

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

**Band:** 20 (1960)

**Artikel:** Der Einfluss von Kerben auf die Ermüdungsfestigkeit

**Autor:** Stüssi, Fritz

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-17568>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# **Der Einfluß von Kerben auf die Ermüdungsfestigkeit**

*The Notch Influence on the Fatigue Strength*

*L'influence des entailles sur la résistance à la fatigue*

FRITZ STÜSSI

Prof. Dr., Präsident der IVBH, ETH, Zürich

## **1. Problemstellung**

Ich habe vor einigen Jahren<sup>1)</sup> eine einfache Näherungsbeziehung

$$\sigma_{k\max} = \sigma_{\max} \left[ \varphi_W + (1 - \varphi_W) \frac{\sigma_m}{\sigma_Z} \right] \quad (1)$$

zwischen der Ermüdungsfestigkeit  $\sigma_{k\max}$  eines gekerbten oder gelochten Stabes und der Ermüdungsfestigkeit  $\sigma_{\max}$  des entsprechenden glatten Stabes bei gleicher Mittelspannung  $\sigma_m$  und bei gleicher Lastwechselzahl  $n$  vorgeschlagen; das Verhältnis  $\varphi$ ,

$$\varphi = \varphi_W + (1 - \varphi_W) \frac{\sigma_m}{\sigma_Z} = \frac{\sigma_{k\max}}{\sigma_{\max}},$$

der beiden Festigkeitswerte variiert linear mit der Mittelspannung  $\sigma_m$ . Dabei bedeutet

$$\varphi_W = \frac{\sigma_{kW}}{\sigma_W}$$

das Verhältnis der Wechselfestigkeiten der beiden verglichenen Stäbe.

Diese Näherungsregel, die als vorläufiger Notbehelf zu betrachten ist, gibt im Bereich zwischen Wechselfestigkeit ( $\sigma_m = 0$ ) und statischer Zugfestigkeit ( $\sigma_m = \sigma_Z$ ) Festigkeitswerte  $\sigma_{k\max}$  des Kerbstabes, die auf der sicheren Seite liegen, also etwas zu klein sind; die Forderung nach genügender Sicherheit ist

---

<sup>1)</sup> F. STÜSSI: Die Theorie der Dauerfestigkeit und die Versuche von August Wöhler. Mitteilungen der T.K.V.S.B., Nr. 13, Zürich 1955.

erfüllt. Dagegen liefert Formel (1) für negative Werte von  $\sigma_m$  zu große Werte von  $\sigma_{k\max}$  und sie stimmt auch darin nicht mit der Erfahrung<sup>2)</sup> überein, daß für  $\sigma_m = \sigma_Z$  die horizontale Tangente der  $\sigma_{k\max}$ -Linie verloren geht.

Die Verhältnisse seien zunächst in Fig. 1 noch einmal beleuchtet, in der die Festigkeitswerte des Kerbstabes (mit Loch  $\varnothing = 18$  mm bei einer Stabbreite

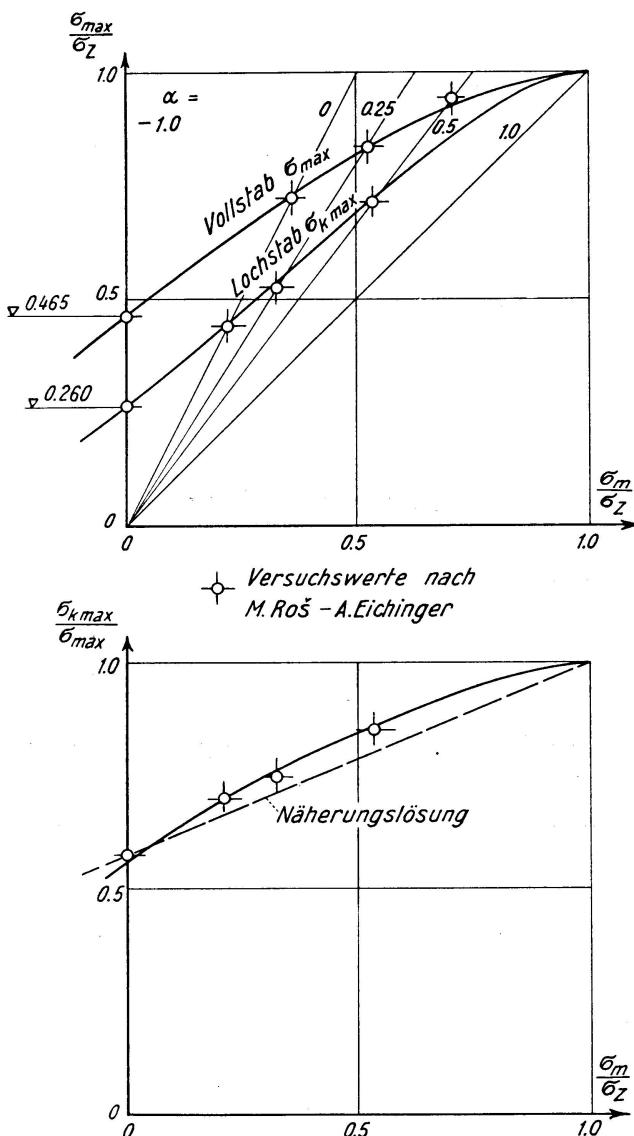


Fig. 1.

<sup>2)</sup> A. WÖHLER: Resultate der in der Central-Werkstatt der Niederschlesischen-Märkischen Eisenbahn zu Frankfurt a. d. O. angestellten Versuche über die relative Festigkeit von Eisen, Stahl und Kupfer, Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang XVI, Berlin 1866, S. 72: «Schwingungen, bei denen die Differenz der sie eingrenzenden Spannungen gewisse durch Versuche zu bestimmende Maße nicht überschreitet, können selbst bei Spannungen, welche der absoluten Bruchgrenze nahe liegen, dauernd stattfinden, ohne daß der Bruch eintritt.»

von 45 mm) nach den Versuchswerten von M. Roš und A. EICHINGER<sup>3)</sup> an Stahl St. 52 und Stahl St. 37 für  $10^6$  Lastwechsel miteinander verglichen sind. In der folgenden Tabelle sind die Werte für die Stäbe ohne Walzhaut zusammengestellt; für die Auswertung verwenden wir, um die Streuungen wenigstens teilweise zu eliminieren, die spezifischen Mittelwerte  $\sigma_{max}/\sigma_Z$  und  $\sigma_{kmax}/\sigma_Z$ .

