich anhand Gl. (50) aus

$$\boxed{\Delta l_v} = \epsilon_a l_r = 2 \psi_r \frac{\sigma_{vr}}{E_v} l_v = \boxed{2 \psi_r \frac{P_r}{E_v F_v} l_v}.$$
 (50a)

Noch muß das Problem für den Fall der Stablast $P>P_r$ erleuchtet werden (Fig. 10). Die durchschnittliche Stahlspannung erhält man wiederum aus der erwähnten Überlegung, also

$$\sigma_{va} = \sigma_v - \frac{\alpha F_b \sigma_h}{F_v} = \sigma_v \left(1 - \alpha \frac{F_b \sigma_h}{F_v \sigma_v} \right) = \psi \sigma_v,$$

wobei mit Sicherheit angenommen werden darf, daß

$$F_b \sigma_h = \frac{P_r}{1 + n_{th}\mu} \quad \text{und} \quad F_v \sigma_v = P;$$

der Faktor « α » hingegen, der den Füllungsgrad der Stahlspannungsfigur zum Ausdruck bringt, wird dementsprechend aufgenommen.

Dann gilt allgemein

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_{va}}{E_v} = \frac{\sigma_v}{E_v} \left(1 - \frac{\alpha}{1 + n_{th}\mu} \frac{P_r}{P} \right), \tag{51a}$$

wobei

$$\psi = 1 - \frac{\alpha}{1 + n_{th}\mu} \frac{P_r}{P}$$
 (52a)

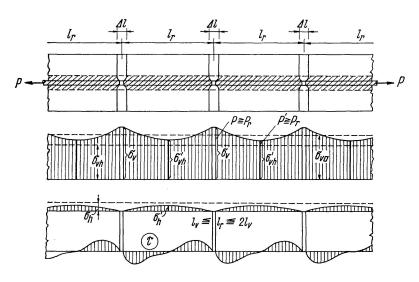


Fig. 10. Rißweite Δl .

An Stelle von P_r empfiehlt die sowjetische Bestimmungsformel einen Wert 0,8 $F_b \sigma_h$ und setzt den Multiplikator für P_r/P bei Kurzzeitlast auf 0,7 und bei Langzeitlast auf 0,35 an, so daß

$$\psi = 1 - 0.7 \frac{P_r}{P}$$
, beziehungsweise $\psi = 1 - 0.35 \frac{P_r}{P}$. (52b)

Die *Riβweite* hingegen beträgt

$$\Delta 1 = \psi \frac{\sigma_v}{E_v} l_r = \psi \frac{P}{E_v P_v} l_r. \tag{50b}$$

Die Aufspaltung des Risses wird auch durch das Schwinden des Betons verstärkt.

Die Zugsteife des Stahlbeton-Zugstabes nach der Rißbildung erhält man im allgemeinen unter Berücksichtigung der Gleichungen (51) beziehungsweise (51a) oder aber (50a) beziehungsweise (50b) mit

wobei ψ ein gemäß Gl. (52a) gewählter Faktor ist.

4. Formänderung des Stahlbeton-Biegebalkens

a) Allgemeine Bemerkungen

Die Berechnung der Formänderungen im Stahlbeton erfordert — es handle sich nun um die sogenannten σ -Risse — ähnlich wie beim Stahlbeton-Zugstab die Untersuchung von verschiedenen Zuständen. Die *Biegesteife* des Stahlbeton-Biegebalkens

$$B = EJ = E_t J_t \tag{54}$$

nimmt natürlich in den bekannten Spannungszuständen wesentlich abweichende Werte an. In dieser Hinsicht müssen also zwischen den Biegesteifen Unterschiede gemacht werden. Und zwar am Anfang des Spannungszustandes I, wenn also der gesamte Stahlbetonquerschnitt als elastisch zusammenwirkend betrachtet werden kann, und am Ende dieses Zustandes, wenn der Stahlbetonquerschnitt den Grenzzustand der Rissebildung und damit in der äußersten Zugfaser die Zugfestigkeit des Betons mit der zugehörigen plastischen Dehnung erreicht hat. Ähnlich gestaltet sich die Biegesteife wiederum anders im Spannungszustand II, wenn die Zugzone zwar eingerissen ist, aber weder Stahleinlage noch Beton den Bruchzustand erreicht haben — und wieder anders beim Bruch im Spannungszustand III, im Grenzzustand des Bruches, in dem die Stahleinlagen fließen und der Beton zerstört wird.

Für die Bemessung und Rißbildung müssen vorerst das den Grenzzustand der Rissebildung anzeigende $Ri\beta moment\ M_r$, dann, nach erfolgter Rißbildung, der auf Einwirkung des Moments M_r auftretende $Ri\beta abstand\ l_v, l_r$ sowie die $Ri\beta weite\ \Delta l$ und schließlich die am gerissenen Träger infolge der Betriebslast herbeigeführte $H\ddot{a}ufung\ der\ Risse$ und deren eventuelle Aufspaltung ermittelt werden.

Das im Spannungszustand III entstehende Formänderungsbild wird dadurch bestimmt, daß im Bewehrungsstahl zumindest die dem Anfang des Fließens entsprechende spezifische Verformung ϵ_f , in der äußersten Beton-Druckfaser hingegen am Anfang des Bruches die Bruchstauchung ϵ_p bzw. beim Bruch die volle Bruchstauchung ϵ_p zustande kommt.

