

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen  
**Band:** 14 (1954)

**Artikel:** Le voilement de l'âme des poutres fléchies et raidies au cinquième supérieur  
**Autor:** Dubas, Ch.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-13937>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 05.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Le voilement de l'âme des poutres fléchies et raidies au cinquième supérieur

*Die Ausbeulung des Stegbleches bei Trägern, welche auf Biegung beansprucht werden und im oberen Fünftel versteift sind*

*The web-buckling of flexurally loaded plate girders, stiffened horizontally at the upper fifth point of the depth*

CH. DUBAS, Ingénieur en Chef aux Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey  
Dr ès Sc. Techn.

L'édition de juillet 1952 des normes allemandes DIN 4114 (flambement, déversement, voilement) donne, à la page 27 du deuxième fascicule, des valeurs limites<sup>1)</sup> pour la rigidité économique<sup>2)</sup> des raidisseurs placés au cinquième supérieur de l'âme des poutres fléchies. Il est apparu intéressant de vérifier par la voie théorique<sup>3)</sup> l'exactitude des valeurs indiquées.

A cet effet, les valeurs déjà publiées en 1948<sup>4)</sup> ont été reprises et complétées

<sup>1)</sup> Ces valeurs sont de  $\gamma_e = 50$  pour  $\delta = 0$  et de  $\gamma_e = 70$  pour  $\delta = 0,1$ . Selon l'usage  $\gamma$  désigne le rapport des rigidités du raidisseur considéré et de la tôle dans sa hauteur, tandis que  $\delta$  désigne le rapport des sections.

<sup>2)</sup> Appelée aussi rigidité optimum, en allemand „Mindeststeifigkeit“. Il s'agit de la rigidité minimum pour que la tôle se voile en deux séries de cloques superposées, sans faire fléchir le raidisseur.

<sup>3)</sup> En ce qui concerne le comportement réel au moment du voilement et la sécurité de l'âme, on se reportera en particulier aux dernières publications du Prof. Ch. Massonnet: Recherches expérimentales sur la résistance au voilement de l'âme des poutres à âme pleine (Publication préliminaire du quatrième Congrès de l'A. I. P. C., Cambridge et Londres 1952), Recherches sur le dimensionnement et le raidissement rationnels de l'âme des poutres à âme pleine, en tenant compte du danger de voilement (Annales de l'Institut technique du Bâtiment et des Travaux publics, novembre 1953), ainsi que: Essais de voilement sur poutre à âme raidie (L'Ossature Métallique, décembre 1953).

<sup>4)</sup> Cf. Contribution à l'étude du voilement des tôles raidies. Publication préliminaire du troisième Congrès de l'A. I. P. C., Liège 1948, et No. 23 des Publications de l'Institut de Statique appliquée, Edition Leemann, Zürich.

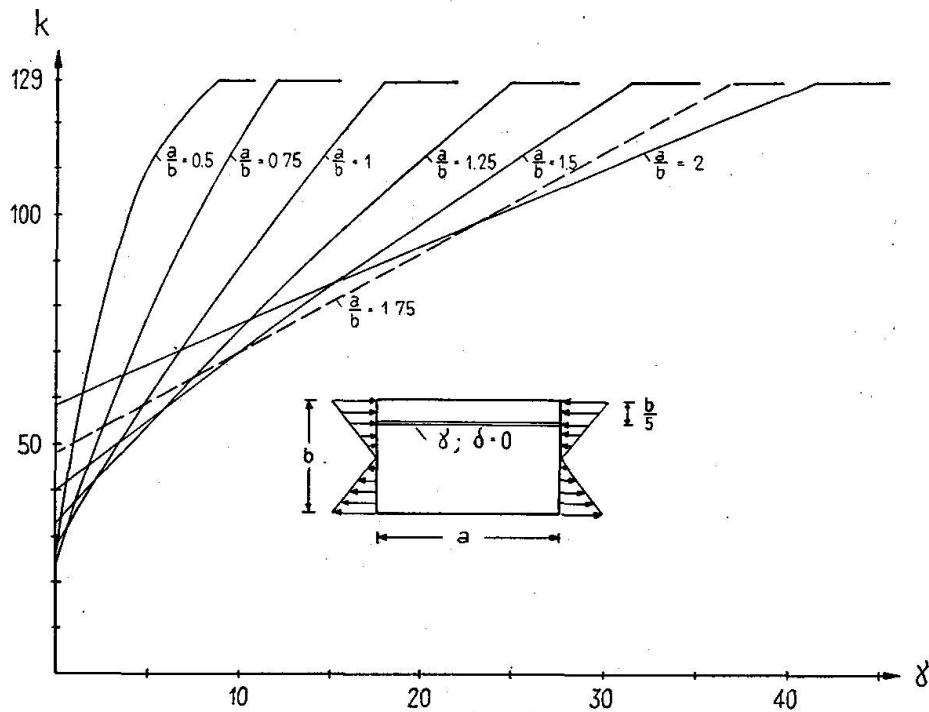


Fig. 1

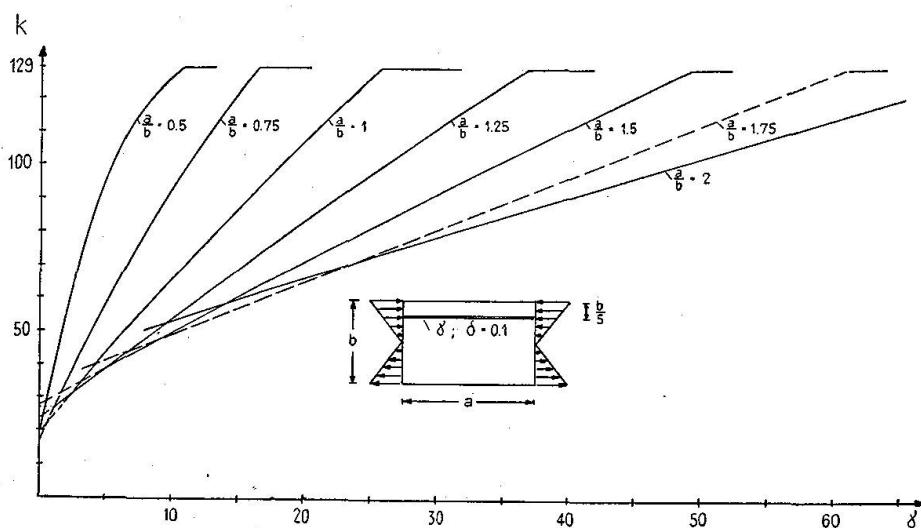


Fig. 2

par celles obtenues récemment pour les tôles dont la longueur  $a$  est le double de la hauteur  $b$  ( $\frac{a}{b} = 2$ ). Le procédé de calcul utilisé consiste à rechercher tout d'abord les déflexions aux différents points de la tôle sollicitée par une série de charges transversales unitaires agissant l'une après l'autre. On y parvient facilement à l'aide d'une méthode améliorée par bandes entre-croisées, en

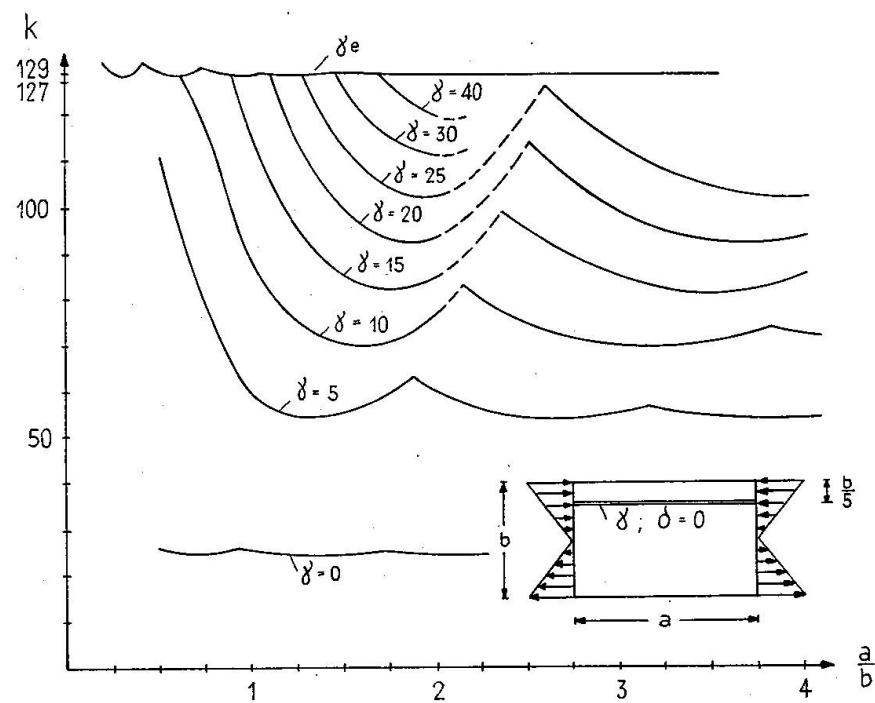


Fig. 3

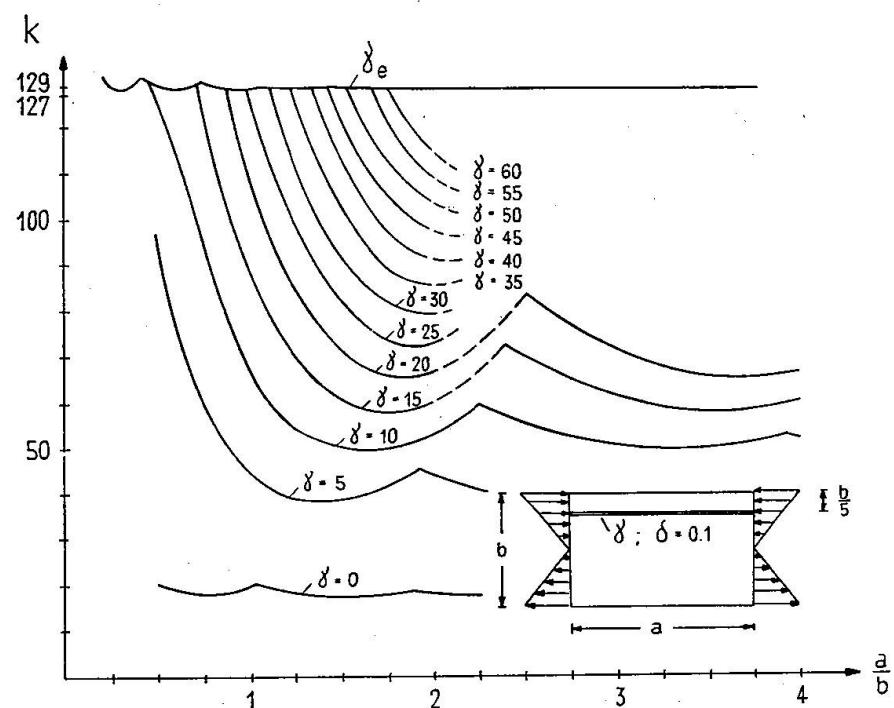


Fig. 4

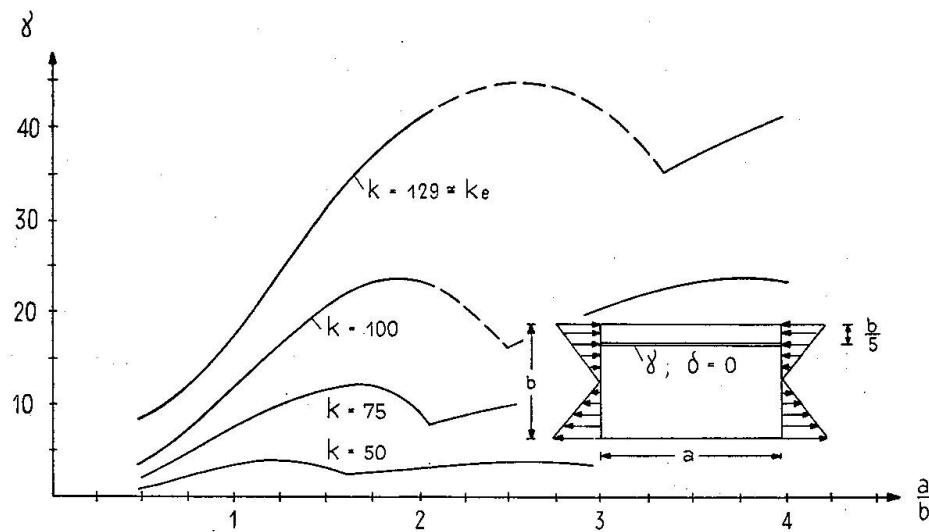


Fig. 5

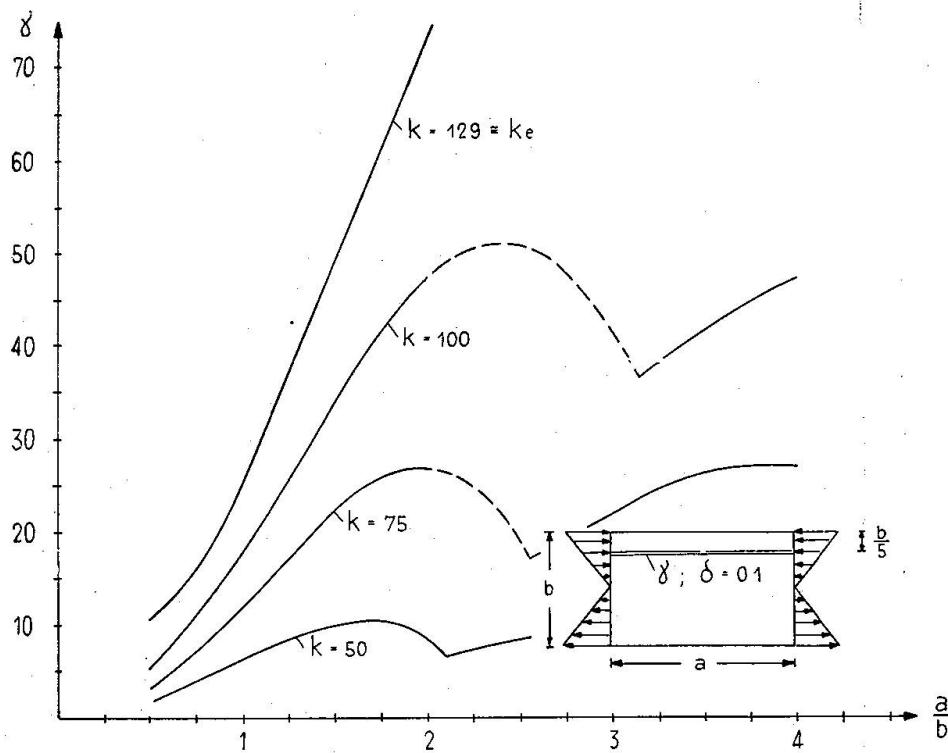


Fig. 6

tenant compte de la torsion. Les flèches une fois connues, on applique le procédé classique d'Engesser-Vianello. On suppose à cet effet les déformations de la tôle et l'on vérifie que ces déformations sont bien celles du voilement. On opère par approximations successives, la convergence étant rapide à condition de freiner l'influence de la zone tendue. Pour les diverses rigidités et sections du raidisseur, l'interpolation parabolique donne immédiatement des résultats ex-

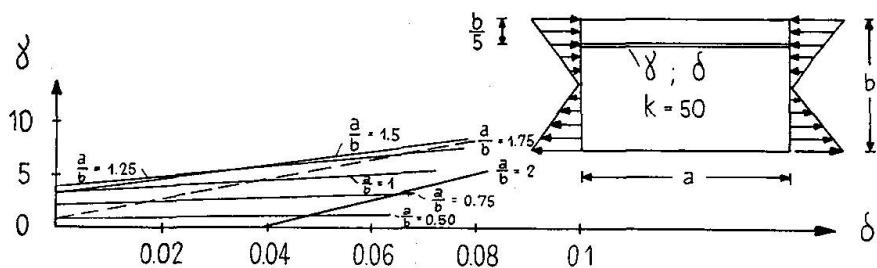


Fig. 7

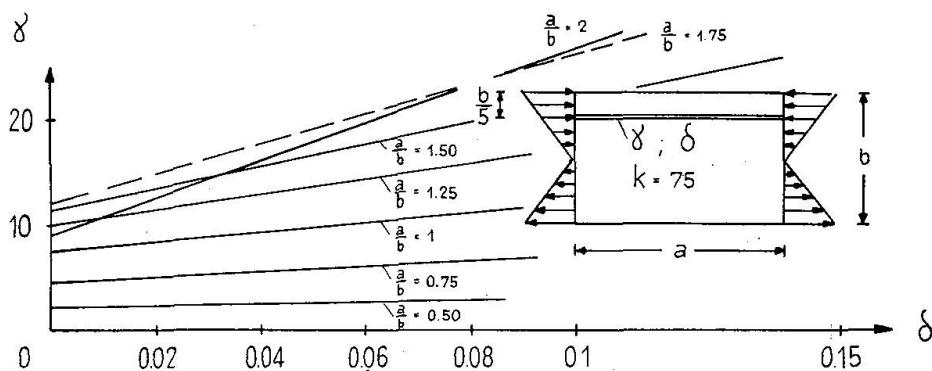


Fig. 8

cellents. Tout le calcul est assez simple, car il suffit de considérer les points d'une seule verticale passant par le milieu de l'âme, à cause des déflexions transversales de la tôle voilée qui forment, parallèlement aux efforts de bout la sollicitant, une série de sinusoïdes.

Le tableau 1 contient toutes les valeurs obtenues, à quelques exceptions près<sup>5</sup>). Les valeurs pour  $\frac{a}{b} = 1,75$  n'ont pas été calculées directement, mais sont interpolées. Leur précision étant inférieure à celle des autres, nous les avons mises entre parenthèses. Le tableau 1 donne le coefficient de voilement  $k$ <sup>6</sup>) en fonction des rigidités croissantes du raidisseur  $\gamma = 0,5, 10, 15, 20, \dots$  en supposant tout d'abord que le raidisseur ne fait que retenir la tôle, sans être soumis comme elle à un effort normal ( $\delta = 0$ ).

Les valeurs de  $\gamma$  correspondant au même coefficient de voilement  $k$  sont ensuite données pour un raidisseur soumis à un effort normal important ( $\delta = 0,1$ ). Il est facile de trouver la valeur de  $\gamma$  pour un  $\delta$  quelconque et un  $k$  fixé, en observant que, si  $\delta$  croît linéairement, il en est de même de  $\gamma$ . En effet, le raidisseur

<sup>5</sup>) Voir les tableaux récapitulatifs No. 1 à 4, p. 104 et 105, du deuxième ouvrage cité à la note précédente.

<sup>6</sup>) Le coefficient de voilement  $k$  est le facteur par lequel il faut multiplier la contrainte critique au flambement d'une bande de tôle de largeur unitaire et de même hauteur que l'âme pour obtenir la contrainte à son extrémité faisant voiler cette âme.

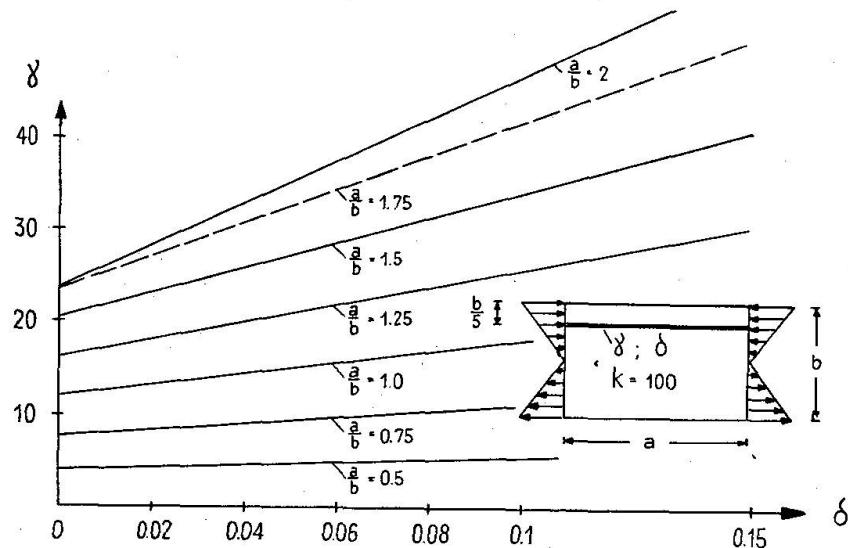


Fig. 9

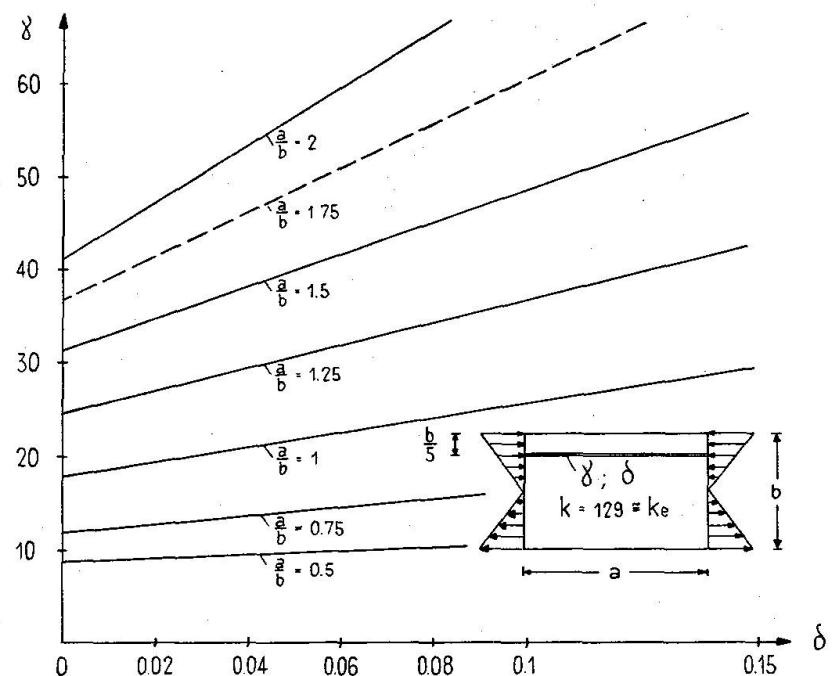


Fig. 10

soumis à un effort normal tend à flamber et perd de ce fait une partie de sa résistance à la flexion. Pour compenser ce déchet de résistance, il suffit d'augmenter la rigidité du raidisseur. On en déduit immédiatement que, si  $\delta$  croît linéairement, il doit en être nécessairement de même de  $\gamma$ .

A l'aide du tableau 1 il est facile d'établir tous les graphiques liant entre elles les différentes valeurs des dimensions de la tôle ( $\frac{a}{b}$ ), de la rigidité et de la

Tableau No. 1

$\frac{a}{b} = 0,5$	—	$k$	25,5	111	129,3 8,63 10,57
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 0,38	5 6,67	
$\frac{a}{b} = 0,75$	—	$k$	24,1	117	129,3 11,87 16,24
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 0,81	10 7,61	
$\frac{a}{b} = 1$	—	$k$	27,1	115	129,3 17,79 25,55
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 1,63	15 15,3	
$\frac{a}{b} = 1,25$	—	$k$	32,4	117	129,3 24,60 36,72
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 3,04	10,1 17,0	
$\frac{a}{b} = 1,5$	—	$k$	39,5	113	129,3 31,36 48,80
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 5,34	15 12,4	
$\frac{a}{b} = 1,75$	—	$k$	(48,1)	113	129,3 (36,8) (60,6)
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 (9,05)	15 (23,2)	
$\frac{a}{b} = 2$	—	$k$	58,3	111	129,3 41,38 72,42
	$\delta = 0$ $\delta = 0,1$	$\gamma$	0 14,0	25 21,2	

section du raidisseur ( $\gamma$  et  $\delta$ ) ainsi que du coefficient de voilement  $k$ . Pour cela il faut bien entendu se rappeler qu'au dessus d'une certaine rigidité du raidisseur, dite rigidité économique<sup>2)</sup>, la tôle se voilera en deux séries de cloques superposées. Le raidisseur placé au cinquième supérieur se trouvant juste le long d'une horizontale où la tôle ne se déforme pas en se voilant comme indiqué, le coefficient de voilement sera constant et identique à celui de la tôle non raidie fléchissant en deux séries de cloques superposées dès que la rigidité du raidisseur dépassera la rigidité économique<sup>7)</sup>. En procédant ainsi on obtient les fig. 1 à 10. Le lecteur voudra bien observer que seules les lignes pleines ont été tracées d'après des points calculés, tandis que les lignes pointillées proviennent d'inter- ou d'extrapolations. Leur exactitude est donc problématique.

En pratique les graphiques généraux 1 à 10 ne seront que peu utilisés, car l'on choisira presque toujours un raidisseur optimum de rigidité économique, ne fléchissant pas lors du voilement.

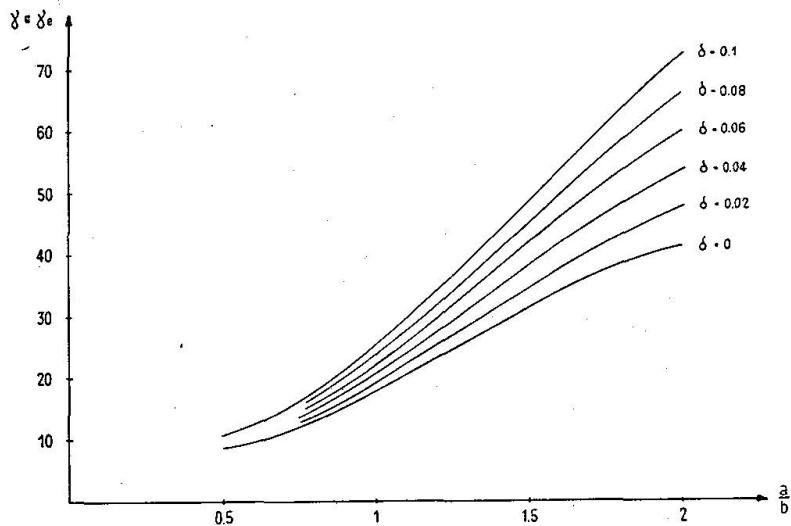


Fig. 11

<sup>7)</sup> En réalité le raidisseur placé au cinquième supérieur ne fléchit vraiment pas que si la longueur de la tôle est un multiple du quart de sa hauteur  $\left(\frac{a}{0,25b} = n \text{ où } n = 1, 2, 3, \dots\right)$ . Dans tous les autres cas, le raidisseur fléchit légèrement mais sans changement important du coefficient de voilement  $k$ . Les conclusions de la page 101 de la „Contribution à l'étude du voilement des tôles raidies“ (note 4, second ouvrage), valent également lorsque  $\frac{a}{b}$  dépasse 1,5. D'après ces conclusions le cas le plus défavorable est approximativement atteint lorsque  $\frac{a}{b}$  est un multiple de 0,3. Le coefficient de voilement  $k$  est alors d'environ 2% plus faible, si on laisse le raidisseur au cinquième supérieur en lieu et place des 21 centièmes où il devrait se trouver pour ne pas fléchir. Lorsque  $\frac{a}{b}$  augmente, le coefficient de voilement  $k_e$  tend donc à se stabiliser à environ 127, valeur correspondant à la formation de cloques dont la largeur est de  $0,3b$ .

*Tableau No. 2*  
(Valeurs de  $\gamma_e$  pour  $k=k_e \cong 129,3$ )

$\frac{a}{b}$	$\delta$	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1
0,5		8,63	9,0	9,4	9,8	10,2	10,57
0,75		11,87	12,7	13,6	14,5	15,4	16,24
1		17,79	19,3	20,9	22,4	24,0	25,55
1,25		24,60	27,0	29,4	31,9	34,3	36,72
1,5		31,36	34,8	38,3	41,8	45,3	48,80
1,75		(36,8)	(41,6)	(46,3)	(51,1)	(55,8)	(60,6)
2		41,38	47,6	53,8	60,0	66,2	72,42

Pour cette raison, les valeurs se rapportant à ce type de raidisseur sont données spécialement dans le tableau No. 2 et le graphique fig. 11. Afin de permettre un contrôle ultérieur par d'autres méthodes<sup>8)</sup>, les flèches lors du voilement<sup>9)</sup> sont indiquées dans le tableau No. 3 tandis qu'elles sont représentées graphiquement aux fig. 12 à 15, mais seulement pour  $\gamma=0$  (tôle sans raidisseur),  $\gamma \cong \frac{\gamma_e}{2}$  et  $\gamma \cong \gamma_e$  (raidisseur économique).

*Tableau No. 3*

Flèches pour  $\frac{a}{b}=2$  et  $\frac{b_1}{b}=\frac{1}{5}$  (raidisseur au cinquième supérieur de l'âme fléchie)

Pt.	$\gamma=5$ et $\delta=0$	$\gamma=10$ et $\delta=0$	$\gamma=15$ et $\delta=0$	$\gamma=20$ et $\delta=0$	$\gamma=25$ et $\delta=0$	$\gamma=30$ et $\delta=0$	$\gamma=35$ et $\delta=0$	$\gamma=40$ et $\delta=0$
	... ou							
	$\gamma=21,19$ et $\delta=0,1$	$\gamma=28,32$ et $\delta=0,1$	$\gamma=35,42$ et $\delta=0,1$	$\gamma=42,49$ et $\delta=0,1$	$\gamma=49,52$ et $\delta=0,1$	$\gamma=56,54$ et $\delta=0,1$	$\gamma=63,54$ et $\delta=0,1$	$\gamma=70,52$ et $\delta=0,1$
	... ou							
1	+0,565	+0,566	+0,566	+0,567	+0,567	+0,568	+0,568	+0,568
2	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
3	+1,233	+1,236	+1,239	+1,243	+1,247	+1,251	+1,255	+1,260
4	+1,248	+1,248	+1,250	+1,253	+1,256	+1,260	+1,265	+1,271
5	+1,091	+1,084	+1,080	+1,075	+1,073	+1,072	+1,072	+1,073
6	+0,842	+0,826	+0,813	+0,802	+0,792	+0,785	+0,778	+0,773
7	+0,575	+0,555	+0,537	+0,522	+0,508	+0,496	+0,486	+0,476
8	+0,341	+0,322	+0,306	+0,292	+0,279	+0,267	+0,257	+0,248
9	+0,154	+0,143	+0,134	+0,125	+0,118	+0,111	+0,105	+0,099

<sup>8)</sup> Seul le cas  $\gamma=\gamma_e$  a été vérifié par la méthode énergétique en introduisant dans le calcul les flèches obtenues précédemment.

<sup>9)</sup> Les déformations étant indéterminées au moment du voilement, les valeurs indiquées peuvent être multipliées par un coefficient quelconque.

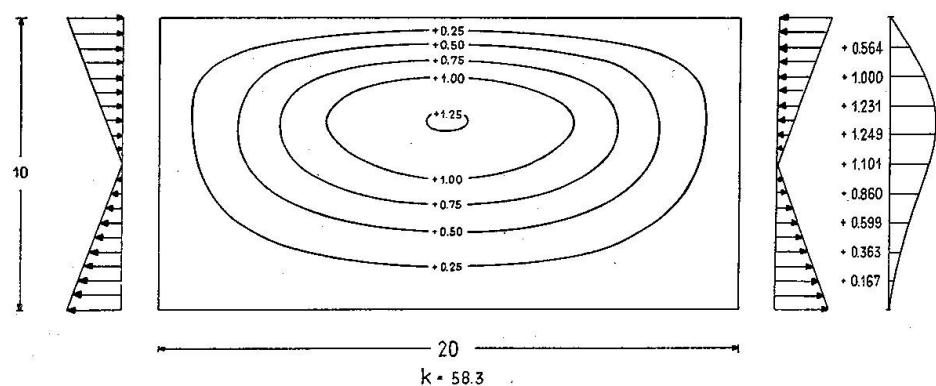


Fig. 12

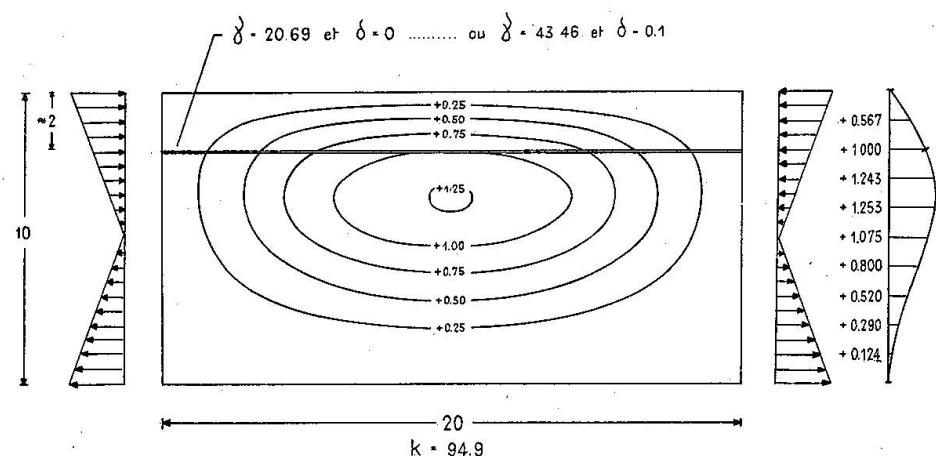


Fig. 13

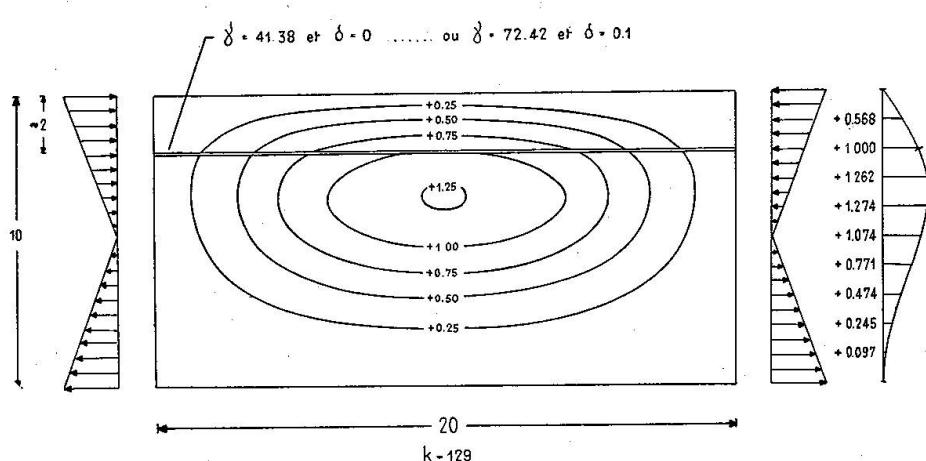


Fig. 14

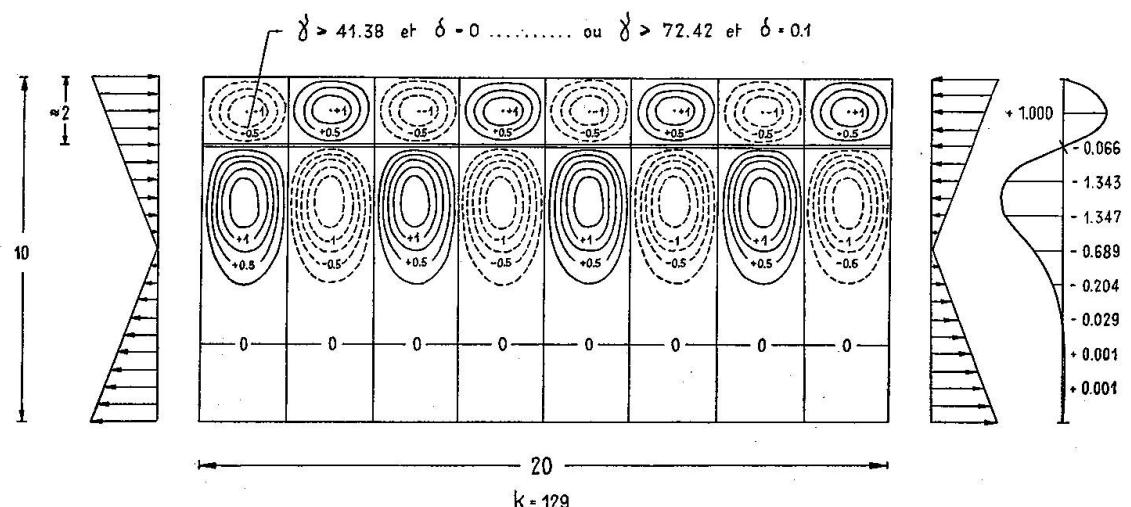


Fig. 15

Le tableau No. 2 et la fig. 11 montrent très clairement que les valeurs limites de la rigidité économique ne sont pas encore atteintes lorsque la longueur de l'âme entre deux raidisseurs verticaux est le double de sa hauteur, même si le raidisseur horizontal au cinquième supérieur ne supporte aucun effort normal ( $\delta = 0$ ). Il s'avère donc nécessaire de poursuivre l'étude théorique du voilement pour des tôles sensiblement plus longues ( $\frac{a}{b} = 3, 4$  et peut-être même 5 pour  $\delta = 0,1$ ). En outre, on devra très certainement revoir en les augmentant les valeurs limites prévues par les normes allemandes DIN 4114.

### Résumé

L'auteur complète l'étude du voilement publiée en 1948, en donnant toutes les valeurs et graphiques nécessaires au praticien pour des poutres à âme pleine soumises à la flexion pure et raidies au cinquième supérieur, lorsque la longueur des panneaux ne dépasse pas le double de leur hauteur. Il montre en outre la nécessité de revoir à ce sujet les normes allemandes DIN 4114.

### Zusammenfassung

Der Verfasser ergänzt seine im Jahre 1948 veröffentlichte Untersuchung über das Ausbeulungsproblem, indem er dem Praktiker alle nötigen Berechnungswerte und graphischen Darstellungen für vollwandige Blechträger liefert, welche auf reine Biegung beansprucht werden und im obersten Fünftel ver-

steift sind. Die Werte gelten nur, solange die Feldlänge nicht mehr als die doppelte Trägerhöhe beträgt.

Der Verfasser weist außerdem auf die Notwendigkeit hin, die deutschen Normen DIN 4114 diesbezüglich zu revidieren.

### **Summary**

The author completes his investigation of buckling, published in 1948, by giving all the values and graphs needed by the practising engineer for the design of plate girders, loaded in simple bending and stiffened horizontally at the upper fifth point of the depth, with a panel width not more than twice the web depth. He furthermore makes a case for revision of the relevant German specification DIN 4114.