

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

**Band:** 6 (1940-1941)

**Artikel:** Statik der Seile

**Autor:** Stüssi, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7102>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# STATIK DER SEILE.

## STATIQUE DES CORDES.

## STATICS OF ROPES.

Prof. Dr. F. STÜSSI, Eidg. Techn. Hochschule, Generalsekretär für Stahlbau  
der I.V.B.H., Zürich

### 1. Allgemeines.

Seile sind bei zahlreichen Anwendungen (Hängebrücken, Seilbahnen und Kabelkrane, Freileitungen, Turmabspannungen, Fördereinrichtungen) wichtige Bauelemente. Zu ihrer Berechnung wird meist mit genügender Genauigkeit der Einfluß der Steifigkeit vernachlässigt; für das biegsame Seil sind dann zwei Aufgaben zu lösen: es müssen die Seilform und der Seilzug bestimmt werden. Die Seilform ist bestimmt durch das Seilpolygon zur Belastung; es wird sich zeigen, daß bei beliebig gerichteten Seilbelastungen das Seilpolygon nicht mehr von „normaler Art“ ist, sondern daß der Begriff des Seilpolygons weiter zu fassen ist. Zur Bestimmung des Seilzuges ist, abgesehen von denjenigen Fällen, wo er durch ein Spanngewicht bestimmt wird, eine Formänderungsbedingung oder Elastizitätsbedingung aufzustellen. In dieser Elastizitätsbedingung tritt die Horizontalkomponente des Seilzuges (der Horizontalzug  $H$ ) in der dritten Potenz auf; das Seilproblem ist ein Spannungsproblem dritter Ordnung, das durch gewisse Vernachlässigungen auf ein Spannungsproblem zweiter Ordnung vereinfacht werden kann.

Das biegungssteife Seil unterscheidet sich von der versteiften Hängebrücke dadurch, daß hier Längskräfte und Momente im gleichen Baulement, dort in verschiedenen Elementen (Kabel und Versteifungsträger) auftreten. Der Einfluß der Seilstifigkeit wird sich allerdings hier nur in einer lokalen Änderung der Seilform (unter Einzellasten) und praktisch kaum in einer Änderung des Seilzuges auswirken. Dieser Einfluß wird deshalb praktisch, falls überhaupt notwendig, für sich getrennt in einer zusätzlichen Untersuchung erfaßt werden können.

Nachstehend wird eine allgemeine baustatische Theorie des biegsamen Seiles versucht, die auf ein- und mehrfeldrige Seile anwendbar sein soll. Für das biegungssteife Seil werden die Grundgleichungen angegeben.

### 2. Die Seilform.

#### a) Lotrechte Lasten.

Im Ausgangszustand besitze das nur durch sein Eigengewicht  $g$  belastete Seil die Durchbiegungen  $y_0$ , der zugehörige Horizontalzug sei  $H_0$ . Durch eine Temperaturänderung  $t$  und die Belastung  $p$  ( $P$ ) ändern sich  $y_0$  in  $y$  und  $H_0$  in  $H$  (Fig. 1). Da das biegsam vorausgesetzte Seil keine Momente aufnehmen kann, sind die Durchhänge gegeben durch  $M_s = 0 = M_g - H \cdot y$ :

$$\underline{y_0 = \frac{M_g}{H_0}}, \quad \underline{y = \frac{M_{g+p}}{H} = \frac{M_q}{H}}. \quad (1)$$

Dabei sind  $M_g$  und  $M_q$  die Momente in einem einfachen Balken  $AB$  infolge  $g$  bzw.  $q = g + p$ . Sobald der Horizontalzug  $H$  bekannt ist, ist auch die Seilform bestimmt; damit ergibt sich aber auch in jedem Schnitt der Seilzug  $S$

$$S = \frac{H}{\cos \varphi} = H \cdot \sec \varphi. \quad (2)$$

Bei der Bestimmung der Formänderungen des Seils ist zu beachten, daß der Seilpunkt  $m$  sich nicht lotrecht, sondern nach  $m'$  verschiebt (Fig. 2), also lotrechte und waagrechte Verschiebungskomponenten  $\eta$  und  $\xi$  besitzt.

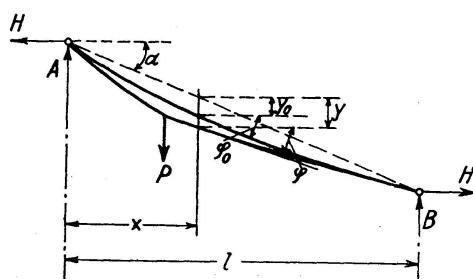


Fig. 1

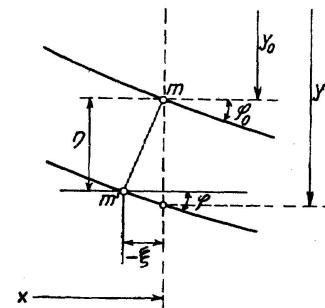


Fig. 2

Nach Fig. 2 ist

$$y - y_0 = \eta - \xi \tan \varphi. \quad (3)$$

Dieser Zusammenhang zwischen den Seildurchhängen und Formänderungen wird im Zusammenhang mit der Formänderungsbedingung weiter verwendet und vereinfacht werden.

### b) Beliebig gerichtete Lasten.

Die Besonderheit dieses Belastungsfalles besteht darin, daß die Angriffspunkte oder Wirkungslinien der Lasten nicht festliegen, sondern von

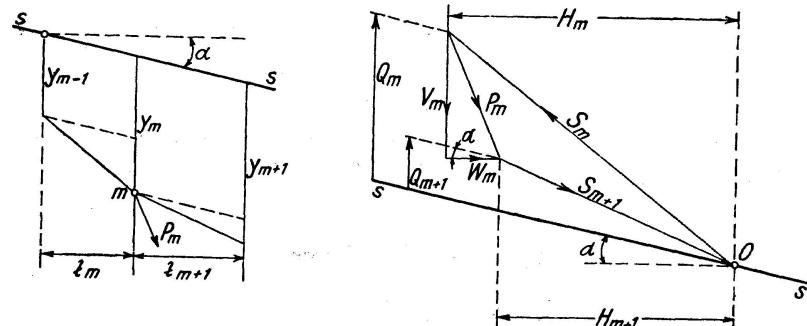


Fig. 3

der Seilform abhängig sind. Nach Fig. 3, die einen Ausschnitt aus dem Kräfte- und Seilpolygon des durch die Last  $P_m$  mit den Komponenten  $V_m$  und  $W_m$  belasteten Seiles darstellt, ist

$$y_m = y_{m-1} + \lambda_m \cdot \frac{Q_m}{H_m}$$

$$y_{m+1} = y_m + \lambda_{m+1} \cdot \frac{Q_{m+1}}{H_{m+1}}.$$

Durch Elimination von

$$Q_m - Q_{m+1} = V_m - \tan \alpha \cdot W_m$$

finden wir

$$-y_{m-1} \cdot \frac{H_m}{\lambda_m} + y_m \left( \frac{H_m}{\lambda_m} + \frac{H_{m+1}}{\lambda_{m+1}} \right) - y_{m+1} \cdot \frac{H_{m+1}}{\lambda_{m+1}} = V_m - \tan \alpha \cdot W_m. \quad (4)$$

Dabei gilt die Gleichgewichtsbedingung

$$H_m - H_{m+1} = W_m. \quad (5)$$

Bei gleich hoch liegenden Endpunkten  $A$  und  $B$ ,  $\tan \alpha = 0$ , vereinfacht sich Gleichung (4) zu

$$-y_{m-1} \cdot \frac{H_m}{\lambda_m} + y_m \left( \frac{H_m}{\lambda_m} + \frac{H_{m+1}}{\lambda_{m+1}} \right) - y_{m+1} \cdot \frac{H_{m+1}}{\lambda_{m+1}} = V_m. \quad (4a)$$

Die Gleichungen bzw. Gleichungssysteme (4) und (4a) stellen offensichtlich Seilpolygone dar, aber nicht mehr Seilpolygone normaler Art. Das normale Seilpolygon ist dadurch charakterisiert, daß wir die Richtung des ersten Seilstrahles beliebig annehmen und die Randbedingungen (hier  $y_A = y_B = 0$ ) durch eine gerade Schlußlinie erfüllen können. Das ist hier nicht mehr möglich, die Schlußlinie ist keine Gerade mehr, abgesehen vom Sonderfall der zufällig richtigen Annahme des ersten Seilstrahles.

