

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen  
**Band:** 26 (1966)

**Artikel:** De l'importance des déformations dans la sécurité des structures métalliques  
**Autor:** Lorin, P.A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-20876>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## **De l'importance des déformations dans la sécurité des structures métalliques**

*Über die Bedeutung der Verformungen für die Sicherheit der Stahlkonstruktionen*

*Importance of Deformations for the Safety of Steel Structures*

P. A. LORIN  
Ingénieur-Constructeur, Paris

Pour aborder le concret dans toute sa complexité, les mécaniciens ont commencé par bâtir des abstractions simples auxquelles pouvait s'appliquer, avec toute sa puissance, l'outil mathématique.

Cependant, à mesure que la réalisation demandait une analyse plus fine du réel, il a fallu introduire plus de complexité, abandonnant ainsi à regret les hypothèses simples et par cela même, renonçant à la rigueur des calculs.

Le mécanicien a raisonné tout d'abord sur les pures abstractions que sont le point matériel et le corps rigide parfait. Les résultats, en ce qui concerne la statique sont toujours valables, et la notion de stabilité statique, au sens de la mécanique rationnelle, est tout à fait fondamentale.

Malgré l'évidence de ce principe, il arrive encore trop souvent de constater que des effondrements de structures sont dûs à des fautes concernant la stabilité statique.

Lorsque l'on introduit des éléments de stabilité, on s'exprime, en général, en disant que de tels éléments doivent rendre la structure indéformable. Dans un tel cas, on sous-entend évidemment qu'il s'agit d'obtenir une figure géométriquement indéformable, tout corps réel se déformant sous l'effet des sollicitations.

Ceci nous amène à la mécanique des milieux continus où l'on a été nécessairement conduit à se préoccuper des déformations et à chercher à quelles lois elles obéissent.

Dans la plupart des théories anciennes et récentes, on ne considère que des déformations relativement petites.

On a constaté également par l'expérience que pour des déformations petites, on a toujours des *phénomènes réversibles* ou qui peuvent devenir réversibles (adaptation plastique lorsqu'il n'y a pas cumul des déformations).

Cette réversibilité conduit à la notion de l'état initial et de l'état final, et donne immédiatement la possibilité d'introduire le *potentiel interne*.

Cette notion est fondamentale et permet d'établir en partant d'un point de vue macroscopique les lois de la *théorie de l'élasticité*.

Lord Kelvin a démontré que les coefficients d'élasticité résultaient de la notion thermodynamique de potentiel interne.

Green a montré que l'existence du potentiel interne conduisait à l'existence de 21 coefficients d'élasticité dans le cas de problèmes isothermes (pour un milieu non isotrope) auxquels il faut ajouter dans le cas où intervient la température un coefficient de chaleur spécifique et 6 coefficients d'augmentation des tensions par la température.

Avec l'existence d'un potentiel interne, et en se limitant à des sollicitations donnant de petites déformations, on en arrive ainsi à cette notion abstraite du *corps élastique idéal*.

Si ce corps n'existe pas en réalité, cette théorie a rendu et rend dans la pratique de remarquables services; on peut, sur ce point, faire un parallèle avec la non moins remarquable théorie des gaz parfaits.

Ce qui est parfait n'existe pas. Il n'en reste pas moins que la simplicité obtenue, grâce à cette abstraction, permet de pousser assez loin l'analyse.

La théorie élastique permet, avec quelques simplifications supplémentaires, telles que celles qui ont été introduites dans la théorie des poutres, de poser le problème pour qu'il soit accessible au calcul.

Hélas, quelquefois, la mise en équations est bien tentante; des lois linéaires entre déformations et contraintes permettent beaucoup de calculs, mais il ne faut pas perdre de vue les hypothèses, si l'on désire avoir des résultats réellement valables.

Plus récemment, on a corrigé ces théories pour se rapprocher du réel en tenant compte de cette autre qualité du corps déformable que l'on a appelé *plasticité*, où les lois ne sont plus linéaires et où les phénomènes ne sont plus réversibles. Encore faut-il simplifier le réel en utilisant des images: le corps rigide-plastique, le corps élasto-plastique...

