

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen  
**Band:** 26 (1966)  
  
**Artikel:** Voilement des âmes comprimées et fléchies, munies d'un seul raidisseur longitudinal  
**Autor:** Dubas, Pierre  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-20870>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## **Voilement des âmes comprimées et fléchies, munies d'un seul raidisseur longitudinal**

*Ausbeulen der auf Druck und Biegung beanspruchten, mit einer einzigen Längssteife versehenen Stehbleche*

*Buckling of Compressed and Bent Webs, Provided with a Single Longitudinal Stiffener*

PIERRE DUBAS

Ecole Polytechnique Fédérale, Zurich

### **Introduction**

Dans la présente contribution, on se propose de généraliser les résultats des publications antérieures<sup>1)</sup>. Ces études concernaient des tôles sollicitées à la flexion pure, c'est-à-dire que la contrainte de traction sur un bord était égale, au signe près, à la compression correspondante sur le bord opposé.

En pratique, la distribution transversale des contraintes longitudinales des âmes est souvent différente. Pour les systèmes en arc ou en cadre par exemple, sollicités par des efforts normaux et des moments de flexion, on trouvera toutes les répartitions possibles entre les cas limites de la compression uniforme et de la flexion pure. Dans les poutres mixtes acier-béton, même lorsqu'elles ne sont que fléchies, l'axe neutre ne se trouve pas au milieu de l'âme et l'on retombe dans les cas précités; on a même quelquefois une traction max. supérieure à la compression mais nous n'avons pas jugé nécessaire d'inclure ce problème dans la présente étude car c'est généralement un autre cas de charge qui est déterminant pour la sécurité au voilement.

Comme le cas de la compression uniforme<sup>2)</sup> et celui de la flexion pure<sup>1)</sup>

---

<sup>1)</sup> F. STÜSSI, CH. et P. DUBAS: Le voilement de l'âme des poutres fléchies, avec raidisseur au cinquième supérieur, Mémoires AIPC 1957, p. 217; Etude complémentaire, Mémoires AIPC 1958, p. 215.

<sup>2)</sup> R. BARBRÉ: Beulspannungen von Rechteckplatten mit Längssteifen bei gleichmäßiger Druckbeanspruchung, Bauingenieur 1936, p. 268; Stabilität gleichmäßig gedrückter Rechteckplatten mit Längs- oder Quersteifen, Ing.-Archiv 1937, p. 117.

sont complètement résolus, nous examinerons d'abord en détail la répartition triangulaire des compressions, caractérisée par une contrainte nulle le long de l'un des deux bords longitudinaux. On donnera ensuite quelques indications pour les autres distributions.

Le titre même de la publication indique qu'on n'envisage pas le problème de la façon la plus générale: on se limite à l'étude de tôles munies d'un raidisseur longitudinal *unique* et dont la position sera telle qu'il ne fléchisse pas lors du voilement en deux séries de cloques superposées.

### Equation différentielle du problème

Lorsqu'une tôle rectangulaire (fig. 1) est sollicitée uniquement par des efforts de bout distribués linéairement sur ses bords latéraux, et invariables

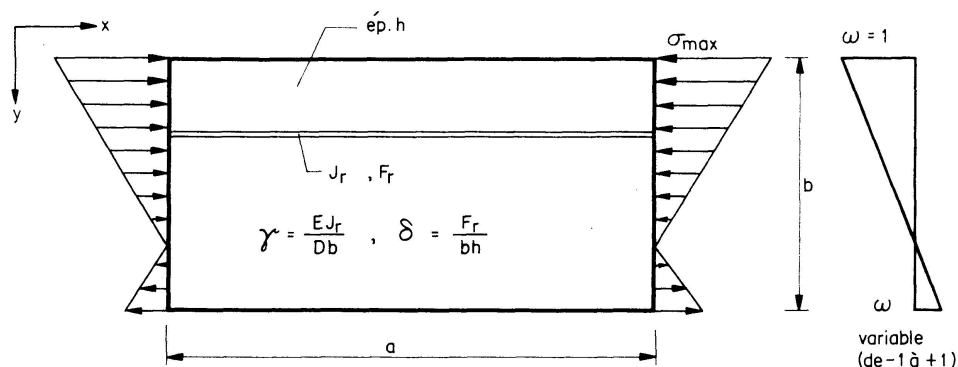


Fig. 1.

dans la direction longitudinale (axe des  $x$ ), on sait que les déformations qui se produisent lors du voilement obéissent à une loi sinusoïdale de la forme

$$w = \eta \sin \frac{m \pi x}{a}, \quad (1)$$

pour autant que la plaque soit simplement appuyée sur ses bords latéraux. Dans la formule (1),  $m$  désigne le nombre de demi-ondes longitudinales; on peut toujours le prendre égal à 1 si l'on réduit en proportion le rapport effectif  $a/b$  de la longueur à la hauteur de l'âme. On obtient alors, après division par le sinus, l'équation différentielle bien connue suivante pour le voilement en pleine tôle:

$$\eta''' - \frac{2 \pi^2}{a^2} \eta'' + \frac{\pi^4}{a^4} \eta = \omega k \frac{\pi^4}{a^2 b^2} \eta. \quad (2)$$

Les indices désignent des différentiations par rapport à  $y$  et les contraintes longitudinales sont exprimées à l'aide du coefficient de distribution trans-

versal  $\omega$  (fig. 1), de la contrainte «eulérienne»  $\sigma_e$  et du coefficient de voilement  $k$ :

$$\sigma_x = \omega (\sigma_x)_{max} = \omega k \sigma_e = \omega k \pi^2 \frac{E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{h}{b}\right)^2. \quad (3)$$

Lorsque la tôle est munie d'un raidisseur longitudinal caractérisé par sa rigidité flexionnelle  $EJ_r$ , il vient en plus, au droit du raidisseur, un effort concentré de la forme:

$$-\left(\gamma b \frac{\pi^4}{a^4} - \omega_r k \delta \frac{\pi^4}{a^2 b}\right) \eta_r. \quad (4)$$

On a introduit dans cette formule, qui s'écrit à droite de l'équation (2), la rigidité relative  $\gamma$  et la section relative  $\delta$  du raidisseur telles qu'elles sont définies à la fig. 1. Il est par là implicitement admis que le raidisseur ne possède pas de rigidité torsionnelle (profil ouvert) et que son centre de gravité coïncide avec celui de la tôle. Le coefficient  $\omega_r$  définit bien entendu la contrainte longitudinale sollicitant le raidisseur.

