

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

**Band:** 4 (1936)

**Artikel:** Note sur les enveloppes frettantes

**Autor:** Pascal, Raoul

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-5093>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# NOTE SUR LES ENVELOPPES FRETTANTES.

(Réalisation du béton tubé proposé par Charles Rabut.)

BEITRAG ZUR FRAGE DER UMSCHNÜRENDEN SCHALEN.

TREATISE ON CYLINDRICAL STRAPPING SHEATHS.

RAOUL PASCAL, ingénieur-conseil à Paris,  
„Bureau d'études R. Pascal et J. de Vertus“.

## I. Généralités.

### Définition.

Nous désignons sous le nom d'enveloppes frettantes des cylindres creux, constitués par une matière résistant convenablement à la traction et généralement pourvus à l'extérieur d'un frettage réalisé par un enroulement de fils métalliques.

Charles Rabut avait eu déjà l'idée de remplacer les frettées hélicoïdales de Considère par un tube continu; il obtenait ainsi le „béton tubé“.

Nous avons traduit son idée en construisant des enveloppes frettantes réalisées à l'aide de cylindres creux d'amiante-ciment formant coffrage. On aurait pu aussi bien remplacer ce produit par du métal, du ciment armé ou du carton bakélisé par exemple. Le frettage qui existait sur la plupart des éprouvettes était réalisé par l'enroulement hélicoïdal d'un fil d'acier dur de 44/10 de mm de diamètre avec un pas variant d'un cas à l'autre.

### Fabrication.

La construction des enveloppes frettantes est fort simple et un outillage industriel a déjà été créé à cet effet. On enroule le fil avec une tension originelle plus ou moins grande, afin d'obtenir une adhérence convenable et, quelques fois, un état élastique initial favorable dans le tube devant servir de coffrage. Cette tension est donnée par un dispositif muni d'un manomètre servant au contrôle. Les pièces cylindriques, qui peuvent atteindre 60 cm de diamètre et 5 m de longueur, sont immobilisées au commencement et à la fin de l'opération d'enroulement, afin que l'on puisse procéder à la soudure de plusieurs rangs jointifs. Celle-ci s'opère en général avec de l'étain. Pour certaines applications ce métal d'apport doit être remplacé par de l'acier doux à soudure et l'on doit avoir recours à l'arc électrique. Il suffit d'une soudure très minime pour éviter toute tendance au déroulement, même en charge.

La protection de l'enroulement métallique peut être obtenue soit par un enduit grillagé exécuté sur place; soit par l'adjonction d'un revêtement extérieur constitué par l'application d'une couche molle d'amiante-ciment soudée très aisément à la main. Ce dernier mode de protection peut être entrepris immédiatement après la dernière soudure; il dispense d'un enduit à pieds d'œuvre.

### Mise en service.

Avant la mise en service une enveloppe frettante est soumise au retrait; il en résulte que les fils se détendent si la tension d'enroulement est trop faible et qu'un jeu se crée entre l'enroulement et le cylindre. On voit, par là, qu'il est nécessaire de frettier avec une tension suffisante pour éviter cet inconvénient.

Comme nous le verrons plus loin, la tension originelle a pour conséquence de créer dans l'enveloppe un champ élastique initial favorable à la sécurité et se traduisant par une augmentation apparente de résistance à la traction pour le matériau servant d'enveloppe.

### Mode de rupture, sécurité.

En service, l'enveloppe supporte de la part du milieu intérieur: (béton, sable, liquide) une pression intérieure  $P_i$  et de la part du frettage, une surpression  $P_e$ . Elle peut se rompre avant l'enroulement lorsque la pression  $P_i$  augmente. Au contraire on peut disposer des variables pour que ce soit l'enroulement qui corresponde au plus petit coefficient de sécurité. Il semble, en tous cas, préférable de conduire les calculs et l'exécution, afin d'obtenir un coefficient de sécurité unique, correspondant à la rupture simultanée de l'enveloppe et des frettes.

## II. Étude statique des tensions développées dans les éléments constitutifs d'une enveloppe frettante.

(voir figure 1).

Les équations donnant la valeur des tensions élastiques, en fonction des déformations s'écrivent, avec les notations classiques: (cf. cours de M. Pigeaud)

$$\begin{array}{ll} N_1 = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & T_1 = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ N_2 = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & T_2 = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ N_3 = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} & T_3 = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{array}$$

avec  $\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$  (dilatation cubique)

$\lambda$  et  $\mu$ : coefficients de Lamé.

$u, v, w$  déplacements élémentaires. Suivant les directions  $o x, o y, o z$ .