Hier ergeben sich die Seilpolygonordinaten  $y$  aus der Auflösung eines dreigliedrigen Gleichungssystems. Dagegen läßt sich auch eine andere Lösungsart des Gleichungssystems angeben, die sich direkter an den Begriff des Seilpolygones anlehnt und die deshalb als erweiterte Form des Seilpolygones angesprochen werden kann. Dieses Verfahren sei am Beispiel der Gleichung (4a) skizziert: Wir schreiben die Gleichung (4a) in der Form einer Rekursionsformel:

$$y_{m+1} = y_m \left( \frac{H_m}{\lambda_m} + \frac{H_{m+1}}{\lambda_{m+1}} \right) \frac{\lambda_{m+1}}{H_{m+1}} - y_{m-1} \cdot \frac{H_m}{\lambda_m} \cdot \frac{\lambda_{m+1}}{H_{m+1}} - V_m \cdot \frac{\lambda_{m+1}}{H_{m+1}}$$

oder allgemein

$$y_{m+1} = \alpha \cdot y_m - \beta \cdot y_{m-1} - \gamma \cdot K_m. \quad (4b)$$

Wir setzen  $y = y_0 + c \cdot \Delta y$ , wobei wir mit  $y_0$  eine Lösung der inhomogenen Gleichung (4b) bezeichnen, die nur eine der beiden Randbedingungen (z. B.  $y_A = 0$ ) erfüllt; wir können also neben  $y_{0A} = 0$  den Wert von  $y_{01}$  beliebig annehmen und mit Gleichung (4b) die übrigen zugehörigen Werte  $y_0$  berechnen. Mit  $\Delta y$  bezeichnen wir eine Lösung der homogenen Gleichung (4b),  $K_m = 0$ ; hier ist neben  $\Delta y_0 = 0$  der Wert  $\Delta y_1$  beliebig anzunehmen. Der Wert des Faktors  $c$  ist dann so zu bestimmen, daß die zweite Randbedingung, hier

$$y_B = y_{0B} + c \cdot \Delta y_B = 0$$

erfüllt ist. In Tabelle 1 ist ein einfaches Beispiel zu Gleichung (4a) durchgerechnet.

T a b e l l e 1:

	$\lambda$	$V$	$W$	$H$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma K$	$y_0$	$\Delta y$	$c \cdot \Delta y$	$y$
<b>A</b>	m	t	t	t			m	0	m	m	m
1	10,0		1,0	1,0	10,0	2,1111	1,1111	1,1111	1,0	0,7149	1,7149
2	10,0			9,0		2,0000	1,0000	1,1111	1,0000	2,1111	1,5092 2,5092
3	10,0		1,0	9,0		2,1250	1,1250	0	-0,1111	3,2222	2,3035 2,1924
4	10,0		0	8,0		2,1429	1,1429	1,4286	-1,3611	4,4722	3,1970 1,8359
<b>B</b>	10,0		1,0	7,0				-4,2183	5,9008	4,2183	0

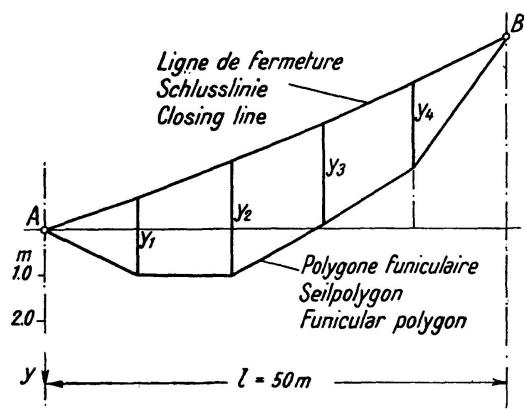


Fig. 4

Das Ergebnis der Berechnung ist in Fig. 4 (in verzerrtem Maßstab) aufgetragen.

Diese Art der Auflösung ist selbstverständlich auf die Lösung aller dreigliedrigen Gleichungssysteme anwendbar; ob sie gegenüber einer Auflösung mit Hilfe des abgekürzten Gauss'schen Algorithmus eine Einsparung an Arbeitszeit ermöglicht, dürfte weitgehend eine Frage der persönlichen Vorliebe sein. Eine graphische Durchführung der Berechnung ist möglich, doch ist ihre Anwendung aus Genauigkeitsgründen meist nicht zu empfehlen.

Wenn allerdings, was praktisch meist der Fall sein dürfte, die waagrechten Lasten gegenüber den lotrechten verhältnismäßig klein sind, so liefert Gleichung (1) auch hier praktisch genügend genaue Werte für  $y$ , wenn für  $H$  der Mittelwert der angrenzenden Felder eingesetzt und  $M_q$  nur infolge der lotrechten Lasten  $V - W \cdot \tan \alpha$  berechnet wird. Trotzdem die Voraussetzung kleiner, waagrechter Lasten hier nicht erfüllt ist, soll diese Näherungsrechnung in Tabelle 2 am Beispiel der Tabelle 1 durchgeführt werden:

T a b e l l e 2:  $y \approx \frac{M_q}{H_m}$ .

	$V$	$Q$	$M_q$	$H_m$	$y$	$\Delta \%$
<b>A</b>	t	t	mt 0	t	m 0	
1	1,0	1,6	16,0	9,5	1,6842	-1,8
2	1,0	0,6	22,0	9,0	2,4444	-2,6
3	—	-0,4	18,0	8,5	2,1176	-3,4
4	1,0	-0,4	14,0	7,5	1,8667	+1,7
<b>B</b>		-1,4	0			

In der letzten Kolonne sind die Fehler der Näherungsrechnung gegenüber den genauen Werten nach Tabelle 1 eingetragen. Da auch hier, in diesem äußerst ungünstigen und den Voraussetzungen der Näherungsrechnung nicht entsprechenden Beispiel, die Fehler nicht groß sind, ist der Nachweis erbracht, daß bei verhältnismäßig kleinen waagrechten Lasten die Durchbiegungen  $y$  genügend genau nach Gleichung 1

$$y = \frac{M_q}{H}$$

berechnet werden dürfen, wobei  $H$  in der angegebenen Weise über die Spannweite veränderlich einzuführen ist. Für die folgenden Anwendungen dürfen wir somit Gleichung (1) für alle in der Seilebene wirkenden Lasten als gültig voraussetzen.