Quelles que soient les conditions à satisfaire sur les bords longitudinaux (bords simplement appuyés, encastres ou libres), l'équation différentielle (2), grâce à l'analogie du polygone funiculaire<sup>3)</sup>, peut être transformée en un système d'équations linéaires dont les inconnues sont les déformations de voilement  $\eta$  (voir formule (1)) en des points équidistants situés sur la section transversale médiane.

Nous admettons ici que les *bords longitudinaux sont simplement appuyés*, c'est-à-dire que les membrures ne causent pas un encastrement appréciable de l'âme. On remarquera toutefois que cette hypothèse serait trop défavorable pour la semelle supérieure d'une poutre mixte car la dalle de béton empêche pratiquement toute rotation et provoque ainsi un encastrement presque parfait. Dans le procédé numérique dont nous venons de parler, il suffirait dès lors de modifier l'équation écrite pour le point précédant immédiatement le bord (voir l'ouvrage cité à la note 3, formule VI, 55b, p. 358).

Pour des bords appuyés, on a exposé en détail l'établissement des équations homogènes en  $\eta$  et on a donné une application numérique complète dans les publications citées à la note 1. Pour la distribution quelconque (mais linéaire) des contraintes sur les bords latéraux que nous voulons examiner maintenant, ces équations restent bien entendu valables et la détermination des coefficients de voilement  $k$  ou des rigidités relatives  $\gamma$  s'effectuera d'une façon tout-à-fait analogue. Il n'a ainsi pas paru nécessaire de revenir à ces questions et l'on se permettra de renvoyer le lecteur aux publications antérieures. Remarquons simplement ici que l'on a utilisé systématiquement la «méthode du déterminant» (voir Mémoires AIPC 1958, p. 232).

<sup>3)</sup> Voir par exemple F. STÜSSI: Entwurf und Berechnung von Stahlbauten, Erster Band, Grundlagen des Stahlbaues, Springer-Verlag 1958, p. 200 et 357.

## Tôle sollicitée par des compressions à répartition triangulaire

### *Exposé du problème étudié*

Comme nous l'avons déjà indiqué dans l'introduction, nous voulons déterminer la position *optimum* d'un raidisseur longitudinal unique, c'est-à-dire celle qui correspond au plus grand coefficient de voilement  $k$ . Pour ce coefficient  $k_{max}$  et pour toutes les valeurs de  $k$  comprises entre  $k_{max}$  et le coefficient  $k$  correspondant à la tôle non raidie, on donnera les rigidités  $\gamma$  correspondantes, comme cela a été fait pour la tôle fléchie.

En ce qui concerne la position optimum du raidisseur, on a montré dans les publications antérieures qu'elle correspond à celle de la ligne nodale de la tôle, *non raidie*, voilant en deux séries de cloques superposées (double onde *transversale*). Comme dans le cas analogue du flambage en plusieurs ondes d'un poteau bi-articulé, cette forme d'instabilité ne se produira effectivement que si les déformations de la tôle sont d'abord empêchées au droit de la ligne nodale ou si, ce qui revient au même, le voilement en une onde transversale de la tôle raidie le long de la ligne nodale correspond à des compressions, ou à un coefficient de voilement, plus élevées<sup>4</sup>).

### *Voilement avec double onde transversale*

D'après ce que l'on vient de dire, la première partie du travail consiste à déterminer, pour les divers rapports  $a/b$  entrant en ligne de compte, le coefficient  $k$  pour le voilement en deux ondes transversales de la tôle *non raidie*. Que l'on utilise la « méthode du déterminant » ou le procédé d'itérations d'ENGESSER-VIANELLO, le calcul numérique donnera, à un facteur de multiplication près comme dans tous les problèmes de stabilité, les ordonnées  $\eta$  de la figure de voilement dans la section transversale médiane de la tôle. Par interpolation, on obtiendra dès lors facilement la coordonnée  $y$  du point à déformée  $\eta$  nulle, c'est-à-dire la position de la ligne nodale longitudinale.

Pour la distribution triangulaire des compressions admise, les résultats de cette étude sont reportés graphiquement à la fig. 2; la moitié de gauche représente la variation du coefficient de voilement  $k$  en fonction du rapport  $a/b$  et la moitié de droite, la position relative de la ligne nodale exprimée par le rapport  $b_1/b$  de la distance de la ligne nodale au bord supérieur divisée par la hauteur de l'âme.

Par interpolation entre les valeurs calculées (tous les 0,05), il vient un coefficient

$$k_{min} = 35,2 \quad (5)$$

<sup>4</sup>) Les rigidités  $\gamma$  correspondantes seront donc dites « économiques »; on parlera en allemand de « Mindeststeifigkeit 1. Art ». On consultera à ce sujet, par exemple, le manuel « Stahlbau. Band 1 », Stahlbau-Verlags-GMBH, Köln 1961, 2. Auflage, p. 368.

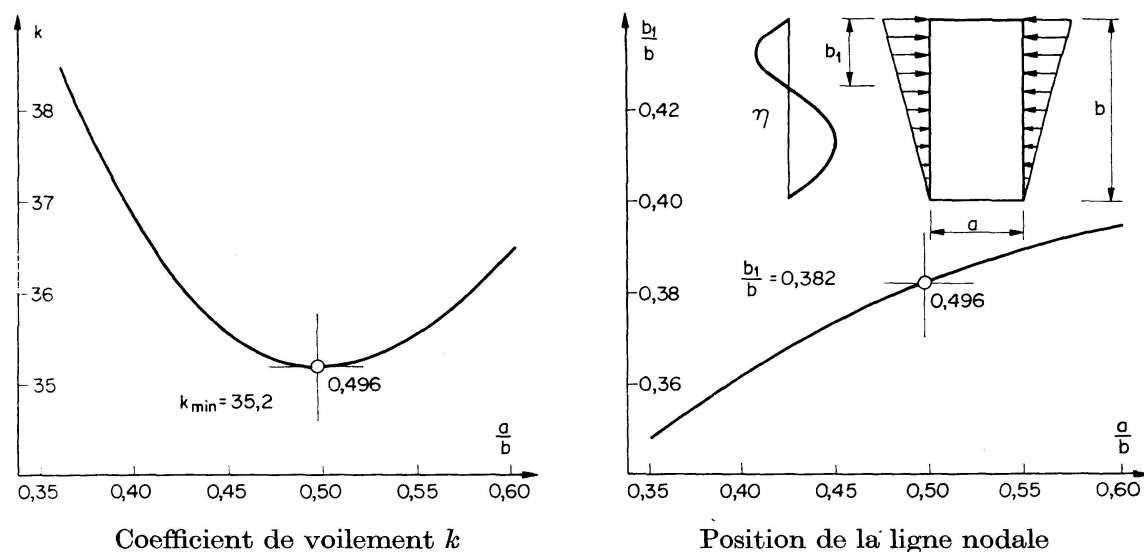


Fig. 2. Compressions à distribution triangulaire. Voilement avec double onde transversale.