On est alors amené à étudier davantage les lois de déformation des structures, en particulier dans la recherche des états d'équilibre limites.

Ceci conduit, en particulier, à rechercher les lois de déformations des systèmes réticulés, par la considération du polygone d'écoulement et à déterminer le critère de sécurité, par l'adaptation du système.

Ainsi s'est exprimée une *nouvelle tendance dans la recherche des déformations*, dont la considération est capitale pour la sécurité des constructions.

Jusqu'ici, très généralement, les lois de l'élasticité ont conduit uniquement à calculer des contraintes. La plupart des règlements ont basé la sécurité

uniquement sur la considération de contraintes admissibles fixées de telle sorte que l'on ait une probabilité jugée suffisante pour la sécurité de rester dans le domaine des déformations réversibles.

Si l'on demande, avec ces règlements, des calculs de déformations, ce n'est, en fait, pas pour la sécurité, mais pour des conditions d'utilisation des structures: limite de flexibilité de planchers, de poutres de pont, de portiques supportant des poutres de chemins de roulement de ponts, etc.

C'est sur ce point que nous désirons nous arrêter un instant et insister sur le fait que le véritable calcul en sécurité est un calcul de déformations, avec vérification complémentaire que ces déformations restent réversibles (considérations des contraintes et possibilité d'adaptation).

Un premier point nous apparaît prendre une importance très particulière dans le cas des structures métalliques, c'est celui des équilibres où interviennent des sollicitations critiques dites d'*instabilité élastique*.

Tels sont les problèmes des éléments comprimés, avec le phénomène du flambement, des éléments en flexion, avec le phénomène du déversement, des éléments minces dans des cas de sollicitations diverses, avec le phénomène du voilement des âmes ou du cloquage des parois cylindriques.

Pour tous ces cas, on peut prendre le problème en considérant des corps élastiques idéaux soumis à des sollicitations idéales, ce sera, par exemple, une colonne rigoureusement homogène rectiligne et centrée soumise à une compression rigoureusement centrée, ce sera aussi une plaque idéalement plane soumise à des sollicitations situées rigoureusement dans le plan moyen.

A de telles abstractions, on peut appliquer les théories de l'élasticité et de la stabilité, telle qu'elle est définie en mécanique rationnelle et l'on détermine alors des sollicitations critiques à partir desquelles les formes initiales deviennent instables. Ceci conduit à la notion de *bifurcation d'équilibre*.

La réalité est totalement différente.

En fait, même dans le domaine purement élastique, il est exceptionnel que les lois de déformations des structures soient des fonctions dont les paramètres varient linéairement avec les sollicitations.

Ceci n'est vrai que pour les éléments tendus à condition qu'ils n'aient que très peu d'inertie (un profil laminé rond de très grand élancement ou un câble) ou pour des éléments fléchis si l'on ne considère que la flèche (sans tenir compte du déversement).

Si l'on prend le problème des corps réels, on voit que la plupart des déformations ne varient jamais linéairement avec les sollicitations, mais on constate aussi que la loi de déformation fait intervenir des paramètres où entre l'expression de sollicitations caractéristiques.

Celles-ci doivent donc effectivement être prises en considération, mais n'apparaissent plus alors comme des sollicitations caractérisant une instabilité élastique de corps idéaux, mais comme des *sollicitations caractéristiques de la loi de déformation*.

Si nous reprenons le problème de la barre comprimée, rappelons comment s'introduit la notion de force critique sans faire appel à la notion d'instabilité élastique de la barre idéale.

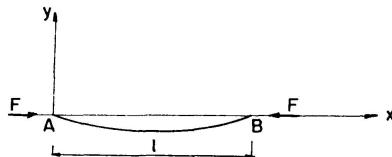


Fig. 1.