### 3. Die Elastizitätsbedingung.

Die Elastizitätsbedingung eines beidseitig festgehaltenen oder verankerten Seiles hat auszudrücken, daß der Abstand der Seilendpunkte, oder einfacher, daß die Horizontalprojektion dieses Abstandes sich nicht (oder um einen bekannten Betrag) ändert. Lotrechte Verschiebungen allein sind wohl nicht vorhanden; wenn doch, können sie durch eine gleichwertige Horizontalverschiebung ausgedrückt werden (Fig. 5):

$$\xi = -\Delta v \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

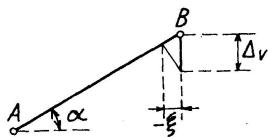


Fig. 5

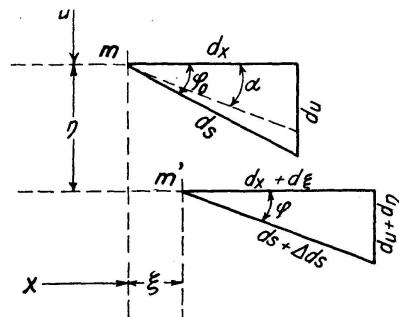


Fig. 6

Die Aussage  $\xi = 0$  für den Seilendpunkt gewinnen wir durch die aus der Theorie der Hängebrücken bekannte Betrachtung der Verformung eines Seilelementes, Fig. 6:

$$ds^2 = dx^2 + du^2 \quad (5a)$$

$$(ds + \Delta ds)^2 = (dx + d\xi)^2 + (du + d\eta)^2 + d\zeta^2 \quad (5b)$$

Dabei sind die Seildurchhänge  $u = x \cdot \operatorname{tg} \alpha + y$  von der Horizontalen durch den linken Seilendpunkt aus gemessen. Um in der Elastizitätsbedingung auch die Formänderungen aus Querbelastung  $v$  (Winddruck) zu erfassen, ist beim verformten Element (Gleichung (5b)) auch eine Querverschiebung  $\zeta$  mit  $d\zeta^2$  berücksichtigt.

Multiplizieren wir Gleichung (5b) aus und subtrahieren wir Gleichung (5a), so finden wir

$$2 \Delta ds \cdot ds + \Delta ds^2 = 2 d\xi \cdot dx + d\xi^2 + 2 du \cdot d\eta + d\eta^2 + d\zeta^2$$

oder, unter Vernachlässigung von  $\Delta ds$  gegen  $2 ds$ :

$$\xi' = \frac{\Delta ds}{ds} \sec^2 \varphi - u' \cdot \eta' - \frac{\eta'^2}{2} - \frac{\xi'^2}{2} - \frac{\zeta'^2}{2}. \quad (6)$$

Das erste und die drei letzten Glieder der rechten Seite sind verhältnismäßig klein; die letzteren werden in der Hängebrückentheorie gewöhnlich nicht berücksichtigt. Die Berücksichtigung der Glieder  $\eta'^2/2$  und  $\zeta'^2/2$  bietet keine Schwierigkeiten; das Glied  $\xi'^2/2$  berücksichtigen wir näherungsweise, jedoch für flachgespannte Seile genügend genau, mit

$$\xi' \cong -u' \cdot \eta' \cong \operatorname{tg} \varphi \cdot \eta' \cong \operatorname{tg} \alpha \cdot \eta' \quad (7)$$

Damit wird mit  $\frac{1}{2} \eta'^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = \frac{1}{2} \eta'^2 \cdot \sec^2 \alpha$

$$\xi' = \frac{\Delta ds}{ds} \cdot \sec^2 \varphi - \left( u' + \frac{\eta'}{2} \sec^2 \alpha \right) \eta' - \frac{\zeta'^2}{2}. \quad (8)$$

Nun haben wir die einzelnen Beiträge der Gleichung (8) zu ermitteln, wobei zu beachten ist, daß in der Elastizitätsbedingung nicht  $\xi'$ , sondern nur  $\int_0^l \xi' dx$  auftritt.

Die spezifische Längenänderung des Seilelementes beträgt

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta S}{EF} + \omega_t \cdot t = \frac{\Delta H}{EF} \cdot \sec \varphi + \omega_t \cdot t \quad (9)$$

(wobei  $\Delta H = H - H_0$ ) und es ist

$$\int_0^l \frac{\Delta ds}{ds} \cdot \sec^2 \varphi \cdot dx = \int_0^l \frac{\Delta H}{EF} \cdot \sec^3 \varphi \cdot dx + \omega_t \cdot t \int_0^l \sec^2 \varphi \cdot dx.$$

Für  $H = \text{konst.}$  (lotrechte Lasten) und mit

$$\int_0^l \sec^3 \varphi \cdot dx = L_s \cong l(\sec^3 \alpha + 8n^2 \cdot \sec \alpha)$$

$$\int_0^l \sec^2 \varphi \cdot dx = L_t \cong l \left( \sec^2 \alpha + \frac{16}{3} n^2 \right)^{1)},$$

wobei  $n = \frac{f}{l}$  das Pfeilverhältnis des Seils bedeutet, folgt

$$\int_0^l \frac{\Delta ds}{ds} \sec^2 \varphi \cdot dx = \Delta H \cdot \frac{L_s}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_t. \quad (10)$$

Für veränderliches  $H$  kann  $L_s = \int \frac{H}{H_c} \cdot \sec^3 \varphi dx$  leicht numerisch berechnet werden.

Die weiteren Glieder der Gleichung (8) formen wir für die bequemere Anwendung noch etwas um. Durch partielle Integration finden wir wegen  $\eta_B = 0$

$$\int_0^l \left( u' + \frac{\eta'}{2} \sec^2 \alpha \right) \cdot \eta' \cdot dx = - \int_0^l \left( u'' + \frac{\eta''}{2} \cdot \sec^2 \alpha \right) \eta \cdot dx$$

und analog  $\int_0^l \zeta'^2 dx = - \int_0^l \zeta \cdot \zeta'' dx.$

<sup>1)</sup> S. z. B. D. B. STEINMAN, Deflection theory for continuous suspension bridges. I.V.B.H., Abhandlungen, Band II, 1933/34.

Damit ergibt sich durch Integration von Gleichung (8) und mit  $u'' = y_0''$

$$\int_0^l \xi' dx = \Delta H \cdot \frac{L_s}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_t + \int_0^l \left( y_0'' + \eta'' \cdot \frac{\sec^2 \alpha}{2} \right) \eta dx + \int_0^l \frac{\zeta'' \cdot \zeta}{2} \cdot dx. \quad (11)$$

Die Werte  $y_0''$ ,  $\eta''$ ,  $\eta$ ,  $\zeta''$  und  $\zeta$  können nach Abschnitt 2 bestimmt werden. Aus Gleichung (3) unter Beachtung von Gleichung (7) ( $\xi \cong -\tan \alpha \cdot \eta$ ) ergibt sich

$$y - y_0 = \eta(1 + \tan^2 \alpha) = \eta \cdot \sec^2 \alpha$$

oder

$$\eta = (y - y_0) \cos^2 \alpha \quad (12)$$

Für Belastungen  $g$  und  $p$  in der Seilebene, bezogen auf die Einheit der Spannweite (nicht der Seillänge), folgt aus den Gleichungen (12) und (1)