pour un rapport  $a/b$  atteignant 0,496, soit pratiquement 0,5 comme pour la tôle soumise à une compression uniforme. En réalité, le voilement des tôles longues effectives aura lieu en plusieurs ondes *longitudinales* (avec deux ondes transversales) et le rapport  $a/b$  sera un multiple de 0,496. On obtiendra la courbe en festons caractéristique des problèmes du voilement et, pour les valeurs  $a/b$  que l'on rencontre en pratique, les festons se confondront en première approximation avec l'horizontale donnée par  $k = 35,2$ ; il suffit donc de considérer cette valeur de  $k$  et la position correspondante de la ligne nodale, soit

$$b_1/b = 0,382. \quad (6)$$

Avant de poursuivre, il convient de montrer le degré de précision du procédé numérique adopté. Pour ce faire, le tableau I contient les valeurs  $k$  calculées pour  $a/b = 0,496$  en faisant varier uniquement le nombre de divisions  $n$  de la section transversale médiane (ou, si l'on veut, le nombre  $n - 1$  des équations linéaires en  $\eta$ ).

La deuxième ligne du tableau contient les valeurs obtenues en utilisant la loi d'extrapolation (7)

Tableau I. Valeur minimum de  $k$  lors du voilement avec double onde transversale (compressions triangulaires)

Nombre de divisions	$n = 7$	$n = 10$	$n = 12$	$n = 20$	$n = \infty$
Valeur calculée de $k$	35,024	35,159	35,181	35,199	—
Formule approchée	35,024	35,159	35,181	35,199	35,201
Erreur par rapport à $n = \infty$	0,51 %	0,12 %	0,06 %	0,007 %	—

$$k = 35,2014 - \frac{425,6}{n^4}. \quad (7)$$

La concordance est parfaite avec les valeurs effectivement calculées et l'on est en droit d'extrapoler pour  $n$  très grand, ce qui donne  $k=35,20$  comme indiqué sous (5).

En comparant les erreurs en % données à la dernière ligne du tableau I à celles relatives à la tôle fléchie (Mémoires AIPC 1957, p. 235), on constatera que, pour la répartition triangulaire, les erreurs pour le même nombre de divisions sont environ 12 fois plus petites. Ceci s'explique facilement parce que l'onde supérieure atteint ici  $0,382b$  contre  $0,204b$  pour la tôle fléchie; pour un même nombre de points  $n$ , l'onde est donc décrite par  $0,382/0,204=1,872$  fois plus de divisions. Comme la précision dépend du nombre de divisions à la puissance 4, on retrouve bien  $1,872^4=12$ . Cette remarque pourra être utile pour d'autres calculs car elle permet d'estimer la précision lorsque l'on connaît le nombre de divisions qui correspondent à l'onde supérieure de voilement.

#### *Valeurs des rigidités «économiques»*

La position optimum du raidisseur longitudinal unique est maintenant connue: le rapport doit valoir selon (6)

$$\frac{b_1}{b} = 0,382 \cong \frac{5}{13} (0,3846) \cong \frac{3}{8} (0,375). \quad (6a)$$

Comme cette dernière valeur de 0,375 permet de ne calculer qu'avec 8 divisions, ce qui diminue l'ampleur des opérations numériques, nous l'avons adoptée pour la détermination des rigidités «économiques», c'est-à-dire les rigidités telles que la tôle ainsi raidie, pour les diverses valeurs  $a/b$ , voile en *une onde transversale* avec un coefficient  $k$  valant 35,20 comme pour le voilement de la tôle non raidie en deux ondes transversales. Des calculs comparatifs ont d'ailleurs montré que les rigidités ainsi obtenues sont peu différentes (de l'ordre du %) de celles correspondant à la position au  $5/13$  et qu'elles leurs sont supérieures, de sorte que l'on pêche par excès de sécurité.

Comme la valeur de  $k$  est maintenant connue, seul  $\gamma$  reste à trouver et la «méthode du déterminant» est ici particulièrement rapide si l'on prend garde d'écrire le système des équations en  $\eta$  en partant du bord le plus éloigné du raidisseur.

Nous donnons dans le tableau II les résultats obtenus pour les rapports  $a/b$  qui entrent en ligne de compte. Bien entendu, seules ont été calculées les valeurs de  $\gamma$  correspondant à une section relative  $\delta=0$ . Comme cela ressort directement de l'expression donnée par la formule (4), l'effort concentré du raidisseur ne change pas si l'on pose

$$\gamma_\delta = \gamma_{\delta=0} + \omega_r k \delta \left(\frac{a}{b}\right)^2. \quad (8)$$

Tableau II. Répartition triangulaire; rigidités «économiques» ( $k=35,2$ )

$a/b$	$\delta=0$	$\delta=0,02$	$\delta=0,04$	$\delta=0,06$	$\delta=0,08$	$\delta=0,1$	$\delta=0,12$	$\delta=0,14$	$\delta=0,16$	$\delta=0,18$	$\delta=0,2$
0,75	7,3	7,5	7,8	8,0	8,3	8,5	8,8	9,0	9,3	9,5	9,8
1	10,1	10,5	11,0	11,4	11,9	12,3	12,7	13,2	13,6	14,1	14,5
1,25	14,0	14,7	15,4	16,1	16,8	17,4	18,1	18,8	19,5	20,2	20,9
1,5	18,4	19,4	20,4	21,4	22,4	23,4	24,4	25,4	26,4	27,4	28,3
1,75	23,1	24,4	25,8	27,1	28,4	29,8	31,1	32,5	33,8	35,2	36,5
2	27,5	29,2	31,0	32,8	34,5	36,3	38,0	39,8	41,6	43,3	45,1
2,25	31,3	33,5	35,8	38,0	40,2	42,5	44,7	46,9	49,1	51,4	53,6
2,5	34,1	36,9	39,6	42,4	45,1	47,9	50,6	53,4	56,1	58,9	61,6
2,75	35,4	38,7	42,0	45,3	48,7	52,0	55,3	58,7	62,0	65,3	68,6
3	34,5	38,5	42,4	46,4	50,4	54,3	58,3	62,2	66,2	70,2	74,1
3,25	31,0	35,6	40,3	44,9	49,6	54,2	58,9	63,5	68,2	72,8	77,5
3,5	24,1	29,5	34,9	40,3	45,7	51,0	56,4	61,8	67,2	72,6	78,0
3,75	13,1	19,3	25,5	31,7	37,9	44,1	50,3	56,4	62,6	68,8	75,0
4	-2,7	4,4	11,4	18,5	25,5	32,5	39,6	46,6	53,7	60,7	67,7
4,25	-24,1	—	—	—	7,7	15,6	23,6	31,5	39,5	47,4	55,4