$\alpha =$ $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$	St. 52				St. 37				Mittel	
	Vollstab		Lochstab		Vollstab		Lochstab		Vollstab	Lochstab
	$\sigma_{max}$	$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_Z}$	$\sigma_{kmax}$	$\frac{\sigma_{kmax}}{\sigma_Z}$	$\sigma_{max}$	$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_Z}$	$\sigma_{kmax}$	$\frac{\sigma_{kmax}}{\sigma_Z}$	$\sigma_{max}$	$\frac{\sigma_{kmax}}{\sigma_Z}$
	t/cm <sup>2</sup>		t/cm <sup>2</sup>		t/cm <sup>2</sup>		t/cm <sup>2</sup>			
-1.0	2.85	0.460	1.70	0.256	1.80	0.462	1.20	0.280	0.461	0.268
0	4.25	0.685	2.99	0.450	2.95	0.756	1.85	0.432	0.721	0.441
0.25	4.74	0.765	3.32	0.499	3.55	0.910	2.36	0.551	0.837	0.525
0.5	5.70	0.919	4.12	0.620	3.76	0.964	3.44	0.804	0.942	0.712
1.0	6.20	1.000	6.65	1.000	3.90	1.000	4.28	1.000	1.000	1.000

In Fig. 1 sind neben den Versuchswerten auch die berechneten Kurven mit  $\sigma_W = 0,465 \sigma_Z$ ,  $\sigma_{kW} = 0,260 \sigma_Z$  eingetragen, wobei angenommen wurde, daß die für  $10^6$  Lastwechsel ermittelten Festigkeitswerte nicht wesentlich über den Arbeitsfestigkeiten (für unendlich viele Lastwechsel) liegen.

Dieser Vergleich zeigt wohl deutlich, daß die Näherungsbeziehung Gl. (1) verfeinert werden muß, um den ganzen Bereich der Ermüdungsfestigkeit gekerbter Stäbe zutreffender zu umschreiben. Bei dieser Verfeinerung ist offenbar, wie bei der Näherungsformel, vom Vergleich mit der Größtspannung  $\sigma_{max}$  des Vollstabes auszugehen. Es handelt sich somit darum, die bisher angegebenen Beziehungen für die Ermüdungsfestigkeit  $\sigma_{max}$  des Vollstabes derart zu ergänzen oder zu modifizieren, daß sie die Ermüdungsfestigkeit  $\sigma_{kmax}$  des Kerbstabes zutreffend umschreiben. Dabei ist es ein wesentliches Ziel dieser Erweiterung, daß durch Einführung eines einzigen zusätzlichen, von der Kerbform abhängigen Kennwertes, etwa des asymptotischen Endwertes  $\sigma_{kaW}$  der Wechselfestigkeit des Kerbstabes, der ganze Bereich der Festigkeit  $\sigma_{kmax}$  des Kerbstabes aus den Festigkeitswerten des Vollstabes bestimmt werden kann. Unter Vollstab soll dabei grundsätzlich ein vollständig kerbfreier Stab, also ein Stab mit polierter Oberfläche, verstanden werden.

Beim heutigen Stand unserer Erkenntnisse über das Problem der Ermüdung ist eine solche Erweiterung der Dauerfestigkeitstheorie nur durch eine sorgfältige Interpretation von möglichst umfassenden Versuchsreihen mit möglichst kleinen Streuungen möglich; dabei müssen diese Versuchsreihen auf die hier

<sup>3)</sup> M. Roš und A. EICHINGER: Die Bruchgefahr fester Körper bei wiederholter Beanspruchung — Ermüdung — Metalle. EMPA-Bericht Nr. 173, Zürich 1950.

vorliegende besondere Fragestellung orientiert sein. Die nachfolgende Darstellung einer Ermüdungstheorie des Kerbstabes stützt sich dabei auch auf eigene Versuche, die im Laufe der letzten Jahre zur Abklärung dieser Fragen in meiner Abteilung des Institutes für Baustatik an der ETH durchgeführt worden sind<sup>4)</sup>. Zunächst seien im nächsten Abschnitt, als Grundlage, die Dauerfestigkeitsbeziehungen des Vollstabes zusammenfassend dargestellt.

## 2. Die Ermüdungsfestigkeit des Vollstabes

Die Ermüdungsfestigkeit eines Vollstabes unter zwischen zwei festen Grenzen  $\sigma_{max} = \sigma_m + \Delta\sigma$  und  $\sigma_{min} = \sigma_m - \Delta\sigma$  variierender Beanspruchung ist durch zwei Aussagen beherrscht, nämlich durch ein Langzeitgesetz und durch die Beziehung der Kriech-Invariante.

Das *Langzeitgesetz*,

$$\sigma_W = \frac{\sigma_{0Z} + f_W \sigma_{aW}}{1 + f_W} \quad (2)$$

erfaßt in der in Gl. (2) angeschriebenen Form die sogenannte Wöhler-Kurve der Wechselfestigkeit als gewogenes Mittel zwischen der statischen Zugfestigkeit  $\sigma_{0Z}$ , im normalen Kurzzeitversuch ermittelt, und dem asymptotischen Endwert  $\sigma_{aW}$  der Wechselfestigkeit. Dabei ist die statische Festigkeit  $\sigma_{0Z}$  mit dem Gewicht «eins», die Wechselfestigkeit  $\sigma_{aW}$  mit dem Gewicht  $f_W$  einzuführen. Charakteristisch für den Verlauf des Langzeitgesetzes mit der Lastwechselzahl  $n$  ist offensichtlich der Verlauf der «Gewichtsfunktion»  $f_W$ . Lösen wir die Gl. 2 nach  $f_W$  auf,

$$f_W = \frac{\sigma_{0Z} - \sigma_W}{\sigma_W - \sigma_{aW}},$$

und tragen wir die Logarithmen  $\lambda = \log f_W$  über dem Logarithmus  $i$  der Lastwechselzahl  $n$ ,  $i = \log n$ , auf, so erhalten wir mit überzeugender Eindrücklichkeit eine Gerade:

$$\lambda = \log f_W = \log \frac{\sigma_{0Z} - \sigma_W}{\sigma_W - \sigma_{aW}} = p i + \lambda_0. \quad (3)$$

Somit ist

$$f_W = f_{0W} n^p. \quad (3a)$$

---

<sup>4)</sup> Ich danke auch an dieser Stelle dem Präsidenten des Schweizerischen Schulrates, Herrn Prof. Dr. H. Pallmann, herzlich dafür, daß er mir die Mittel für die Anschaffung von zwei Amsler-Hochfrequenzpulsatoren (1957 und 1960) zur Verfügung gestellt hat. Ebenso danke ich der Generaldirektion der von Roll'schen Eisenwerke in Gerlafingen (Prof. Dr. R. Durrer), der Eisenhandlung Küderli & Co. in Zürich und der Aluminium-Industrie AG in Zürich (Direktor K. Guler) für die kostenlose Lieferung des Versuchsmaterials. Die Versuche, die fortgesetzt werden, wurden in gewohnt sorgfältiger und zuverlässiger Weise durch meinen technischen Assistenten, Mechaniker E. Peter, durchgeführt.

Die Funktion  $f = f_W$  gehorcht somit der Beziehung

$$\frac{df}{dn} = p \frac{f}{n}, \quad (4)$$

die wohl als die charakteristische Grundlage unseres Langzeitgesetzes aufzufassen ist.