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \left( \frac{M_q}{H} - \frac{M_g}{H_0} \right) \cdot \cos^2 \alpha \\ \text{und} \quad \eta'' &= -\left( \frac{q}{H} - \frac{g}{H_0} \right) \cdot \cos^2 \alpha, \quad y_0'' = -\frac{g}{H_0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Damit wird

$$\int_0^l \left( y_0'' + \eta'' \frac{\sec^2 \alpha}{2} \right) \cdot \eta \cdot dx = - \int_0^l \left( \frac{g}{H_0} + \frac{q}{2H} - \frac{g}{2H_0} \right) \left( \frac{M_q}{H} - \frac{M_g}{H_0} \right) \cos^2 \alpha \cdot dx$$

sodaß wir unter Beachtung, daß

$$\int_0^l \frac{g}{H_0} \cdot \frac{M_q}{H} \cdot dx = \int_0^l \frac{q}{H} \cdot \frac{M_g}{H_0} \cdot dx$$

und mit

$$\int_0^l \frac{\zeta'' \zeta}{2} \cdot dx = - \int_0^l \frac{v \cdot M_v}{2H^2} \cdot dx$$

( $v$  = Belastung quer zur Seilebene) nach kurzer Zwischenrechnung finden

$$\int_0^l \xi' dx = (H - H_0) \frac{L_s}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_t - \int_0^l \frac{q \cdot M_q}{2H^2} \cos^2 \alpha \cdot dx + \int_0^l \frac{g M_g}{2H_0^2} \cos^2 \alpha \cdot dx - \int_0^l \frac{v M_v}{2H^2} \cdot dx \quad (14)$$

Diese Integrale erstrecken sich über die ganze Seillänge, d. h. für mehrfeldrige Seile über alle Spannweiten, wobei im allgemeinen der Horizontalzuschuß  $H$  von Spannweite zu Spannweite veränderlich ist.

#### 4. Einzelfelder.

Bei einem Seil über nur eine Spannweite  $l$  können die Seilenden elastisch oder unverschieblich verankert sein.

Für elastische Verankerung, mit der gegenseitigen Verschiebung  $\xi_{AB} = -eH$  der Seilenden, lautet die Elastizitätsbedingung

$$0 = \int_0^l \frac{q M_q}{2 H^2} \cos^2 \alpha \cdot dx + \int_0^l \frac{v \cdot M_v}{2 H^2} dx - H \left( \frac{L_s}{EF} + e \right) - \int_0^l \frac{g M_g}{2 H_0^2} \cos^2 \alpha \cdot dx + H_0 \frac{L_s}{EF} - \omega_t \cdot t \cdot L_t. \quad (15)$$

Für unverschiebbliche Verankerung,  $\xi_{AB} = 0$ , ist  $e = 0$  zu setzen. Die Elastizitätsbedingung wird am einfachsten durch Probieren aufgelöst.

Wirken in Seilebene nur lotrechte Lasten,  $H = \text{konst.}$ , so läßt sich Gleichung (15) wie folgt schreiben (wobei wir von nun an den Einfluß der Querbelastung  $v$  und der Nachgiebigkeit der Verankerung weglassen):

$$H^3 \cdot \frac{2 L_s}{EF} + H^2 \left[ \int_0^l \frac{g M_g}{H_0^2} \cdot \cos^2 \alpha \cdot dx - H_0 \frac{2 L_s}{EF} + 2 \omega_t \cdot t \cdot L_t \right] - \int_0^l q \cdot M_q \cdot \cos^2 \alpha \cdot dx = 0. \quad (16)$$

Der Horizontalzug  $H$  ist durch diese Gleichung dritter Ordnung bestimmt; das Seilproblem ist ein Spannungsproblem dritter Ordnung.

Es soll noch kurz auf einige Vereinfachungen und ihre Auswirkungen hingewiesen werden:

Hätten wir das zweitletzte Glied  $\frac{\xi'^2}{2}$  auf der rechten Seite von Gleichung (6) und damit den Einfluß der waagrechten Verschiebungen  $\xi$  auf die Formänderungen vernachlässigt, so würde die Elastizitätsbedingung lauten:

$$H^3 \cdot \frac{2 L_s}{EF} + H^2 \left[ \int_0^l \frac{g M_g}{H_0^2} dx - H_0 \cdot \frac{2 L_s}{EF} + 2 \omega_t \cdot t \cdot L_t \right] - \int_0^l q \cdot M_q \cdot dx = 0 \quad (17)$$

Bei einer numerischen Auswertung ist der Unterschied in  $H$  für die beiden Gleichungen (16) und (17) klein; umso eher ist die nur angenäherte Berücksichtigung von  $\frac{\xi'^2}{2}$  berechtigt.

Würden wir in Gleichung (6) auch  $\eta'$  gegen  $2 u'$  vernachlässigen, so würden wir die Elastizitätsbedingung finden:

$$H^2 \cdot \frac{L_s}{EF} + H \left[ \int_0^l \frac{g M_g}{H_0^2} dx - H_0 \cdot \frac{L_s}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_t \right] - \int_0^l \frac{g M_q}{H_0} \cdot dx = 0. \quad (18)$$

Das Seilproblem vereinfacht sich durch Vernachlässigung von Nebeneinflüssen zum Spannungsproblem zweiter Ordnung; das Spannungsproblem zweiter Ordnung ist ein durch Vereinfachung entstandener Sonderfall des allgemeineren Spannungsproblems dritter Ordnung. Würden wir überhaupt die Formänderungen des Seils nicht berücksichtigen, die Kräfte also am unverformt gedachten Seil angreifen lassen, so würde sich das Seilproblem als Spannungsproblem erster Ordnung ergeben.

Die Anwendung der Gleichung (16) und der Vergleich mit den Gleichungen (17) und (18) soll am Beispiel der Fig. 7 gezeigt werden.

<sup>2)</sup> F. Stüssi, Zur Theorie des Tragseils von Militärseilbahnen. Technische Mitteilungen für Sappeure, Pontoniere und Mineure, Zürich 1937.

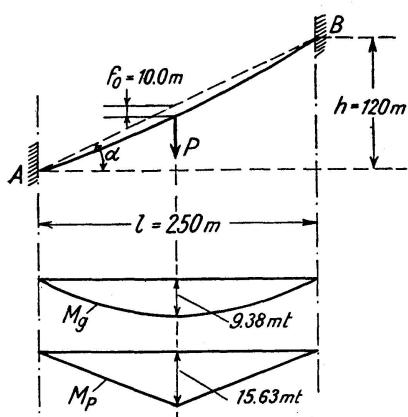


Fig. 7

Es sei  $\operatorname{tg} \alpha = 0,48$ ,  $\sec \alpha = 1,1092$

$$\frac{L_s}{EF} = 0,20 \text{ mt}, \quad g = 1,20 \text{ kg/m}', \quad P = 250 \text{ kg}$$

$$M_{gm} = 1,20 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{250^2}{8} = 9,38 \text{ mt}, \quad H_0 = 0,938 \text{ t}$$

$$M_{Pm} = 0,25 \cdot \frac{250}{4} = 15,63 \text{ mt}$$

$$\int g \cdot M_g \cdot dx = 1,20 \cdot 10^{-3} \cdot 9,38 \cdot \frac{2}{3} \cdot 250 = 1,875 \text{ t}^2 \text{m}$$

$$\int q \cdot M_q \cdot dx = 1,20 \cdot 10^{-3} \cdot 250 \left( \frac{2}{3} 9,38 + \frac{1}{2} 15,63 \right) + 0,25 (9,38 + 15,63) = 10,47 \text{ t}^2 \text{m}.$$

Mit diesen Werten kann Gleichung (16) geschrieben werden:

$$H^3 \cdot 2 \cdot 0,20 + H^2 \left[ \frac{1,875}{0,938^2} \cdot 0,8127 - 0,938 \cdot 2 \cdot 0,20 \right] = 10,47 \cdot 0,8127$$

$$0,4 \cdot H^3 + 1,359 \cdot H^2 = 8,508; \quad H = 1,988 \text{ t}, \quad y_m = 12,58 \text{ m.}$$

Nach Gleichung (17) würde sich ergeben

$$0,40 \cdot H^3 + 1,756 \cdot H^2 = 10,47; \quad H = 2,029, \quad y_m = 12,32 \text{ m.}$$

Der Fehler in  $H$  und  $y_m$  infolge der Vernachlässigung der Horizontalverschiebungen  $\xi$  beträgt 2,1 %.