Tableau III. Répartition triangulaire; valeurs max. de  $\gamma$  ( $k=35,2$ )

$a/b$	$\delta=0$	$\delta=0,02$	$\delta=0,04$	$\delta=0,06$	$\delta=0,08$	$\delta=0,1$	$\delta=0,12$	$\delta=0,14$	$\delta=0,16$	$\delta=0,18$	$\delta=0,2$
2,79	35,4										
2,86		38,9									
2,92			42,6								
2,99				46,4							
3,06					50,4						
3,12						54,6					
3,18							59,0				
3,24								63,5			
3,30									68,2		
3,36										73,1	
3,42											78,2
For- mule	35,4	38,9	42,6	46,4	50,5	54,6	59,0	63,5	68,2	73,1	78,2

Les mêmes valeurs sont représentées graphiquement à la fig. 3. Là également, bien que la formule (8) permette de déterminer tous les  $\gamma$  à partir des valeurs de  $\gamma$  pour  $\delta=0$ , on a donné les rigidités pour diverses sections relatives  $\delta$  comprises entre 0 et 0,2; en effet, comme les coefficients de voilement  $k$ , les rigidités  $\gamma$  présentent des courbes en festons, correspondant au nombre d'ondes longitudinales. Il n'est donc pas possible sans autres de voir si la

courbe de base ( $m=1$ ) est déterminante ou non. Dans le tableau II, les traits horizontaux indiquent d'une part quand le maximum est dépassé, d'autre part, quand c'est le second feston qui entre en ligne de compte.

Comme il est d'usage, pour les rapports  $a/b$  dépassant celui pour lequel la rigidité passe par un maximum, de calculer avec la rigidité max., on indique au tableau III ces  $\gamma_{max}$  avec les valeurs  $a/b$  correspondantes. La dernière ligne du tableau contient les valeurs que donne la formule approchée

$$\gamma_{max} = 35,4 + 171\delta + 214\delta^2. \quad (9)$$

La concordance est très satisfaisante.

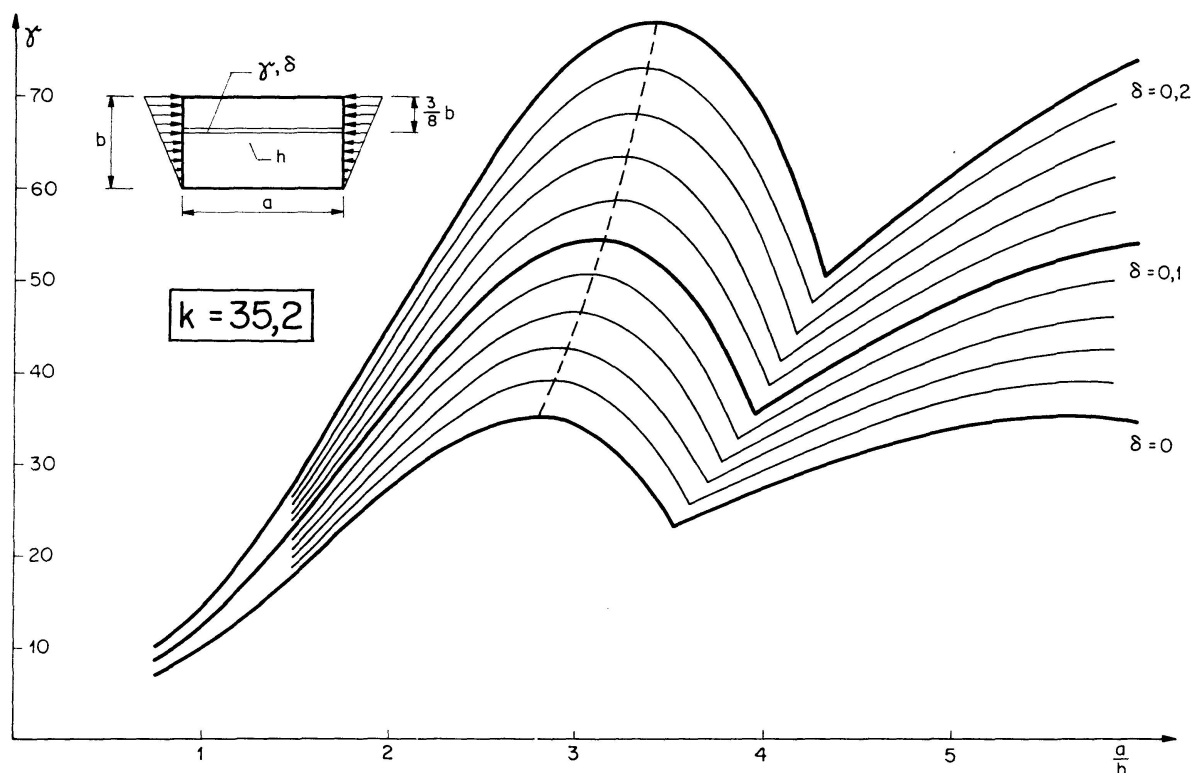


Fig. 3. Compressions à distribution triangulaire. Rigidités «économiques».

#### *Variation du coefficient de voilement $k$ en fonction des rigidités $\gamma$*

Les rigidités dites «économiques» que nous venons d'indiquer ne sont pas toujours nécessaires en pratique; l'épaisseur de la tôle est souvent fixée par d'autres considérations et la sécurité au voilement est ainsi suffisante pour un coefficient  $k$  inférieur à celui de 35,2 correspondant au raidisseur optimum. Dans ces conditions, il sera plus économique de réaliser une rigidité inférieure: l'âme voilera ainsi en une seule onde transversale, avec une valeur  $k$  comprise entre celle de la tôle non raidie et celle du voilement en double onde (35,2). Comme on a plusieurs variables, soit  $k$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ , et  $a/b$ , diverses représentations

des rapports fonctionnels sont possibles et nous avons choisi ici la forme

$$\gamma = f(k, \delta, a/b), \quad (10)$$

qui correspond directement aux opérations numériques.