Die *Kriechinvariante*<sup>5)</sup>

$$\kappa^2 = \frac{\sigma_{0Z}(\sigma_{0Z} - \sigma_m)(\sigma_W - \Delta\sigma) - \sigma_m \sigma_W \Delta\sigma}{\sigma_m - \sigma_W + \Delta\sigma} \quad (5)$$

ist für eine bestimmte Temperatur eine Materialkonstante. Für nichtkriechendes Material, d. h. für ein Material mit konstanter Zugfestigkeit bei beliebig langer Belastung, wie etwa normaler gewalzter Baustahl bei normaler Raumtemperatur, verschwindet die Kriechinvariante,  $\kappa^2 = 0$ .

Die Kriechinvariante nach Gl. (5) erlaubt uns, für jeden Wert der Wechselfestigkeit  $\sigma_W$ , d. h. nach Gl. (2) für jede Lastwechselzahl  $n$ , und für jede Mittelspannung  $\sigma_m$  die zugehörige halbe Schwingungsweite  $\Delta\sigma$  zu berechnen.

Führen wir die Abkürzungen

$$c_1 = \frac{\sigma_{0Z} \sigma_W + \kappa^2}{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2}, \quad c_2 = \frac{\sigma_{0Z} - \sigma_W}{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2}$$

ein, so erhalten wir aus Gl. (5)

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_W - c_1 \sigma_m}{1 - c_2 \sigma_m} \quad (6)$$

oder auch

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \Delta\sigma = \frac{\sigma_m(1 - c_2 \sigma_m) + \sigma_W - c_1 \sigma_m}{1 - c_2 \sigma_m};$$

wegen

$$1 - c_1 = \frac{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2 - (\sigma_{0Z} \sigma_W + \kappa^2)}{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2} = \frac{\sigma_{0Z}(\sigma_{0Z} - \sigma_W)}{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2} = \sigma_{0Z} c_2$$

folgt daraus

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_W + c_2 \sigma_m (\sigma_{0Z} - \sigma_m)}{1 - c_2 \sigma_m}. \quad (7)$$

Bemerkenswert ist, daß  $\sigma_{max}$  mit

$$\sigma_{amax} = \frac{\sigma_{aW} + c_{2a} \sigma_m (\sigma_{0Z} - \sigma_m)}{1 - c_{2a} \sigma_m} \quad (7a)$$

auch als Langzeitgesetz nach Gl. (2) geschrieben werden kann:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{0Z} + f_m \sigma_{amax}}{1 + f_m}. \quad (2a)$$

---

<sup>5)</sup> F. STÜSSI: Theory and Test results on the fatigue of metals. Proceedings A.S.C.E., Journal Structural Division, Oct. 1959.

Setzen wir nämlich  $\sigma_{a\max}$  nach Gl. (7a) in Gl. (2a) ein, so folgt mit

$$f_m = (1 - c_{2a} \sigma_m) f_W \quad (8)$$

zunächst  $\sigma_{max} = \frac{\sigma_0 Z + f_W [\sigma_{aW} + c_{2a} \sigma_m (\sigma_0 Z - \sigma_m)]}{1 + (1 - c_{2a} \sigma_m) f_W};$

dividieren wir Zähler und Nenner durch  $(1 + f_W)$ , so erhalten wir

$$\frac{\sigma_0 Z + f_W \sigma_{aW}}{1 + f_W} = \sigma_W, \quad \frac{f_W c_{2a}}{1 + f_W} = c_2 = \frac{\sigma_0 Z - \sigma_W}{\sigma_0^2 Z + \kappa^2},$$

$$\frac{1 + (1 - c_{2a} \sigma_m) f_W}{1 + f_W} = 1 - c_2 \sigma_m$$

oder  $\sigma_{max} = \frac{\sigma_W + c_2 \sigma_m (\sigma_0 Z - \sigma_m)}{1 - c_2 \sigma_m},$

womit die Übereinstimmung der Gl. (7) und (2a) bewiesen ist. Die Kurven  $\sigma_{max}$  für eine gegebene Mittelspannung  $\sigma_m$  sind somit ebenfalls «echte» Langzeitkurven in der Form der Gl. (2), mit der «Gewichtsfunktion»  $f_m = f_W (1 - c_{2a} \sigma_m)$ .

Da die Form der Gl. (2a) die Grundlage für die aufzustellende Theorie des Kerbstabes bildet, sei sie in Fig. 2 noch geometrisch diskutiert. Der Endwert

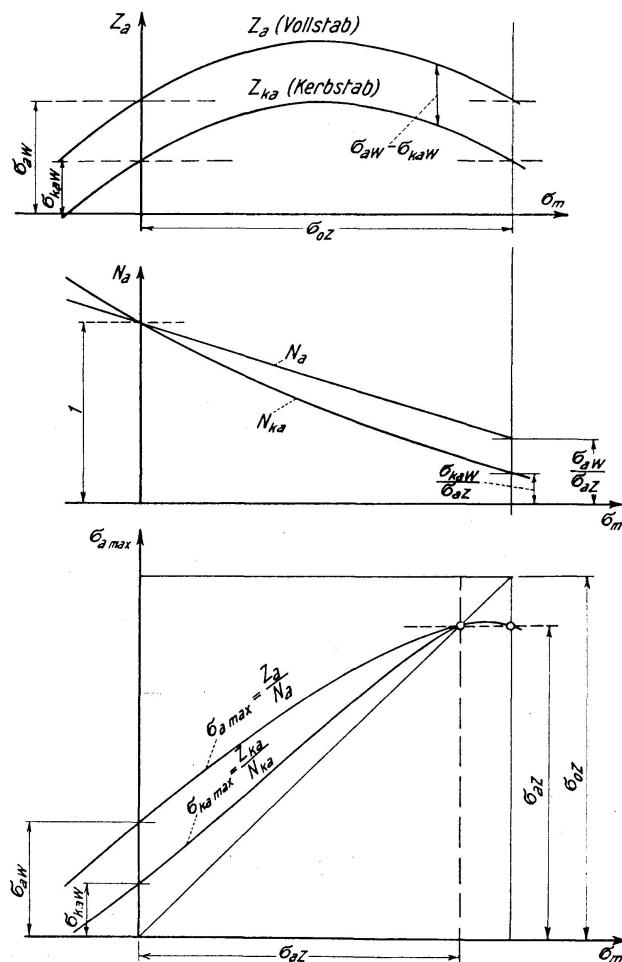


Fig. 2.