Endlich liefert Gleichung (18)

$$0,20 \cdot H^2 + 1,812 \cdot H = 4,219; \quad H = 1,921, \quad y_m = 13,01 \text{ m.}$$

Hier beträgt der Unterschied gegen den genauen Wert 3,4 %; er kann allerdings bei größerem Seildurchhang beträchtlich ansteigen, während der Fehler der Gleichung (18) nur vom Neigungswinkel  $\alpha$  abhängig ist.

Wirken auf das Seil nur gleichmäßig verteilte lotrechte Belastungen, so können die Integrale in Gleichung (16) in geschlossener Form eingesetzt werden:

$$\int q \cdot M_q \cdot dx = \frac{q^2 l^2}{8} \cdot \frac{2}{3} l = \frac{q^2 l^3}{12}$$

und die Elastizitätsbedingung lautet

$$H^3 \cdot \frac{L_s}{EF} + H^2 \left[ \frac{g^2 l^3}{24 H_0^2} \cdot \cos^2 \alpha - H_0 \cdot \frac{L_s}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_t \right] - \frac{q^2 l^3}{24} \cdot \cos^2 \alpha = 0. \quad (16a)$$

Solche „Zustandsgleichungen“ sind beim Entwurf elektrischer Freileitungen im Gebrauch; die bekannten Formeln von A. JOBIN<sup>3)</sup> und F. BLEICH<sup>4)</sup> unterscheiden sich von Gleichung (16 a), abgesehen von der Schreibweise, nur durch mehr oder weniger geringfügige Vereinfachungen in der Ableitung.

<sup>3)</sup> A. JOBIN, Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter. Zeitschrift des Schweiz. Elektrotechn. Vereins 1919.

<sup>4)</sup> F. BLEICH, Stahlhochbauten, 2. Bd., S. 876. Berlin 1933.

Nach der Auflösung der Elastizitätsbedingung Gl. (16) ist die gestellte Aufgabe gelöst; alle Fragen über die Kabelform sind durch Gleichung (1) direkt oder indirekt beantwortet. Bei Seilbahnen ist dabei für den Betrieb die Größe des ungünstigsten Neigungswinkels des Tragseils bei den Stützen von besonderem Interesse. Diese Neigungswinkel der Lastwegkurve (Fig. 8) können direkt angeschrieben werden zu

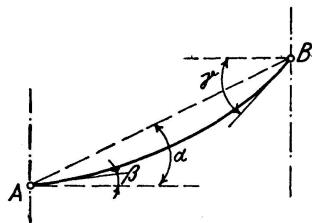


Fig. 8

$$\begin{aligned} \text{tg } \beta &= \text{tg } \alpha - \frac{Q_A}{H} \\ \text{tg } \gamma &= \text{tg } \alpha - \frac{Q_B}{H}; \end{aligned} \quad (19)$$

dabei sind  $Q_A$  und  $Q_B$  die Querkräfte bzw. Auflagerkräfte des einfachen Balkens  $AB$ .

Für den Fall einer einzigen Einzellast  $P$  unmittelbar neben der Stütze ändert sich  $H$  nicht gegen  $H_0$  und es wird

$$\text{tg } \beta, \gamma = \text{tg } \alpha \mp \frac{g \cdot l + 2P}{2H_0} \quad (19a)$$

Diese ungünstigsten Neigungswinkel liefern nach Gleichung (2) auch den ungünstigsten Seilzug.

Es ist noch kurz auf die statische Sicherheit der Seile hinzuweisen: Bei einer Vergrößerung der Last wächst der Seilzug nicht proportional dazu. Verdoppeln (verdreifachen) wir die Gesamtlast im Beispiel der Fig. 7, so steigt der Horizontalzug nur auf das rund 1,34 (1,60) fache des Wertes für die einfache Belastung. Die Sicherheit eines Seiles ist also wesentlich größer als das Verhältnis der vorhandenen Beanspruchung zur Materialfestigkeit.

## 5. Kontinuierliche Seile.

Bei über mehrere Felder durchlaufenden Seilen ist der Beanspruchungszustand der einzelnen Felder vom Verhalten der Zwischenstützen abhängig. Eine alle Seifelder umfassende Zustandsgleichung kann hier nicht mehr aufgestellt werden, sondern die Lösung muß schrittweise so erfolgen, daß der Horizontalzug  $H$  im Endfeld geschätzt wird; daraus kann aus dem Verhalten der ersten Stütze der Horizontalzug im zweiten Feld bestimmt werden usw. War die Schätzung von  $H$  richtig, so ist auch die über alle Felder summierte Elastizitätsbedingung Gleichung (14) erfüllt, andernfalls muß die Rechnung mit einer neuen verbesserten Schätzung von  $H$  wiederholt werden. Die möglichen Fälle der Zwischenstützung sind nachstehend (unter Ausschluß lotrechter Nachgiebigkeit) dargestellt, wobei wir der Einfachheit halber die Elastizitätsgleichungen nur für lotrechte Lasten in Seilebene anschreiben. Grundsätzlich wird der Ausgangszustand (ständige Last  $g$ , Montagetemperatur  $t = 0$ , durch Einregulieren bekannte Durchhänge) als gegeben anzunehmen sein.

### a) Elastisch nachgiebige Zwischenstützung.

Dieser Fall ist etwa dann verwirklicht, wenn das Seil mit der Ausleger spitze eines Mastes  $m$  fest verbunden ist. Ist der Horizontalzug links und

rechts vom Mast verschieden, so verschiebt sich die Auslegerspitze und damit der Seilstützpunkt entsprechend der Verdrehungssteifigkeit des Mastes:

$$\xi_m = (H_{m+1} - H_m) \cdot e_m \quad (20)$$

Haben wir für das erste Feld  $H_1$  geschätzt, so liefert Gleichung (14)

$$\xi_1 = (H_1 - H_{01}) \frac{L_{1s}}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_{1t} - \frac{\cos^2 \alpha_1}{2 H_1^2} \int_0^{l_1} q_1 \cdot M_{q_1} dx + \frac{\cos^2 \alpha_1}{2 H_{01}^2} \int_0^{l_1} g_1 \cdot M_{g_1} dx;$$

damit ist aus Gleichung (20)  $H_2$  bestimmt:

$$H_2 = H_1 + \frac{\xi_1}{e_1}.$$

In gleicher Weise kann nun  $\xi_2$

$$\xi_2 = \xi_1 + (H_2 - H_{02}) \frac{L_{2s}}{EF} + \omega_t \cdot t \cdot L_{2t} - \frac{\cos^2 \alpha_2}{2 H_2^2} \int_{l_1}^{l_2} q_2 \cdot M_{q_2} dx + \frac{\cos^2 \alpha_2}{2 H_{02}^2} \int_{l_1}^{l_2} g_2 \cdot M_{g_2} dx$$

und damit  $H_3$  bestimmt werden. Weist auch das Seilende  $A$  eine Nachgiebigkeit  $\xi_A$  auf, so ist diese einfach zu den übrigen Verschiebungen zu addieren. An der Endstütze  $n$  muß die Bedingung

$$\xi_n = -H_n \cdot e_n$$

erfüllt sein.