Pour ne pas étendre inutilement cet exposé, nous donnons ces valeurs des rigidités  $\gamma$  sous formes de diagrammes; il s'agit des figs. 4, 5 et 6, pour  $\delta = 0$ , 0,1 et 0,2.

Grâce à la formule (8), des valeurs intermédiaires pourront être interpolées aisément, en tenant compte de l'allure générale des festons.

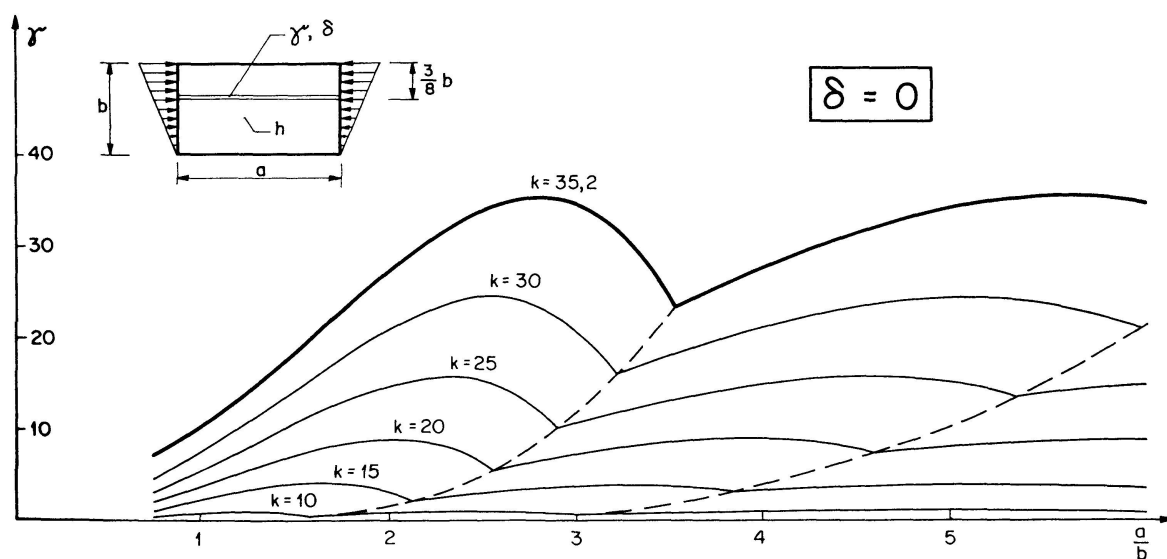


Fig. 4. Compressions à distribution triangulaire. Rigidités  $\gamma$  pour divers  $k$  et  $\delta = 0$ .

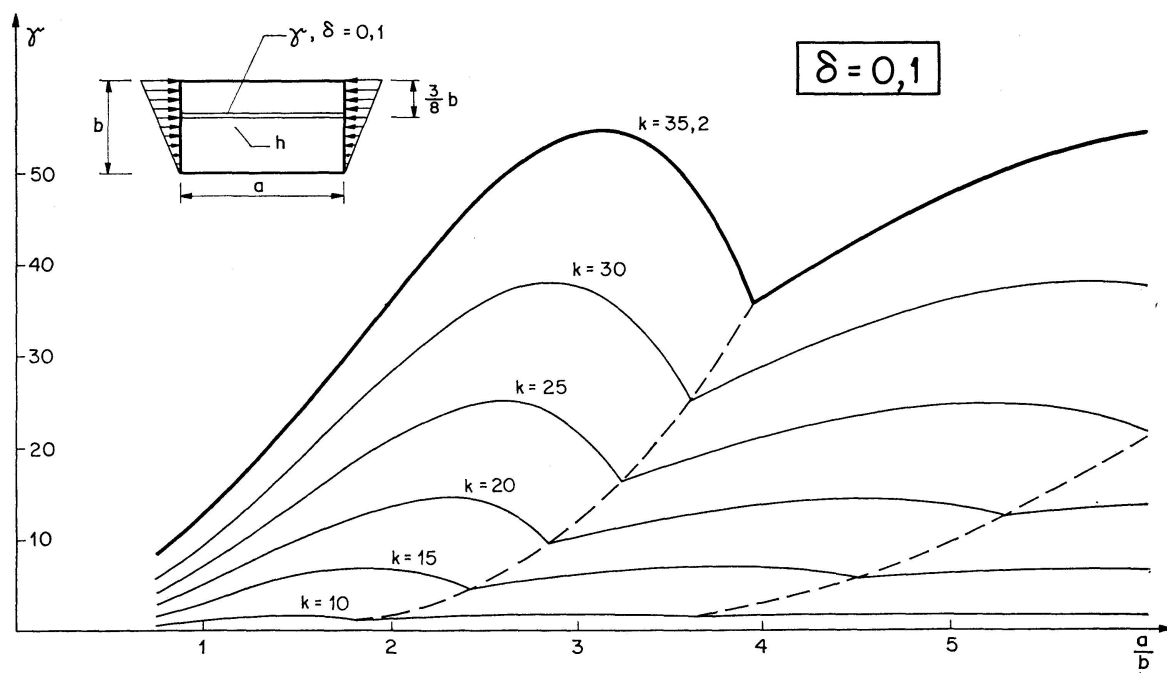


Fig. 5. Compressions à distribution triangulaire. Rigidités  $\gamma$  pour divers  $k$  et  $\delta = 0,1$ .