Si on considère la barre  $AB$  soumise par des actions transversales à un moment fléchissant égal au point d'abscisse  $x$  à  $\mu(x)$  et à une force de compression  $F$ , le moment fléchissant sous l'ensemble de ces sollicitations sera

$$M(x) = \mu(x) - Fy.$$

Ne considérant que de petites déformations qui autorisent à prendre pour la courbure l'expression simplifiée

$$\frac{d^2y}{dx^2}$$

la déformée satisfait à l'équation différentielle

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = \mu(x) - Fy.$$

La déformée est alors donnée par l'expression

$$y(x) = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + \frac{\alpha}{F} \int_0^x \mu(t) \sin \alpha(x-t) dt$$

en posant  $\alpha^2 = \frac{F}{EI}$ . Les conditions aux limites ( $y=0$  pour  $x=0$  et  $x=l$ ) permettant de calculer les constantes  $A$  et  $B$ , on a finalement:

$$y(x) = \frac{\alpha}{F} \int_0^x \mu(t) \sin \alpha(x-t) dt - \frac{\sin \alpha x}{\sin \alpha l} \int_0^l \mu(t) \sin \alpha(x-t) dt.$$

En appelant  $F_C$  la force critique d'Euler, telle qu'on la détermine par la considération de l'instabilité élastique de la barre idéale, on peut écrire:

$$\alpha = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{F}{F_C}}.$$

On voit ainsi que  $F_C$  est caractéristique de la déformée si faible que soit  $F$ .

La loi de déformation n'est donc jamais linéaire et cette loi fait intervenir la force critique  $F_C$ .

On sait d'ailleurs que si une barre non rectiligne est soumise à une compression  $F$  (en supposant que la forme initiale, où les courbures sont petites, s'écarte peu d'une sinusoïde) la flèche de cette barre est majorée si faible que soit  $F$  avec le facteur

$$\frac{1}{1 - \frac{F}{F_c}}.$$

Il n'est pas d'ailleurs que le cas de la compression où la loi de déformation ne soit pas linéaire, il en est de même pour le cas de la traction et la loi de déformation s'exprime aussi en fonction de

$$\alpha = \sqrt{\frac{F}{EI}}$$

(mais dans l'expression de la déformée interviennent des sinus et cosinus hyperboliques et non plus des sinus et cosinus naturels), c'est-à-dire que dans ce cas,  $F_c$  n'est plus une sollicitation caractérisant de très grandes déformations.

Il est facile de voir que dans le phénomène appelé *déversement* des éléments fléchis, il y a des lois de déformation faisant intervenir les sollicitations critiques, qui peuvent se définir sans qu'il soit besoin de faire appel à la notion d'instabilité élastique d'une poutre idéale.

Supposons une poutre de section et d'inertie constante, de section rectangulaire mince, soit  $0x, y, z$ , les axes définis:  $0x$  fibre neutre de l'élément fléchi dans le plan  $x0y$ ,  $0z$  normal au plan de flexion  $x0y$ .

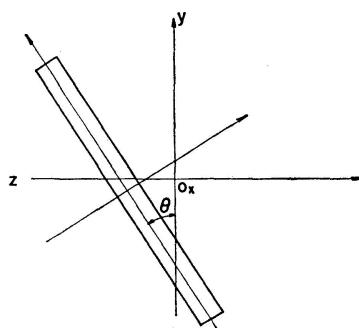


Fig. 2.

Les moments d'inertie sont  $I$  suivant l'axe  $0z$ ,  $i$  suivant l'axe  $0y$ ,  $GK$  la rigidité de torsion de l'élément au tour de l'axe  $0x$ .

Considérons le point d'abscisse  $x$  et appelons  $\theta$  l'angle de l'axe  $0y$  dévié avec l'axe de référence.