On a, en tout point du cylindre, les relations:

$$\frac{u}{x} = \frac{v}{y} = \frac{w}{z} = \varphi(r) \quad (1)$$

$$w = k_0 \cdot z. \quad (2)$$

$\Delta r$  désignant la variation du rayon correspondant:  $r$ . —

$\varphi(r)$  une fonction de  $r$  à déterminer.

$k_0$  une constante à déterminer.

Les conditions aux limites sont les suivantes:

Pression extérieure =  $P_e$ .

Pression intérieure =  $P_i$ .

Pression parallèle aux génératrices = 0<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> En réalité, lorsqu'un poteau est comprimé, une partie de la compression est absorbée par l'enveloppe. Si  $P$  représente la force centrale;  $D$  le diamètre intérieur,  $e$  l'épaisseur du tube,  $E_b$  et  $E_a$  les coefficients d'élasticité, la part de compression absorbée par le tube est égale par unité de surface à:

$$\frac{E_a}{E_b} \cdot \left[ \frac{P}{\frac{\pi}{4} \left( D + 2e \frac{E_a}{E_b} \right)^2} \right] \text{ avec } E_a = \frac{E_b}{150} \text{ pour l'amiante-ciment;}$$

il en résulte que la pression parallèle aux génératrices est négligeable.

Les équations (1) et (2) fournissent la relation suivante:

$$u dx + v dy + w dz = \frac{1}{2} \varphi(r) dr^2 + \frac{k_0}{2} dz^2.$$

Il existe une fonction  $\Phi$  dont les dérivées partielles sont:  $u$ ,  $v$  et  $w$  et chacun des deux membres représente sa différentielle totale.

En observant que le poids propre est négligeable comme on le contrôlera par la suite, on peut simplifier les équations générales applicables ici par assimilation à un corps idéal homogène:

$$\begin{aligned} -\frac{(\lambda + \mu)}{\mu} \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} & \text{avec } u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ -\frac{(\lambda + \mu)}{\mu} \frac{\partial \theta}{\partial y} &= \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} & v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ -\frac{(\lambda + \mu)}{\mu} \frac{\partial \theta}{\partial z} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} & w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned}$$

Ce système est vérifié si  $\theta = \text{const.}$ , c'est-à-dire si l'on a la relation:

$$2\varphi(r) + \frac{\partial \varphi}{\partial r} \cdot r + k_0 = C^e \quad (3)$$

déduite de (1) et de (2).

Condition réalisée avec la suivante:

$$3\varphi' + \varphi'' \cdot r = 0. \quad (4)$$

On a ainsi, pour les fonctions de déformation, le système suivant:

$$\begin{cases} u = (k_1 r^{-2} + k_2) \cdot x \\ v = (k_1 r^{-2} + k_2) \cdot y \\ w = k_0 z \end{cases} \quad \text{avec } \theta = 2k_2 + k_0$$

En se reportant aux deux premiers systèmes, on obtient ci-dessous les valeurs des tensions fondamentales:

$$A. \quad \begin{cases} N_1 = \lambda(k_0 + 2k_2) + 2\mu \left( \frac{k_1}{r^2} + k_2 - 2k_1 \frac{x^2}{r^4} \right) \\ N_2 = \lambda(k_0 + 2k_2) + 2\mu \left( \frac{k_1}{r^2} + k_2 - 2k_1 \frac{y^2}{r^4} \right) \\ N_3 = \lambda(k_0 + 2k_2) + 2\mu k_0 \\ T_1 = 0 \\ T_2 = 0 \\ T_3 = -4k_1 \frac{x \cdot y}{r^4}. \end{cases}$$

Les conditions aux limites précédemment indiquées nous fournissent les valeurs des constantes:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{P_i - P_e}{2\mu \left( \frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right)} \\ k_2 = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(2\mu + 3\lambda)} \cdot \frac{r_i^2 P_i - r_e^2 P_e}{r_e^2 - r_i^2} \\ k_0 = \frac{-\lambda}{(2\mu + 3\lambda) \cdot \mu} \cdot \frac{r_i^2 P_i - r_e^2 P_e}{r_e^2 - r_i^2} = -\frac{2k_2 \lambda}{(\lambda + 2\mu)}. \end{cases}$$

La déformation dans le sens des génératrices est égale à:

$$\Delta z = \frac{-\lambda}{(2\mu + 3\lambda)\mu} \cdot \frac{r_i^2 P_i - r_e^2 P_e}{(r_e^2 - r_i^2)}$$

et la déformation radiale s'écrit:

$$\Delta r = \frac{P_i - P_e}{2\mu \left( \frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right)} \cdot \frac{1}{r} + \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(2\mu + 3\lambda)} \left[ \frac{P_i r_i^2 - P_e r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \right] \cdot r. \quad (5)$$

La déformation radiale d'extrados s'obtient en remplaçant dans cette expression  $r$  par  $r_e$ .