$\sigma_{a\max}$  der Größtspannung kann in der Form

$$\sigma_{a\max} = \frac{Z_a}{N_a} \quad (9)$$

mit dem Zähler

$$Z_a = \sigma_{aW} + c_{2a} \sigma_m (\sigma_{0Z} - \sigma_m)$$

und dem Nenner

$$N_a = 1 - c_{2a} \sigma_m$$

gedeutet werden, während die Funktion  $f_m$  sich zu

$$f_m = N_a f_W$$

ergibt. Bei Material mit Kriechen,  $\kappa^2 > 0$ , ergibt sich der Größtwert für  $\sigma_{a\max} = \sigma_{aZ} < \sigma_{0Z}$  für  $\sigma_m = \sigma_{aZ}$  zu

$$\sigma_{aZ} = \frac{\sigma_{aW}}{c_{1a}} = \sigma_{aW} \frac{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2}{\sigma_{0Z} \sigma_{aW} + \kappa^2}.$$

Bemerkenswert ist, daß rechnerisch für  $\sigma_m = \sigma_{0Z}$  der Wert von  $\sigma_{a\max}$ ,

$$(\sigma_{a\max})_{\sigma_m=\sigma_{0Z}} = \frac{\sigma_{aW}}{1 - c_{2a} \sigma_{0Z}} = \frac{\sigma_{aW}}{c_{1a}} = \sigma_{aZ},$$

ebenfalls  $\sigma_{aZ}$  beträgt. Dieses Merkmal,

$$\sigma_{a\max} = \sigma_{aZ} \quad \text{für } \sigma_m = \sigma_{aZ} \quad \text{und} \quad \sigma_m = \sigma_{0Z},$$

(das auch für endliche Lastwechselzahlen mit  $\sigma_{\max} = \sigma_Z$  für  $\sigma_m = \sigma_Z$  und  $\sigma_m = \sigma_{0Z}$  gültig ist) tritt an Stelle der horizontalen Tangente der  $\sigma_{\max}$ -Kurven für  $\sigma_m = \sigma_Z$  bei nichtkriechendem Material.

### 3. Die Ermüdungsfestigkeit des Kerbstabes

Wir gehen davon aus (und diese Behauptung ist durch Versuchsergebnisse zu beweisen), daß auch beim Kerbstab die Größtspannungen  $\sigma_{k\max}$  dem Langzeitgesetz

$$\sigma_{k\max} = \frac{\sigma_{0Z} + f_{km} \sigma_{ka\max}}{1 + f_{km}} \quad (2b)$$

gehören, wobei

$$\sigma_{ka\max} = \frac{Z_{ka}}{N_{ka}}, \quad f_{km} = N_{ka} f_{kW}$$

betragen sollen; die Kurven  $Z_{ka}$ ,  $N_{ka}$  und  $\sigma_{ka\max}$  sind in Fig. 2 ebenfalls eingetragen.

Wir setzen zunächst

$$Z_{ka} = \sigma_{kaW} + \bar{c}_{2a} \sigma_m (\sigma_{0Z} - \sigma_m);$$

setzen wir gleiche Zugfestigkeit von Kerbstab und Vollstab sowohl für den Kurzzeitversuch ( $\sigma_{0Z}$ ) wie unter Langzeitbelastung ( $\sigma_{aZ}$ ) voraus, so muß der Nenner von

$$N_{ka} = 1 \quad \text{für } \sigma_m = 0 \quad \text{bis} \quad N_{ka} = \frac{\sigma_{kaW}}{\sigma_{aZ}} \quad \text{für } \sigma_m = \sigma_{0Z}$$

variieren. Dieser Bedingung genügt mit

$$c_{3a} = \frac{\sigma_{aZ} - \sigma_{kaW}}{\sigma_{aZ} \sigma_{0Z}} \quad (10a)$$

der Ansatz

$$N_{ka} = 1 - \frac{c_{3a} \sigma_m}{c_{4a} + \frac{1 - c_{4a}}{\sigma_{0Z}} \sigma_m} = 1 - \frac{c_{3a} \sigma_{0Z} \sigma_m}{c_{4a} (\sigma_{0Z} - \sigma_m) + \sigma_m}.$$

Führen wir nun noch die Bedingung ein, daß analog zum Vollstab auch für  $\sigma_m = \sigma_{aZ}$  die Größtspannung  $\sigma_{ka\ max} = \sigma_{aZ}$  sein müsse,

$$\sigma_{aZ} = \frac{\sigma_{kaW} + \bar{c}_{2a} \sigma_{aZ} (\sigma_{0Z} - \sigma_{aZ})}{1 - \frac{c_{3a} \sigma_{0Z} \sigma_{aZ}}{c_{4a} (\sigma_{0Z} - \sigma_{aZ}) + \sigma_{aZ}}},$$

so folgt nach einiger Zwischenrechnung

$$c_{4a} = \frac{\bar{c}_{2a} \sigma_{aZ}}{c_{3a} \sigma_{0Z} - \bar{c}_{2a} (\sigma_{0Z} - \sigma_{aZ})}. \quad (10b)$$

Es ist nun noch für unseren Ansatz

$$\sigma_{ka\ max} = \frac{\sigma_{kaW} + \bar{c}_{2a} \sigma_m (\sigma_{0Z} - \sigma_m)}{1 - \frac{c_{3a} \sigma_{0Z} \sigma_m}{c_{4a} (\sigma_{0Z} - \sigma_m) + \sigma_m}} \quad (7b)$$

der eine der beiden Koeffizienten  $\bar{c}_{2a}$  oder  $c_{4a}$  aus Versuchen zu bestimmen. Aus unseren Versuchen, insbesondere aus solchen mit negativem  $\sigma_m$  (Druck), ergibt sich dann Übereinstimmung mit der Rechnung, wenn

$$\bar{c}_{2a} = c_{2a} = \frac{\sigma_{0Z} - \sigma_{aW}}{\sigma_{0Z}^2 + \kappa^2} \quad (10c)$$

gewählt wird. Die «Zählerkurve»  $Z_{ka}$  des Kerbstabes ergibt sich somit aus der  $Z_a$ -Kurve des Vollstabes durch eine Parallelverschiebung um den Betrag  $\sigma_{aW} - \sigma_{kaW}$  (s. Fig. 2).

Da  $\bar{c}_{2a} = c_{2a}$ , wie sich leicht nachweisen läßt, auch in der Form

$$\bar{c}_{2a} = c_{2a} = \frac{\sigma_{aZ} - \sigma_{aW}}{\sigma_{0Z} \sigma_{aZ}} \quad (10d)$$

geschrieben werden kann, ergibt sich  $c_{4a}$  aus den Gl. (10a) und (10b) auch in der Form

$$c_{4a} = \frac{\sigma_{aZ}(\sigma_{aZ} - \sigma_{aW})}{\sigma_{0Z}(\sigma_{aW} - \sigma_{kaW}) + \sigma_{aZ}(\sigma_{aZ} - \sigma_{aW})}. \quad (10e)$$

Für verschwindende Kerbwirkung,  $\sigma_{kaW} = \sigma_{aW}$ , wird  $c_{4a} = 1$ ,  $c_{3a} = c_{2a}$  und Gl. (7b) geht über in die für den Vollstab gültige Gl. (7a).

Für nicht kriechendes Material,  $\kappa^2 = 0$ , wird mit  $\sigma_{aZ} = \sigma_{0Z} = \sigma_Z$

$$\bar{c}_{2a} = c_{2a} = \frac{\sigma_Z - \sigma_{aW}}{\sigma_Z^2}, \quad c_{3a} = \frac{\sigma_Z - \sigma_{kaW}}{\sigma_Z^2}, \quad c_{4a} = \frac{\sigma_Z - \sigma_{aW}}{\sigma_Z - \sigma_{kaW}}.$$

Es ist nun noch die Wöhlerkurve der Wechselfestigkeit  $\sigma_{kW}$ ,

$$\sigma_{kW} = \frac{\sigma_{0Z} + f_{kW} \sigma_{kaW}}{1 + f_{kW}}, \quad (2b)$$

zu bestimmen. Die Versuchsinterpretation führt zunächst zur Feststellung, daß für

$$f_{kW} = f_{0kW} n^p \quad (3b)$$

der gleiche Exponent  $p$  gültig ist wie für den Vollstab; dieser Exponent  $p$  ist somit als eine charakteristische Materialkonstante zu betrachten.