Sous l'action d'un moment constant  $M$ , on sait que dans la position d'équilibre,  $\theta$  satisfait à l'équation différentielle.

$$GK \frac{d^2\theta}{dx^2} = - \frac{M^2}{Ei} \theta.$$

Si l'on considère alors une barre idéalement parfaite où en l'absence de

sollicitations  $\theta$  soit pour toute valeur de  $x$  rigoureusement nul, on voit alors qu'il y a instabilité élastique pour une valeur critique du moment constant  $M$

$$M_C = \frac{\pi \sqrt{E i G K}}{l}.$$

Mais supposons qu'avant application de la sollicitation  $M$ , la barre rectangulaire ne soit pas plane, et que l'on ait une loi

$$\theta_0(x) = a_0 \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Après l'application de  $M$ , on aura une déformée

$$\theta(x) = \theta_0(x) + \theta_1(x)$$

et l'on aura

$$GK \frac{d^2 \theta_1}{dx^2} = - \frac{M^2}{E i} (\theta_0 + \theta_1).$$

On a la solution de cette équation de la forme

$$\theta_1(x) = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$$

et l'équation nous donne

$$-GK a_1 \frac{\pi^2}{l^2} + \frac{M^2}{E i} (a_0 + a_1) = 0,$$

d'où

$$a_0 + a_1 = \frac{GKEi\pi^2}{l^2} \frac{a_1}{M^2}.$$

En posant  $M_C = \frac{\pi \sqrt{E i G K}}{l}$  (on voit qu'il n'est pas besoin de faire appel à la notion d'instabilité élastique pour introduire le moment critique  $M_C$ )

$$a_0 + a_1 = \left( \frac{M_C}{M} \right)^2 a_1,$$

d'où

$$a_0 + a_1 = \frac{1}{1 - \frac{M^2}{M_C^2}} a_0$$

et la loi déformée

$$\theta(x) = \frac{1}{1 - \frac{M^2}{M_C^2}} \theta_0(x).$$

La sollicitation caractéristique  $M_C$  intervient ainsi dans toute déformation si petit que soit  $M$ .

On voit aussi apparaître une différence fondamentale entre le flambement et le déversement.

Pour une barre comprimée, si  $F$  est égale au quart de  $F_C$ ,

$$\frac{1}{1 - \frac{F}{F_C}} = 1,33,$$

la flèche augmente de 33% ; pour la barre fléchie sous moment constant et si  $M$  est le quart de  $M_C$ ,

$$\frac{1}{1 - \frac{M^2}{M_C^2}} = 1,0675$$

la déviation n'est augmentée que de 6,75%. Les grandes déformations apparaissent plus tard, mais elles sont plus brutales.

On peut aisément montrer que le problème du voilement des plaques est de même nature.

Prenons un cas très simple, avec un calcul sommaire.

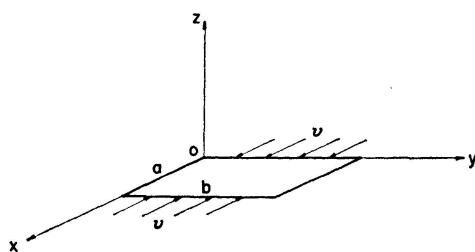


Fig. 3.

Soit une plaque rectangulaire, feillet moyen dans le plan  $x0y$ , de côtés  $a$  et  $b$ , sollicitée en compression, suivant un axe parallèle à  $0x$ , avec une contrainte uniforme  $\nu$ .

En supposant la plaque inextensible, on suppose nulles les déformations  $u(x, y)$  et  $v(x, y)$  et on suppose une déformation en dehors du plan  $x, y$   $w(x, y)$ .

En négligeant les forces massiques, nous avons l'équation d'équilibre donnée par Saint-Venant

$$\frac{EI}{1-\sigma^2} \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2} \right) = e \left( N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 T_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right),$$

où  $e$  est l'épaisseur de la plaque  $I$  son inertie par unité de longueur et  $\sigma$  le module de Poisson.

Dans le cas envisagé  $N_1 = -\nu$ ,  $N_2 = 0$ ,  $T_3 = 0$ .