Die Fließdehnung der Stahleinlagen bei Beginn des Fließens beträgt

$$\epsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_v} + 10^{-2} \sqrt{\sigma_f} \, ^0/_{00},$$
(55)

beziehungsweise

$$\epsilon_f = \frac{\sigma_{f,0,2}}{E_v} + 2^{-0}/_{00},$$
(56)

worin E_v in Mp/cm², σ_t in kp/cm² zu setzen sind.

b) Formänderungs(Riβ)-Grenzzustand des Stahlbeton-Biegebalkens

Solange die Beanspruchung derart klein ist, daß in der Zug-Randfaser die volle Dehnung noch nicht aufgetreten ist, also die Zugspannung $\sigma_{bh} \ll \sigma_h$ ist, kann man mit dem idealen Betonquerschnitt F_i arbeiten, das heißt mit dem auf reinen Beton reduzierten Stahlbetonquerschnitt. Mit den Bezeichnungen

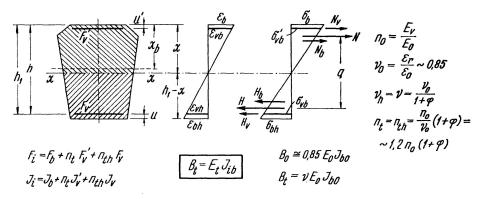


Fig. 11. Zustand vor der Rißbildung.

in Fig. 11 und unter Annahme von eben bleibenden Querschnitten und einer linear veränderlichen Spannungsfigur gilt

$$F_i = F_b + n_t F_v' + n_{th} F_v, (57)$$

worin mit den bisherigen Bezeichnungen

$$n_t = \frac{n_0}{\nu} = (1+\varphi)\frac{n_0}{\nu_0}, \qquad n_{th} = \frac{n_0}{\nu_h} = (1+\varphi)\frac{n_0}{\nu_{h0}}, \qquad n_0 = \frac{E_v}{E_0}, \qquad \nu_0 \neq \nu_{h\,0} = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}.$$

In diesem Stadium darf die Gleichheit $n_t = n_{th}$ vorausgesetzt werden. Ist der Querschnitt F_i bekannt, dann läßt sich die neutrale Achse x und das Trägheitsmoment des Querschnitts auf gewöhnliche Weise bestimmen.

Da die Betonspannungen klein sind, darf man $\nu_0=0.85,\ n_t=(1+\varphi)\,1.20\,n_0$ nehmen, und die Biegesteife beträgt

$$B = E_b J_{ib}$$
,

worin mit den bisherigen Bezeichnungen $E_{bn} = E_{bh} = E_0$.

In solchen Fällen vernachlässigt man für gewöhnlich den Einfluß der Stahleinlagen und arbeitet bei *Kurzzeitlast* mit der Gleichung

$$B_0 = 0.85 E_0 J_{b0} \tag{58}$$

und bei Langzeitlast mit der Beziehung

$$\boxed{B_t = E_t J_t = \frac{E_0 J_{b0}}{1 + \varphi} = \boxed{\nu E_0 J_{b0}} = \boxed{\frac{\nu_0}{1 + \varphi} E_0 J_{b0}} \cong \frac{0.85}{1 + \varphi} E_0 J_{b0}.$$
(59)

Das für den Grenzzustand der Rissebildung kennzeichnende Rißmoment M_r wird von der Überlegung aus berechnet, daß die Formänderung in der Betonzug-Randfaser die volle Bruchdehnung des Betons erreicht hat, ferner daß das Diagramm der Zugspannungen rechteckig, die als konstant vorausgesetzte Spannung gerade der Beton-Zugfestigkeit $\sigma_{hl} = \sigma_h$ oder σ_{hla} gleich ist, daß der Querschnitt eben bleibt und das Diagramm der Betondruckspannungen dreieckförmig ist. Bei dieser Auffassung läßt sich für das Rißmoment folgende allgemeine Formel geben

$$M_r = W_r \, \sigma_{ht}, \tag{60}$$

in der W_r den auf σ_{ht} reduzierten idealisierten Widerstandsmodul des Stahlbetonquerschnitts bedeutet.

Die Zugfestigkeit, beziehungsweise die Dauer-Zugfestigkeit des Betons sowie der Wert $E_t = \nu E_0$, der von der Formänderung des Druckbetons abhängig ist, können als bekannt vorausgesetzt werden. Die Lage der neutralen Achse x läßt sich in Kenntnis der Beton- und Stahlgüte, des Kriechmaßes und der geometrischen Abmessungen aus der Gleichheit der Zug- und Druckkräfte anhand der auf σ_{ht} reduzierten Querschnittsflächen — im allgemeinen Fall durch wiederholtes Probieren — ermitteln.

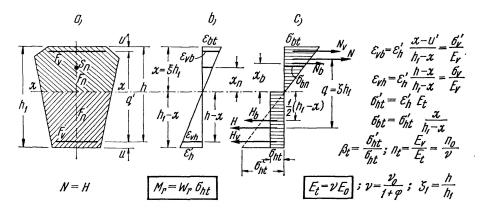


Fig. 12. Rißmoment M_r und Biegesteife B'_r .