Ferner zeigt sich der überraschend einfache Zusammenhang, daß sich das Verhältnis  $f_{kW} : f_W$  linear mit dem Verhältnis  $\sigma_{kaW} : \sigma_{aW}$  ändert; es ist nämlich

$$\frac{f_{kW}}{f_W} = 1 + \beta \left( 1 - \frac{\sigma_{kaW}}{\sigma_{aW}} \right). \quad (11)$$

Der Zahlenwert  $\beta$  ist aus Versuchen zu bestimmen. Aus den beiden Versuchsserien an Aluminiumlegierungen der Gruppe Al-Zn, die nachstehend besprochen werden, ergibt sich für diese Gruppe ein Wert von  $\beta = 2,15$ , der jedoch für die Legierungsgruppen Al-Mg, Al-Mg-Si, Al-Cu-Mg noch etwas höher zu liegen scheint, nämlich bei etwa 2,35, während sich für den untersuchten Baustahl ein Wert von  $\beta = 1,83$  ergab.

In Fig. 3 sind zunächst die Ergebnisse der instruktiven Ermüdungsversuche ("rotating beam tests") an gekerbten Stäben mit verschiedenen Kerbformen wiedergegeben, die R. L. TEMPLIN<sup>6</sup>) veröffentlicht hat. Diese Versuche sind deshalb besonders wertvoll, weil sie sich über einem sehr großen Bereich der Lastwechselzahlen erstrecken. Für die Auswertung besteht allerdings eine gewisse Unsicherheit insofern, als die statische Ausgangsspannung  $\sigma_0$  beim Biegeversuch nicht bekannt ist; sie muß jedoch größer sein als die statische Zugfestigkeit  $\sigma_{0Z}$ , die hier mit 82,0 ksi angegeben wird. Es zeigt sich aus der Auswertung, daß  $\sigma_0$  etwa 95 ksi beträgt mit Ausnahme des Stabes mit der schärfsten Kerbe, wo dieser Wert auf etwa  $\sigma_0 = 86$  ksi absinkt. Dank

<sup>6</sup>) R. L. TEMPLIN: Fatigue of Aluminum. H. W. Gillett Memorial Lecture, ASTM 1954.

des großen Lastwechselbereiches lassen sich dagegen die asymptotischen Endwerte  $\sigma_{aw}$  bzw.  $\sigma_{kaW}$  recht zuverlässig bestimmen. Tragen wir die spezifischen Werte

$$\frac{\sigma - \sigma_a}{\sigma_0 - \sigma_a}$$

(auf die sich ein kleiner Fehler in der Schätzung von  $\sigma_0$  nur sehr wenig auswirkt) über den Abszissen  $i = \log n$  auf, so zeigt sich, daß alle diese spezifischen Kurven ähnlich sind (gleicher Exponent  $p$ ) und sich nur durch eine Parallelverschiebung  $-A_i$  gegenüber der Kurve für den Vollstab unterscheiden; damit ist

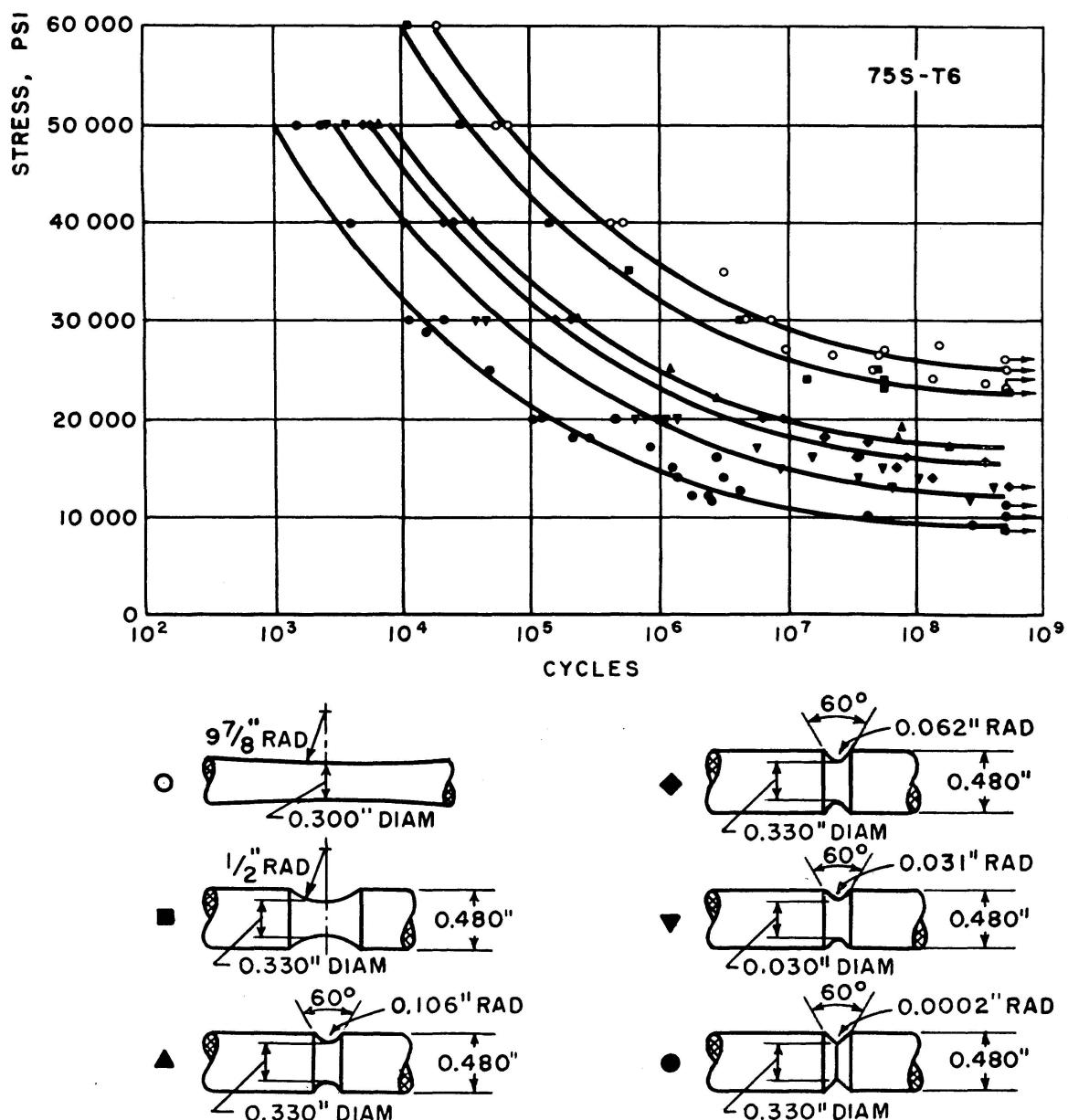


Fig. 3. Kerbversuche von R. L. Templin, Biegewechselfestigkeit.