Supposons qu'avant l'application de la sollicitation de compression, la plaque ne soit pas rigoureusement plane mais ait une forme donnée par

$$w_0(x, y) = \sin \frac{\pi y}{b} a_m^0 \sin m \frac{\pi x}{a},$$

on aura une solution de l'équation d'équilibre sous l'action de  $\nu$  avec une déformée

$$w(x, y) = w_0(x, y) + w_1(x, y) = \sin \frac{\pi y}{b} (a_m^0 + a_m^1) \sin m \frac{\pi x}{a}.$$

L'équation de Saint-Venant donne alors

$$\frac{EI}{1-\sigma^2} \left[ m^4 \frac{\pi^4}{a^4} + 2m^2 \frac{\pi^4}{a^2 b^2} + \frac{\pi^4}{b^4} \right] a_m^1 = +e\nu m^2 \frac{\pi^2}{a^2} (a_m^0 + a_m^1),$$

soit

$$\frac{\pi^2 EI a^2}{(1-\sigma^2) m^2} \left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right]^2 a_m' = +e\nu (a_m^0 + a_m'),$$

soit en posant

$$\frac{\pi^2 EI}{e(1-\sigma^2)} \frac{a^2}{m^2} \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 = \nu_C,$$

$$\nu_C a_m^1 = \nu (a_m^0 + a_m'),$$

on trouve alors

$$w(x, y) = w_0(x, y) \frac{1}{1 - \frac{\nu}{\nu_C}}.$$

La déformation de la plaque fait ainsi intervenir la contrainte critique de voilement, sans qu'il soit besoin d'appliquer la théorie de l'énergie de Timoshenko à l'instabilité élastique d'une plaque idéalement plane.

N'oublions pas que toutes les hypothèses supposent les déformations petites, le facteur d'amplification comme dans le cas du flambement ou du déversement n'est pas valable et n'a aucune signification lorsque la sollicitation devient une fraction notable de la sollicitation critique.

Le calcul sommaire exposé ne prétend pas traiter le problème du voilement, les hypothèses ont été simplifiées à l'extrême, aussi bien quant à la sollicitation que quant à la forme initiale. Nous avons seulement voulu montrer que les sollicitations critiques interviennent dans toute loi de déformations de plaques non idéalement planes et ceci, indépendamment de la notion d'instabilité élastique.

On peut encore donner un exemple intéressant de loi de déformation où intervient une sollicitation critique, c'est celui du long tube circulaire en pression hydrostatique.

On sait que le tube rigoureusement circulaire soumis à une pression hydrostatique  $p$  flambe (au sens de l'instabilité élastique) pour une valeur critique de  $p$

$$p_C = \frac{3EI}{R^3}.$$

$I$  inertie de la section de la paroi par unité de longueur,  
 $R$  rayon du tube.

Mais si ce tube est d'abord sollicité en flexion avec un moment  $M$ , l'application d'une pression  $p$  si faible soit-elle, majore le moment  $M$ , le coefficient majorateur étant

$$\frac{1}{1 - \frac{p}{p_C}}.$$

(Voir cours de résistance des matériaux de Monsieur J. Courbon.)

Comme un tube ne peut jamais être rigoureusement circulaire, toute pression hydrostatique donne dans la paroi non seulement une compression, mais aussi une flexion, il s'ensuit que sa forme se modifie dès l'application d'une pression quelconque  $p$ .

Plus généralement, on peut dire que toute équation d'équilibre se présente sous la forme

$$RA'' = S.$$

$R$  rigidité,

$A''$  dérivée seconde d'une déformation ou d'une fonction de la déformation ( $y, \theta, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  dans les exemples précédents),

$S$  fonction des sollicitations.

*Si  $S$  est indépendant de la fonction de déformation, les lois de déformation sont linéaires dans le domaine élastique.*

*Si  $S$  dépend de la déformation, les lois de déformation ne sont plus linéaires même dans le domaine élastique, ces lois font alors apparaître des valeurs caractéristiques des sollicitations (qui sont des valeurs critiques dans le cas des instabilités de formes).*

La notion de bifurcation d'équilibre ne s'applique qu'à des abstractions qui peuvent se trouver fort éloignées de la réalité.