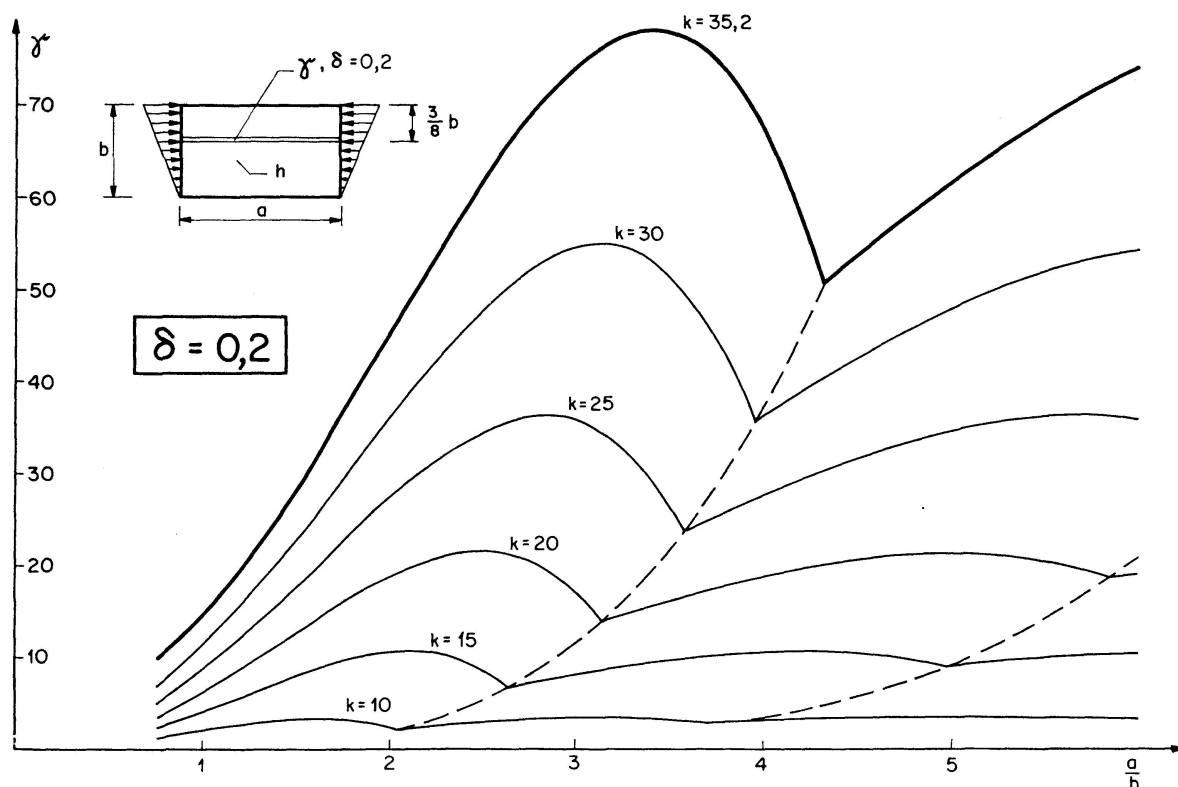


Fig. 6. Compressions à distribution triangulaire. Rigidités  $\gamma$  pour divers  $k$  et  $\delta = 0,2$ .

### Tôle sollicitée par des contraintes à distribution linéaire quelconque

#### Généralités

Ce que nous venons de dire pour la répartition triangulaire s'applique également au cas le plus général, en particulier en ce qui concerne la position optimum du raidisseur et le coefficient de voilement  $k$  correspondant.

Afin de pouvoir tracer des courbes pour les divers paramètres qui nous intéressent, nous avons refait, tout au moins en partie, le travail déjà effectué pour les tôles fléchies et celles à répartition triangulaire, en étendant les études aux deux cas intermédiaires, c'est-à-dire une répartition comportant une contrainte sur un bord valant  $+0,5$  ou  $-0,5$  fois la contrainte de compression sur l'autre bord.

En appelant  $c$  la pente donnant la distribution des contraintes, avec

$$c = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}, \quad (11)$$

on aura ainsi à disposition les valeurs correspondant à

$$\begin{aligned} c &= 0 \quad (\text{compression uniforme, voir note 2}) \\ c &= 0,5 \end{aligned}$$

$c = 1$  (répartition triangulaire traitée au début)

$c = 1,5$

$c = 2$  (flexion pure étudiée en 1957—1958).

### *Voilement avec double onde transversale*

Le tableau IV donne les coefficients de voilement  $k$  correspondant aux diverses répartitions précitées, coefficients tous obtenus par extrapolation pour  $n$  grand avec une loi semblable à la formule (7).

Ce même tableau contient également les rapports  $a/b$  pour lesquels les coefficients  $k$  du voilement en double onde transversale passent par le minimum indiqué à la ligne supérieure. On indique aussi la position relative  $b_1/b$  de la ligne nodale, position qui, comme cela a déjà été indiqué maintes fois, donne l'emplacement optimum du raidisseur longitudinal unique. La contrainte à la hauteur de la ligne nodale, c'est-à-dire celle sollicitant le raidisseur de la tôle raidie de façon optimum, ressort du coefficient  $\omega_r$ .

Enfin, il a paru utile de calculer les rapports du coefficient de voilement de la tôle non raidie voilant en deux ondes transversales à celui correspondant à la tôle voilant en une seule onde transversale. Pour ce faire, on est parti du cas de la compression uniforme ou ce rapport vaut, comme on le sait,  $\frac{16}{4} = 4$ .

Le tableau IV montre que l'augmentation est plus forte pour les tôles avant tout fléchies que pour les tôles comprimées uniformément. On n'oubliera d'ailleurs pas qu'il s'agit du rapport de la valeur min. des coefficients  $k$  et

Tableau IV. Voilement avec double onde transversale. Distribution quelconque (linéaire) des contraintes

	$c = 0$ compression uniforme	$c = 0,5$	$c = 1$ répartition triangulaire	$c = 1,5$	$c = 2$ flexion pure
$k_{min}$ (double onde)	16	21,61	35,20	72,78	129,42
pour $a/b$	0,5	0,5	0,496	0,380	0,285
avec $b_1/b$	0,5	0,457	0,382	0,272	0,204
et $\omega_r$	1	0,772	0,618	0,592	0,592
$k_{min}$ (une onde) <sup>5)</sup>	4	5,32	7,81	13,40	23,88
$k_{min}$ (double onde)	1	1,016	1,127	1,358	1,355
$4k_{min}$ (une onde)					
pour le calcul des $\gamma$	$b_1/b$				
	$\omega_r$				
	0,5	$5/11 = 0,455$	$3/8 = 0,375$	$3/11 = 0,273$	$1/5 = 0,20$
	1	0,772	0,625	0,591	0,600

<sup>5)</sup> Voir par exemple F. Strüssi, op. cit. à la note 3, p. 367, fig. VI, 78.

que les rapports  $a/b$  ne sont pas les mêmes pour le voilement en une onde transversale et celui en deux ondes. Il ne s'agit donc pas de la même tôle!

La plupart de ces facteurs sont également représentés graphiquement à la fig. 7, qui montre bien l'allure de la variation.