$$\frac{f_{kW}}{f_W} = \text{num. } p \Delta i$$

gefunden und die Auftragung dieser Werte über den Abszissen  $\sigma_{kaw}$ :  $\sigma_{aw}$  führt zur Aufstellung der Gl. (11) mit  $\beta = 2,15$ . In Fig. 4 sind die auf diesen Grundlagen berechneten Kurven  $\sigma_{kW}$ , ausgehend vom Vollstab mit

$$\lambda_W = 0,40i - 1,694, \quad \sigma_{aw} = 24,0 \text{ ksi}, \quad \sigma_0 = 95 \text{ ksi}$$

dargestellt. Der Vergleich dieser Kurven mit den Versuchsergebnissen Fig. 3 zeigt, daß die Beziehung Gl. (11) gut zutrifft.

In Fig. 5 sind die Ergebnisse unserer Versuche über die Wechselfestigkeit der Legierung Z, einer selbstaushärtenden Legierung der Gruppe Al-Zn der Aluminium-Industrie AG, Chippis-Zürich, aufgetragen. Untersucht wurden der polierte Vollstab, ein Stab mit «sanften» seitlichen Kerben von 5 mm Kerbradius und 1 mm Tiefe sowie ein Lochstab mit Loch  $\varnothing = 4$  mm bei 30 mm Stabbreite. Die Versuchswerte aus je 5 Einzelversuchen sind mit dem Minimum, dem Maximum und dem logarithmischen Mittelwert<sup>7)</sup> der Lastwechsel-

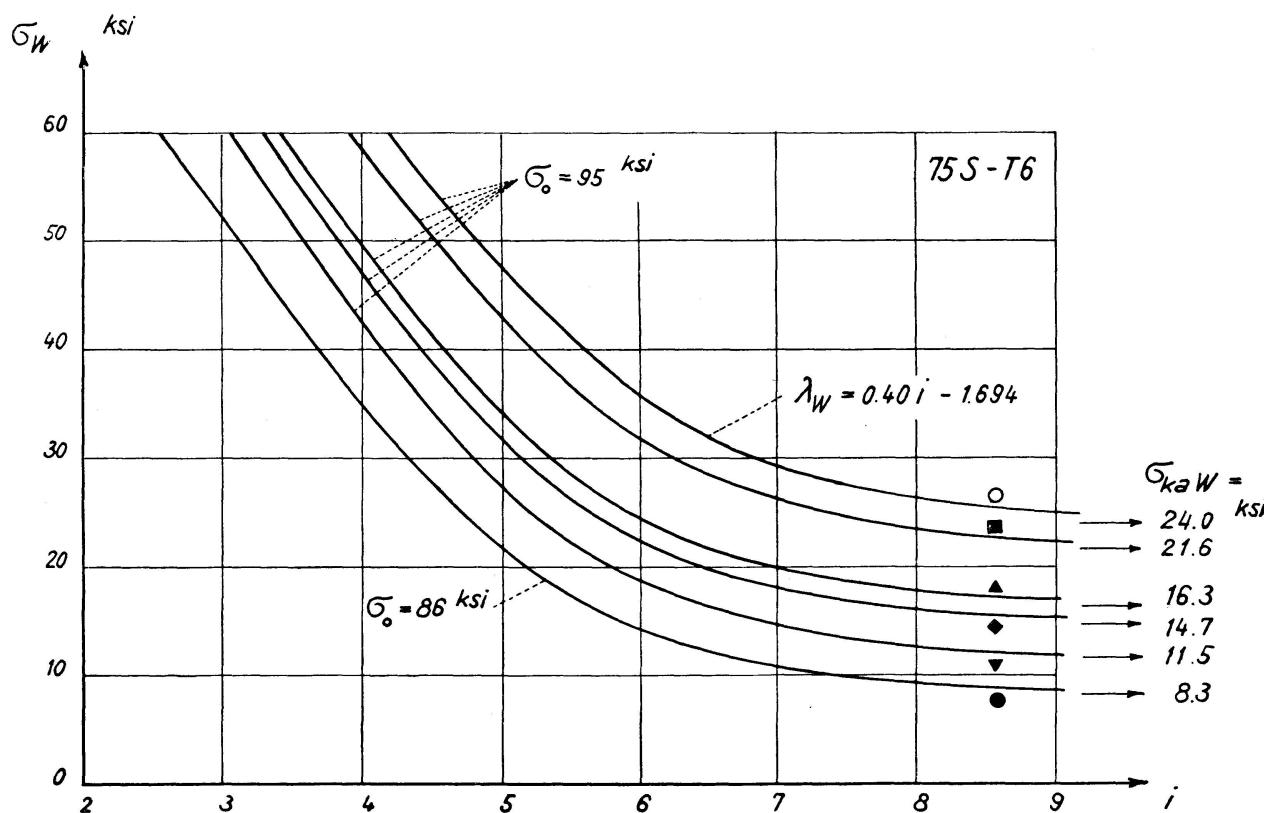


Fig. 4. Auswertung der Kerbversuche von R. L. Templin.

<sup>7)</sup> Würde man statt des logarithmischen Mittelwertes den aus den Werten  $n^p$  gebildeten Mittelwert verwenden, so würde sich wegen der relativ großen Streubereiche bei großen Lastwechselzahlen eine kleine Erhöhung der asymptotischen Endwerte  $\sigma_{aw}$  bzw.  $\sigma_{kaw}$  und damit des Exponenten  $p$  ergeben.

zahlen angegeben. Den berechneten Kurven liegen folgende Zahlenwerte zu Grunde:

Vollstab:	$\lambda_W = 0,410i - 1,655$	$\sigma_{0Z} = 3,73 \text{ t/cm}^2$	$\sigma_{aW} = 1,18 \text{ t/cm}^2$
Sanfte Kerbe:	$0,410i - 1,413$	4,00	0,77
Lochstab:	$0,410i - 1,323$	3,73	0,55.

Auch diese Versuche zeigen, daß Gl. (11) mit  $\beta = 2,15$  gut zutrifft.