En fait, sur la route des déformations il n'y a pas de panneau «croisement dangereux», mais il peut y avoir des panneaux «virage dangereux».

Si nous en venons aux structures complexes ou aux systèmes de poutres, on est conduit pour l'étude des déformations à chercher les lois de transmission des moments de flexion d'une extrémité à l'autre de la barre.

Nous rappelons la formule généralement employée (soit dans la méthode des déformations, soit dans des méthodes de relaxation CROSS par exemple).

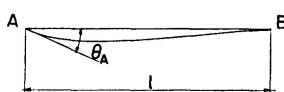


Fig. 4.

Si on considère une barre  $AB$ , rigoureusement encastrée en  $B$ , une rotation  $\theta_A$  en  $A$  donne des moments  $M_A$  en  $A$ ,  $M_B$  en  $B$  qui, si on néglige l'effet de l'effort normal et de l'effort tranchant que cet effort normal engendre dans la déformée, ont pour expression dans le cas d'une barre de longueur  $l$  d'inertie constante  $I$

$$M_A = -4 \frac{EI}{l} \theta_A,$$

$$M_B = 2 \frac{EI}{l} \theta_A.$$

Mais si l'on tient compte de l'effet d'un effort normal de traction ou de

compression de valeur absolue  $F$ , on peut établir en prenant pour la courbure l'expression approchée  $\frac{d^2y}{dx^2}$  (étude présentée par Monsieur Absi).

Si  $F$  est une traction

$$M_A = \frac{F}{\omega} \frac{\omega l \operatorname{Ch} \omega l - \left(1 - \frac{F}{GS_1}\right) \operatorname{Sh} \omega l}{\omega l \operatorname{Sh} \omega l + 2 \left(1 - \frac{F}{GS_1}\right) (1 - \operatorname{Ch} \omega l)} \theta_A,$$

$$M_B = -\frac{F}{\omega} \frac{\omega l - \left(1 - \frac{F}{GS_1}\right) \operatorname{Sh} \omega l}{\omega l \operatorname{Sh} \omega l + 2 \left(1 - \frac{F}{GS_1}\right) (1 - \operatorname{Ch} \omega l)} \theta_A.$$

Si  $F$  est une compression

$$M_A = \frac{F}{\omega'} \frac{\omega' l \cos \omega' l - \left(1 + \frac{F}{GS_1}\right) \sin \omega' l}{\omega' l \sin \omega' l - 2 \left(1 + \frac{F}{GS_1}\right) (1 - \cos \omega' l)} \theta_A,$$

$$M_B = -\frac{F}{\omega'} \frac{\omega' l - \left(1 + \frac{F}{GS_1}\right) \sin \omega' l}{\omega' l \sin \omega' l - 2 \left(1 + \frac{F}{GS_1}\right) (1 - \cos \omega' l)}$$

formules dans lesquelles:

$G$  est le module d'élasticité transversal,  
 $S_1$  est la section réduite d'effort tranchant.

$$\omega^2 = \frac{F}{EI \left(1 + \frac{F}{GS_1}\right)},$$

$$\omega'^2 = \frac{F}{EI \left(1 - \frac{F}{GS_1}\right)}.$$

C'est ainsi que pour une barre tendue travaillant en traction à  $21 \text{ kg/mm}^2$  (avec  $E = 21000 \text{ kg/mm}^2$ ) on voit que pour  $M_A$  au lieu du coefficient 4 on aura:

- environ 4,5 pour un élancement de 60,
- environ 5 pour un élancement de 100,
- environ 6 pour un élancement de 130.

Pour une barre comprimée, le coefficient 4 devient

$$3,92 \text{ pour } \frac{F}{F_C} = \frac{1}{16},$$

$$3,66 \text{ pour } \frac{F}{F_C} = \frac{1}{4},$$

$$3,20 \text{ pour } \frac{F}{F_C} = \frac{9}{16}.$$

( $F_C$  étant la force critique de la barre bi-articulée.)

