Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 6 (1940-1941)

Artikel: Berechnung der Versteifungsträger von Hängebrücken
Autor: Kasarnowsky, S.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7093

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BERECHNUNG DER VERSTEIFUNGSTRÄGER VON HÄNGEBRÜCKEN.

CALCUL DE LA POUTRE RAIDISSEUSE DES PONTS SUSPENDUS.

CALCULATING THE STIFFENING GIRDERS OF SUSPENSION BRIDGES.

S. KASARNOWSKY,
Diplomingenieur, Erster Konstrukteur der Brückenabteilung der Hafenverwaltung, Stockholm.

Im folgenden wird gezeigt, daß die genaue Theorie des Versteifungsbalkens für die wichtigsten Belastungsfälle sehr einfache Resultate liefert, wenn die Durchbiegungen als Produkte der Durchbiegung des unversteiften Kabels und einer Funktion $\Theta(\lambda)$ dargestellt werden. $\Theta(\lambda)$ ist vom Belastungsfall allein abhängig. Ihr Argument λ ist eine Größe, die vom Material, dem Trägheitsmoment des Versteifungsträgers, seiner Spannweite und von dem jeweils vorhandenen Kabelzug abhängig ist. Es wird ferner gezeigt, daß die Biegungsmomente ebenfalls von der selben Funktion $\Theta(\lambda)$ abhängig sind.

1. Beziehung zwischen Horizontal- und Vertikalverschiebungen eines Kabels.

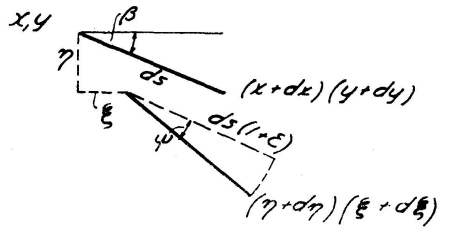

Fig. 1

Bezeichnen η und ξ die Vertikal- und Horizontalverschiebungen, ψ die Drehung eines Kabelelementes und ε seine Dehnung, so bestehen bekanntlich folgende geometrische Beziehungen [1]):

$$\frac{d\xi}{dx} = \varepsilon - \psi \cdot \frac{dy}{dx} \tag{1}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \varepsilon \cdot \frac{dy}{dx} + \psi \tag{2}$$

Aus diesen Gleichungen folgt die Änderung der Stützweite $A_1 B_1$ des Kabels (Fig. 2)

[1]) Siehe S. KASARNOWSKY, Beitrag zur Theorie weitgespannter Brückenbogen. Der Stahlbau 1931, Heft 6.

$$\xi = -\left(\xi_1 + \xi_2\right) = -\int_{A_1}^{B_1} \frac{d\eta}{dx}\, dy + \int_{A_1}^{B_1} \varepsilon \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx \tag{3}$$

Bezeichnen ferner X = Horizontalzug im Kabel, F_K seinen Querschnitt, E_K seinen Elastizitätsmodul, so wird

$$\varepsilon = \frac{X}{\cos\beta} \cdot \frac{1}{E_K F_K} \tag{4}$$

Ist die Kabelkurve eine Parabel, so kann genügend genau gesetzt werden

$$\int_{A}^{B_1} \varepsilon \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx = l'\left(1 + 8\frac{f'^2}{l'^2}\right)\varepsilon_0 \tag{5}$$

wobei l', f' die Spannweite und Pfeilhöhe des Kabels und ε_0 die Dehnung im Scheitel bedeuten.

2. Berechnung des Horizontalzuges.

Der horizontale Kabelzug X berechnet sich aus der Bedingung:

Horizontalverschiebungen der Pylonen = Horizontalverschiebung des Kabels $A_1 B_1$. Die Horizontalverschiebungen der Pylonen berechnen sich, wie aus der Figur 2 hervorgeht, aus:

$$\xi_1 = \frac{c_1}{\cos^2\beta_1} \cdot \frac{X}{E_K F_K}; \qquad \xi_2 = \frac{c_2}{\cos^2\beta_2} \cdot \frac{X}{E_K F_K} \tag{6}$$