Zur Berechnung der Spannungswerte  $\sigma_{max}$  für  $\sigma_m \gtrless 0$  benötigen wir noch die Kriechinvariante  $\kappa^2$ , die aus (mindestens) einem Versuchswert  $\sigma_{max}$  (für möglichst großes  $\sigma_m$ ) am Vollstab zu bestimmen ist. Selbstverständlich äußern sich die unvermeidlichen Streuungen oder Ungenauigkeiten der Versuchswerte auch auf den Wert von  $\kappa^2$ , der deshalb als Mittelwert aus verschiedenen Wertegruppen  $\sigma_W$ ,  $\sigma_m$ ,  $\Delta\sigma$  zu  $\kappa^2 = 1,10 \text{ t}^2/\text{cm}^4$  bestimmt wurde. Fig. 6 zeigt

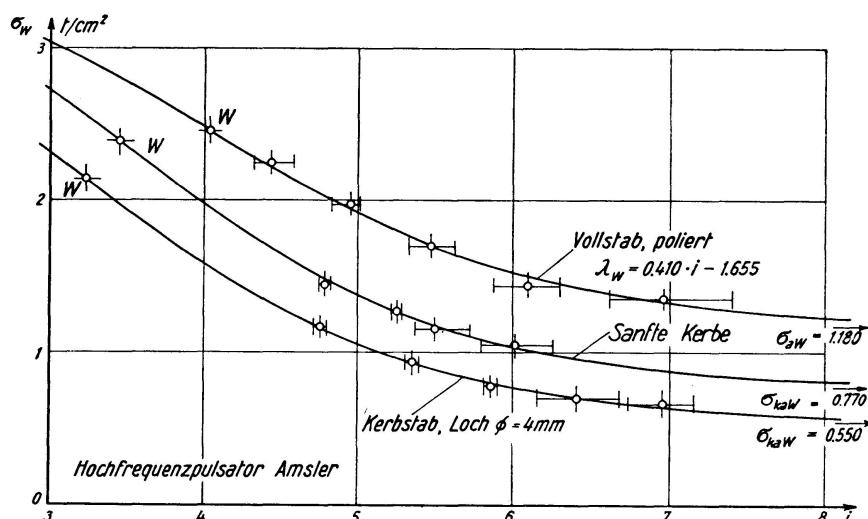


Fig. 5. Wechselfestigkeit der Legierung Z (AIAG).

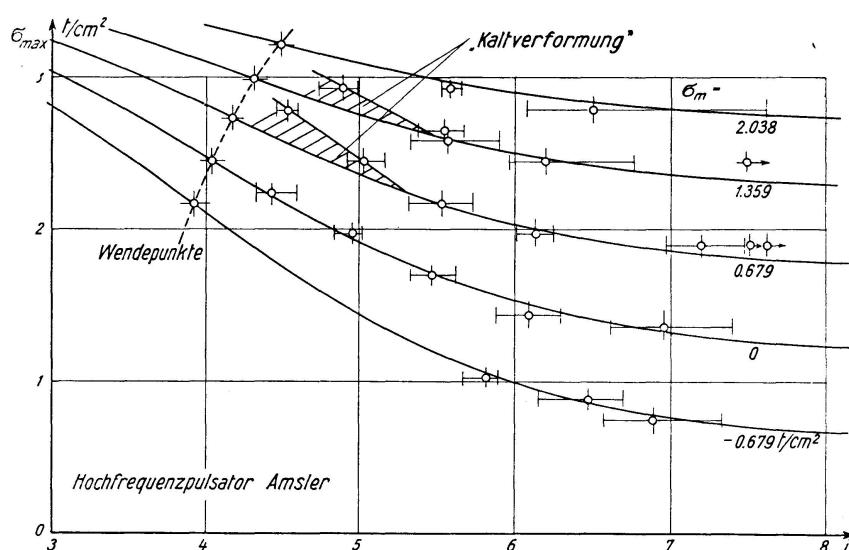


Fig. 6. Ermüdungsfestigkeit der Legierung Z (AIAG), Vollstab poliert.

den Vergleich der damit berechneten Kurven

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_0 Z + f_m \sigma_{a max}}{1 + f_m},$$

wobei

$$\sigma_{a max} = \frac{1,180 + 0,16985 \sigma_m (3,730 - \sigma_m)}{1 - 0,16985 \sigma_m}, \quad f_m = (1 - 0,16985 \sigma_m) f_W,$$

mit den Versuchswerten. Für kleinere Lastwechselzahlen bis zu etwa  $n = 250\,000$  zeigt sich ein festigkeitserhöhender Einfluß, der bei Aluminiumlegierungen häufig festzustellen ist und den ich der Wirkung einer Kaltverformung zuschreibe<sup>5)</sup>.

Damit sind nun auch die Werte

$$\sigma_{aZ} = 3,220, \quad \bar{c}_{2a} = c_{2a} = 0,16985, \quad c_{3a} = 0,22231, \quad c_4 = 0,73653$$

für den Lochstab bestimmbar, so daß die Kurven

$$\sigma_{k max} = \frac{\sigma_0 Z + f_{km} \sigma_{ka max}}{1 + f_{km}}$$

entsprechend Gl. (2b) berechnet werden können. Der Vergleich der berechneten Kurven mit den Versuchswerten ist in Fig. 7 dargestellt. Auch wenn sich die unvermeidlichen Streuungen der Versuchswerte deutlich zeigen, darf doch die Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung als durchaus befriedigend bezeichnet werden.

Mit den Werten  $\sigma_{kW}$  der Wechselfestigkeit nach Gl. (2b) können die Werte  $\sigma_{k max}$  für eine gegebene Lastwechselzahl mit

$$c_3 = \frac{\sigma_Z - \sigma_{kW}}{\sigma_0 Z \sigma_Z}, \quad \bar{c}_2 = c_3 \frac{c_{2a}}{c_{3a}}, \quad c_4 = c_{4a} = \text{konst.}$$

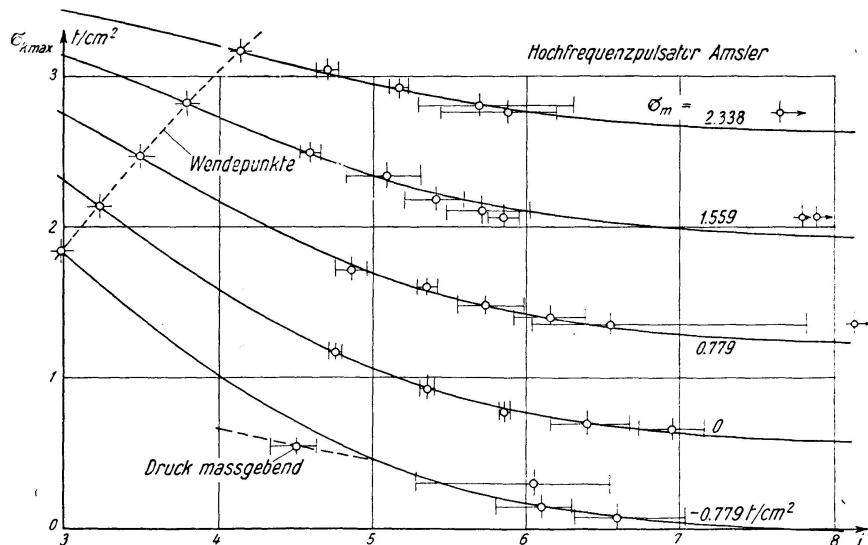


Fig. 7. Ermüdungsfestigkeit der Legierung Z (AIAG), Lochstab, Loch  $\varnothing = 4$  mm.

auch in der Form

$$\sigma_{kmax} = \frac{\sigma_{kW} + \bar{c}_2 \sigma_m (\sigma_0 z - \sigma_m)}{1 - \frac{c_3 \sigma_0 z \sigma_m}{c_4 (\sigma_0 z - \sigma_m) + \sigma_m}} \quad (12)$$

berechnet werden, womit die vorgeschlagene Lösung, wie beim Vollstab, auch beim Kerbstab ihre innere Geschlossenheit gefunden hat.