Si l'on considère alors l'équilibre d'un système complexe:

$$\begin{aligned}S &= KD, \\S &= \text{matrice des sollicitations}, \\K &= \text{matrice de rigidité}, \\D &= \text{matrice des déformations}.\end{aligned}$$

Il est important dans l'expression de la matrice  $K$  de ne pas négliger les corrections des termes de rigidité dues à l'effort normal et à l'effort tranchant.

On sait que si la matrice  $K$  devient singulière les déformations augmentent théoriquement indéfiniment et le système est instable.

En fait, les grandes déformations sont incompatibles avec les hypothèses (en particulier l'expression de la courbure), ceci nous apprend cependant que les déformations deviennent importantes avant qu'on ait atteint un certain niveau des sollicitations.

Cette instabilité peut être due d'ailleurs aussi bien à des éléments tendus qu'à des éléments comprimés.

On doit alors reconSIDérer la structure, on peut augmenter les sections pour corriger les termes de rigidité, mais on peut aussi et ce sera souvent judicieux, revoir la conception du système.

En sorte que la considération des déformations a une importance capitale dans la conception, et non seulement dans le dimensionnement des structures.

Pour les systèmes hyperstatiques, le calcul en plasticité fait apparaître tout l'intérêt des déformations, et oriente le choix vers des conceptions qui satisfont au théorème d'adaptation.

L'étude des déformations, compte tenu des propriétés du matériau, devient essentielle, le contrôle par les contraintes intervient ensuite pour s'assurer que l'on reste dans le domaine des petites déformations réversibles sous les sollicitations de service.

La considération des déformations est ainsi essentielle pour orienter la conception dans le sens d'une judicieuse économie et de la sécurité.

Pour atteindre un niveau voulu de sécurité, la plupart des règlements imposent un calcul en élasticité, en majorant les sollicitations, en minorant les contraintes.

Il serait cependant judicieux très souvent d'imposer pour un niveau moindre des sollicitations des déformations maximales.

L'instabilité des structures est souvent due à un excès de déformations; une structure déformable, et ceci a été constaté plusieurs fois, peut s'effondrer sous de fortes charges de neige, une sollicitation latérale même faible entraînant alors une majoration considérable des déformations.

En particulier, il serait sans doute plus judicieux pour les effets du vent, d'imposer un calcul de déformations plutôt que d'imposer un calcul en contraintes avec de fortes pressions du vent majorés d'effets dynamiques.

Ceci d'ailleurs est surtout valable pour les structures métalliques. Les lois

de déformations font, en effet, intervenir le facteur  $EI$ . Or, si le module  $E$  est 10 à 15 fois celui du béton, 20 fois celui du bois, les contraintes admissibles pour l'acier sont d'un ordre de 20 fois supérieures et donc les inerties sont de l'ordre de 400 fois plus petites.

Sous les effets du vent, on orientera ainsi la conception vers une structure judicieusement conçue.

Dans la conception, il faut également penser à l'intérêt de la *précontrainte*.

La précontrainte peut être intéressante du point de vue «*contrainte*», en renversant le sens des efforts. Il est possible de constituer des systèmes rigides uniquement composés de câbles, si le système précontraint est tel que les câbles ne soient jamais détendus.

Mais il faut penser, surtout en structure métallique, que la précontrainte est également très intéressante du point de vue déformation.

Un contreventement en croix de St-André avec des barres fortement élancées sera deux fois moins déformable si les deux barres sont précontraintes en traction. Ce système de contreventement est fréquent, il intervient souvent en cours de montage (que d'accidents dus à de mauvais contreventements!).

Une toiture réalisée en résille de câbles croisés est deux fois moins déformable si les câbles sont précontraints en traction.

Mais il n'est pas seulement nécessaire de considérer les déformations, il faut savoir construire de telle sorte que le système ne soit pas localement trop rigide.

Sur ce point, nous rappelons le danger des ruptures fragiles, ces ruptures dans les structures peuvent être dues à la fragilité intrinsèque du métal; mais une rigidité locale excessive produit une fragilité de forme (difficulté des constructions soudées).