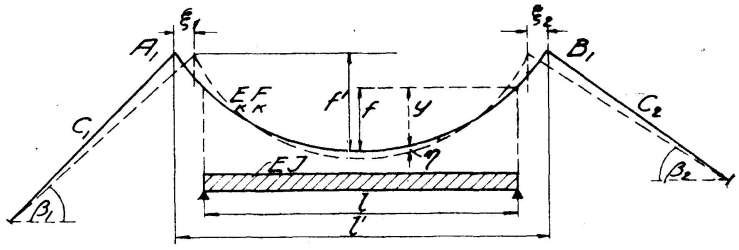

Fig. 2

Aus den Gleichungen (3), (5) und (6) erhält man

$$\int_{A_1}^{B_1} \frac{d\eta}{dx}\, dy = \frac{X}{E_K F_K}\left\{l'\left(1 + 8\frac{f'^2}{l'^2}\right) + \frac{c_1}{\cos^2\beta_1} + \frac{c_2}{\cos^2\beta_2}\right\}$$

Bezeichnet man mit E, J den Elastizitätsmodul und das Trägheitsmoment des Versteifungsbalkens und setzt man zur Abkürzung

$$\mu_0 = \frac{15}{8} \cdot \frac{E}{E_K} \cdot \frac{J}{F_K f^2} \frac{l'}{l} \cdot \alpha \tag{7}$$

$$\alpha = \left(1 + 8\frac{f'^2}{l'^2} + \frac{1}{\cos^2\beta_1} \cdot \frac{c_1}{l'} + \frac{1}{\cos^2\beta_2} \cdot \frac{c_2}{l'}\right) \tag{8}$$

so wird

$$\mu_0 X = \frac{15}{8}\frac{EJ}{l f^2}\int_{A_1}^{B_1} \frac{d\eta}{dx} \cdot dy \tag{9}$$

In folgenden Entwicklungen wird die Integration zwischen den Grenzen A und B ausgeführt, da die Kabeldeformation auf den Strecken $A_1 A$ und $B_1 B$ nach der üblichen Formänderungstheorie vernachlässigt werden kann.

3. Die Differentialgleichung der Vertikalverschiebung.

Bezeichnet man mit p die Belastung des Versteifungsträgers und mit p_K die Belastung des Kabels, so gelten

$$\frac{d^2(y+\eta)}{dx^2} = -\frac{p_K}{X}; \qquad \frac{d^4\eta}{dx^4} = \frac{p - p_K}{EJ} \tag{10}$$

Ist die Ordinate y des Kabels im unbelasteten Zustand eine Parabel, so wird

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{8f}{l^2} = -\frac{1}{r} \tag{11}$$

Setzt man

$$K^2 = \frac{JE}{X}; \qquad \varphi = \frac{x}{K} \tag{12}$$

und

$$c_0 = \frac{p}{X} - \frac{1}{r} \tag{13}$$

so folgt aus Gl. (10), (11), (12) und (13)

$$K^2 \frac{d^4\eta}{dx^4} - \frac{d^2\eta}{dx^2} = c_0 \tag{14}$$

Für gleichmäßige Streckenlasten wird das allgemeine Integral der Gl. (14)

$$\eta = A \sinh\varphi + B\cosh\varphi - \frac{c_0}{2}x^2 + C_1 x + C_2 \tag{15}$$

$$\eta' = \frac{d\eta}{dx} = \frac{1}{K}\{A\cosh\varphi + B\sinh\varphi\} - c_0 x + C_1 \tag{16}$$

Das Biegungsmoment M des Versteifungsbalkens erhält man aus

$$M = -JE\frac{d^2\eta}{dx^2} = -X\{A\sinh\varphi + B\cosh\varphi - c_0 K^2\} \tag{17}$$

In folgenden Entwicklungen wird stets eine freie Auflagerung an den Stützen vorausgesetzt, somit $\eta'' = 0$.

4. Gleichmäßig verteilte Belastung p über die Spannweite AB.

Wählt man den Koordinatenursprung in Balkenmitte, so verschwinden aus Symmetriegründen die Integrationskonstanten A und C_1. Die übrigen Konstanten erhält man aus den Randbedingungen:

$$x = \pm\frac{l}{2}; \qquad \eta = 0; \qquad \eta'' = 0$$

Setzt man

$$\lambda = \frac{l}{2K}; \qquad u = \frac{2x}{l}$$

so wird

$$\eta = c_0 K^2 \left\{\frac{1}{2}(\lambda^2 - \varphi^2) - \left(1 - \frac{\cosh\varphi}{\cosh\lambda}\right)\right\} \tag{18}$$

und
$$M = c_0 K^2 X \left(1 - \frac{\cosh \varphi}{\cosh \lambda}\right) \tag{19}$$

Bezeichnet
$$H = \frac{l^2}{8f} p = r p$$
den Horizontalzug im unversteiften Kabel, so kann
$$X = \frac{H}{1 + \mu} \tag{20}$$
gesetzt werden. Die Korrektionszahl μ berechnet sich aus den Gleichungen (9) und (18), indem man η' aus Gl. (18) bildet und Gl. (9) integriert:
$$\mu = \frac{2}{15} \frac{\lambda^5}{[\lambda^3 - 3(\lambda - \operatorname{tgh} \lambda)]} \mu_0 \tag{21}$$
μ_0 erscheint hier als der Grenzwert von μ für limes $\lambda = 0$. Eine ähnliche Gleichung für μ erhält man auch für den Zweigelenkbogen, wenn man $\operatorname{tgh} \lambda$ durch $\operatorname{tg} \lambda$ ersetzt [1]).