Behandelt man die Lösung allgemein, dann erhält man mit den Bezeichnungen der Fig. 12 anhand der geometrischen Beziehungen die Bestimmungsgleichung für x. Sie heißt

$$F_{n,r} + F'_{v,r} = F_h + F_{v,r} \, , \tag{61}$$

$$F_{n,r} = F_n \beta_t \frac{x_n}{h_1 - x},\tag{62}$$

$$F'_{v,r} = F'_v n_t \beta_t \frac{x - u'}{h_1 - x'}, \tag{63}$$

$$F_{v,r} = F_v n_t \beta_t \frac{h - x}{h_1 - x}.$$
(64)

In Kenntnis des Wertes x kann der auf σ_{ht} reduzierte Widerstandsmodul aus dem auf die x-Achse aufgeschriebenen statischen Moment der reduzierten Flächen ermittelt werden:

$$W_r = F_{n,r} x_b + F'_{v,r} (x - u') + \frac{1}{2} F_h (h_1 - x) + F_{v,r} (h - x).$$
 (65)

Bei der Berechnung des $Ri\beta momentes$ kann man den reduzierten Widerstandsmodul im allgemeinen annähernd aus den Formeln

$$W_r = \gamma W_0, \qquad W_0 = \frac{b h_1^2}{6} \tag{66}$$

bestimmen, und zwar unabhängig vom Charakter der Belastung, wobei W_0 den auf den Beton bezogenen Widerstandsmodul bezeichnet und γ ein von der Querschnittsform abhängiger Faktor ist. Nach den sowjetischen Vorschriften ist für Rechteck- und T-Querschnitte $\gamma=1,75$, für kopfstehende T-Querschnitte mit dicker Platte 1,75, mit dünner Platte $\left(\frac{v}{h_1}<0,2\right)$ und verhältnismäßig breitem Steg $\left(\frac{b}{h}>2\right)$ hingegen $\gamma=1,5$. Für Doppel-T-Träger, bei annähernd rechteckiger Form $\gamma=1,75$, wenn das Verhältnis zwischen Plattenbreite und Stegbreite zwischen 2 bis 6 liegt $\gamma=1,5$, schließlich bei übermäßig breiter $\left(\frac{b}{b_0}>15\right)$ Platte ist $\gamma=1,1$ bis 1,25 empfohlen.

Ein genauer Wert für γ beim Rechteckquerschnitt ergibt sich aus der Beziehung

$$\gamma = 2 \beta_t \frac{\xi^3}{1 - \xi} + 3 (1 - \xi)^2 + 6 n_t \beta_t \mu (\zeta_1 - \xi)^2 / (1 - \xi).$$
 (67)

In Kenntnis des Wertes x erhält man mit Hilfe von σ_{ht} vor allem den Wert von σ_{bt} aus der Beziehung

$$\sigma_{bt} = \sigma'_{ht} \frac{x}{h_1 - x},$$

$$\sigma'_v = n_t \sigma'_{ht} \frac{x - u'}{h_1 - x},$$
(68)

und

$$\sigma_v = n_t \sigma'_{ht} \frac{h - x}{h_1 - x},\tag{69}$$

worin

$$n_t = \frac{n_0}{\nu} = (1 + \varphi) \frac{n_0}{\nu_0}.$$

Die $Biegesteife B'_r$ für den Grenzzustand der Rissebildung kann man bekommen, wenn man anhand der bekannten Beziehung

$$\left|\frac{1}{R}\right| = \left|\frac{M}{EJ}\right| = \frac{M}{B},\tag{71}$$

$$B_r' = E_t J_t = |R| M_r = |R| W_r \sigma_{ht} \quad \text{setzt.}$$
 (72)

Da $\left| \frac{1}{R} \right| = \left| \frac{\epsilon_{bt} + \epsilon_h'}{h_1} \right|$ (73)

$$R = \left| \frac{h_1 - x}{\epsilon_h'} \right|, \tag{74}$$

worin
$$\epsilon_{bt} + \epsilon'_h = \frac{\epsilon'_h}{h_1 - x},$$
 (75)

so daß
$$B'_r = W_r \sigma_{ht} \frac{h_1 - x}{\epsilon'_h} = \frac{W_r (h_1 - x)}{\beta_t} = \psi_t E_t J_{b1} = \overline{\psi_t \nu E_0 J_{b1} = E_t J_t},$$
 (76)

worin
$$J_t = \psi_t J_{b1}$$
, $E_t = \nu E_0$, $J_{b1} = \frac{b h_1^2}{12}$, $\psi_t = \frac{W_r (h_1 - x)}{\beta_t J_{b1}}$. (77)

Mit guter Annäherung gilt

$$\psi_t = 2 \gamma (1 - \xi) \frac{\sigma_{ht}}{\sigma'_{ht}} \sim \gamma \frac{\alpha_{ta}}{\nu} (1 - \xi) \rho^{3/2} \sim \frac{\gamma}{\nu} (1 - \xi) \rho^{3/2}$$
 (77a)

und für Rechteckquerschnitt, der Einfachheit halber nur mit Zugstählen,

$$\psi_{t} = 4\xi^{3} + \frac{6(1-\xi)^{3}}{\beta_{t}} + 12 n_{t} \mu (\zeta_{1} - \xi)^{2},$$

$$\zeta_{1} = \frac{h}{h_{1}}, \qquad n_{t} = \frac{n_{0}}{\nu} = (1+\varphi) \frac{n_{0}}{\nu_{0}}.$$