Unverschiebbliche Stützung und waagrecht bewegliche Auflagerung stellen die beiden Grenzfälle dar:

Bei unverschieblicher Stützung ist  $e = 0$ : die Elastizitätsbedingung  $\xi = 0$  muß für jedes Feld allein erfüllt sein; die Felder sind voneinander unabhängig.

Ist die Zwischenstützung dagegen waagrecht frei beweglich, so ist  $e = \infty$ ; der Horizontalzug  $H$  ist über alle Felder konstant und die Elastizitätsbedingung kann direkt durch Aufsummieren der einzelnen Beiträge über alle Felder angeschrieben werden. Dieser Grenzfall ist z. B. bei als Pendelstützen ausgebildeten Mästen verwirklicht.

Dieser letztere Fall tritt auch bei abgespannten Türmen auf (Fig. 9). Einer am Turmkopf angreifenden Last  $W$  hält der Unterschied der Horizontalzüge

$$\Delta H = H_2 - H_1 = W \frac{h_1}{h}$$

Gleichgewicht. Die Elastizitätsbedingung dieser (hier in einfachster Form skizzierten) Aufgabe lautet:

$$\xi_1 = -\xi_2$$

und damit, wenn beide Seile mit  $H_0$  vorgespannt sind,

$$(H_1 - H_0) \cdot \frac{L_{1s}}{EF_1} - \cos^2 \alpha \int_0^{l_1} g \cdot M_g \cdot dx \left( \frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_0^2} \right) = - (H_1 + \Delta H - H_0) \cdot \frac{L_{2s}}{EF_2}$$

$$+ \cos^2 \alpha \int_0^{l_2} g \cdot M_g \cdot dx \left( \frac{1}{(H_1 + \Delta H)^2} - \frac{1}{H_0^2} \right)$$

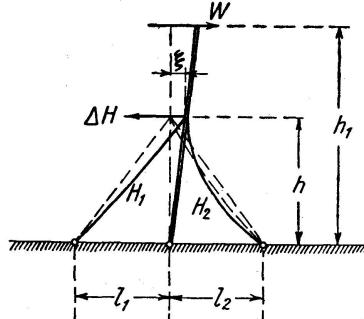


Fig. 9

oder mit  $l_1 = l_2, F_1 = F_2$ :

$$(2H_1 + \Delta H - 2H_0) \frac{L_s}{EF} - \cos^2 \alpha \int_0^{l_1} g \cdot M_g \cdot dx \cdot \left( \frac{1}{H_1^2} + \frac{1}{(H_1 + \Delta H)^2} - \frac{2}{H_0^2} \right) = 0.$$

### b) Aufhängung der Seile.

Bei Tragmasten sind die Seile meist an Isolatorenketten aufgehängt. Das Kräftebild in der Aufhängung ist in Fig. 10 skizziert:

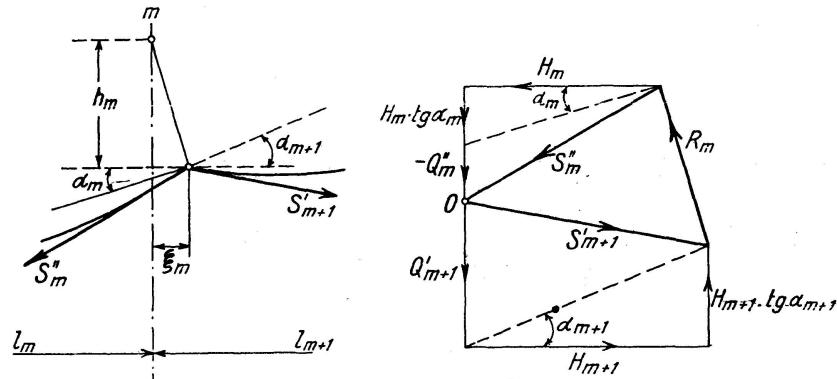


Fig. 10

Nach dem Kräfteplan der Fig. 10, in dem die Neigungswinkel der Seilkräfte der Gleichung (19) entsprechen, ergibt sich aus der Parallelität von  $R_m$  mit der Isolatorenkette:

$$\frac{H_{m+1} - H_m}{H_m \cdot \operatorname{tg} \alpha_m - Q_m'' + Q_{m+1}' - H_{m+1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{m+1}} = \frac{\xi_m}{h_m}$$

woraus

$$H_{m+1} = \frac{H_m(h_m + \xi_m \cdot \operatorname{tg} \alpha_m) + \xi_m(Q_{m+1}' - Q_m'')}{h_m + \xi_m \cdot \operatorname{tg} \alpha_{m+1}}. \quad (21)$$

Im Ausgangszustand ist meist  $\xi = 0$  und  $H_{m+1} = H_m = \text{konst}$ . Eine graphische Berechnung von  $H_{m+1}$  ist möglich, doch aus Genauigkeitsgründen, besonders wegen der auf die Aufhängung wirkenden Kräfte, nicht zu empfehlen. Die Rechnung ist im übrigen analog durchzuführen wie für Fall a).

Damit sind auch die Auflagerkraft  $R_m$  und ihre Komponenten  $W_m$  und  $V_m$  bestimmt:

$$V_m = H_m \cdot \operatorname{tg} \alpha_m - Q_m'' + Q_{m+1}' - H_{m+1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{m+1}$$

$$W_m = H_{m+1} - H_m$$

$$R_m = \sqrt{V_m^2 + W_m^2} = \sqrt{(H_m \cdot \operatorname{tg} \alpha_m - Q_m'' + Q_{m+1}' - H_{m+1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{m+1})^2 + (H_{m+1} - H_m)^2} \quad (22)$$

Falls  $\alpha_{m+1}$  größer ist als  $\alpha_m$ , kann die Auflagerkraft negativ werden; Druck in der Isolatorenkette ist aber (mit einer gewissen Sicherheit) zu vermeiden. Der kritische Grenzfall ist durch  $R_m = 0$  gekennzeichnet. Dafür ist

$$W_m = 0: \quad H_{m+1} = H_m$$

$$V_m = 0: \quad H_m \cdot (\operatorname{tg} \alpha_m - \operatorname{tg} \alpha_{m+1}) - Q_m'' + Q_{m+1}' = 0. \quad (23)$$

## c) Auflagerung in Seilschuhen.

Diese Auflagerungsart kommt als Normalfall bei Tragseilen von Luftseilbahnen vor. Hier ist der Zusammenhang zwischen  $H_m$  und  $H_{m+1}$  beim Übergang über die Stütze  $m$  nicht mehr, wie bei den Fällen a) und b), von den Verschiebungen  $\xi_m$ , sondern nur noch von den Gleichgewichtsbedingungen am Seilschuh abhängig. Falls das Seil reibungsfrei im Seilschuh gleiten kann, sind die angreifenden Seilzüge gleich groß:

$$S_m'' = S_{0m+1}', \quad (24)$$

wobei durch den Index 0 der Fall „Reibung null“ bezeichnet werden soll. Nach dem Kräfteplan der Fig. 11 ist

$$S_m''^2 = H_m^2 + (H_m \cdot \operatorname{tg} \alpha_m - Q_m'')^2 = S_{0m+1}'^2 = H_{0m+1}^2 + (H_{0m+1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{m+1} + Q_{m+1}')^2$$

woraus

$$Q_{m+1}'^2 - 2 Q_{m+1}' \cdot H_{0m+1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{m+1} + H_{0m+1}^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{m+1}) = S_m''^2$$

oder geordnet

$$H_{0m+1}^2 - H_{0m+1} \cdot Q_{m+1}' \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_{m+1}}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{m+1}} - \frac{S_m''^2 - Q_{m+1}'^2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{m+1}},$$

woraus mit  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  sich der gesuchte Wert von  $H_{0m+1}$  nach kurzer Zwischenrechnung ergibt zu

$$H_{0m+1} = Q_{m+1}' \cdot \cos \alpha_{m+1} \left[ \sin \alpha_{m+1} + \sqrt{\frac{S_m''^2}{Q_{m+1}'^2} - \cos^2 \alpha_{m+1}} \right] \quad (25)$$

Damit kann  $R_{0m}$  nach Gleichung (22) bestimmt werden.