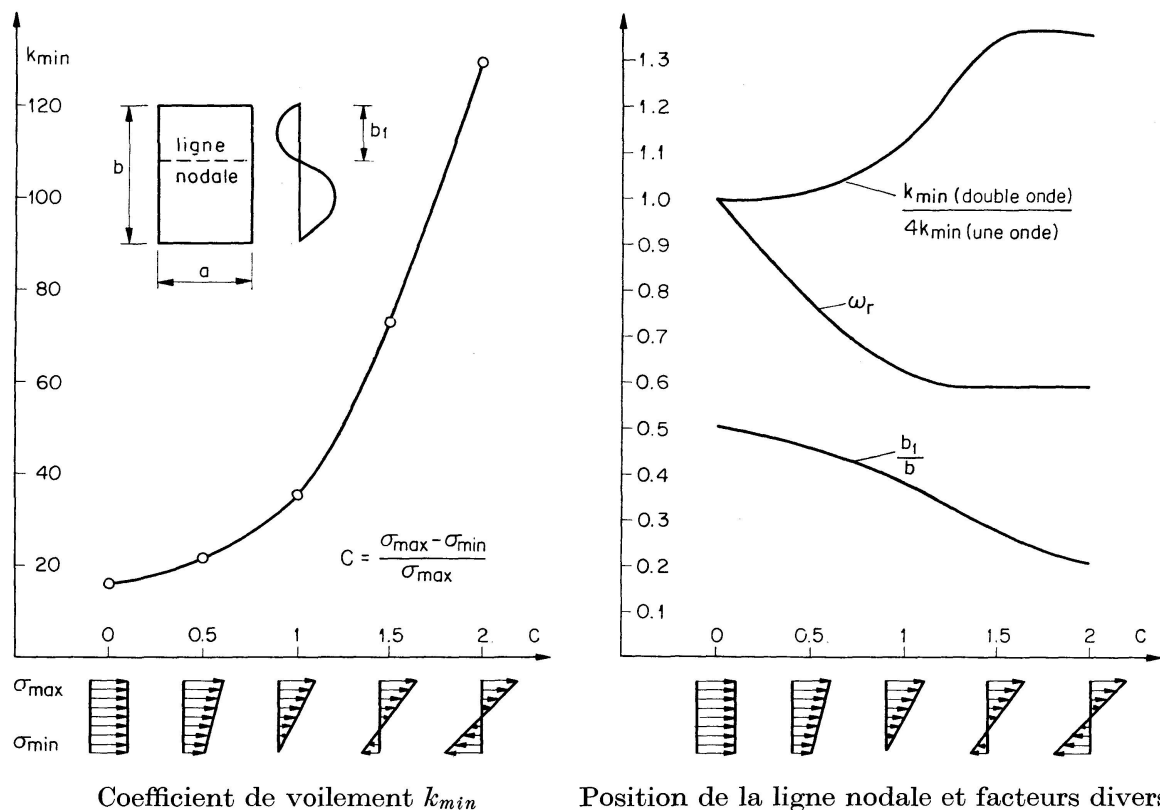


Fig. 7. Contraintes à distribution linéaire quelconque. Voilement avec double onde transversale.

### Valeurs des rigidités «économiques»

Pour la détermination des rigidités «économiques», on a choisi ici aussi des valeurs approchées pour la position du raidisseur longitudinal; ces valeurs figurent au bas du tableau IV et l'on remarquera que, soit pour  $c=0,5$ , soit pour  $c=1,5$ , les fractions adoptées (il s'agit par hasard de onzièmes dans les deux cas) sont très proches des valeurs effectives.

Pour la compression quasi-uniforme avec  $c=0,5$ , les rigidités sont peu différentes de celles correspondant à la compression uniforme et, pour les rapports  $a/b$  entrant en ligne de compte, la majoration ne dépasse pas 5%. Nous avons donc renoncé à reproduire ces courbes.

Pour la quasi-flexion ( $c=1,5$ ) par contre, l'allure diffère sensiblement de la flexion pure et de la compression triangulaire, surtout pour les rapports  $a/b$  élevés. Nous donnons donc à la fig. 8, qui correspond à la fig. 3 pour la répartition triangulaire, les rigidités «économiques» calculées et qui correspondent, selon tableau IV, à un coefficient de voilement  $k=72,8$ .

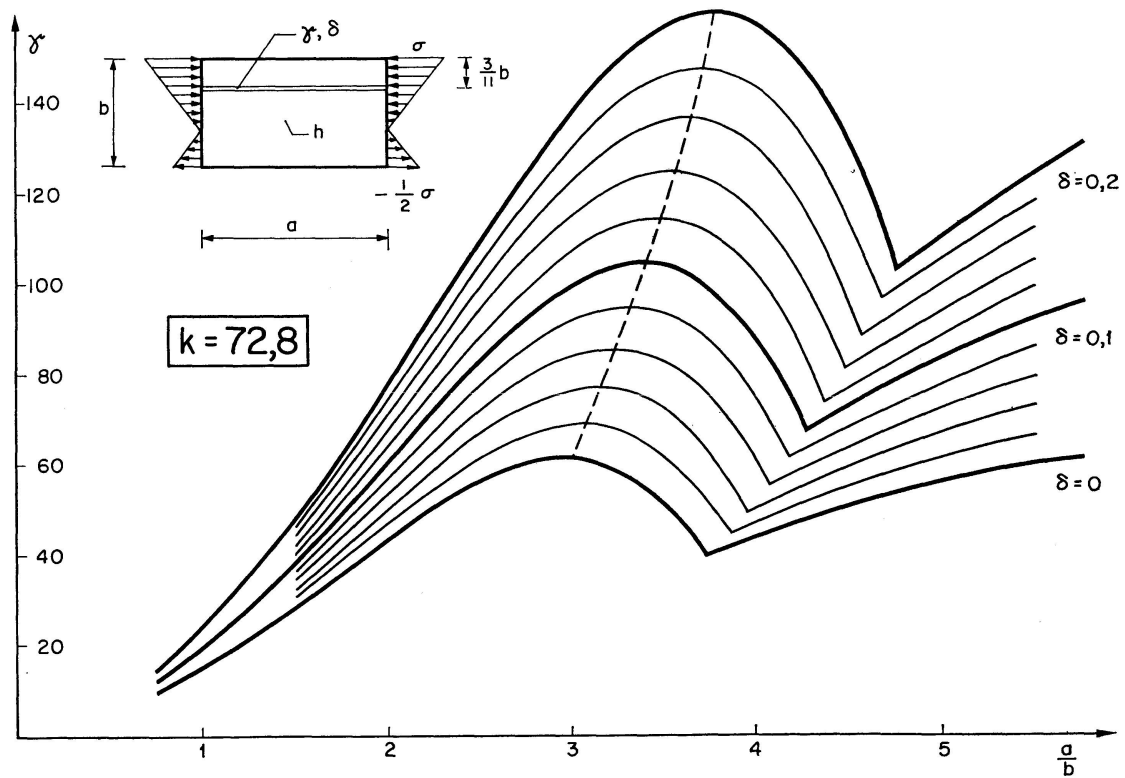


Fig. 8. Quasi-flexion ( $\sigma_{min} = -0,5 \sigma_{max}$ ). Rigidités «économiques».