Si l'on pose  $\frac{P_e}{P_i} = \alpha$        $\frac{r_e}{r_i} = \varrho$        $r_e - r_i = \varepsilon$ ,

on obtient entre  $\alpha$  et  $\varrho$  la relation:

$$\alpha = \frac{4(\lambda + \mu)}{\varrho^2(\lambda + 2\mu) + 2\mu + 3\lambda}.$$

Si  $P_e = -P_i$ ,  $\Delta r_e$  est proportionnel à  $r_e$  et le raccourcissement de l'épaisseur du tube  $\varepsilon$  a pour valeur

$$\varepsilon = \left[ (P_e - P_i) r_e r_i + \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu + 3\lambda} (P_i r_i^2 - P_e r_e^2) \right] \quad (6)$$

soit:  $\frac{2(P_e - P_i)\lambda\varepsilon}{2\mu + 3\lambda}$       si  $r_e$  et  $r_i$  sont très voisins.      (6a)

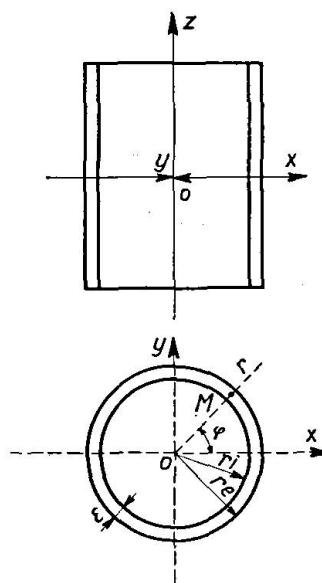


Fig. 1.

### Conclusions.

On peut tirer de ce qui précède quelques conclusions concernant la distribution des efforts:

- Les isostatiques de la section droite du tube sont les rayons et les cercles concentriques.

b) La tension radiale  $N_1$  est de la forme  $\left(A - \frac{B}{r^2}\right)$  (7)

La tension tangentielle  $N_2$  est de la forme  $\left(A + \frac{B}{r^2}\right)$  (8)

En effectuant le calcul on obtient:

$$A = \frac{r_i^2 P_i - r_e^2 P_e}{r_e^2 - r_i^2}, \quad B = \frac{(P_i - P_e) r_e^2 r_i^2}{r_e^2 - r_i^2}.$$

Ces constantes sont indépendantes de la nature du matériau constituant l'enveloppe.

c) Les directions de cisaillement maximum font un angle de  $45^\circ$  avec le rayon défini par le point considéré.

Le glissement maximum pour les points situés sur le cercle de rayon  $r$  a pour valeur:

$$\frac{-2k_1}{r^2} \cdot \mu.$$

d) Etant donné une enveloppe frettante des rayons  $r_i$  et  $r_e$ ; ( $r_e - r_i = \varepsilon$ );

$\frac{r_e}{r_i} = q$ ; il existe un rapport  $\alpha$  des pressions  $P_i$  et  $P_e$  pour lequel la dilatation radiale d'extrados est nulle. Si  $\frac{P_e}{P_i} > \alpha$  l'extrados se contracte; si  $\frac{P_e}{P_i} < \alpha$  il se dilate.

e) Lorsque  $r_e$  et  $r_i$  sont voisins, ce qui est réalisé en pratique, le raccourcissement de l'épaisseur  $\varepsilon$  a pour mesure approchée:

$$\Delta \varepsilon = (P_e - P_i) \cdot \varepsilon \cdot \frac{2\lambda}{2\mu + 3\lambda}. \quad (9)$$

f) La déformation radiale a pour expression:  $\Delta r = \frac{k_1}{r} + k_2 r$ .

### Application.

Les épures ci annexées donnent pour un exemple concret la détermination des tensions principales en chaque point de l'enveloppe et de tout ce qui est utile à l'étude élastique (fig. 2) et (fig. 3).

### Frettage hydrostatique. Frettage rigide. Frettage élastique.

Nous appelons frettage hydrostatique celui qui est exercé par un milieu extérieur fournissant une pression constante. Un tel frettage a été réalisé par M. Pierre Brice pour ses études ayant servi à la rédaction de l'article 34 du règlement de la chambre syndicale. Un frettage rigide serait celui qu'exercerait sur l'extrados une ceinture indéformable y adhérant. Dans le premier cas, la pression extérieure est constante ou du moins peut être maintenue constante, grâce à une pompe convenablement manoeuvrée. Dans le second cas, la pression extérieure est variable et ce qui est fixé c'est le rayon d'extrados.

Entre ces deux types de frettage existe un autre mode de contrainte latérale; celui qui est fourni par un enroulement métallique dont les déformations coïncident avec celles de l'extrados et dont la pression centripète est variable avec celles-ci. C'est celui que nous réalisons avec les enveloppes frettantes.

Pour le premier genre de frettage on peut calculer la déformation  $\Delta r_e$  en fonction de  $P_i$  et  $P_e$ .

Pour le second genre de fretage la relation  $\Delta r_e = 0$  fournit une relation entre  $P_e$  et  $P_i$ .

Pour le fretage élastique il existe une relation entre la déformation radiale d'extrados et la pression correspondante. Si  $E_a$  désigne le coefficient d'élasticité du métal, et  $\omega'$  la section unitaire, on a:

$$\frac{\Delta r_e}{r_e} = \frac{R_a'}{E_a} \quad \text{avec:} \quad R_a' = \frac{P_e r_e}{\omega'}$$

( $R_a'$ : fatigue du métal)

$$\text{d'où} \quad \Delta r_e = \frac{P_e r_e^2}{E_a \omega'}$$

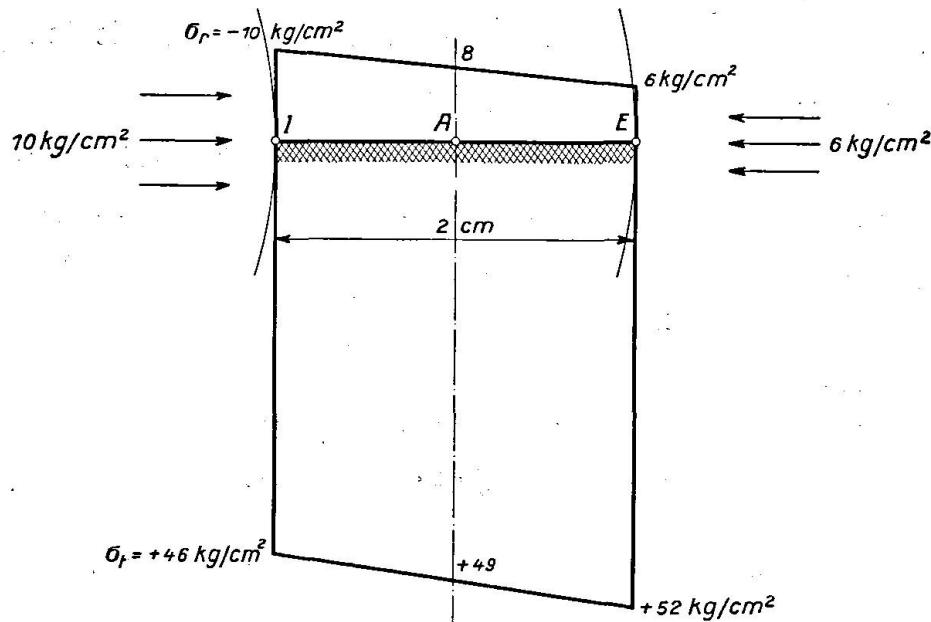


Fig. 2.

Diagramm der Hauptspannungen  
Diagramme des tensions principales  
Diagram of main stresses

Gegebene Daten  
Données du problème — Data  
 $P_i = 10 \text{ kg/cm}^2$     $P_e = 6 \text{ kg/cm}^2$   
 $r_e = 32 \text{ cm}$     $r_i = 30 \text{ cm}$     $rA = 31 \text{ cm}$

Radialdruck-Hauptspannungen  
Compressions radiales principales  
Radial compressive main stresses

Tangential-Hauptspannungen  
Tractions tangentielles principales  
Tangential tensile main stresses

### Formules d'utilisation.

On tire de cette égalité la relation suivante entre les pressions, les dimensions de l'enveloppe et de la section d'acier:

$$P_e = P_i \frac{r_i^2 \left[ \frac{2(\lambda + \mu)}{2\mu + 3\lambda} \right]}{\frac{\mu r_e (r_e^2 - r_i^2)}{E_a \omega'} + \frac{1}{2} \left[ r_i^2 + \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu + 3\lambda} r_e^2 \right]} \quad (10)$$