Setzt man für $\operatorname{tgh} \lambda$ die Reihe:
$$\operatorname{tgh} \lambda = \lambda - \frac{\lambda^3}{3} + \frac{2\lambda^5}{15} - \frac{17\lambda^7}{315}$$
so geht Gl. (21) über in:
$$\mu = (1 + 0{,}40\,\lambda^2)\,\mu_0 \tag{22}$$
Diese Gleichung gilt mit genügender Genauigkeit für alle Werte von λ.

Um den Horizontalzug X bequem berechnen zu können, führen wir die Hilfswerte
$$\lambda_0^2 = \frac{H l^2}{4JE} \quad \text{und} \quad m = 0{,}40\,\lambda_0^2 \mu_0 \tag{23}$$
ein. Aus den Gl. (7) und (23) folgt
$$m = \frac{3}{2} \alpha \left(\frac{H}{E_K F_K}\right) \frac{l'}{l} \cdot \frac{r}{f} \tag{24}$$
d. h. m ist unabhängig von J.

Mit Hilfe von Gl. (23) und (24) kann die Gl. (22) aufgelöst werden:
$$\lambda^2 = \frac{1 + \mu_0}{2\,\mathrm{m}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{4\,\mathrm{m}}{(1 + \mu_0)^2}} - 1 \right\} \lambda_0^2 \tag{25}$$
oder angenähert:
$$\mu = \mu_0 + \frac{m}{1 + m + \mu_0} \tag{26}$$

Die Gleichungen (18) und (19) können jetzt mit Hilfe von Gl. (22) vereinfacht werden.

Aus Gl. (13) folgt $c_0 = \frac{\mu}{r}$ und $c_0 K^2 = \frac{\mu l^2}{4 r \lambda^2}$ und mit Rücksicht auf Gl. (22)
$$c_0 K^2 = \frac{15}{2} \alpha \frac{r X}{E_K F_K} (1 + 0{,}40\,\lambda^2) \frac{1}{\lambda^4} \tag{27}$$

Für die Durchbiegung im Scheitel erhält man aus Gl. (18) und (27) mit

$$\delta_1 = 1 - \frac{2}{\lambda^2}\left(1 - \frac{1}{\cosh \lambda}\right)$$

$$\eta = \alpha r \frac{X}{E_K F_K}\left\{\frac{15}{4} \cdot \frac{1 + 0{,}40\,\lambda^2}{\lambda^2} \cdot \delta_1\right\}$$

Der Ausdruck in der Klammer ist fast unabhängig von λ. Er wird $\frac{25}{16}$ für $\lambda = 0$ und $\frac{24}{16}$ für $\lambda = \infty$.

Wir setzen

$$\eta = \frac{3}{2}\alpha r\left(\frac{X}{E_K F_K}\right) \sim \frac{mf}{1 + \mu} \tag{28}$$

Für das Moment im Scheitel erhält man aus Gl. (19), (27) und (28)

$$M = \frac{\mu_0}{1 + \mu} \cdot \frac{p\,l^2}{8}\{(1 + 0{,}40\,\lambda^2)(1 - \delta_1)\}$$

Der Ausdruck in der geschweiften Klammer variiert zwischen 1 für $\lambda = 0$ und 0,80 für $\lambda = \infty$. Für λ zwischen 3 und 8 kann mit einer Genauigkeit von 3 % geschrieben werden

$$M = \frac{\mu_0}{1 + \mu} \cdot \frac{p\,l^2}{8}\left(0{,}80 + \frac{0{,}70}{3{,}5 + \lambda}\right) \tag{29}$$

5. Streckenlast q über halbe Spannweite und durchgehende Belastung p über die ganze Spannweite.

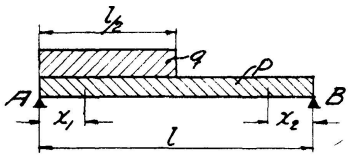

Fig. 3

Die elastische Linie des Versteifungsbalkens besteht aus zwei Zweigen. Für jeden Zweig gelten zunächst die Randbedingungen

$$x_1 = 0; \quad \eta_1 = \eta_1'' = 0 \qquad \text{resp.} \qquad x_2 = 0; \quad \eta_2 = \eta_2'' = 0$$