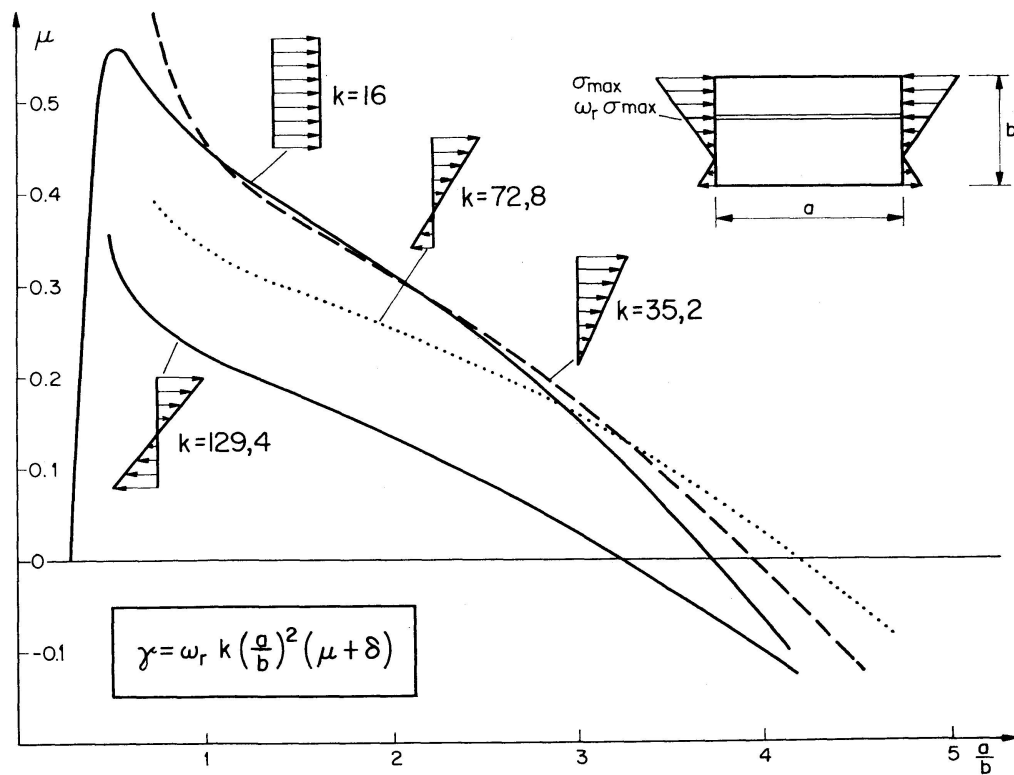


Fig. 9. Contraintes à distribution linéaire quelconque. Rigidités «économiques» selon formule (12).

Pour terminer en résumant l'ensemble des résultats relatifs aux rigidités dites économiques, nous présenterons la fig. 9 qui contient ces rigidités exprimées sous la forme

$$\gamma = \omega_r k \left( \frac{a}{b} \right)^2 (\mu + \delta), \quad (12)$$

qui a été utilisée pour la première fois par le Prof. STÜSSI<sup>6)</sup>. On voit qu'il s'agit d'une extension de la formule (8); la rigidité pour une section relative  $\delta = 0$  est elle-même écrite en fonction de l'expression  $\omega_r k (a/b)^2$ .

Quant au terme  $\mu$ , on peut montrer qu'il s'agit d'une valeur donnant, par multiplication avec la section totale transversale de la tôle  $bh$ , la partie de cette tôle que l'on doit considérer comme chargeant le raidisseur, et qui s'ajoute ainsi à la section effective de ce raidisseur exprimée par le coefficient  $\delta$ .

Ici encore, la courbe de  $\mu$  correspondant à la valeur  $c = 0,5$  était si proche de celle pour  $c = 0$  que l'on a renoncé à la dessiner. Elle se trouverait exactement entre le diagramme pour  $c = 0$  et celui pour  $c = 1$ , mais presque confondu avec le premier.

Pour les répartitions qui n'ont pas été expressément étudiées auparavant, cette fig. 9, par des interpolations judicieuses, permettra de construire des courbes pour les rigidités économiques, courbes semblables à celles des figs. 3 ou 8.

#### *Relations fonctionnelles entre les coefficients $k$ et les rigidités $\gamma$*

On pourrait également, selon formule (10), établir des diagrammes pareils à ceux des figs. 5, 6 et 7 pour les autres cas de distribution des contraintes. Ce travail a paru sans proportion à l'intérêt de la chose. Pour obtenir des valeurs approximatives, on pourra interpoler les valeurs des rigidités entre celle correspondant au raidisseur «économique» et la rigidité nulle que l'on obtient évidemment pour le coefficient de voilement  $k$  de la tôle non raidie (voilement classique en une onde transversale, en tenant compte du rapport effectif  $a/b$  et non de celui correspondant au  $k_{min}$ ). L'interpolation peut être linéaire pour les rapports  $a/b$  supérieurs à 1,5 comme le montrent les figs. VI 89 et VI 91 de l'ouvrage cité à la note 3) ainsi que le diagramme correspondant (non reproduit ici) que l'on peut établir à partir de la fig. 5.

#### **Résumé**

On complète les résultats connus relatifs au voilement des tôles soumises à une compression longitudinale uniforme ou à une flexion pure en étudiant d'autres modes de répartition des contraintes, en particulier la distribution

<sup>6)</sup> F. STÜSSI, op. cit. à la note 3, p. 384.

triangulaire. On indique la position optimum d'un raidisseur longitudinal unique, les coefficients de voilement  $k$  et les rigidités correspondantes.

### **Zusammenfassung**

Die bekannten Ergebnisse über das Ausbeulen von Rechteckplatten, die auf gleichmäßigen Druck oder auf reine Biegung beansprucht sind, werden ergänzt, wobei andere Belastungsverteilungen, insbesondere die Dreiecksbelastung berücksichtigt werden. Neben der optimalen Lage der Längsaussteifung werden die Beulwerte und die entsprechenden Steifigkeiten angegeben.

### **Summary**

The known results relating to the buckling of webs subjected to a uniform longitudinal compression or to pure bending are complemented by studying other methods of distribution of the stresses and, in particular, triangular distribution. The optimum position of a single longitudinal stiffener, the buckling coefficients,  $k$ , and the corresponding rigidities are indicated.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide