

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 8 (1947)

Artikel: Zusammengesetzte Vollwandträger

Autor: Stüssi, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-8895>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ZUSAMMENGESETzte VOLWANDTRÄGER

POUTRES COMPOSÉES

COMPOSED BEAMS

Prof. Dr. F. STÜSSI, Generalsekretär für Stahlbau der I. V. B. H.,
Eidg. Techn. Hochschule Zürich.

1. Vorbemerkungen

Das Kräftespiel in zusammengesetzten Vollwandträgern ist abhängig von der Nachgiebigkeit der die Einzelbalken verbindenden Verbindungsmitte. Nur bei starren und dicht ausgeteilten Verbindungsmitte ist die Spannungsberechnung für einen Vollbalken, wie er in der klassischen Biegsungslehre vorausgesetzt wird, zutreffend. Die Konstruktionspraxis hilft sich beispielsweise im Holzbau bei der Berechnung des verdübelten Balkens durch die Einführung von Wirkungsgraden; die Randspannungen werden mit einem abgeminderten Widerstandsmoment $\alpha \cdot W$ und die Durchbiegungen mit einem abgeminderten Trägheitsmoment $\beta \cdot J$ berechnet. Eine solche Näherungsberechnung ist solange unbefriedigend, als der Zusammenhang der Wirkungsgrade α und β mit der Nachgiebigkeit des Verbindungsmitte nicht bestimmt ist und der Einfluß der Aufteilung der Verbindungsmitte nicht berücksichtigt wird. Die Materialprüfung hat wohl die Festigkeitswerte der verschiedenen Verbindungsmitte des Stahlbaues und des Holzbaues eingehend untersucht, dagegen fehlt bis heute eine systematische und umfassende Untersuchung der Nachgiebigkeit, d. h. der Verformbarkeit der Verbindungsmitte. Hier liegt nach meiner Auffassung eine Aufgabe der Versuchsforschung für die nächste Zukunft vor.

Nachstehend wird das Kräftespiel in einigen ausgewählten Beispielen zusammengesetzter Vollwandträger untersucht mit dem Zweck, einerseits der Versuchsforschung die Grundlagen zur Versuchsauswertung und andererseits der Konstruktionspraxis Richtlinien für eine verfeinerte Bemessung zu liefern. Dabei soll sich diese Untersuchung grundsätzlich auf den Bereich elastischer Formänderungen beschränken.

2. Der verdübelte Balken

Wir beginnen mit einem Beispiel aus dem Holzbau und untersuchen das Kräftespiel in einem dreiteiligen verdübelten Balken mit doppelt-symmetrischem Querschnitt, von dem ein Ausschnitt in Fig. 1 skizziert ist. Durch die Dübel werden gegenseitige Reaktionen, Dübelkräfte, auf die Einzelbalken übertragen; wir denken uns diese Dübelkräfte in ihre Komponenten X und Y zerlegt (Fig. 2). Genau genommen sollte noch eine dritte Gruppe von Unbekannten, die Dübelmomente Z , eingeführt werden; doch kann der Einfluß dieser Dübelmomente Z als unbedeutend vernachlässigt werden, wenn wir die Dübelkräfte X in Dübelmitte wirkend annehmen. Zur Bestimmung der Dübelkräfte X und Y gehen wir davon aus, daß im Grund-

system ohne Dübel ($X = 0, Y = 0$) die drei Einzelbalken sich unter der äußeren Belastung gleich stark durchbiegen sollen oder daß sich also die äußere Belastung im Verhältnis der Einzelträgheitsmomente J_1, J_2 auf die Einzelbalken verteilen soll. Im Grundsystem sind die Einzelbalken somit durch die Momente

$$M_{01} = M \cdot \frac{J_1}{J_0}, \quad M_{02} = M \cdot \frac{J_2}{J_0}$$

beansprucht, wenn wir die Abkürzung $J_0 = 2J_1 + J_2$ einführen.

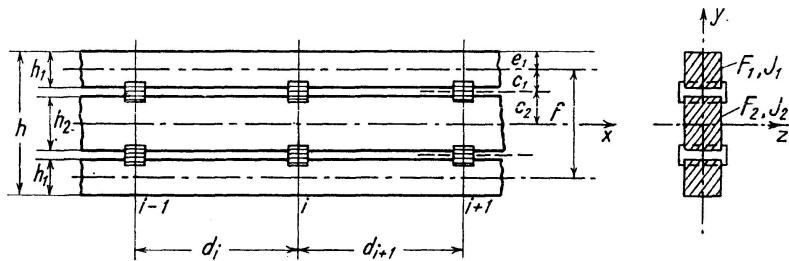


Fig. 1.

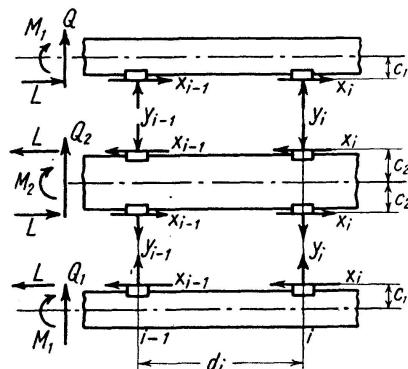


Fig. 2.

Bei der Bestimmung der Dübelkräfte wollen wir an Stelle der lotrechten Komponenten Y die durch sie verursachten Momente M_y und an Stelle der wagrechten Komponenten X ihre vom linken Auflager her aufsummierten Resultierenden L einführen. Die resultierenden Momente betragen damit im Randbalken

$$M_1 = M_{01} - M_y - L_i \cdot c_1 \quad (1a)$$

und im Mittelbalken

$$M_2 = M_{02} + 2M_y - L_i \cdot 2c_2. \quad (1b)$$

Zur Bestimmung der neuen überzähligen Größen M_y und L stehen uns nun zwei Gruppen von Elastizitätsbedingungen zur Verfügung. Die erste dieser Bedingungen sagt aus, daß die Einzelbalken in allen Knotenpunkten gleiche Durchbiegungen aufweisen müssen. (Wir verzichten somit auf eine Berücksichtigung der vernachlässigbaren lotrechten Zusammendrückungen von Dübeln und Balken infolge der Kräfte Y .) Fassen wir die Biegungslinien als Seilpolygone zu den elastischen Gewichten K auf, so ist die Bedingung gleicher Durchbiegungen erfüllt, wenn die elastischen Gewichte K der Einzelbalken in entsprechenden Knotenpunkten miteinander übereinstimmen. Vernachlässigen wir bei dieser Bestimmung der Überzähligen die kleinen Ein-

flüsse der Längs- und Querkräfte auf die Durchbiegungen, so ist unter Voraussetzung linearen Momentenverlaufs zwischen den Knotenpunkten

$$K_{1i} = \frac{1}{6EJ_1} \cdot [d_i \cdot (M_{1i-1} + 2M_{1i}) + d_{i+1} \cdot (2M_{1i} + M_{1i+1})],$$

$$K_{2i} = \frac{1}{6EJ_2} \cdot [d_i \cdot (M_{2i-1} + 2M_{2i}) + d_{i+1} \cdot (2M_{2i} + M_{2i+1})].$$

Setzen wir die Werte M_1 und M_2 nach Gleichung (1) ein, so ergibt die Gleichsetzung $K_{1i} = K_{2i}$ nach kurzer Zwischenrechnung

$$d_i \cdot (M_{y,i-1} + 2M_{y,i}) + d_{i+1} \cdot (2M_{y,i} + M_{y,i+1}) = \frac{3 \cdot (J_1 \cdot 2c_2 - J_2 \cdot c_1)}{J_0} \cdot (d_i \cdot L_i + d_{i+1} \cdot L_{i+1}) \quad (2)$$

Bei gleichen Feldweiten, $d_i = d_{i+1}$ vereinfacht sich Gleichung (2) auf

$$M_{y,i-1} + 4M_{y,i} + M_{y,i+1} = \frac{3 \cdot (J_1 \cdot 2c_2 - J_2 \cdot c_1)}{J_0} \cdot (L_i + L_{i+1}) \quad (2a)$$

Die zweite Gruppe von Elastizitätsbedingungen gewinnen wir durch Betrachtung des Abstandes der Dübelmitten im verformten Balken. Bezeichnen wir mit $\Delta d'_i$ die Längenänderung der ideellen untern Randfaser, in der

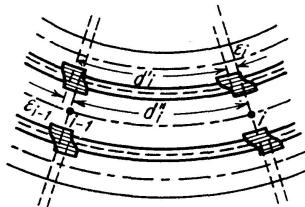


Fig. 3.

Höhe der Dübelmitte gemessen, des oberen Randbalkens und mit $\Delta d''_i$ die Längenänderung der ideellen oberen Randfaser des Mittelbalkens, sowie mit ϵ_{i-1} und ϵ_i die Verformungen der Dübel D_{i-1} und D_i , so ist nach Fig. 3

$$\Delta d'_i + \epsilon_i = \Delta d''_i + \epsilon_{i-1}. \quad (3)$$

Führen wir die Mittelwerte M_{im} der Momente M_i über das Feld d_i ein, so betragen die Längenänderungen Δd der betrachteten ideellen Fasern

$$\Delta d'_i = \frac{d_i}{E} \cdot \left(\frac{M_{1im} \cdot c_1}{J_1} - \frac{L_i}{F_1} \right)$$

und

$$\Delta d''_i = -\frac{d_i}{E} \cdot \frac{M_{2im} \cdot c_2}{J_2}.$$

Die Dübelverformungen setzen wir im Sinne der Elastizitätstheorie proportional zu den Dübelkräften X ein, wobei wir den Verformungswiderstand C der Dübel einführen:

$$\epsilon_{i-1} = \frac{X_{i-1}}{C_{i-1}} = \frac{L_i - L_{i-1}}{C_{i-1}},$$

$$\epsilon_i = \frac{X_i}{C_i} = \frac{L_{i+1} - L_i}{C_i}.$$

Damit und durch Einsetzen der Momentenwerte M_1 und M_2 nach Gleichung (1) liefert uns die Elastizitätsbedingung Gleichung (3)

$$\begin{aligned} \frac{d_i}{E} \cdot \left[\frac{c_1}{J_1} \cdot \left(M_{im} \cdot \frac{J_1}{J_0} - M_{yim} - L_i \cdot c_1 \right) - \frac{L_i}{F_1} \right] + \frac{L_{i+1} - L_i}{C'_i} \\ = - \frac{d_i}{E} \cdot \frac{c_2}{J_2} \cdot \left(M_{im} \cdot \frac{J_2}{J_0} + 2M_{yim} - L_i \cdot 2c_2 \right) + \frac{L_i - L_{i-1}}{C'_{i-1}} \end{aligned}$$

oder geordnet

$$\begin{aligned} - \frac{L_{i-1}}{C_{i-1}} + L_i \cdot \left[\frac{1}{C_{i-1}} + \frac{1}{C_i} + \frac{d_i}{E} \cdot \left(\frac{c_1^2}{J_1} + \frac{2c_2^2}{J_2} + \frac{1}{F_1} \right) \right] - \frac{L_{i+1}}{C_i} = \\ = \frac{d_i}{EJ_0} \cdot (c_1 + c_2) \cdot M_{im} + \frac{d_i}{E} \cdot \left(\frac{2c_2}{J_2} - \frac{c_1}{J_1} \right) \cdot M_{yim}. \end{aligned} \quad (4)$$

Bei konstantem Dübelwiderstand $C_{i-1} = C_i = C$ ergibt sich das Gleichungssystem (4) in der etwas einfacheren Form

$$\begin{aligned} - L_{i-1} + L_i \cdot \left[2 + \frac{C \cdot d_i}{E} \cdot \left(\frac{c_1^2}{J_1} + \frac{2c_2^2}{J_2} + \frac{1}{F_1} \right) \right] - L_{i+1} = \\ = \frac{C \cdot d_i}{EJ_0} \cdot (c_1 + c_2) \cdot M_{im} + \frac{C \cdot d_i}{E} \cdot \left(\frac{2c_2}{J_2} - \frac{c_1}{J_1} \right) \cdot M_{yim}. \end{aligned} \quad (4a)$$

Die Gleichungen (2) sind nun für jeden Knotenpunkt, die Gleichungen (4) für jedes Feld unter Beachtung der Randbedingungen $M_{yo} = 0$, $L_o = 0$ anzuschreiben. Die beiden Gleichungssysteme sind nun aber nicht unabhängig voneinander, weil in Gleichung (4) neben der Unbekannten L auch die Unbekannte

$$M_{yim} = \frac{M_{yi-1} + M_{yi}}{2}$$

im Belastungsglied vorkommt. Abgesehen von einer Lösung durch sukzessive Annäherung muß somit ein Gleichungssystem gelöst werden, das gleichzeitig alle Unbekannten L und M_y enthält. Dieser etwas beschwerliche Weg kann dadurch umgangen werden, daß wir die beiden Gleichungssysteme (2) und (4) derart miteinander kombinieren, daß die eine der beiden Gruppen von Unbekannten, beispielsweise M_y , eliminiert wird.

Wir wollen diese Kombination der Einfachheit halber für den Fall gleicher Feldweiten (Gleichung (2a)) und konstanter Dübelwiderstände (Gleichung (4a)) durchführen, wobei wir der leichten Handhabung wegen die beiden Gleichungssysteme in der abgekürzten Form

$$M_{yi-1} + 4M_{yi} + M_{yi+1} = \varphi \cdot (L_i + L_{i+1}) \quad (2b)$$

$$- L_{i-1} + \psi \cdot L_i - L_{i+1} = \mu \cdot M_{im} + \nu \cdot (M_{yi-1} + M_{yi}) \quad (4b)$$

schreiben. Um die Unbekannten M_y zu eliminieren, schreiben wir Gleichung (2b) für die Knotenpunkte $i-1$ und i an und erhalten durch Addition und Multiplikation mit ν

$$\nu \cdot (M_{yi-2} + 5M_{yi-1} + 5M_{yi} + M_{yi+1}) = \nu \cdot \varphi \cdot (L_{i-1} + 2L_i + L_{i+1})$$

Die für die Felder d_{i-1} und d_{i+1} einfach, für das Feld d_i dagegen vierfach angeschriebene Gleichung (46) liefert durch Addition

$$\begin{aligned} \nu \cdot (M_{yi-2} + 5M_{yi-1} + 5M_{yi} + M_{yi+1}) + \mu \cdot (M_{i-1,m} + 4M_{im} + M_{i+1,m}) \\ = -L_{i-2} + (\psi - 4) \cdot L_{i-1} + (4\psi - 2) \cdot L_i + (\psi - 4) \cdot L_{i+1} - L_{i+2}. \end{aligned}$$

Durch Subtraktion ergibt sich nun das von den Unbekannten M_y befreite fünfgliedrige Gleichungssystem der Unbekannten L

$$\begin{aligned} -L_{i-2} + (\psi - 4 - \nu \cdot \varphi) \cdot L_{i-1} + (4\psi - 2 - 2\nu \cdot \varphi) \cdot L_i + (\psi - 4 - \nu \cdot \varphi) \cdot L_{i+1} - L_{i+2} \\ = \mu \cdot (M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1})_m \end{aligned} \quad (5)$$

Durch eine ähnliche Kombination finden wir für das Anfangsfeld d_1 die erste Gleichung des Gleichungssystems

$$(3\psi - 1 - \nu \cdot \varphi) \cdot L_1 + (\psi - 3 - \nu \cdot \varphi) \cdot L_2 - L_3 = \mu \cdot (3M_1 + M_2)_m. \quad (5a)$$

Damit ist die Aufgabe grundsätzlich gelöst: durch Auflösen des Gleichungssystems (5) finden wir die Unbekannten L_i und daraus durch Auflösen des Gleichungssystems (2) die Unbekannten M_y . Damit können nun die Spannungen und Durchbiegungen des verdübelten Balkens berechnet werden; so betragen beispielsweise die Spannungen am (unteren) Balkenrand

$$\sigma = \frac{1}{W_1} \left(M \cdot \frac{J_1}{J} - M_y - L \cdot c_1 \right) + \frac{L}{F_1};$$

Die von M und M_y herrührenden Spannungsanteile verlaufen linear von Knotenpunkt zu Knotenpunkt, während die von L herrührenden Anteile über die Feldweiten konstant sind. Dadurch entsteht ein zickzackförmiger Verlauf der Randspannungen über die Balkenlänge; praktisch sind die Unstetigkeiten an den Knotenpunkten durch s-förmige Ausrundungen zu beheben (Lastverteilung). Bei enger Dübelteilung, $d \leq 2h$, wird allerdings die Zickzackform sich verlieren und die Randspannungslinie kann aus den Spannungswerten in Feldmitte allein bestimmt werden.

Eine wesentliche Vereinfachung der Bestimmungsgleichungen für L kann nun dadurch erhalten werden, daß wir in das Belastungsglied der Gleichung (4) einen angenäherteren Wert von M_{yim} aus Gleichung (2) einführen:

$$M_{yim} \cong \frac{J_1 \cdot 2c_2 - J_2 \cdot c_1}{J_0} \cdot L_i. \quad (2c)$$

Mit

$$\left(\frac{2c_2}{J_2} - \frac{c_1}{J_1} \right) \cdot M_{yim} = \frac{(J_1 \cdot 2c_2 - J_2 \cdot c_1)^2}{J_1 \cdot J_2 \cdot J_0} \cdot L_i$$

erhalten wir aus Gleichung (4)

$$-\frac{L_{i+1}}{C_{i-1}} + L_i \cdot \left[\frac{1}{C_{i+1}} + \frac{1}{C_i} + \frac{d_i}{E} \left(\frac{c_1^2}{J_1} + \frac{2c_2^2}{J_2} + \frac{1}{F_1} - \frac{(J_1 \cdot 2c_2 - J_2 \cdot c_1)^2}{J_1 \cdot J_2 \cdot J_0} \right) \right] - \frac{L_{i+1}}{C_i} = \frac{d_i}{EJ_0} \cdot \frac{f}{2} \cdot M_{im}.$$

wobei $f = 2 \cdot (c_1 + c_2)$ bedeutet. Der Klammerausdruck läßt sich durch kurze Zwischenrechnung um mit

$$J_0 + \frac{f^2}{2} \cdot F_1 = J$$

noch zusammenfassen, so daß wir das „vereinfachte Gleichungssystem“

$$-\frac{L_{i-1}}{C_{i-1}} + L_i \cdot \left[\frac{1}{C_{i-1}} + \frac{1}{C_i} + \frac{d_i + J}{EJ_0 \cdot F_1} \right] - \frac{L_{i+1}}{C_i} = \frac{d_i}{EJ_0} \cdot \frac{f}{2} \cdot M_{im} \quad (6)$$

erhalten.

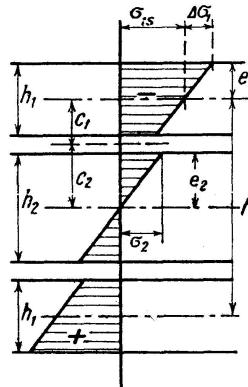


Fig. 4.

Diese vereinfachte Gleichung (6) kann nun auch direkt und einfacher gefunden werden, indem wir die Elastizitätsbedingung gleicher Durchbiegung der Einzelbalken (näherungsweise) dadurch ausdrücken, daß je in Feldmitte die Normalspannungsbilder über die drei Einzelbalken gleiche Neigung besitzen sollen (Fig. 4):

$$\frac{\Delta \sigma_1}{e_1} = \frac{\sigma_2}{e_2}.$$

Die Elastizitätsbedingung Gleichung (3) ergibt damit

$$\frac{d_i}{E} \left(-\sigma_{1s} + \frac{\Delta \sigma_1}{e_1} \cdot c_1 \right) + \frac{L_{i+1} - L_i}{C_i} = -\frac{d_i}{E} \cdot \frac{\Delta \sigma_1}{e_1} \cdot c_2 + \frac{L_i - L_{i-1}}{C_{i-1}}. \quad (7)$$

Eine Momentengleichgewichtsbedingung liefert

$$M_i = \sigma_{1s} \cdot F_1 \cdot f + 2 \cdot \frac{\Delta \sigma_1}{e_1} \cdot J_1 + \frac{\sigma_2}{e_2} \cdot J_2,$$

woraus wir mit $\sigma_{1s} \cdot F_1 = L_i$ und $2J_1 + J_2 = J_0$

$$M_i = L_i \cdot f + \frac{\Delta \sigma_1}{e_1} \cdot J_0 \quad (8)$$

oder

$$\frac{\Delta \sigma_1}{e_1} = \frac{M_i - L_i \cdot f}{J_0} \quad (8a)$$

erhalten. Durch Einsetzen finden wir aus der Elastizitätsgleichung (7)

$$\frac{d_i}{E} \left(-\frac{L_i}{F_1} + \frac{M_i - L_i \cdot f}{J_0} \cdot (c_1 + c_2) \right) = -\frac{L_{i+1}}{C_i} + \frac{L_i}{C_i} + \frac{L_i}{C_{i-1}} - \frac{L_{i-1}}{C_{i-1}}$$

die mit $c_1 + c_2 = \frac{f}{2}$ und $\frac{1}{F_1} + \frac{f^2}{2J_0} = \frac{J}{F_1 \cdot J_0}$ mit Gleichung 6 übereinstimmt.

Es soll nun die Genauigkeit des vereinfachten Gleichungssystems (6) durch Vergleich mit der genauen Lösung (5) in einem Zahlenbeispiel überprüft werden. Für das in Fig. 5 skizzierte Beispiel mit drei satt aufeinanderliegenden Einzelbalken und den angegebenen Abmessungen und Belastungen lautet das Gleichungssystem (5), unter Beachtung der Symmetrie:

Feld	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	Belastungs-gl.
1	7,565	-0,235	-1				8,748
2	-1,235	9,330	-1,235	-1			26,244
3	-1	-1,235	9,330	-1,235	-1		42,768
4		-1	-1,235	9,330	-1,235	-1	54,432
5			-1	-1,235	9,330	-2,235	61,236
6				-1	-2,235	8,095	66,096

Das vereinfachte Gleichungssystem (6) lautet:

Feld	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	Belastungs-gl.
1	2,810	-1					1,458
2	-1	2,810	-1				4,374
3		-1	2,810	-1			7,290
4			-1	2,810	-1		9,234
5				-1	2,810	-1	10,206
6					-1	1,810	11,178

Die Auflösung der beiden Gleichungssysteme liefert die Lösungen:

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	t
Gl. 5	2,406	5,334	8,200	10,428	11,872	12,731	
Gl. 6	2,419	5,338	8,207	10,434	11,879	12,739	

Die sehr gute Übereinstimmung der beiden Lösungen zeigt, daß das vereinfachte Gleichungssystem (6) an Stelle des schwerfälligeren Systems (5) durchaus zur Berechnung der Unbekannten L genügt. Gleichung (2) liefert nun die Unbekannten M_y . In Fig. 5 sind die Ergebnisse der Berechnung (Längskräfte L , Dübelkräfte X , Momente M_{01} und M_y , Randspannungen σ) zusammengestellt.

Bei der Berechnung eines zweiteiligen symmetrischen Balkens ist zu beachten, daß wegen $J_2 = 0$, $c_2 = 0$ die Unbekannten M_y verschwinden, daß dagegen nun von den Verformungen einer Dübelreihe gegenüber früher die verdoppelte Differenz der Randfaserdehnungen zu kompensieren ist; die Bestimmungsgleichung für die Unbekannten L lautet deshalb hier

$$-\frac{L_{i-1}}{C_{i-1}} + L_i \cdot \left[\frac{1}{C_{i-1}} + \frac{1}{C_i} + 2 \cdot \frac{d_i \cdot J}{EJ_0 \cdot F_1} \right] - \frac{L_{i+1}}{C_i} = \frac{d_i \cdot f}{EJ_0} \cdot M_{im} \quad ^1) \quad (9)$$

¹⁾ F. STÜSSI: Über den verdübelten Balken. Schweiz. Bauzeitung, Bd. 122, 1943.

In Fig. 6 sind die Rechnungsergebnisse für einen zweiteiligen verdübelten Balken mit satt aufeinander liegenden Einzelbalken dargestellt, der gleiche Verdübelung besitzt, wie das Beispiel Fig. 5, jedoch sind Spannweite und Belastung im gleichen Verhältnis wie die Balkenhöhen h reduziert. Der Vergleich der beiden Beispiele Fig. 5 und Fig. 6 soll eine Beurteilung der in der Konstruktionspraxis üblichen Näherungsberechnung erlauben.

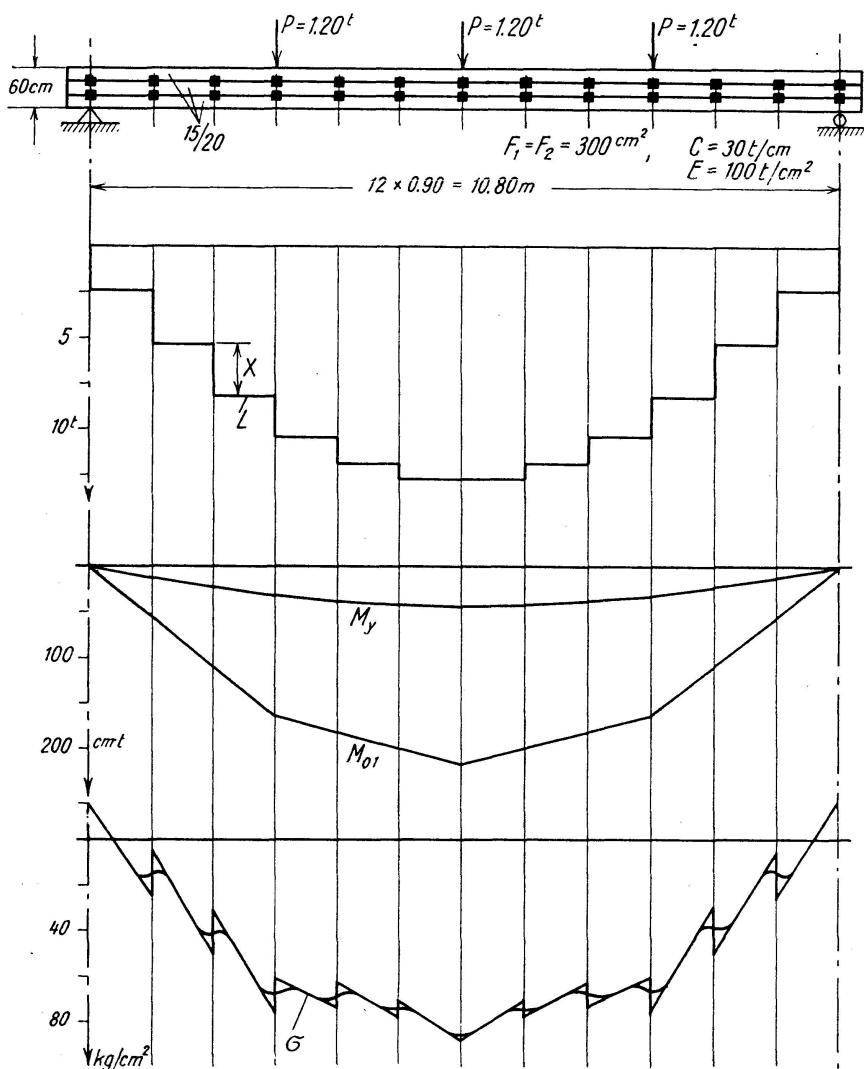


Fig. 5.

Damit eine Näherungsberechnung den dem zusammengesetzten Balken eigentümlichen Verlauf der Randspannungen σ einigermaßen zutreffend wiedergeben kann, müssen wir die Randspannung σ in zwei Anteile zerlegen (Fig. 7),

$$\sigma = \frac{M}{\alpha \cdot W} + \frac{Q_1 \cdot \xi}{W_1}, \quad (10)$$

wobei der erste Anteil der Spannung in Feldmitte entspricht und mit Hilfe des durch den Wirkungsgrad α abgeminderten Widerstandsmomentes $\alpha \cdot W$ berechnet wird, während Q_1 die Querkraft im Randbalken bedeutet. Im zweiteiligen Balken (mit zwei gleichen Einzelbalken) ist

$$Q_1 = Q_{01} = Q \cdot \frac{J_1}{J_0} = \frac{Q}{2};$$

im dreiteiligen Balken dagegen ist

$$Q_1 = Q_{01} - Q_y,$$

wobei Q_y im Sinne einer Näherungstheorie wie folgt bestimmt werden kann:

Nach Abb. 4 ist in Feldmitte

$$\sigma = \frac{M}{\alpha \cdot W} = \sigma_{1s} + \Delta \sigma_1;$$

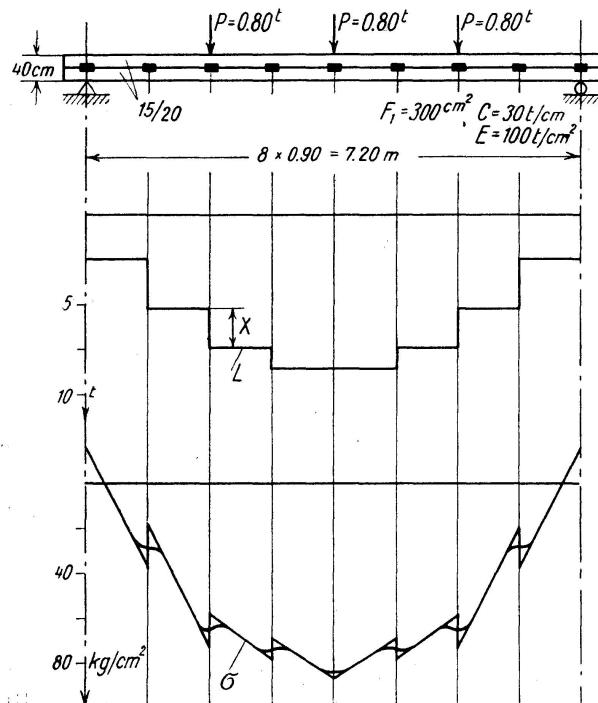


Fig. 6.

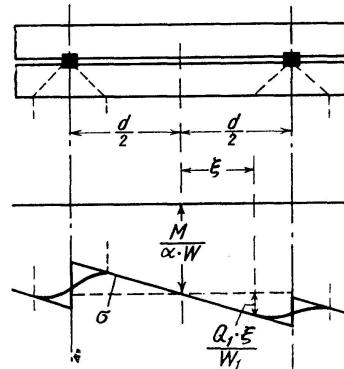


Fig. 7.

Setzen wir $\sigma_{1s} = \frac{L}{F_1}$

und nach Gleichung (8a)

$$\Delta \sigma_1 = \frac{M - L \cdot f}{J_0} \cdot e_1$$

ein, so folgt

$$\frac{M}{\alpha \cdot W} = \frac{L}{F_1} + \frac{M - L \cdot f}{J_0} \cdot e_1$$

oder

$$L = \frac{F_1}{F_1 \cdot e_1 \cdot f - J_0} \cdot \left(e_1 - \frac{J_0}{\alpha \cdot W} \right) \cdot M \quad (11)$$

Unter Verwendung der (angenäherten) Gleichung (2c) folgt daraus

$$M_y = \frac{J_1 \cdot 2 \cdot c_2 - J_2 \cdot c_1}{J_0} \cdot L = \frac{F_1 \cdot (J_1 \cdot 2 \cdot c_2 - J_2 \cdot c_1)}{F_1 \cdot e_1 \cdot f - J_0} \cdot \left(e_1 - \frac{1}{\alpha \cdot W} \right) \cdot M \quad (12)$$

Damit können wir nach Einführung der Proportionalität

$$\frac{M_{01} - M_y}{M} = \frac{Q_{01} - Q_y}{Q} = \frac{Q_1}{Q},$$

die Querkraft Q_1 im Randbalken

$$Q_1 = \left[\frac{J_1}{J_0} - \frac{F_i \cdot (J_1 \cdot 2c_2 - J_2 \cdot c_1)}{F_1 \cdot e_1 \cdot f - J_0} \cdot \left(\frac{e_1}{J_0} - \frac{1}{\alpha \cdot W} \right) \right] \cdot Q \quad (13)$$

bestimmen und damit auch die Randspannungen σ nach Gleichung (10) berechnen, sobald der Wirkungsgrad α gegeben ist. Auch die Dübelkräfte $X_i = L_{i+1} - L_i$ sind nach Gleichung (11) nun in der Näherungstheorie bestimmbar.

Zur Berechnung der Durchbiegungen haben wir ein abgemindertes Trägheitsmoment $\beta \cdot J$ des Balkens einzuführen, das durch

$$-y'' = \frac{M}{E \cdot \beta \cdot J} = \frac{\Delta \sigma_1}{E e_1} = \frac{M - L \cdot f}{E J_0}$$

oder unter Beachtung von Gleichung (11), durch

$$\frac{1}{\beta \cdot J} = \frac{F_1 \cdot f - \alpha \cdot W}{\alpha \cdot W \cdot (F_1 \cdot e_1 \cdot f - J_0)} \quad (14)$$

gegeben ist. Selbstverständlich ist der Einfluß der Querkräfte auf die Durchbiegungen neben dem Einfluß der Momente noch gesondert zu berücksichtigen.

In den meisten Holzbauvorschriften werden nun die Wirkungsgrade α mit

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.85 \text{ für den zweiteiligen und} \\ &\alpha = 0.70 \text{ für den dreiteiligen Balken} \end{aligned}$$

vorgeschrieben. Aus unseren Beispielen Fig. 5 und Fig. 6, die ja so ausgewählt worden sind, daß sie direkt miteinander verglichen werden können, ergibt sich dagegen (berechnet aus den Spannungen in der Mitte des der Balkenmitte benachbarten Feldes) der Wirkungsgrad α zu

$$\alpha = \frac{M}{W \cdot \sigma} = \frac{270\,000}{4000 \cdot 78,15} = 0,864 \text{ im zweiteiligen und}$$

$$\alpha = \frac{621\,000}{9000 \cdot 79,96} = 0,863 \text{ im dreiteiligen Balken.}$$

Im Gegensatz zu den bisherigen Bauvorschriften ist hier der Wirkungsgrad α für beide Bauarten praktisch gleich groß; die Regelung der Holzbauvorschriften ist somit unhaltbar.

Der Wirkungsgrad α ist von den Balkenabmessungen, der Anordnung der Belastung und von der Dübelsteifigkeit C abhängig. Wir wollen diesen Zusammenhang, wenigstens für den Fall gleichmäßig verteilter Belastung q , zunächst für den dreiteiligen Balken in geschlossener Form darstellen.

Beim Übergang auf kleine Feldweiten d wird

$$\frac{L_{i-1} - 2L_i + L_{i+1}}{d^2} = \frac{d^2 L}{dx^2} = L''$$

und bei konstantem Dübelwiderstand C geht das dreigliedrige Gleichungssystem (6) mit den Abkürzungen

$$\omega^2 = \frac{C \cdot J}{d \cdot EJ_0 \cdot F_1}, \quad \gamma = \frac{C}{d \cdot EJ_0} \cdot \frac{f}{2}$$

über in die Differentialgleichung

$$\underline{L'' - \omega^2 \cdot L + \gamma \cdot M = 0}, \quad (15)$$

deren Lösung wir mit

$$L = A \cdot Sh \omega x + B \cdot Ch \omega x + \frac{\gamma \cdot M}{\omega^2} + \dots$$

direkt anschreiben können. Für den untersuchten Belastungsfall (Fig. 8) ergibt sich mit den Randbedingungen

$$\begin{aligned} L &= 0 && \text{für } x = a \\ L' &= 0 && \text{für } x = 0 \end{aligned}$$

und mit $\frac{\gamma}{\omega^2} = \frac{F_1 \cdot f}{2J}$ der Wert von L zu

$$L = \frac{F_1 \cdot f}{2J} \cdot \left[M - \frac{q}{\omega^2} \cdot \left(1 - \frac{Ch \omega a}{Ch \omega a} \right) \right];$$

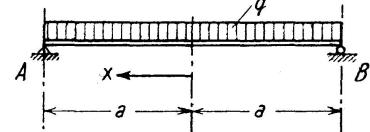


Fig. 8.

für die Balkenmitte, $x = 0$, mit $Ch \omega x = 1$ und

$$M_m = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{q \cdot a^2}{2}$$

wird

$$L_m = M_m \cdot \frac{F_1 \cdot f}{2J} \cdot \left[1 - \frac{2}{(\omega q)^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{Ch \omega a} \right) \right].$$

Setzen wir diesen Wert dem Wert von L nach Gleichung (11) gleich, so finden wir

$$\frac{f}{2J} \cdot \left[1 - \frac{2}{(\omega a)^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{Ch \omega a} \right) \right] = \frac{1}{F_1 \cdot e_1 \cdot f - J_0} \cdot \left(e_1 - \frac{J_0}{\alpha \cdot W} \right)$$

oder mit

$$W = \frac{2J}{h} = \frac{2J_0 + F_1 \cdot f^2}{h}$$

und geordnet

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{2J \cdot e_1 - J_0 \cdot h}{J_0 \cdot h} \cdot \frac{2}{(\omega a)^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{Ch \omega a} \right). \quad (16)$$

Der gleiche Ausdruck gilt auch für den zweiteiligen Balken, wenn wir hier für ω^2 den Wert

$$\omega^2 = \frac{2C \cdot J}{d \cdot EJ_0 \cdot F_1}$$

entsprechend Gleichung (9) einführen.

In Fig. 9 ist der Verlauf von α für gleichmäßig verteilte Belastung q nach Gleichung (16) für einen zweiteiligen und einen dreiteiligen Balken mit satt aufeinander liegenden Einzelbalken aufgetragen; die Wirkungs-

grade α_3 des dreiteiligen Balkens sind bei gleichen Abszissen ωa kleiner als die Werte α_2 des zweiteiligen.

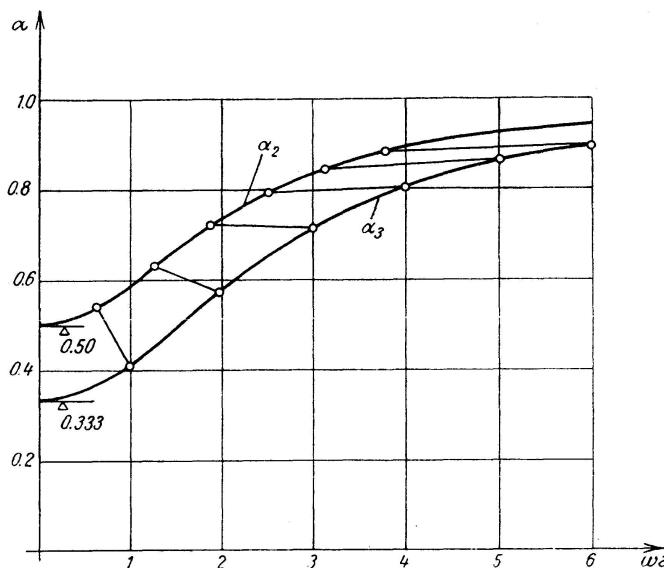


Fig. 9.

Nun haben wir aber zu beachten, daß die Argumente ωa in den beiden Fällen verschiedene Werte besitzen. Für einen zweiteiligen Balken ist mit $J:J_0 = 4$

$$(\omega a)_2 = l \cdot \sqrt{\frac{2C}{d \cdot E \cdot F_1}}$$

und für einen dreiteiligen mit $J:J_0 = 9$

$$(\omega a)_3 = l \cdot \sqrt{\frac{9C}{4 \cdot E \cdot F_1}}.$$

Beachten wir ferner, daß die beiden Bauarten bei gleichen Einzelbalken verschiedene Spannweiten l besitzen werden und nehmen wir etwa gleiche Verhältnisse von Spannweite zu Trägerhöhe, d. h. für den dreiteiligen Balken die anderthalbfache Spannweite des zweiteiligen an, so erkennen wir, daß diejenigen Punkte der beiden Kurven in Fig. 9 einander entsprechen, deren Abszissen sich wie

$$(\omega a)_2 : (\omega a)_3 = \sqrt{2} : 1,5 \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2,25} = 0,63$$

verhalten. Einige dieser sich entsprechenden Punktpaare sind in Fig. 9 gekennzeichnet und es zeigt sich, in Übereinstimmung mit dem Vergleich der Rechnungsbeispiele Fig. 5 und Fig. 6, daß im praktisch maßgebenden Bereich der Wirkungsgrad α für den dreiteiligen Balken praktisch gleich groß ist wie für den zweiteiligen. Für die Holzbaupraxis muß daraus der Schluß gezogen werden, daß in der (verbesserten) Näherungsberechnung des verdübelten Balkens für beide Bauarten der gleiche Wirkungsgrad α einzuführen ist; sein Wert kann in Normalfällen auf Grund der heute vorliegenden allerdings nur summarischen Erfahrungen etwa mit $\alpha = 0,85$ angesetzt werden. Hartholzdübel sind dabei mit möglichst geringer Nachgiebigkeit, d. h. mit längslaufenden Fasern, anzuordnen.

Das hier untersuchte Kräftespiel in zusammengesetzten Balken gibt uns in seiner Erweiterung auf vielteilige Balken auch einen Einblick in das Spannungsbild von vollen Holzbalken, bei denen die einzelnen Fasern durch Schichten geringer Schubsteifigkeit miteinander verbunden sind (Fig. 10).

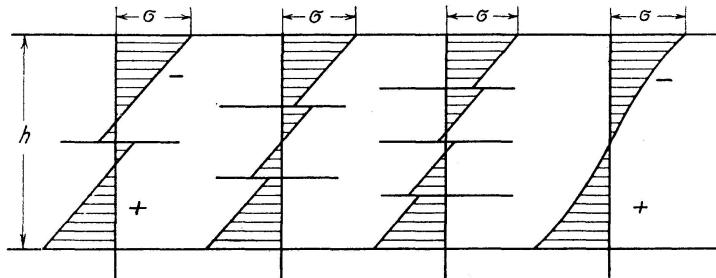


Fig. 10.

Die Elastizitätsbedingung

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = 0$$

der klassischen Biegungslehre geht über in die Bedingung

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + \frac{E}{G} \cdot \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = 0;$$

bei Holz ist der Einfluß des zweiten Gliedes wegen des kleinen Schubmoduls G auch bei relativ schlanken Balken nicht mehr verschwindend klein.

3. Der Lamellenanschluß beim Blechträger

Im Stahlbau ist es üblich, die Lamellen von Blechträgern entweder voll oder mit mindestens zwei Nietpaaren über das theoretische Lamellenende hinaus vorzubinden. Die im vorhergehenden Abschnitt durchgeführte Untersuchung des dreiteiligen verdübelten Balkens läßt sich nun direkt auf die Untersuchung eines durch ein aufgenietetes Lamellenpaar verstärkten Grundprofiles übertragen, insbesondere bleibt Gleichung (6) zur Bestimmung der zwischen Lamelle und Grundprofil wirkenden Längsschubkräfte L gültig. Setzen wir zur Vereinfachung die Eigenträgheitsmomente J_1 der Lamellen gegenüber dem Trägheitsmoment J_2 des Grundprofils als vernachlässigbar klein voraus ($J_2 = J_0$), so verschwinden die Momente M_y und die Normalspannungen σ ergeben sich recht einfach zu

$$\sigma_1 = \frac{L_i}{F_1} \quad \text{in der Lamelle und}$$

$$\sigma_2 = \frac{M - L_i \cdot f}{W_2} \quad \text{am Rand des Grundprofils.}$$

Dabei sind die Unbekannten L durch Auflösung des Gleichungssystems (6)

$$-L_{i-1} + L_i \cdot \left(2 + \frac{C \cdot d_i}{E F_1} \cdot \frac{J}{J_0}\right) - L_{i+1} = \frac{C \cdot d_i}{E J_0} \cdot \frac{f}{2} \cdot M_{im}$$

zu bestimmen.

In Fig. 11 sind die Ergebnisse eines durchgerechneten Beispieles dargestellt (Materialverteilung, Nietkräfte N im Nietpaar, Spannungen σ_1 und

σ_2), das allerdings absichtlich etwas ungünstig ausgewählt wurde (kurze Lamellen, großer Nietabstand $d = 20\text{ cm} = 7,7 \cdot \Phi$ für Nieten $\Phi 26$, knappes Verbinden mit zwei Nietpaaren, Belastung durch die Einzellast P_m). Für den Verformungswiderstand C eines einschnittigen Nieten wurde der Wert

$$C = 30 \text{ t/cm}^3 \cdot \Phi^2$$

eingesetzt, der aus den bekannten Versuchen mit Nietverbindungen von Rudeloff herausgelesen werden kann²⁾. Die berechneten Spannungen sind auf die Nettoquerschnitte bezogen.

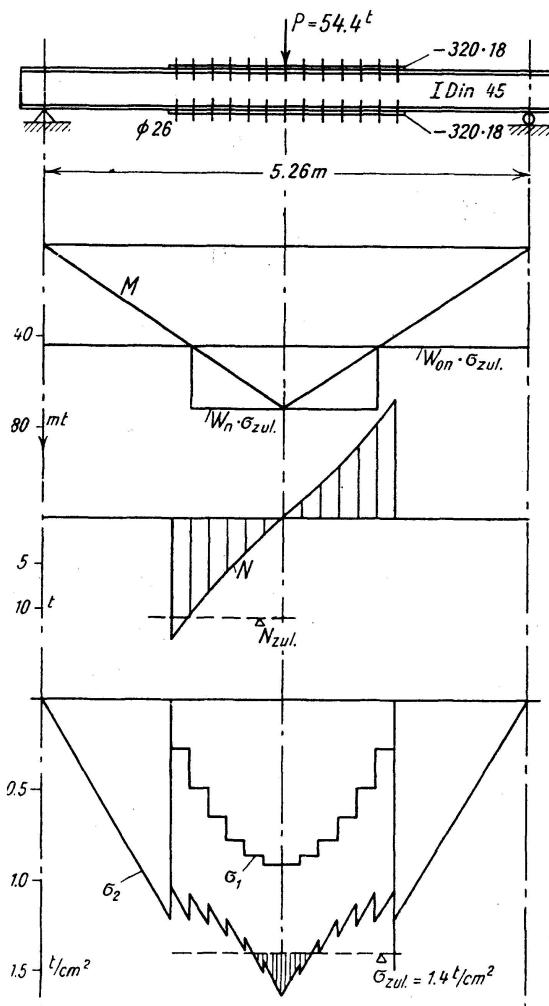


Fig. 11.

Die genauere Untersuchung dieses Beispiels, dessen Bemessung nach den üblichen Regeln der Stahlbaupraxis durchaus in Ordnung ist, zeigt nun, daß sowohl das erste Nietpaar mit rd. 11 % als auch das Grundprofil in Trägermitte mit rd. 17 % überbeansprucht sind, während das aufgenietete Lamellenpaar nur mit etwa 65 %, also ungenügend ausgenützt ist. Bei einer Vergrößerung des angenommenen Nietwiderstandes C wäre die Überlastung des ersten Nietpaars noch größer geworden, während umgekehrt bei einer

²⁾ F. STÜSSI: Beiträge zur Berechnung und Ausbildung zusammengesetzter Vollwandträger. Schweiz. Bauzeitung, Bd. 121, 1943.

Verkleinerung von C das Lamellenpaar noch weniger gut mitgewirkt hätte und damit das Grundprofil noch mehr überbeansprucht worden wäre. Die Rechnungsergebnisse zeigen also indirekt, daß der eingeführte Nietwiderstand C annähernd richtig ist.

Für die Konstruktionspraxis des Stahlbrückenbaues ist aus diesem Rechnungsbeispiel die Folgerung zu ziehen, daß hier, bei oft wiederholter Belastung, wo wir mit einer wesentlichen Selbsthilfe des Materials vor dem Ermüdungsbruch nicht rechnen dürfen, die Lamellen über das theoretische Lamellenende hinaus voll vorgebunden werden müssen, mit möglichster Verkleinerung der Nietabstände bei den äußersten Nieten. Bei rein oder vorwiegend statisch beanspruchten Bauwerken dagegen, d. h. im Stahlhochbau, darf die sparsamere Regel des nur teilweisen Vorbindens der Lamellen, abgesehen von sehr kurzen Lamellen, ohne Bedenken beibehalten werden.

4. Der Verbundträger

Als letztes Beispiel sei noch das Kräftespiel in einem aus einer Betonplatte und einem Stahlträger bestehenden Verbundträger untersucht. Bekanntlich kann eine volle Ausnutzung eines solchen Verbundträgers nur dann erreicht werden, wenn die zwischen Betonplatte und Stahlträger wirkenden Längsschubkräfte L durch besondere Gleitsicherungen („Dübel“) einwandfrei übertragen werden. Dabei stellt sich hier für uns im Besonderen die Frage, ob durch die Dübelverformungen, wie sie auch bei guter konstruktiver Ausbildung vorkommen, die Beanspruchungen gegenüber dem nach der klassischen Biegsungslehre vorausgesetzten Vollquerschnitt merklich beeinflußt werden oder nicht.

Bei der Beurteilung der Tragfähigkeit eines Verbundträgers ist, wie übrigens bei Stahltragwerken überhaupt, grundsätzlich zu unterscheiden zwischen ruhender und oft wiederholter Belastung. Bei ruhender oder statischer Belastung wird im Bruchzustand unter gewissen Bedingungen die Elastizitätsbedingung (Ebenbleiben der Querschnitte) hinfällig und damit kann das Bruchmoment direkt aus einer Gleichgewichtsbedingung allein angegeben werden³⁾; relativ kleine Dübelverformungen beeinflussen somit das Bruchmoment beim statischen Bruch nicht. Dieser Fall des statischen Bruches soll uns hier nicht weiter beschäftigen, sondern wir untersuchen (etwa im Hinblick auf die Anwendung bei Brückenfahrbahnen) das Verhalten des Verbundträgers im elastischen Bereich, weil ja bei oft wiederholter Belastung die Arbeitsfestigkeit des Materials erreicht werden kann, bevor der Stahlträger nennenswert ins Fließen kommt.

Auf Grund der Untersuchungen beim verdübelten Balken dürfen wir uns auf die vereinfachte Ableitung der Grundgleichung durch Betrachtung der Spannungen σ bzw. Dehnungen $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ in Feldmitte beschränken. Aus dem Dehnungsbild der Fig. 12 ergibt sich (in Analogie zu Fig. 4 und Gleichung (7)) die Elastizitätsbedingung Gleichung (3) zu

$$\frac{d_i}{E_1} \cdot \left(-\sigma_{1S} + \frac{A \sigma_1}{e_1} \cdot c_1 \right) + \frac{L_{i+1} - L_i}{C_i} = \frac{d_i}{E_2} \cdot \left(\sigma_{2S} - \frac{A \sigma_2}{e_2} \cdot c_2 \right) + \frac{L_i - L_{i-1}}{C_{i-1}} \quad (17)$$

³⁾ F. Strüssi: Profilträger, kombiniert mit Beton oder Eisenbeton, auf Biegung beansprucht. Schlußbericht zum Kongreß Paris 1932 der I. V. B. H.

Eine Momentengleichgewichtsbedingung liefert

$$M = L \cdot f + \frac{\Delta \sigma_1}{E_1} \cdot J_1 + \frac{\Delta \sigma_2}{E_2} \cdot J_2, \quad (18)$$

wobei

$$L = \sigma_{1s} \cdot F_1 = \sigma_{2s} \cdot F_2$$

beträgt.

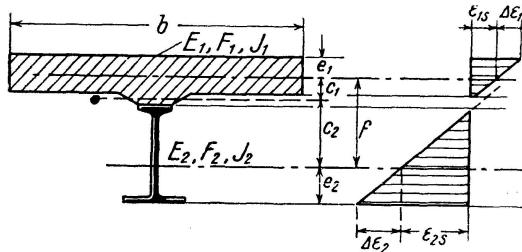


Fig. 12.

Die Elastizitätsbedingung gleicher Durchbiegung der beiden Einzelbalken lautet hier

$$\frac{\Delta \sigma_1}{E_1 \cdot E_1} = \frac{\Delta \sigma_2}{E_2 \cdot E_2} \quad (19)$$

womit aus Gleichung (18) folgt

$$M = L \cdot f + \frac{\Delta \sigma_1}{E_1 \cdot E_1} \cdot (E_1 J_1 + E_2 J_2) = L \cdot f + \frac{\Delta \sigma_2}{E_2 \cdot E_2} \cdot (E_1 J_1 + E_2 J_2).$$

Setzen wir die daraus gewonnenen Werte

$$\frac{\Delta \sigma_1}{E_1} = \frac{M - L \cdot f}{E_1 J_1 + E_2 J_2} \cdot E_1, \quad \frac{\Delta \sigma_2}{E_2} = \frac{M - L \cdot f}{E_1 J_1 + E_2 J_2} \cdot E_2$$

in Gleichung (17) ein, so finden wir

$$d_i \cdot \left(-\frac{L_i}{E_1 F_1} + \frac{M_i - L_i \cdot f}{E_1 J_1 + E_2 J_2} \cdot c_1 \right) + \frac{L_{i+1} - L_i}{C_i} = d_i \cdot \left(\frac{L_i}{E_2 F_2} - \frac{M_i - L_i \cdot f}{E_1 J_1 + E_2 J_2} \cdot c_2 \right) + \frac{L_i - L_{i-1}}{C_{i-1}}$$

Mit den Bezeichnungen

$$n_1 = \frac{E_1}{E}, \quad n_2 = \frac{E_2}{E},$$

wobei E einen beliebigen Vergleichswert des Elastizitätsmoduls bedeutet (z. B. den Elastizitätsmodul von Stahl, $E = E_2$, $n_2 = 1$), und mit

$$J_{no} = n_1 \cdot J_1 + n_2 \cdot J_2$$

$$F_{id.} = 2 \cdot \frac{n_1 \cdot F_1 \cdot n_2 \cdot F_2}{n_1 \cdot F_1 + n_2 \cdot F_2}$$

$$J_n = J_{no} + F_{id.} \cdot \frac{f^2}{2}$$

erhalten wir durch Ordnen die Bestimmungsgleichung für die Längsschubkräfte L in der zu Gleichung (9) analogen Form

$$\underline{-\frac{L_{i-1}}{C_{i-1}} + L_i \cdot \left[\frac{1}{C_{i-1}} + \frac{1}{C_i} + 2 \cdot \frac{d_i \cdot J_n}{E J_{no} \cdot F_{id.}} \right] - \frac{L_{i+1}}{C_i} = \frac{d_i \cdot f}{E \cdot J_{no}} \cdot M_{im}.} \quad (20)$$

Sobald durch Auflösung dieses Gleichungssystems die Längsschubkräfte L bestimmt sind, sind auch die Spannungen je in Feldmitte durch

$$\sigma_{1S} = \frac{L}{F_1}, \quad \Delta\sigma_1 = \frac{M - L \cdot f}{J_{no}} \cdot n_1 \cdot e_1,$$

$$\sigma_{2S} = \frac{L}{F_2}, \quad \Delta\sigma_2 = \frac{M - L \cdot f}{J_{no}} \cdot n_2 \cdot e_2$$

gegeben. Eine gewisse Unsicherheit, die in bezug auf die Abstände c_1 und c_2 der Längskraft L von den Einzelschwerpunkten hier tatsächlich besteht, ist somit verschwunden, da nur noch der Abstand $f = c_1 + c_2$ vorkommt.

Um den ganzen Spannungsverlauf zu bestimmen, benötigen wir noch die Momente M_y infolge der lotrechten Dübelkräfte Y . Die Elastizitätsbedingung (19) führt auf die Gleichung

$$\frac{\Delta\sigma_1}{e_1 \cdot E_1} = (M_{01} - M_y - L \cdot c_1) \cdot \frac{1}{E_1 \cdot J_1} = \frac{\Delta\sigma_2}{e_2 \cdot E_2} = (M_{02} + M_y - L \cdot c_2) \cdot \frac{1}{E_2 \cdot J_2},$$

woraus mit

$$M_{01} = M \cdot \frac{n_1 \cdot J_1}{J_{no}}, \quad M_{02} = M \cdot \frac{n_2 \cdot J_2}{J_{no}}$$

sich die „vereinfachte“ Gleichung

$$M_y = \frac{c_2 \cdot n_1 \cdot J_1 - c_1 \cdot n_2 \cdot J_2}{J_{no}} \quad (21)$$

ergibt, die nun sofort in Analogie zu Gleichung (2) auch in der genauen Form

$$d_i \cdot (M_{y,i-1} + 2M_{y,i}) + d_{i+1} \cdot (2M_{y,i} + M_{y,i+1}) = 3 \cdot \frac{c_2 \cdot n_1 \cdot J_1 - c_1 \cdot n_2 \cdot J_2}{J_{no}} \cdot (d_i \cdot L_i + d_{i+1} \cdot L_{i+1}) \quad (21a)$$

angeschrieben werden kann.

Wie schon kurz erwähnt, besteht eine gewisse Unsicherheit über die Lage der Wirkungslinie der Längsschubkräfte L , d. h. über die Größe der Abstände c_1 und c_2 , von denen nur die Summe, $c_1 + c_2 = f$, eindeutig bestimmt ist. Da nämlich die Dübel am Stahlträger und an der Betonplatte verschiedenartig, d. h. nicht gleichwertig befestigt sind, ist die Annahme der Längsschubkräfte in Dübelmitte nicht mehr gerechtfertigt. Nun zeigt sich aber, daß eine kleine Veränderung von c_1 und c_2 die Spannungswerte in Feldmitte praktisch gar nicht und an den Feldenden nur unwesentlich beeinflußt, weil eine solche Veränderung sich auf die Momente M_y und $L \cdot c$ entgegengesetzt auswirkt und zwar derart, daß sich die beiden Auswirkungen in der Hauptsache kompensieren. Damit ist aber auch der Beweis erbracht, daß wir die dritte Gruppe von Überzähligen, nämlich die Dübelmomente Z , mit Recht als bedeutungslos vernachlässigt haben. Innert gewisser Grenzen ist somit die Annahme von c_1 und c_2 dem Ermessen des Konstrukteurs überlassen; es scheint naheliegend, die Wirkungslinie der Längsschubkräfte L etwa in der Mitte zwischen Unterkante Betonplatte und Oberkante Stahlträger anzunehmen, wenn man nicht zur Vereinfachung der Rechnung c_1 und c_2 entsprechend Gleichung (21) so annehmen will, daß mit

$$c_2 \cdot n_1 \cdot J_1 = c_1 \cdot n_2 \cdot J_2$$

die Momente M_y verschwinden.

Es soll nun noch ein Zahlenbeispiel untersucht werden, dem wir einen Träger der T. K. V. S. B.-Versuche⁴⁾ 1942/43 zu Grunde legen. Wir wählen den Versuchsträger Nr. 4, für den die Verschiebungen ε zwischen Betonplatte und Stahlträger im Ermüdungsversuch gemessen wurden (Fig. 13) und für den nach Aussage der Berichterstatter mit $\varepsilon_{max} \approx 0.2 \text{ mm}$ „die Verbundwirkung als vollkommen zu bezeichnen“ war. Die Ausbildung der Stahlträger und der Dübel ist aus Fig. 14 ersichtlich.

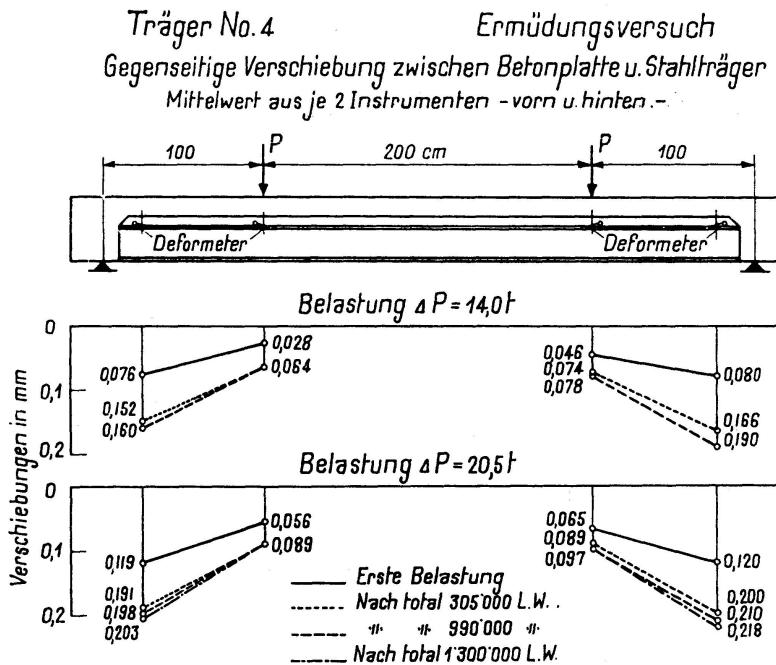


Fig. 13.

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Fig. 15 für $P = 20 \text{ t}$ zusammengestellt. Dabei wurde ein Dübelwiderstand $C = 700 \text{ t/cm}$ eingeführt, der sich als Mittelwert annähernd übereinstimmend sowohl aus den Vorversuchen mit Dübelverbindungen wie aus den gemessenen Verformungen der Fig. 13 (nach Überwindung der Haftfestigkeit zwischen Beton und Stahlträgerflanschfläche unter den ersten Belastungen) ermittelten ließ. Für den Beton wurde die volle Betonplatte (ohne Voute) mit $E_B = 350 \text{ t/cm}^2$ eingeführt; auf das Problem der mitwirkenden Plattenbreite wurde somit nicht eingetreten. In Fig. 15 wurden mit Rücksicht auf den kleinen Dübelabstand die Randspannungen σ_1 und σ_2 unter Vernachlässigung des zickzackförmigen Verlaufs (also etwas zu günstig) durch Verbindung der Spannungswerte in Feldmitte dargestellt und mit den Werten $\bar{\sigma}_1$ und $\bar{\sigma}_2$ nach der klassischen Biegsungslehre verglichen. Es zeigt sich, daß auch hier, trotz „vollkommener Verbundwirkung“ und dichter, gut ausgebildeter Verdübelung, die wirklichen Spannungen merklich größer sind als die nach üblicher Rechnung ermittelten. Wohl erreichen diese Spannungsunterschiede hier keine gefährliche Größe, aber es muß doch wohl aus diesen Verhältnissen der Schluß gezogen werden, daß die zulässigen Beanspruchungen von Verbundträgern

⁴⁾ M. Roš und A. ALBRECHT: Träger in Verbund-Bauweise. Bericht Nr. 149 der E. M. P. A., Zürich 1944. Diesem Bericht sind unsere Fig. 13 (Abb. 74) und Fig. 14 (aus Abb. 33) direkt entnommen.

auf keinen Fall höher liegen dürfen als diejenigen von reinen Stahl- bzw. Eisenbetonträgern (selbstverständlich abgesehen von denjenigen Fällen, wo für letztere die Vermeidung von Instabilität maßgebend wird), und daß auch diese Werte nur dann zugelassen werden dürfen, wenn eine ausreichend steife und dicht ausgeteilte Verdübelung gewährleistet ist.

Träger No. 4

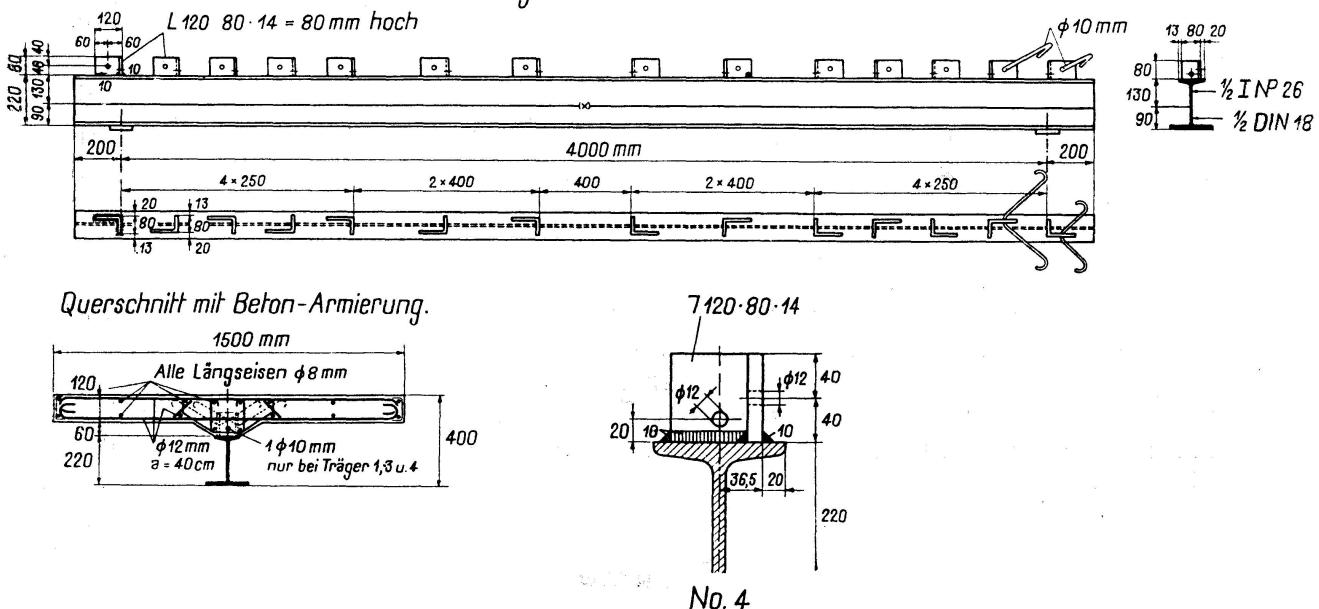


Fig. 14.

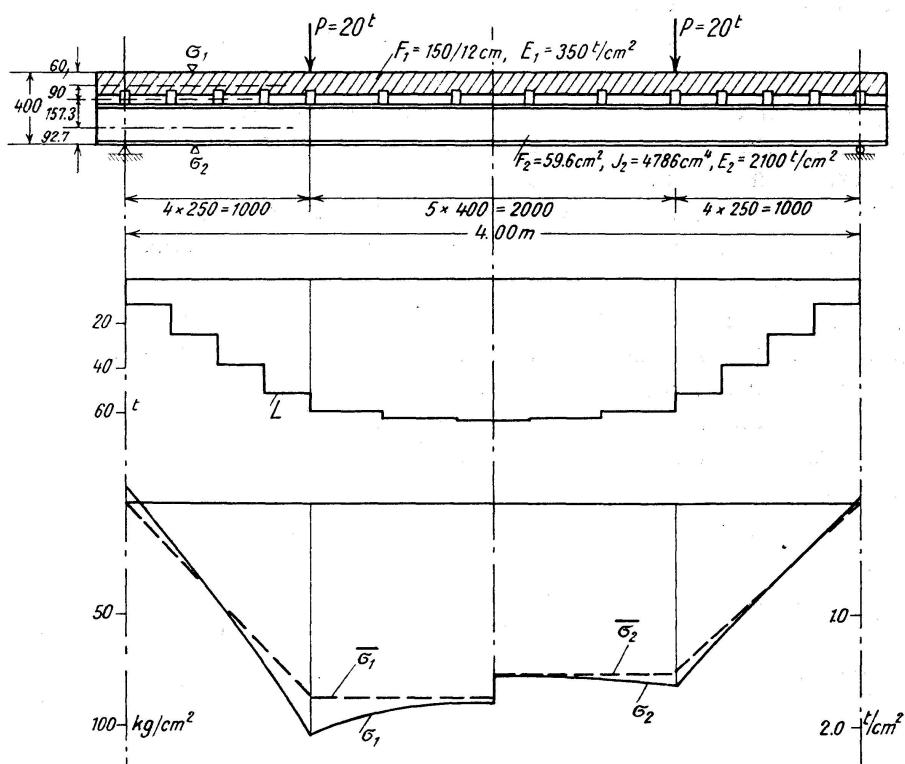


Fig. 15.

Zusammenfassung

An einigen Beispielen wird das Kräftespiel in zusammengesetzten Vollwandträgern untersucht und nachgewiesen, daß Größe und Verlauf der Beanspruchungen von der Steifigkeit und der Anordnung des Verbindungsmittels abhängig sind. Für die Konstruktionspraxis ergeben sich etwa folgende Schlußfolgerungen:

Die bekannte Regel der meisten Holzbauvorschriften, daß für einen dreiteiligen verdübelten Balken ein Wirkungsgrad $\alpha = 0.70$ gegen $\alpha = 0.85$ beim zweiteiligen einzuführen sei, ist unhaltbar. Bei vergleichbaren Verhältnissen ist der Wirkungsgrad α für beide Bauarten praktisch gleich groß.

Die Untersuchung des Lamellenanschlusses beim Blechträger im Stahlbau führt zur Forderung, daß im Brückenbau die Lamellenenden voll und nicht nur mit zwei Nietpaaren vorzubinden sind, um eine Überlastung der ersten Niete zu vermeiden und eine gute Ausnutzung der Lamellen zu sichern.

Bei einem aus Betonplatte und Stahlträger bestehenden Verbundträger treten auch bei guter Verdübelung größere Beanspruchungen auf als die klassische Biegsungslehre für den einheitlichen Träger ergibt. Die zulässigen Beanspruchungen für reine Stahlbauten bzw. reine Eisenbetonbauten dürfen somit für einen Verbundträger höchstens dann zugelassen werden, wenn eine ausreichend steife und dicht ausgeteilte Verdübelung gewährleistet ist.

Résumé

L'auteur étudie sur quelques exemples le régime des efforts dans les poutres composées à âme pleine. Il montre que la grandeur et la variation des contraintes dépendent de la rigidité et de la disposition des éléments de liaison. Du point de vue de la pratique de la construction, il arrive aux conclusions suivantes :

La règle bien connue, qui figure dans la plupart des prescriptions concernant la construction en bois et suivant laquelle il faut adopter pour les poutres en trois parties assemblées par goujons en rendement $\alpha = 0,70$ contre $\alpha = 0,85$ pour les poutres en deux parties, n'est pas justifiée. Dans des conditions comparables, le rendement α doit être pratiquement le même pour les deux types de dispositions.

L'étude des essamblages des bouts des semelles dans les poutres en tôle conduit à constater la nécessité de prévoir, dans la construction des ponts, non pas un simple assemblage par deux paires de rivets en dehors des extrémités théoriques des semelles, mais bien un assemblage intégral. On évitera ainsi une surcharge des premiers rivets et on assurera une bonne utilisation des semelles.

Dans une poutre mixte, constituée par une semelle en béton et une poutre en acier et même lorsque le goujonnage est bien exécuté, il se manifeste des contraintes plus fortes que celles qu'indique la théorie classique de la flexion dans le cas des poutres simples. Les contraintes admissibles dans les ouvrages purement métalliques ou purement en béton ne doivent donc être tolérées dans une poutre mixte que lorsqu'il est prévu en toute certitude un goujonnage suffisamment rigide et étroitement serré.

Summary

By means of several examples, the play of forces in built-up girders is investigated, and it is shown that the magnitude and direction of the stresses depend on the stiffness and arrangement of the means used for the connecting. For application in practice, the conclusions reached are approximately as follows:

The well-known rule for most stipulations regarding built-up wooden beams, — that the efficiency $\alpha = 0.70$ has to be used for a three-part built-up beam as compared with $\alpha = 0.85$ in the case of a two-part beam, — is untenable. Under circumstances which are comparable, the efficiency α is practically the same for both types of construction.

The investigation of the connection of the cover plates in plate beams in steel structures leads to the requirement that in bridge construction the ends of the cover plates are to be fully connected and not preliminarily connected with two pairs of rivets, in order to avoid an overloading of the first rivet and to ensure good utilisation of the cover plates.

With a combined girder consisting of concrete slabs and steel beams, greater stresses occur also with good pinning than are given by the classic theory of bending for simple beams. The permissible stresses for pure steel structures or pure reinforced concrete structures may therefore be admitted for a combined girder at the most when an amply stiff and densely distributed pinning is ensured.

Leere Seite
Blank page
Page vide