Man erhält aus Gl. (15) und (17)
für den linken Zweig:

$$\eta_1 = A_1 \sinh \varphi_1 + c_{01}\left[K^2(\cosh \varphi_1 - 1) - \frac{x_1^2}{2}\right] + C_1 x_1 \tag{30}$$

für den rechten Zweig:

$$\eta_2 = A_2 \sinh \varphi_2 + c_{02}\left[K^2(\cosh \varphi_2 - 1) - \frac{x_2^2}{2}\right] + C_2 x_2 \tag{31}$$

Aus der Gl. (13) folgt

$$c_{01} = \frac{q + p}{X} - \frac{1}{r}; \qquad c_{02} = \frac{p}{X} - \frac{1}{r}$$

Setzt man $$X = \frac{H}{1+\mu} \quad \text{und} \quad H = r\left(p + \frac{q}{2}\right) \tag{32}$$

wobei H wieder den Horizontalzug des unversteiften Kabels bedeutet, so werden

$$c_{01} = \frac{\mu}{r} + \frac{q}{2X}; \qquad c_{02} = \frac{\mu}{r} - \frac{q}{2X} \tag{33}$$

Die Konstanten $A_1 A_2 C_1 C_2$ werden aus den Bedingungen für die Balkenmitte:

$$\eta_1 = \eta_2; \quad \eta_1' + \eta_2' = 0; \quad \eta_1'' = \eta_2''; \quad \eta_1''' + \eta_2''' = 0$$

ermittelt.

Aus den Gl. (30) bis (33) erhält man folgende Werte für die Integrationskonstanten:

$$C_1 = \frac{\mu l}{2r} + \frac{q l}{8X}; \qquad C_2 = \frac{\mu l}{2r} - \frac{q l}{8X}$$

$$A_1 = -K^2 \left\{ \frac{\mu}{r} \operatorname{tgh} \lambda + \frac{q}{2X} \cdot \frac{\cosh \lambda - 1}{\sinh \lambda} \right\}$$

$$A_2 = -K^2 \left\{ \frac{\mu}{r} \operatorname{tgh} \lambda - \frac{q}{2X} \cdot \frac{\cosh \lambda - 1}{\sinh \lambda} \right\}$$

Die Korrektionszahl μ berechnet sich auf gleiche Weise wie im ersten Belastungsfall und führt zu genau gleichem Resultat. Die Gl. (21) gilt auch in diesem Belastungsfall, wenn man λ und λ_0 mit Hilfe der Gl. (32) bestimmt.

Die nahezu größte Durchbiegung entsteht im Abstande $\frac{l}{4}$ von A und beträgt:

$$\eta = \frac{q l^2}{64 X} \left\{ 1 - \frac{8}{\lambda^2} \cdot \frac{\cosh \frac{\lambda}{2} - 1}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right\} + \frac{\mu K^2}{r} \left\{ \frac{3}{8} \lambda^2 - \frac{\cosh \lambda - \cosh \frac{\lambda}{2}}{\cosh \lambda} \right\} \tag{34}$$

Das erste Glied in dieser Gleichung kann wie folgt verwandelt werden:

Man setzt

$$\Theta_1 = 1 - \frac{8}{\lambda^2} \left(\frac{\cosh \frac{\lambda}{2} - 1}{\cosh \frac{\lambda}{2}} \right) \tag{35}$$

(siehe Fig. 4); aus Gl. (32) folgt

$$\frac{1}{1+\mu} \cdot \frac{q l^2}{64 X} = \frac{f}{4} \frac{q}{2p+q}$$

Es läßt sich leicht zeigen, daß dieser Ausdruck die Durchbiegung des unversteiften Kabels darstellt.

Das zweite Glied der Gl. (34) kann mit Hilfe von Gl. (22) wie folgt geschrieben werden:

$$\alpha r \frac{X}{E_K F_K} \left\{ \frac{15}{2} \frac{(1 + 0{,}40\lambda^2)}{\lambda^2} \left[\frac{3}{8} \lambda^2 - \frac{\cosh \lambda - \cosh \frac{\lambda}{2}}{\cosh \lambda} \right] \right\}$$

Der Ausdruck in der geschweiften Klammer ist nahezu konstant. Zwischen $\lambda = 0$ und $\lambda = \infty$ variiert er zwischen $\frac{285}{256}$ und $\frac{288}{256}$.

Die Gl. (34) kann jetzt in folgender klarer Form geschrieben werden

$$\eta = \frac{f}{4} \cdot \frac{q}{2p+q}(1+\mu)\,\Theta_1 + \frac{9}{8}\,\alpha r \frac{X}{E_K F_K} \tag{36}$$

Das positive Moment im Abstande $l/4$ von A erhält man durch ähnliche Betrachtungen zu

$$M^+ = \frac{q\,l^2}{64}(1-\Theta_1) + \frac{3}{64}\,\frac{\mu_0}{1+\mu}(q+2p)\,l^2 \tag{37}$$

Der Einfluß von p kann durch Einschaltung von provisorischen Gelenken eliminiert werden.

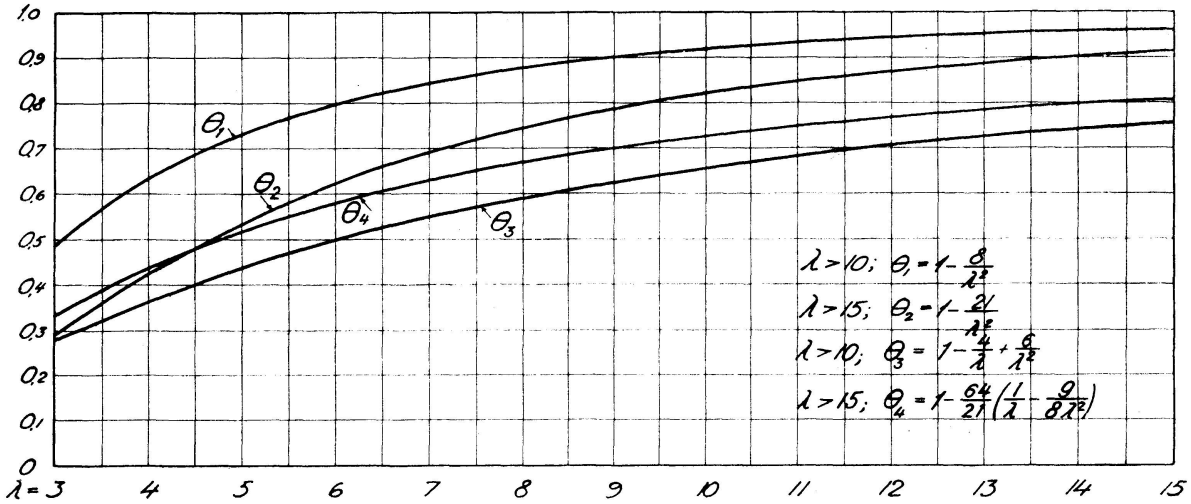

Fig. 4

Die angenäherte Theorie der Hängebrücken, d. h. die Berechnung der Momente ohne Rücksicht auf die Durchbiegungen gibt wie bekannt für gleiche Belastung:

$$M^+ = \frac{q\,l^2}{64} + \frac{3}{64} \cdot \frac{\mu_0}{1+\mu_0}(q+2p)\,l^2 \tag{38}$$

Der Ausdruck Θ_1 nähert sich $\frac{\lambda^2}{8}$ für $\lambda = 0$ und $\left(1 - \frac{8}{\lambda^2}\right)$ für $\lambda > 10$.

6. Streckenlast q von der Länge b im Scheitel und durchgehende Belastung p über die ganze Spannweite.

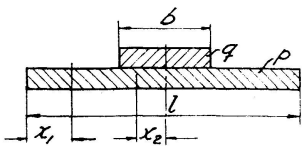

Fig. 5

Die elastische Linie des Versteifungsträgers besteht auch hier aus zwei Zweigen. Ohne auf Zwischenrechnungen einzugehen, sollen hier nur die Resultate der Berechnung angegeben werden.

Wir setzen

$$X = \frac{r(p + \gamma q)}{1 + \mu} \tag{39}$$

und wie früher

$$\lambda^2 = \frac{l^2}{4K^2} = \frac{X l^4}{4JE}$$

Setzt man

$$\beta_1 = \frac{l - b}{2K}; \quad \beta_2 = \frac{b}{2K}$$

so wird das Moment im Scheitel

$$M = \frac{l^2}{4\lambda^2}\left\{q\left[1 - \frac{\cosh\beta_1}{\cosh\lambda} - \frac{\gamma}{1+\mu}\left(1 - \frac{1}{\cosh\lambda}\right)\right] + \frac{\mu}{1+\mu}p\left(1 - \frac{1}{\cosh\lambda}\right)\right\} \tag{40}$$

Das p-Glied hat den gleichen Bau wie im Abschnitt 4 und kann nach Formel (29) berechnet werden.