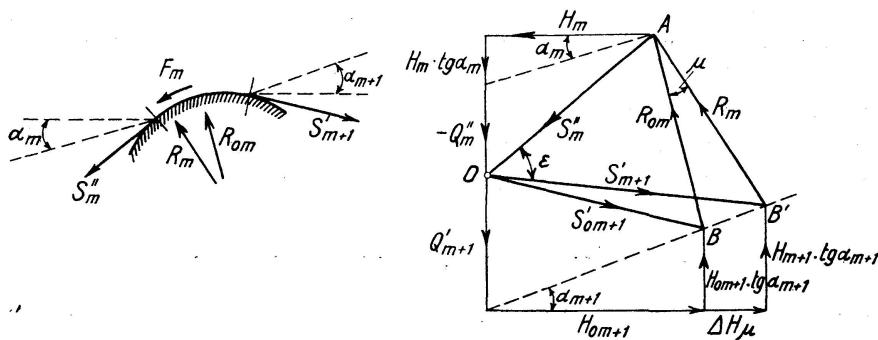


Fig. 11

Falls Reibung zwischen Seil und Seilschuh vorhanden ist, wird die Auflagerkraft  $R_m$  annähernd, und zwar mit vernachlässigbar kleinem Fehler, um den Reibungswinkel  $\mu$  gegenüber  $R_{0m}$  abgelenkt. Dabei soll (Fig. 11) der Reibungswinkel dann positiv sein, wenn die Reibungskraft  $F$  eine Vergrößerung von  $S_{0m+1}'$  gegenüber  $S_{0m+1}$  bewirkt. Nach Fig. 12 ist

$$\frac{\Delta S_\mu}{\sin \mu} = \frac{R_{0m}}{\sin \beta}.$$

Den Winkel  $\beta$  erhalten wir aus

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_0 - \mu + \alpha_{m+1},$$

wobei  $\psi_0$  durch

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{H_{0m+1} - H_m}{V_{0m}}$$

gegeben ist.

Mit  $\Delta H_\mu = \Delta S_\mu \cdot \cos \alpha_{m+1}$  finden wir

$$\Delta H_\mu = R_{0m} \cdot \frac{\sin \mu \cdot \cos \alpha_{m+1}}{\sin \beta}$$

und damit

$$H_{m+1} = H_{0m+1} + R_{0m} \cdot \frac{\sin \mu \cdot \cos \alpha_{m+1}}{\sin \beta}. \quad (26)$$

Damit ist der ganze Kräfteplan bestimmt; insbesondere kann man aus der bekannten Gleichung

$$S'_{m+1} = S''_m \cdot e^{\mu \cdot \varepsilon} \quad (27)$$

die Genauigkeit der mit  $\mu$  angenommenen Ablenkung von  $R_m$  gegenüber  $R_{0,m}$  im Einzelfall überprüft werden. Gleichung (27) kann zu einer einfachen graphischen Lösung benutzt werden, indem  $B'$  durch eine logarithmische Spirale mit dem Pol 0 von  $A$  aus (Fig. 11) (bezw.  $B$  durch einen Kreisbogen) bestimmt wird. Da aber die Winkel zwischen den Seilkräften  $S$  in praktischen Fällen meist klein sind, also schleifende Schnitte entstehen, ist mit Rücksicht auf die Genauigkeit besonders der Auflagerkräfte (Stützenbemessung) die rechnerische Bestimmung der Kräfte einer graphischen Lösung vorzuziehen.

Der Rechnungsgang zur Bestimmung der Horizontalzüge  $H$  ist grundsätzlich wie bei den Fällen a) und b) durchzuführen. Eine Besonderheit bewirken die Reibungskräfte, die entgegen der Differenz der Seilzüge  $S$  wirken. Die Reibungskräfte beteiligen sich also an der Aufnahme der durch die Belastung eines Feldes entstehenden Vergrößerung der Seilkräfte und zwar vom belasteten Feld aus nach beiden Seiten so weit weg, bis die Seilkräfte auf diejenigen des Ausgangszustandes abgebaut sind.

## 6. Einfluß der Seilsteifigkeit.

An Stellen scharfer Krümmung, also an den Angriffspunkten von Einzellasten und bei erzwungener Abbiegung, treten infolge der Biegssteifigkeit des Seiles zusätzliche Biegsbeanspruchungen auf, die durch die bekannte Beziehung der Biegungsmomente  $M_s$

$$M_s = -\frac{EJ}{o} \quad (28)$$

bestimmt sind.

Für erzwungene Abbiegung mit Krümmungsradius  $\varrho$  ist mit Gleichung (28) die Aufgabe grundsätzlich gelöst; wir wollen deshalb nachstehend nur noch den Fall des biegungssteifen Seiles unter Einzellasten untersuchen.

Hier ist, im Gegensatz zum biegsamen Seil nach Gleichung 1, das Biegemoment  $M_s$  nicht null, sondern es ist

$$M_s = M_q - H \cdot y \quad (29)$$

Setzen wir  $M_s$  nach Gleichung (28) und mit

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \frac{y''}{\sec^3 \varphi}$$

in Gleichung (29) ein, so erhalten wir die Differentialgleichung des biegsamen Seiles.

$$y'' EJ \cdot \cos^3 \varphi - H \cdot y + M_q = 0. \quad (30)$$

Da wir es in praktischen Fällen immer mit flachen Seilen mit kleinem Durchhang zu tun haben, dürfen wir mit genügender Genauigkeit  $\cos \varphi$  durch  $\cos \alpha$  ersetzen und erhalten die leicht lösbare Gleichung

$$y'' \cdot EJ \cdot \cos^3 \alpha - H \cdot y + M_q = 0. \quad (31)$$

Wir können übrigens  $\cos \varphi$  durch  $\cos \varphi_0$  ersetzen und erhalten dadurch eine etwas genauere, aber immer noch leicht lösbare Gleichung (31).

Der Unterschied von Gleichung (31) gegenüber der in der Baustatik üblichen Form für die Differentialgleichung der lotrechten Biegelinie  $y_v$

$$y_v'' = - \frac{M}{EJ \cdot \cos \alpha}$$

ist durch Fig. 13 mit  $y_v = y \cdot \cos^2 \alpha$  erklärlich.

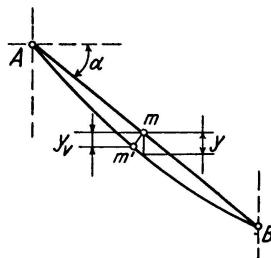


Fig. 13

Nun interessiert uns hier allerdings nicht in erster Linie der Durchhang  $y$  selbst, sondern die Durchhangsänderung  $\Delta y$  infolge der Seilsteifigkeit, weil ja damit das Seilmoment

$$H \cdot \Delta y = H \cdot (y_s - y) = M_s \quad (32)$$

bestimmt ist. Mit  $y_s$

$$y_s = \frac{M_q}{H}$$

haben wir hier den Durchhang des biegsamen Seils bezeichnet.