Als weiteres Beispiel zeigt Fig. 8 den Vergleich von Versuch und Rechnung für einen Lochstab (Loch  $\varnothing = 4$  mm bei 30 mm Stabbreite) aus dem von den von Roll'schen Eisenwerken in Gerlafingen für unsere Versuche hergestellten Baustahl etwa der Güte St. 44. Bei diesem Material ist die Zugfestigkeit zwischen Vollstab und Lochstab deutlich verschieden; es wurde nämlich gefunden:

$$\text{Vollstab: } \sigma_Z = 4,56 \text{ t/cm}^2, \quad \sigma_{aW} = 2,16 \text{ t/cm}^2,$$

$$\text{Lochstab: } \sigma_Z = 4,76 \text{ t/cm}^2, \quad \sigma_{kaW} = 1,18 \text{ t/cm}^2.$$

Die Koeffizienten der Gl. (7 b) wurden, unter Verzicht auf genaue Einhaltung der horizontalen Tangente von  $\sigma_{kmax}$  für  $\sigma_m = \sigma_Z$  sinngemäß zu

$$\bar{c}_{2a} = \frac{4,56 - 2,16}{4,56 \cdot 4,76} = 0,1106, \quad c_{3a} = \frac{4,76 - 1,18}{4,76^2} = 0,1580,$$

$$c_{4a} = \frac{4,56 - 2,16}{4,76 - 1,18} = 0,6742$$

berechnet. Ferner wurde  $\lambda_{kW}$  zu

$$\lambda_{kW} = 0,480 i - 1,806$$

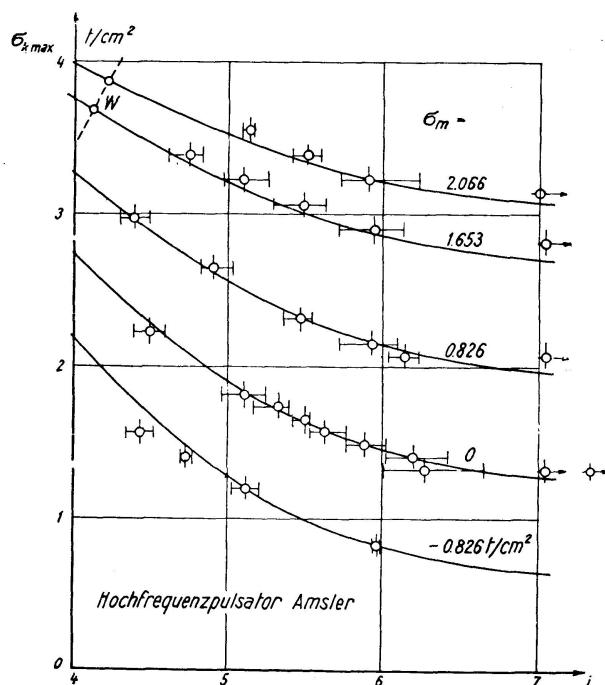


Fig. 8. Stahl St. 45.6 von Roll, Lochstab, Loch  $\varnothing = 4$  mm.

bestimmt; damit können die Werte  $\sigma_{k\max}$  berechnet werden. Auch hier darf die Übereinstimmung von Versuch und Rechnung als befriedigend bezeichnet werden; sie könnte durch eine Verkleinerung von  $c_{4a}$  auf etwa  $c_{4a} = 0,65$  noch verbessert werden.

Es sei schließlich noch auf das Ermüdungsverhalten *geschweißter Verbindungen* hingewiesen. Auch hier zeigt sich eine ähnliche Verkleinerung der Ermüdungsfestigkeit gegenüber dem Vollstab wie bei Kerbstäben<sup>8)</sup>. Soweit die bisher bekannt gewordenen Versuchsergebnisse zeigen, bleibt auch hier die Gl. (7 b) anwendbar und gibt eine bessere Erfassung der Dauerfestigkeitswerte als die frühere Näherungsformel, dagegen ist hier die Bedingung der horizontalen Tangente an die Kurve  $\sigma_{k\max}$  für  $\sigma_m = \sigma_Z$  (bei  $\kappa^2 = 0$ ) deutlich nicht mehr erfüllt. Gegenüber der Gl. (10) müßte hier also  $c_{4a}$  vergrößert oder  $\bar{c}_{2a}$  verkleinert werden. Ob dafür auch eindeutig festlegbare Zusammenhänge vorliegen, wird erst nach einer sorgfältigen Analyse von umfassenden und systematischen Versuchsreihen gesagt werden können.

### Zusammenfassung

Die bisher für einen zwischen festen Spannungsgrenzen beanspruchten Zugstab entwickelte Theorie der Ermüdungsfestigkeit wird auf den Kerbstab erweitert. Damit wird es möglich, aus dem Ermüdungsverhalten des Vollstabes, das unter Berücksichtigung des Kriechens durch fünf Kennwerte erfaßt wird, durch Einführung eines neuen Kennwertes, etwa der Wechselfestigkeit  $\sigma_{kW}$  für irgend eine Lastwechselzahl, auch das Ermüdungsverhalten des Kerbstabes bei gleicher Temperatur umfassend zu umschreiben. Der Kennwert  $\sigma_{kW}$  ist dabei von der Kerbform und vom Material abhängig. Die berechneten Festigkeitswerte zeigen gute Übereinstimmung mit Versuchen.

### Summary

The author extends to notched bars the theory of fatigue strength he has developed for the study of bars in tension subjected to stresses applied between fixed limits. On the basis of the fatigue behaviour of smooth bars — a behaviour defined by five characteristics, taking creep into account —, it is thus possible to describe the entire fatigue behaviour of notched bars at the same temperature, by introducing an additional characteristic, for example the resistance to alternating stresses  $\sigma_{kW}$  for any given number of cycles. This characteristic  $\sigma_{kW}$  depends upon the shape of the notch and the material. The calculated strengths are in good agreement with the experimental values.

---

<sup>8)</sup> F. STÜSSI: Zur Dauerfestigkeit von Schweißverbindungen. Schweiz. Bauzeitung, 75. Jg., Nr. 52, 1957.

**Résumé**

L'auteur étend aux barres entaillées la théorie de la résistance à la fatigue qu'il a développée pour l'étude des barres tendues soumises à des sollicitations appliquées entre des limites fixes. A partir du comportement à la fatigue des barres lisses — comportement défini par cinq caractéristiques en tenant compte du fluage —, il est ainsi possible de décrire également le comportement complet à la fatigue des barres entaillées, à la même température, en introduisant une caractéristique nouvelle, par exemple la résistance aux efforts alternés  $\sigma_{kw}$  pour un nombre de cycles quelconque. Cette caractéristique  $\sigma_{kw}$  dépend de la forme de l'entaille et du matériau. Les résistances calculées correspondent bien aux valeurs expérimentales.