Der Horizontalzug berechnet sich aus Gl. (9) und (39) zu

$$\mu\left[p + \frac{\varrho_0}{\varrho_1}q\right] + q\left[\frac{\varrho_0}{\varrho_1} - \gamma\right] = \mu_0(1 + 0{,}40\lambda^2)(p + \gamma q)$$

wobei

$$\varrho_0 = \frac{\sinh\beta_2}{\cosh\lambda} + \beta_2\left(\frac{\lambda^2}{2} - \frac{\beta_2^2}{6} - 1\right)$$

$$\varrho_1 = \frac{\lambda^3}{3} - \lambda - \operatorname{tgh}\lambda$$

bedeuten. Wählt man $\gamma = \varrho_0/\varrho_1$, so vereinfacht sich die obige Gleichung zu

$$\mu = (1 + 0{,}40\lambda^2)\mu_0 \tag{22a}$$

d. h. genau gleich der Gleichung (22).

Für $b = 0{,}30\ l$ sind die Werte von γ in Tabelle 1 angegeben.

Mit Hilfe der Gl. (22a) kann Gl. (40) wie folgt umgeschrieben werden:

$$M = \frac{q l^2}{1 + \mu}(\nu_1 + \mu_0 \nu_2) \tag{41}$$

Für $b = 0{,}30\ l$ sind Werte von ν_1 und ν_2 in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1.

λ	γ	ν_1	ν_2
2	0,4496	0,00614	0,0696
3	0,4476	0,00515	0,0752
4	0,4455	0,00420	0,0807
5	0,4438	0,00339	0,0854
6	0,4424	0,00271	0,0893
7	0,4414	0,00223	0,0922
8	0,4405	0,00183	0,0945
9	0,4399	0,00152	0,0962
10	0,4394	0,00128	0,0974
∞	0,4365	0	0,1000

Die Durchbiegung im Scheitel ohne Rücksicht auf die Reckung des Kabels wird für $b = 0{,}30\ l$:

$$\eta = \left\{\frac{0{,}0735 \cdot q \cdot f}{p + \gamma q}\right\} \Theta_2 \tag{42}$$

Der Ausdruck in der geschweiften Klammer ist, wie bekannt, die Durchbiegung eines unversteiften Kabels, wenn für $\gamma = 0{,}4365$ gesetzt wird.

$$\Theta_2 = \frac{1}{0{,}0735}(0{,}51 - \gamma - 8\,\nu_1) \tag{43}$$

Die Funktion Θ_2 ist in Fig. 4 dargestellt.

Aus dem Vergleich der Gleichungen (37) und (41) geht hervor, daß die Momente im Scheitel und in den Viertelpunkten, bei schwachen Versteifungsbalken, d. h. bei großen λ, einander nahezu gleich werden.

7. Eine Einzellast P im Scheitel und durchgehende Belastung p über die ganze Spannweite.

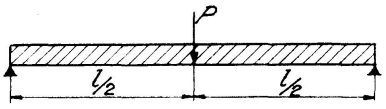

Fig. 6

Die Berechnung liefert hier folgende Resultate:

Der Horizontalzug kann mit genügender Genauigkeit gleich dem Horizontalzug eines unversteiften Kabels gesetzt werden:

$$H = pr\sqrt{1 + 3\left(\frac{P}{pl}\right) + 3\left(\frac{P}{pl}\right)^2}$$

oder, wenn $\frac{P}{pl}$ klein ist, $$H = pr\left\{1 + \frac{3}{2}\left(\frac{P}{pl}\right)\right\} \tag{44}$$

Mit $$\Theta_3 = 1 - 4\frac{\operatorname{tgh}\lambda}{\lambda} + \frac{6}{\lambda^2}\left(1 - \frac{1}{\cosh\lambda}\right) \tag{45}$$

(siehe Fig. 4) wird die Durchbiegung im Angriffspunkt von P ohne Rücksicht auf die Kabelreckung, die aus der Gleichung (28) berechnet werden kann,

$$\eta = \left\{\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{P}{pl}\right) f}{1 + \frac{3}{2}\left(\frac{P}{pl}\right)}\right\} \Theta_3 \tag{46}$$

Der Ausdruck in der geschweiften Klammer ist, wie bekannt, die Durchbiegung des unversteiften Kabels.

Das Moment im Angriffspunkt für P ohne Rücksicht auf die Kabelreckung wird

$$M = \frac{Pl}{16}(1 - \Theta_3) \tag{47}$$

für große λ wird $M = \frac{Pl}{4\lambda}$.

8. Eine Einzellast P im Balkenviertel und durchgehende Belastung p über die ganze Spannweite.

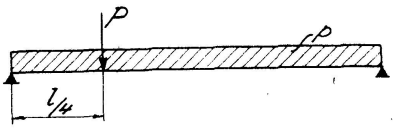

Fig. 7

Die Berechnung liefert hier folgende Resultate:

Der Horizontalzug kann mit genügender Genauigkeit gleich dem Horizontalzug eines unversteiften Kabels gesetzt werden:

$$H = pr\sqrt{1 + \frac{9}{4}\left(\frac{P}{pl}\right) + \frac{9}{4}\left(\frac{P}{pl}\right)^2}$$

oder, wenn $\frac{P}{pl}$ klein ist, $$H = pr\left\{1 + \frac{9}{8}\left(\frac{P}{pl}\right)\right\} \tag{48}$$

Mit $$\Theta_4 = 1 - \frac{64}{21}\left\{\frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{\operatorname{tgh} 2\lambda} - \frac{1}{2\sinh\lambda}\right)\frac{9}{8\lambda^2}\left(1 - \frac{\cosh\frac{\lambda}{2}}{\cosh\lambda}\right)\right\}$$

(siehe Fig. 4) wird die Durchbiegung im Angriffspunkt für P ohne Rücksicht auf die Kabelreckung, die aus dem zweiten Glied der Gl. (36) berechnet werden kann,

$$\eta = \left\{\frac{\frac{21}{32}\left(\frac{P}{pl}\right)f}{1 + \frac{9}{8}\left(\frac{P}{pl}\right)}\right\}\Theta_4 \tag{49}$$

Der Ausdruck in der geschweiften Klammer ist, wie leicht einzusehen ist, die Durchbiegung des unversteiften Kabels.

Das Moment im Angriffspunkt für P ohne Rücksicht auf die Kabelreckung wird

$$M = \frac{21}{256}Pl(1 - \Theta_4) \tag{50}$$

$\frac{21}{256}Pl$ ist das ohne Rücksicht auf die Deformation des Versteifungsträgers und bei Annahme eines Kabelzuges nach Gl. (48) berechnete Moment.

Für große λ nähert sich M dem Wert $\frac{Pl}{4\lambda}$.

9. Beziehungen zwischen der Theorie des Versteifungsbalkens und der Theorie des Zweigelenkbogens.

Die Versteifungsbalken von verankerten Hängebrücken und die Bogenträger haben die Eigenschaft gemeinsam, daß sie beide statisch veränderliche Systeme darstellen, d. h. Systeme, bei denen die Beanspruchungen, Durchbiegungen usw. den Belastungen nicht proportional sind.

Während beim veränderlichen System die Durchbiegungen und Beanspruchungen linear mit der Belastung wachsen, nehmen sie beim Versteifungs-

balken von Hängebrücken weniger zu, bei Bogenträgern vergrößern sie sich rasch, besonders wenn die kritische Last bald erreicht ist.

Aus der Theorie der Bogenträger mit Kämpfergelenken ist bekannt, daß das Moment durch die Gleichung

$$M = M_a + \eta_a X \Gamma \tag{51}$$

dargestellt werden kann. Es bedeuten hier M_a und η_a das Moment und die Durchbiegung, berechnet nach der klassischen Methode ohne Rücksicht auf die Formänderungen und Γ eine Zahl > 1, die den angenäherten Wert

$$\Gamma = \frac{\sigma_K}{\sigma_K - \sigma_n}$$

hat, wobei σ_K die kritische Beanspruchung des Bogens und σ_n seine Normalspannung bedeuten.

Man kann daraus den Schluß ziehen, daß das Moment des Versteifungsträgers ähnlich durch

$$M = M_a - \eta_a X \Gamma'$$

dargestellt werden kann, wobei

$$\Gamma' = \frac{\sigma_K}{\sigma_K + \sigma_n} \text{ ist.}$$

σ_n bedeutet hier eine fingierte Normalspannung gleich Kabelzug durch Querschnitt F des Versteifungsbalkens und

$$\sigma_K = \frac{4 \pi^2 E J}{l^2 F}$$

d. h. die kritische Spannung eines flachen Zweigelenkbogens.

Aus den Bezeichnungen der vorigen Abschnitte geht hervor:

$$\lambda^2 = \frac{l^2 X}{4 J E} = \frac{\pi^2}{\sigma_K} \cdot \frac{X}{F} = \pi^2 \frac{\sigma_n}{\sigma_K}$$

somit

$$\Gamma' = \frac{\pi^2}{\pi^2 + \lambda^2}$$

Dieser Ausdruck stimmt gut überein mit $(1 - \Theta_1)$. Es gilt somit angenähert

$$\Theta_1 = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \pi^2}$$

10. Die Bedeutung des Versteifungsträgers der verankerten Hängebrücken.

Der Versteifungsträger hat zwei Funktionen zu erfüllen:

1. Die Durchbiegung der Brücke für Verkehrslast in zulässigen Grenzen zu halten.
2. Als Gurt für den horizontalen Windverband zu dienen.

Die modernen Hängebrücken haben verhältnismäßig schwere Fahrbahn, so daß die Durchbiegungen des unversteiften Kabels bedeutend geringer

sind als bei älteren Brücken mit leichter Fahrbahn. Bei gegebenem Verhältnis zwischen Verkehrslast und Eigengewicht gibt es zwei Wege, die Durchbiegungen zu reduzieren, entweder die Pfeilhöhe niedrig zu halten oder den Versteifungsträger stärker auszubilden. Der erste Weg ist gewöhnlich vorzuziehen. Gute Beispiele moderner Hängebrücken für Landwege sind die von Herrn Oberingenieur STANG konstruierten Brücken in Norwegen.

Die größte dieser Brücken, die Ronosfossbrücke, hat eine Spannweite von 183 m, ein Pfeilverhältnis von 1/10 und einen Abstand zwischen den Kabeln von 6 m. Die Versteifungsträger bestehen, je Tragwand, aus einem breitflanschigen I-Profil von 40 cm Höhe und einem Metergewicht von 151 kg. Die Fahrbahn besteht aus einer Eisenbetonplatte und gewalzten Querträgern. Das Eigengewicht, je Tragwand, ist 1,13 t/m. Die Brücke ist berechnet für zwei 9-Tonnen Lastwagen oder eine gleichmäßig verteilte Belastung von 0,20 t/m².

Führt man eine Kontrollberechnung durch, so findet man folgende Durchbiegungen im Abstande $l/4$ vom Auflager:

Für einseitige Verkehrslast 0,20 t/m²	0,90 m
Für zwei 9-Tonnen Lastwagen	0,35 m

Die Durchbiegung für halbseitige Belastung ist somit ungefähr 1/200 der Spannweite.

Trotzdem die Versteifungsträger sehr weich sind ($\lambda \sim 15$), hat sich die Brücke im Verkehr bewährt.

Man kann daraus den Schluß ziehen, daß bei Berechnung von Versteifungsträgern von Landwegbrücken es unnötig ist, einseitige gleichmäßig verteilte Belastung zu berücksichtigen.

Es dürfte genügen, wirklich vorkommende Einzellasten (Fahrzeuge) zu berücksichtigen und nur für diese die zulässigen Durchbiegungen auf etwa 1/400—1/600 der Spannweite zu beschränken.

Zusammenfassung.

Ausgehend von der genauen Differentialgleichung der Biegelinie des Versteifungsbalkens wird gezeigt, daß die maximalen Durchbiegungen aus der Durchbiegung des unversteiften Kabels durch Multiplikation mit einer Funktion hervorgehen, deren Argument von der Biegesteifigkeit des Versteifungsträgers, seiner Spannweite und dem jeweils vorhandenen Kabelzug abhängig ist. Weiter wird gezeigt, daß die maximalen Biegungsmomente ebenfalls von der selben Funktion abhängig sind.

Für den frei aufliegenden Versteifungsträger werden für einige einfache Belastungsfälle geschlossene Formeln für Momente und Durchbiegungen angegeben.

Résumé.

Partant de l'équation différentielle exacte de la ligne élastique de la poutre raidisseuse, l'auteur montre que les flèches maxima peuvent être calculées à partir de la flèche du câble non raidi, en multipliant cette flèche par une fonction dont l'argument dépend de la rigidité de la poutre raidisseuse, de sa portée et de la tension dans le câble. Il démontre ensuite que les moments de flexion maxima dépendent également de la même fonction.

L'auteur donne pour terminer des formules pour le calcul des moments et des flèches pour quelques cas de charge simples de la poutre raidisseuse sur appuis simples.

Summary.

Starting with the exact differential equation of the bending line of the stiffening girder, it is shown that the maximum deflections are obtained from the deflection of the unstiffened cable through multiplication by a function whose argument depends on the resistance to bending of the stiffening girder, its span and the momentary pull in the cable. Further it is shown that the maximum bending moments also depend on the same functions.

For the stiffening girder supported at both ends, working formula are given for moments and deflections in some cases of simple loading.

Leere Seite
Blank page
Page vide