La conception est souvent un compromis judicieux entre l'excessive déformabilité, et l'excessive rigidité. C'est tout l'art de construire.

Utilisant des matériaux déformables, l'ingénieur doit donc porter toute son attention sur l'étude des déformations.

Cette étude a ses conséquences:

- dans la recherche de la sécurité (règlements, contrôle),
- dans la conception des structures et dans leur réalisation.

### Résumé

Après un bref rappel des principes fondamentaux de l'élasticité, l'auteur signale la nouvelle orientation d'une recherche des lois de déformations serrant de plus près la réalité physique, apportée par les méthodes de calcul en plasticité.

L'objet du mémoire est d'attirer l'attention sur l'importance des défor-

mations. Le véritable calcul en sécurité est un calcul de déformations avec vérification complémentaire que ces déformations sont réversibles.

Même dans le domaine élastique, il est exceptionnel que les lois de déformation des structures soient des fonctions dont les paramètres varient linéairement avec les sollicitations.

Dans les phénomènes comme le flambement, le voilement, le déversement, on est amené, en cherchant la loi des déformations, à considérer des sollicitations critiques sans faire appel à la notion tout à fait théorique d'instabilité élastique.

Dans les structures complexes, ces lois amènent à réviser la conception avant le dimensionnement.

Il faut aussi attirer l'attention sur l'intérêt des systèmes précontraints, du point de vue déformations (contreventements notamment).

La sécurité doit être envisagée en limitant les déformations, c'est ainsi notamment qu'on devrait envisager les effets du vent.

### Zusammenfassung

Nach einer kurzen Zusammenfassung der Grundsätze der Elastizitätslehre weist der Verfasser auf die neuere Orientierung der Forschung nach Verformungsgesetzen hin, die die physikalische Wirklichkeit, wie sie aus den plastischen Berechnungsverfahren hervorgeht, genauer erfassen.

Es soll hier auf die Bedeutung der Verformungen hingewiesen werden. Der wirkliche Sicherheitsnachweis ist eine Berechnung der Verformungen mit anschließendem Nachweis, daß diese Verformungen umkehrbar sind.

Auch im elastischen Bereich ist es eine Ausnahme, wenn die Verformungsgesetze der Konstruktionen als Funktionen, deren Parameter lineare Funktionen der Belastungen sind, erscheinen.

Wenn man die Verformungsgesetze bei Stabilitätsfällen, wie Knicken, Ausbeulen und Kippen, untersucht, ist man gezwungen, kritische Belastungen in Betracht zu ziehen, ohne sich dabei auf den rein theoretischen Begriff der elastischen Stabilität zu berufen.

Bei komplexen Systemen führen diese Gesetze zu einer Neuorientierung der Konzeption, die vor der Bemessung zu berücksichtigen ist.

Die Vorteile der vorgespannten Systeme im Hinblick auf die Verformungen (namentlich bei Windverbänden) sind ebenfalls hervorzuheben.

Die Sicherheit ist durch Beschränkung der Verformungen zu erreichen. Das gilt insbesondere für die Auswirkungen der Windbelastung.

### Summary

After a short review of the basic principles of elasticity, the author reports recent trends (plastic theory) in the search for a law governing deformations which could provide a better approach to physical reality.

The aim of the paper is to draw attention to the importance of deformations. The basis of the actual safety design of the structure is the calculation of the deformations with a fuller analysis of their reversibility.

Even in the elastic range, the laws governing the deformations of the structures are generally not functions whose parameters vary linearly with the loads.

In phenomena such as buckling, warping and twisting the tendency, in seeking laws governing deformations, is to consider critical loads without introducing the entirely theoretical conception of elastic instability.

For complex structures, the analysis of deformations constitutes the basis of a correct design.

The author also points out the interesting aspects which prestressed systems offer with regard to deformations (particularly for bracings).

Safety must generally be based on limited deformations, and this is the correct approach especially for the effects of the wind.