$$(77 b)$$

wenn

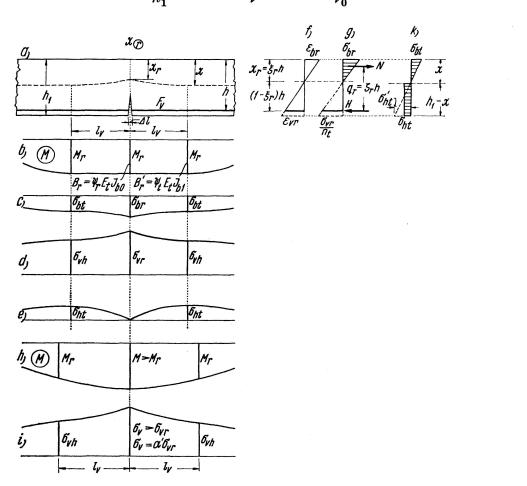


Fig. 13. Biegesteife B_a und Rißweite Δl .

(79)

c) Formänderung des Stahlbeton-Biegebalkens nach dem Auftreten der Risse

Nach dem Auftreten der Risse gerät der Stahlbeton-Biegeträger in den Spannungszustand II. Die neutrale Achse x_r verschiebt sich etwas gegen die Druck-Randfaser hin (Fig. 13). In der Druck-Randfaser sowie in der gedrückten Stahleinlage wächst die Spannung σ_{br} bzw. σ'_{vr} an, während sich die Betondruckzone vermindert und in der unteren Faser die Betonspannung gleich Null wird. In einer Entfernung l_v vom ersten Riß an entspricht der Spannungszustand dem Grenzzustand der Rissebildung.

Vor allem werde der Fall eines einzigen Risses behandelt. Man ermittle die Veränderung der Biegesteife B_r , die Entfernung l_v eines möglichen zweiten Risses vom ersten Riß und die Rißweite Δl . In diesem unmittelbar auf die Rißbildung folgenden Zustand wird die Veränderlichkeit der Druckspannungen noch linear vorausgesetzt. Auf den gerissenen Querschnitt wirkt gerade das Rißmoment M_r . Zwecks Vereinfachung der Berechnungen erscheint es zweckmäßig den Rechnungsgang für einen Rechteckquerschnitt ohne Druckeinlagen darzustellen.

Die Entfernung x_r beziehungsweise $\zeta_r = x_r/h$ läßt sich aus den bekannten Beziehungen für den Spannungszustand II. berechnen, also mit den üblichen Bezeichnungen $\mu = F_v/bh$,

$$\xi_{r} = n_{t} \mu \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n_{t} \mu} - 1} \right),
q = \left(1 - \frac{\xi_{r}}{3} \right) h = \zeta_{r} h,
\epsilon_{br} = \frac{\sigma_{br}}{v E_{0}} = \frac{2 M_{r}}{v E_{0} \zeta_{r} \xi_{r} b h^{2}},
\epsilon_{vr} = \frac{\sigma_{vr}}{E_{v}} = \frac{M_{r}}{E_{v} \zeta_{r} h F_{v}},
\frac{1}{R} = -\frac{M_{r}}{B_{r}} = \frac{\epsilon_{br} + \epsilon_{vr}}{h} = \frac{\epsilon_{vr}}{h - x_{r}} = \frac{\epsilon_{br}}{x_{r}},
|R| = \frac{x_{r}}{\epsilon_{br}} = \frac{v E_{0} \frac{1}{2} \zeta_{r} \xi_{r}^{2} b h^{3}}{M_{r}} = \frac{E_{v} \zeta_{r} (1 - \xi_{r}) F_{v} h^{2}}{M_{r}},
|B_{r} = M_{r} |R| = \frac{1}{2} \zeta_{r} \xi_{r}^{2} b h^{3} v E_{0} = \zeta_{r} (1 - \xi_{r}) F_{v} E_{v} h^{2} = \psi_{r} E_{t} J_{b0},
J_{b0} = \frac{1}{12} b h^{3}$$

$$[\psi_{r} = 6 \zeta_{r} \xi_{r}^{2} = 12 \zeta_{r} (1 - \xi_{r}) n_{t} \mu.$$
(79)

und

Die Veränderlichkeit der Biegesteife zeigt das Verhältnis der Formeln (77) und (78)

$$\frac{B_r}{B_r'} = \frac{\psi_r}{\psi_t} \zeta_1^3 \sim \frac{\psi_r}{\psi_t} 0.86, \tag{80}$$

unter der Voraussetzung, daß E_t in beiden Fällen dasselbe und $\zeta_1 = 0.95$ ist.

Berücksichtigt man die durchschnittliche Veränderung der Beton- beziehungsweise Stahlspannungen, so ergibt sich die durchschnittliche Biegesteife mit der auf die Strecke $l_v(l_r)$ bezogenen Nutzhöhe gerechnet zu

Die Bestimmung der Werte für ψ_a ermöglichen bei gegebenen Baustoffgüten und geometrischen Abmessungen die bereits angeführten Formeln (77), (78) und (79). Im allgemeinen kann annähernd die Bezeichnung

$$\psi_a = \frac{1}{3} \left(2 \psi_r + \psi_t \right) \tag{82}$$

verwendet werden. Auf dieser Grundlage fanden wir z. B. bei 1% igem Bewehrungsanteil für den Wert ψ_a bei Kurzzeitlast durchschnittlich 0,65, bei Langzeitlast 1,35. Für den Wert von ν erhielten wir bei Kurzzeitlast 0,9, bei Langzeitlast 0,3 und für die Werte $\psi_a \nu$ 0,6 beziehungsweise 0,4.

Was nun die wahrscheinlichen Werte für die Entfernung des nächstfolgenden Risses betrifft, läßt sich hierfür sinngemäß die Gl. (48) anwenden, das heißt

 $l_v = rac{F_v}{ au K_v} (\sigma_{vr} - \sigma_{vh})$,

worin

$$\begin{split} \sigma_{vr} &= \frac{M_r}{\zeta_r h \, F_v}, \\ \sigma_{vh} &= \sigma_{hl}' n_t \frac{h-x}{h_1-x} = \epsilon_h' \, E_1 \frac{h-x}{h_1-x} \sim \sigma_{ht}' \, n_t \sim n_t \beta_t \, \sigma_{ht}. \end{split}$$

Die auf die Zugeinlagen lastende Differenz der Zugkräfte ist

weil

$$M_r = \sigma_{vr} \zeta_r h F_v = \sigma_{ht} W_r = \sigma_{vr} W_v, \qquad W_v = \zeta_r h F_v$$

und so

$$u_r = \sigma_{vr} \zeta_r h \, T_v = \sigma_{ht} \, W_r = \sigma_{vr} \, W_v, \qquad W_v = \zeta_r h \, T_v$$

$$l_v = \frac{F_{vht}}{K_v \, \tau} \left(\frac{W_r}{W_v} - n_t \beta_t \right). \tag{83}$$

Die durchschnittliche Stahlspannung beträgt

$$\sigma_{va} = \sigma_{vr} - \frac{2}{3} \frac{F_v \sigma_{ht}}{F_v} \left(\frac{W_r}{W_v} - n_t \beta_t \right) = \psi \sigma_{vr}, \tag{84}$$

worin

$$\psi = \frac{1}{3} \left(1 + 2 \frac{W_v}{W_r} n_t \beta_t \right)$$
 (84a)

Auf dieser Grundlage läßt sich folgender Ausdruck geben

$$\boxed{\underline{\Delta l}} = \epsilon_a l_r = \frac{\sigma_{va}}{E_v} l_r = 2 \psi \frac{\sigma_{vr}}{E_v} l_v \qquad (85)$$

In diesen Formeln sind an der Strecke l_v konstante Momente vorausgesetzt worden; ist dies nicht der Fall, sondern nimmt das Moment links und rechts vom Riß ab, dann kann ein nächstfolgender Riß erst dann auftreten, wenn im gerissenen Querschnitt und damit auch in den Nachbarquerschnitten die Beanspruchung derart wächst, daß im Querschnitt des ersten Risses ein $M > M_r$ und in einer größern Entfernung l_v als vorher ein $M = M_r$ auftritt.

In diesem Fall gestalten sich die vorigen Beziehungen anhand der Fig. 13h (und i) folgendermaßen

$$M = \sigma_v W_v = \alpha' M_r = \alpha' \sigma_{ht} W_r,$$

$$\sigma_v = \frac{\alpha' \sigma_{ht} W_r}{W_v}$$
und so
$$l_v = \frac{F_v \sigma_{ht}}{K_v \tau} \left(\alpha' \frac{W_r}{W_v} - n_t \beta_t \right). \tag{83a}$$

In dieser Gleichung ist in Abhängigkeit von der Form der Momentenfigur $\alpha \ge 1$ und die Spannung σ_v größer als σ_{vr} .

Es gilt dann

$$\boxed{\psi = \frac{1}{3} \left(1 + 2 \frac{W_v}{\alpha' W_r} n_t \beta_t \right)}.$$
(84b)

Die Berechnungen ordnet man derart, daß vorerst mit Formeln (60), (61) gearbeitet wird, sodann anhand der Momentenfigur unter Berücksichtigung von l_v der Wert α' ermittelt wird, worauf man dann wieder l_v , α' und so weiter rechnet.

Überschreitet die Beanspruchung auch im Querschnitt des neuen Risses den Wert M_r und steigt im Querschnitt des ersten Risses die Beanspruchung noch weiter an, dann entstehen offenbar noch weitere Risse und auch die bereits entstandenen öffnen sich weiter, und, ist die Flächenhaftung erschöpft, dann kann sogar die Stahleinlage, sich vom Beton loslösend, ins Gleiten kommen.

Die neutrale Achse verschiebt sich gegen den gedrückten Rand hin; die Druckspannungsfigur weicht immer mehr von der Dreieckform ab und nähert sich der für den Bruchzustand kennzeichnenden — nahezu rechteckigen — Spannungsverteilung, so daß der Hebelarm der Zug- und Druckkräfte in den Wert

$$q = \left(1 - \frac{\xi}{2}\right)h$$

übergeht.

In den Zugeinlagen wachsen die Stahlspannungen σ_v über den Wert σ_{vr} der Rißquerschnitte an, während auch die durchschnittliche Stahlspannung den genannten Wert überschreitet. In Fig. 14 ist die Veränderlichkeit der x-Achse sowie der Spannungen dargestellt.

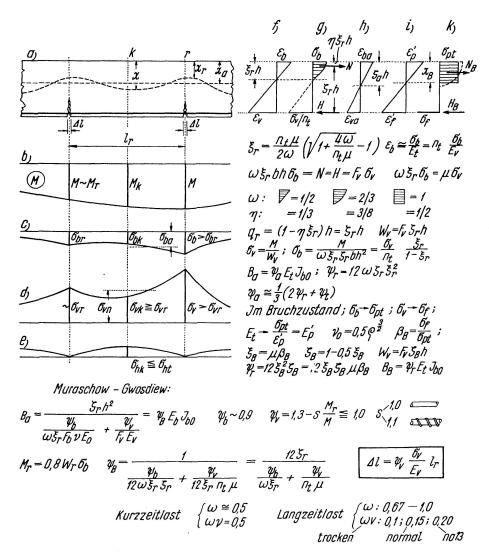


Fig. 14. Biegesteife nach der Rißbildung.

Die Biegesteife und die Aufspaltung der Risse in der Umgebung des Risses, selbst dann, wenn im Rißquerschnitt $\sigma_v > \sigma_{vr}$, im Halbierungspunkt zwischen den Rissen jedoch kein neuer Riß entstanden ist, können aus den Formeln (78)—(85) berechnet werden. Ist im Rißquerschnitt das σ_b genügend groß, so daß die Druckspannungsfigur krummlinig ist, dann folgt mit den Bezeichnungen in Fig. 14e) und f) aus der Gleichheit der Zug- und Druckkräfte

$$N = \omega \sigma_b \xi_r b h = F_v \sigma_v = H,$$

worin das ω den Füllungsgrad der Druckspannungsfigur zum Ausdruck bringt. Dem Formänderungsdiagramm entsprechend ist

$$egin{align} \epsilon_b &= rac{\sigma_b}{E_t} \, \epsilon_v = rac{\sigma_v}{E_v} = \epsilon_b rac{1 - \xi_r}{\xi_r} = rac{\sigma_b}{E_t} rac{1 - \xi_r}{\xi_r} \ & \sigma_v = n_t \, \sigma_b rac{1 - \xi_r}{\xi_r}, \qquad \sigma_b = rac{M}{\omega \, \xi_r \, \zeta_r \, b \, h^2}, \ & q_r = (1 - \eta \, \xi_r) \, h = \zeta_r h \, , \qquad W_v = F_v \, \zeta_r h \, , \end{array}$$

und hieraus

und schließlich, vorausgesetzt daß $\sigma'_{ht} \sim \sigma'_{h}$, laut Formel (78) im allgemeinen

$$B_r = \psi_r E_t J_{b\,0} = \psi_r \nu E_0 J_{b\,0} \,, \tag{78a}$$

$$B_{r} = \psi_{r} E_{t} J_{b 0} = \psi_{r} \nu E_{0} J_{b 0}, \qquad (78a)$$

$$\psi_{r} = 12 \omega \zeta_{r} \xi_{r}^{2} = 12 \zeta_{r} (1 - \xi_{r}) n_{t} \mu \qquad (79a)$$

Die durchschnittliche Biegesteife hingegen ist

$$B_a = \psi_a E_t J_{b0} = \psi_a \nu E_0 J_{b0} \tag{81}$$

und

$$\psi_a = \frac{1}{3} (2 \psi_r + \psi_t). \tag{82a}$$

Der Wert ω ist für ein Dreieck 1/2, für eine Parabel 2/3, für ein Viereck 1, der Wert η für ein Dreieck 1/2, für eine Parabel 3/8, für ein Viereck 1/2.

Die Spaltung des Risses wird nach Gl. (85) berechnet, wobei der Wert ψ aus Gl. (84b) zu ermitteln ist.

Wie aus einer Untersuchung der Formeln hervorgeht, können die Berechnungen nur auf dem Wege von Probieren durchgeführt werden, da in den Formeln die Faktoren $\nu_0, \nu, n_t, \omega, \alpha' \dots$ zum vornherein nicht genau bekanntsind, sondern zuerst eingeschätzt und die Rechnungen im Bedarfsfall wiederholt werden müssen.

Im Stadium kurz vor Bruch können im Rißquerschnitt die Druckspannungen als Rechteckfigur angenommen werden. Die durchschnittliche Biegesteife kann auch in diesem Fall berechnet werden, und zwar in der hier geschilderten Weise, doch erhält man mit den Versuchen besser übereinstimmende Ergebnisse, wenn man die Rechnungen mit einer verbesserten Variante des Verfahrens von Muraschow durchführt [9], [10], [11].

Die Rißweite läßt sich, ähnlich wie in Gl. (48), durch die Formel

$$ec{\Delta \, l} = \psi_a rac{\sigma_v}{E_v} l_r$$

ausdrücken, mit ψ wie Gl. (82) und

$$\sigma_v = rac{M}{F_v \, \zeta_r h}$$

oder ähnlich zu Gl. (48)

$$\Delta l = \frac{\sigma_v + \sigma_{vk}}{2 E_v} l_r,$$

worin σ_{vk} die im Halbierungspunkt zwischen zwei Rissen auftretende und aus Spannungszustand II berechnete Stahlspannung bedeutet.

Wiederholt muß betont werden, daß sämtliche Formeln bezüglich der Rißweite und des Rißabstandes nur so lange gültig sind, bis die Flächenhaftung zwischen den zwei vorhandenen Rissen nicht erschöpft ist. Nach Erschöpfung der Flächenhaftung gerät die Stahleinlage ins Gleiten, löst sich vom Beton und das Öffnen des Risses wird nunmehr allein durch die Stahlspannung bedingt [12], [13].

Grundsätzlich sind die Formeln der Biegesteife auch im Bruchstadium gültig.

Mit den Bezeichnungen in Fig. 14i), k) ergibt sich aus der Gleichung

$$\begin{split} N_B &= \xi_B b \, h \, \sigma_{pt} = H_B = F_v \, \sigma_f \colon \\ \xi_B &= \mu \, \beta_B \quad \text{und} \quad \zeta_B = 1 - 0.5 \, \xi_B, \\ \beta_B &= \frac{\sigma_f}{\sigma_{nt}} \quad \text{und} \quad \sigma_{pt} \end{split}$$

worin

bei Kurzzeitlast die Biegedruckfestigkeit, bei Langzeitlast hingegen die Dauerstandfestigkeit bedeutet. Der Krümmungshalbmesser beträgt

$$|R| = \frac{x_B}{\epsilon'_p} = \frac{\xi_B}{\epsilon'_p} h = \frac{\xi_B}{\sigma_{pt}} E_t h,$$

$$\overline{B_B} = |R| M_B = \overline{\psi_{Br} E_t J_{b0}},$$
(83)

die Biegesteife

worin das Bruchmoment

$$M_B = \xi_B \zeta_B \sigma_{pt} b h^2 = F_v \zeta_B h \sigma_f = W_v \sigma_f, \tag{84}$$

der auf die Schwerlinie der Bewehrung bezogene Wiederstandsmodul

$$W_v = F_v \zeta_B h = \mu \zeta_B \beta_B \sigma_{nt} b h^2, \tag{85}$$

der Minderungsfaktor

$$\begin{bmatrix}
\psi_{Br} = 12 \, \xi_B^2 \, \zeta_B = 12 \, \xi_B \, \zeta_B \, \mu \, \beta_B
\end{bmatrix},$$

$$E_t = \nu \, E_0, \qquad \nu = \frac{\nu_0}{1+\varphi} \sim \frac{\epsilon_p}{2 \, \epsilon_p'} \sim 0.5 \, \rho^{3/2}.$$
(86)

Im Falle ausmittiger Beanspruchung ist natürlich der ausmittige Druck (die Spannkraft) bei der Berechnung der Biegesteife zu berücksichtigen.

Für gerissene Querschnitt kann die Biegesteife mit den Bezeichnungen in Fig. 14 aus der Formel der Krümmung berechnet werden. Nach einem Vorschlag von Muraschow-Gwosdiew [10], [9]:

$$\left| \frac{1}{R} \right| = \frac{\epsilon_{be} + \epsilon_{ve}}{h} = \frac{M_v}{\zeta_r h^2} \left(\frac{\psi_b}{\xi_r \, \omega \, \nu \, F_b \, E_0} + \frac{\psi_v}{F_v \, E_v} \right) - P \, \frac{\psi_v}{F_v \, E_v \, h}, \tag{87}$$

worin
$$M_v = F_v \zeta_r h \sigma_b \tag{88}$$
 und weil
$$\sigma_v = \frac{M_v}{\zeta_r h F_v} - \frac{P}{F_v}, \qquad M_r = 0.8 \ W_r \sigma_h \tag{88}$$
 und
$$\psi_b = 0.9, \qquad \psi_v = 1.3 - s \frac{M_r}{M} \le 1.0, \qquad s = 1.0 - 1.1.$$

Um diese Ausführungen zu beleuchten, zeigen wir in Fig. 15 die Ergebnisse eines Beispiels [14].

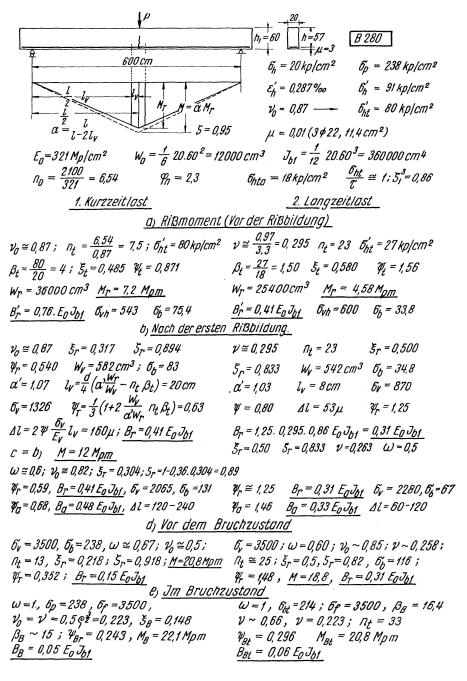


Fig. 15. Eine Aufgabe.

Handelt es sich um die Berechnung der Durchbiegung eines Stahlbetonträgers, dann kann diese Aufgabe in Kenntnis der Momentenfigur und der von Punkt zu Punkt veränderlichen Biegesteifen in der üblichen Weise gelöst werden [14].

 $Zum\ Abschlueta$ sei noch bemerkt, daß im behandelten Themenkreis zahlreiche Vorschläge und Ideen zur Verfügung stehen, deren Anwendung diese Frage mehr oder weniger gut annähert.

Der Verfasser verfolgte in diesem Beitrag das Ziel, in einheitlicher Anschauungsweise für die Berechnung der Formänderungen von Stahlbetonträgern — hauptsächlich für die gewöhnlichen schlaffbewehrten Tragwerke — praktisch gut anwendbare Formeln und Verfahren zusammenzustellen. Auch wollte er bei der Angabe der Parameter in den Formeln den einheimischen und ausländischen Versuchsergebnissen gebührend Beachtung schenken. Natürlich ist zu betonen, daß die durch die vorgeschlagenen Formeln erhaltenen Ergebnisse nur orientierende Werte darstellen, die lediglich als charakteristische Richtwerte betrachtet werden dürfen. Gerade deshalb machte er den Versuch, auch grundsätzliche Probleme im Zusammenhang mit den behandelten Fragen aufzuführen, eine Auslegung der Erscheinungen und einiger heiklerer Punkte zu geben. Das Wesentliche liegt darin, daß der im Entwurf und im Bau tätige Ingenieur sich auch im klaren ist, welche Umstände für die Formänderungen der Stahlbetonkonstruktionen von Einfluß sind, bis zu welchem Maß die Rechnungswerte als zuverlässig betrachtet werden können und schließlich auch damit, welche Mittel und Wege zur Abminderung der schädlichen Formänderungen zur Verfügung stehen.

Schrifttum

- 1. L. Palotás: A beton alakváltozása tartós terhelés hatására (Formänderung des Betons infolge Dauerlast). Anyagvizsgálók közlönye (Mitteil. der Materialprüfer), Budapest, 1938, 1.
 - A vasbetonszerkezetek eröjátéka a tartós alakváltozások figyelembevételével (Kräftespiel der Stahlbetonkonstruktionen mit Berücksichtigung der Dauerverformung). Anyagvizsgálók közlönye (Mitteil. der Materialprüfer), Budapest, 1940, 3.
 - Experimental and theoretical relations between the stronght- and deformation characteristics of concrete, with special respect to the durability. Durability of Concrete, Praha, Rilem-Rapport 1961—1962.
- 2. B. G. Szkramtajev: Sztrojityelnyije materiali (Baustoffe). Sztrojizdat, 1950.
- 3. H. Lossier und I. Faury: La fissuration du béton armé ... Paris, Annales I.F.B.T.P., 1939, mai-juin.
- 4. R. L'HERMITE: Le comportement du béton autour des armatures. Paris, Annales I.T.B.T.P., 1944, mars.
- 5. M. M. Adam: Fissuration des réservoirs en béton armé. Paris, Annales I.T.B.T.P., 1963, mai-juin.
- 6. M. L. P. Brice: Idées générales sur la fissuration du béton armé et du béton précontraint. Paris, Annales I.T.B.T.P., 1964, juin.

- 7. ÉTI KUTATÁSI BESZÁMOLÓ: Méretezési eljárás kidolgozása a tapadóbetétes feszitett szerkezetek repedésmegnyilási határállapotának ellenörzésére (Versuchsbericht v. Bauwissen. Institut über die Rißweite des Spannbetons ...), (Kármány-Garay). Budapest, 1963.
- 8. V. I. Muraschow: Trescsinousztojcsivoszty, zsesztkoszty i procsnoszty zselezobetona. Moszkva, Massztrojizdat, 1950.
- 9. A. A. Gwosdiew: Uj elöirasok a vasbetonszerkezetek tervezési és méretezési szabalyzatában a Szovjetunióban (Neue Vorschriften in sowjetischen Normen ...). Budapest, ÉKME Tud. Közl., 1963, 5.
- 10. Mulin, Artemier: Obosznovanie raszcseta deformacij zselezobetonnüh konsztrukcij po proehtu novüh norm. Beton i zselezobeton 1962, 491—498.
- 11. K. Szalai: Vasbetonszerkezetek (Stahlbetonkonstruktionen). Tervezési segédlet (Lehrheft) II, 1965. Egyetemi jegyzet.
- 12. B. Goschy: Der teilweise gespannte Stahlbeton. Wiss. Zeitschr. H. Sch. f. Verkehrsw. in Dresden, 1964, H. 2.
- 13. Rüsch-Rehm: Versuche z. Bestimmung d. Übertragungslänge v. Spannstählen. Berlin, D.A. f. Stb., 1963, H. 47.
- 14. L. Palotás: Vasbetonszilárdsgátan (Theorie des Stahlbetons). Tankönyvkiadó (Lehrbuch-Verlag), Budapest, 1965. Szakmérnökjegyzet (Lehrheft f. Faching.).

Zusammenfassung

Der Verfasser behandelt die Berechnung der Steifigkeiten, Formänderungen und der Rißsicherheit von Stahlbetonträgern. Unter Beachtung von Versuchsergebnissen stellt er praktische Formeln zusammen, deren Ergebnisse als orientierende Werte gelten sollen.

Summary

This paper deals with the calculation of the stiffness, deflections and safety from cracking of reinforced concrete beams. Taking into account experimental results, the author presents practical methods which give results whose value should be considered as *indicative*.

Résumé

L'auteur traite le calcul de la rigidité, des déformations et de la sécurité à la fissuration des poutres en béton armé. Prenant en compte des résultats expérimentaux, il réunit des formules pratiques à appliquer, qui donnent des résultats dont la valeur doit être considérée comme *indicative*.

Leere Seite Blank page Page vide