Setzen wir

$$y = y_s - \Delta y$$

in Gleichung (31) ein, so erhalten wir

$$(y_s'' - \Delta y'') \cdot EJ \cos^3 \alpha - H \cdot (y_s - \Delta y) + M_s = 0$$

woraus mit

$$H \cdot y_s = M_s, \quad y_s'' = -\frac{q}{H}, \quad \Delta y \cdot H = M_s$$

sich eine Differentialgleichung für  $M_s$  ergibt:

$$M_s'' - \frac{H}{EJ \cos^3 \alpha} \cdot M_s + q = 0. \quad (33)$$

Zur Auflösung solcher Gleichungen habe ich früher ein baustatisches Verfahren durch Umsetzen in ein dreigliedriges Gleichungssystem angegeben<sup>5)</sup>. Für Gleichung (33) ergibt sich danach, je nachdem, ob man die Belastungsfunktion in Trapeze aufteilt oder durch Parabeln je über zwei Felder begrenzt denkt, mit

$$c = \frac{\Delta x^2}{12} \cdot \frac{H}{EJ \cos^3 \alpha}$$

die Trapezformel

$$-M_{s,m-1}(1-2c) + M_{s,m}(2+8c) - M_{s,m+1}(1-2c) = \Delta x \cdot P_m = \\ = P_m \cdot \sqrt{12c} \cdot \sqrt{\frac{EJ \cos^3 \alpha}{H}}$$

oder die Parabelformel

$$-M_{s,m-1}(1-c) + M_{s,m}(2+10c) - M_{s,m+1}(1-2c) = P_m \cdot \sqrt{12c} \cdot \sqrt{\frac{EJ \cos^3 \alpha}{H}}$$

Dabei brauchen diese Gleichungen nicht etwa über die ganze Seillänge angeschrieben zu werden, da ja die Seilmomente nach beiden Seiten rasch abklingen; es genügt ein Untersuchungsbereich von etwa  $4 \cdot \sqrt{\frac{EJ \cos^3 \alpha}{H}}$  je beidseitig von Einzellasten oder Lastgruppen. Für den Angriffspunkt einer Einzellast ist wegen der Unstetigkeit in  $M_s$  die Trapezformel zu verwenden, während für unbelastete Teilpunkte aus Genauigkeitsgründen die Parabelformel vorzuziehen ist. Die Größe der Teile  $\Delta x$  ist so zu wählen, daß  $c$  nicht größer als etwa 0,05 wird.

Die Auflösung der Gleichung (33) nach diesem Verfahren ist nachstehend in Tabelle 3 für ein waagrechtes Seil gezeigt. Wir wählen  $c = 0,04$ , woraus

$$\Delta x = \sqrt{0,48} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{H}} = 0,6928 \cdot \sqrt{\frac{EJ}{H}};$$

die Rechnung wird nur für 4 Felder statt für 4:  $0,6928 \cong 6$  durchgeführt. Die Randbedingung lautet  $M_{s0} = 0$ ;  $M_s$  verläuft symmetrisch zum Lastpunkt.

<sup>5)</sup> F. Stüssi, Die Stabilität des auf Biegung beanspruchten Trägers. I.V.B.H., Abhandlungen, Band III, 1935.

T a b e l l e 3.

	$M_{s1}$	$M_{s2}$	$M_{s3}$	$M_{sm}$	Bel. glied
1	2,40	- 0,96			—
2	- 0,96	2,40 - 0,384	- 0,96		—
		2,016	- 0,96		
3		- 0,96	2,40 - 0,4571	- 0,96	—
			1,9429	- 0,96	
$m$			- 1,84	2,32 - 0,9092	0,6928
				1,4108	0,6928
$M_s =$	0,0462	0,1155	0,2427	0,4911	$\cdot P \cdot \sqrt{\frac{EJ}{H}}$

Der größte Wert von  $M_s$  im Lastpunkt ist mit  $M_{sm} = 0,4911 \cdot P \cdot \sqrt{\frac{EJ}{H}}$  um rund 1,8 % kleiner als nach der bekannten Formel von ISAACHSEN.

Wird die Berechnung mit 6 Feldern durchgeführt, so sinkt der Fehler auf rund 1 %. Eine genauere Gleichung für  $m$  kann übrigens aus der bekannten Größe des Knickwinkels von  $M_s$  in  $m$  leicht aufgestellt werden<sup>6)</sup>.

Die Bedeutung eines solchen baustatischen Verfahrens gegenüber Formeln für Spezialfälle beruht darauf, daß es die Untersuchung beliebig allgemeiner Anwendungsfälle gestattet.

### Zusammenfassung.

Die Form eines biegsamen Seiles ist bestimmt durch das Seilpolygon zur Belastung; bei beliebig gerichteten Seilbelastungen ist der Begriff des Seilpolygons zu erweitern. Die Größe des Horizontalzuges  $H$  ist entweder durch ein Spanngewicht festgelegt oder dann durch eine Elastizitätsbedingung zu bestimmen. Diese Elastizitätsbedingung führt auf eine Gleichung dritter Ordnung für  $H$ : das Seilproblem ist ein Spannungsproblem dritter Ordnung, das durch Vernachlässigung von Nebeneinflüssen auf ein Spannungsproblem zweiter Ordnung vereinfacht werden kann. Das biegsame Seil wird durch eine Differentialgleichung beherrscht, die der Durchbiegungsgleichung des Versteifungsträgers einer verankerten Hängebrücke eng verwandt ist. Bei den praktisch vorkommenden geringen Seilstifigkeiten haben die Biegungsmomente nur örtliche Bedeutung.

### Résumé.

La forme d'une corde flexible est déterminée par le polygone funiculaire des charges; lorsque les forces appliquées à la corde ont une direction quelconque, il est indispensable de compléter la notion du polygone funi-

<sup>6)</sup> F. STÜSSI, Die Berechnung verankerter Hängebrücken. Mitt. a. d. Institut f. Baustatik an der E. T. H., Heft 2. In Vorbereitung.

culaire. La grandeur de la traction horizontale  $H$  est déterminée soit par un contrepoids, soit par une condition d'élasticité. Cette condition d'élasticité conduit à une équation du 3<sup>e</sup> ordre pour  $H$ ; le problème de la corde est un problème de tensions du 3<sup>e</sup> ordre qui peut être ramené à un problème du 2<sup>e</sup> ordre si l'on néglige des influences secondaires. La corde rigide peut être représentée par une équation différentielle très étroitement parente à l'équation de la ligne élastique de la poutre raidisseuse d'un pont suspendu avec câbles ancrés. La rigidité de la corde étant, en fait, très faible, les moments de flexion n'ont qu'une importance locale.

### **Summary.**

The form of a flexible rope is determined by the funicular polygon for the loading; for some particular arrangements of loads on the rope the conception of the funicular polygon is to be extended. The magnitude of the horizontal force  $H$  is either determined by a stressing weight or has to be derived from an elasticity condition. This condition leads to an equation of the third order for  $H$ : the rope problem is a stress problem of the third order which can be simplified into a stress problem of the second order by neglecting subsidiary influences. The form of a stiff rope is expressed by a differential equation which is closely related to the loading equation of the stiffening girder of an anchored suspension bridge. With the slight stiffnesses of ropes occurring in practice, the bending moments have only local significance.