Si  $M$  représente le facteur de  $P_i$ , on trouvera la fatigue du métal des spires en écrivant:

$$R_a' = \frac{P_i M r_e}{\omega'}$$

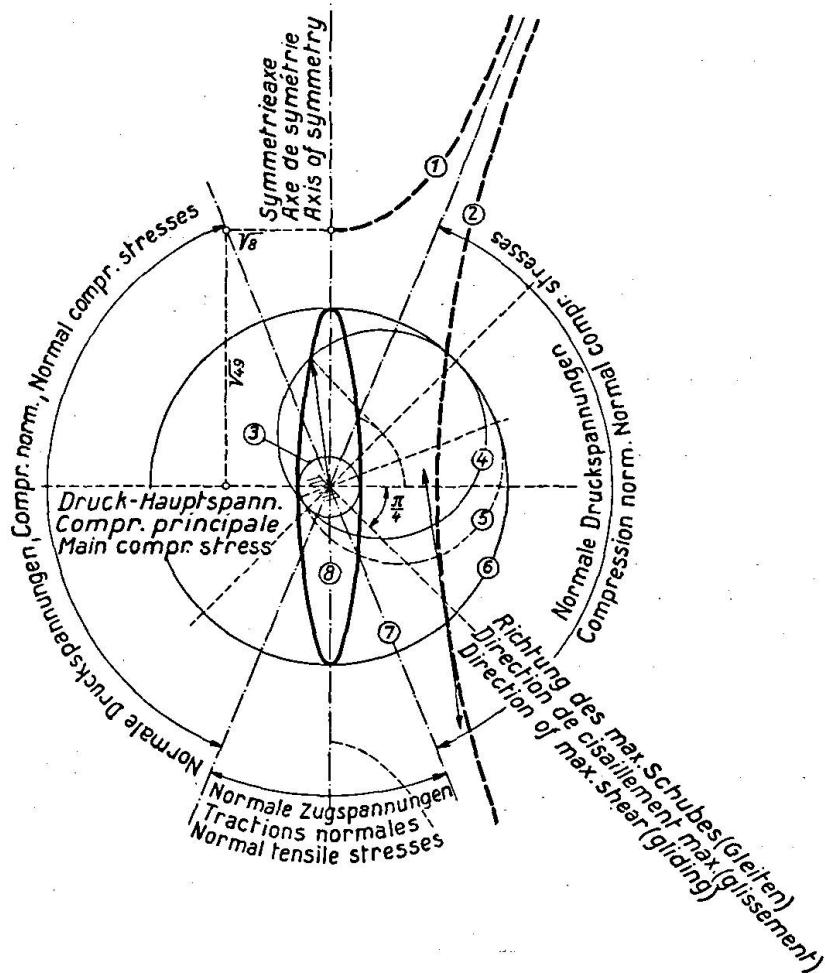


Fig. 3.

- |   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | Konjugierte Hyperbel Nr. 2<br>Hyperbole conjuguée de conjugaison n°2<br>Conjugate hyperbola No. 2   | 5 | Mohr'scher Kreis zur Bestimmung des<br>reinen Schubes<br>Cercle de Mohr pour la direction de<br>cisaillage pur<br>Mohr's circle for direction of pure shear |
| 2 | Konjugierte Hyperbel Nr. 1<br>Hyperbole n° 1 de conjugaison<br>Conjugate hyperbola No. 1  | 6 | Äußerer Hauptkreis<br>Cercle principal extérieur<br>Outer main circle   |
| 3 | Innerer Hauptkreis<br>Cercle principal intérieur<br>Inner main circle   | 7 | Richtung des reinen Schubes<br>Direction de cisaillage pur<br>Direction of pure shear   |
| 4 | Mohr'scher Kreis zur Bestimmung der<br>Gleitrichtung<br>Cercle de Mohr pour la direction de<br>glissement<br>Mohr's circle for direction of gliding | 8 | Zug-Hauptspannung<br>Traction principale<br>Main tensile stress   |

Bestimmung der Hauptspannungen, Gleitung und reiner Schub im Punkt A. Konstruktion der Spannungsellipse, des Mohr'schen Kreises und der konjugierten Hyperbeln zum Punkt A. Abgrenzung der Zug- und Druckzone und der Dichtungen mit reinem Schub ohne Normalspannungen.

Epure de détermination des tensions principales de glissement et de cisaillage pur au point A. Construction de l'ellipse des tensions du cercle de Mohr et des hyperboles de conjugaison correspondant au point A. Délimination des régions de compression et de traction normales et des directions de cisaillage pur sans tension normale.

Determination of main stresses, slipping and shear in point A. Construction of the stress ellipse, of Mohr's circle and of the conjugated hyperbolae of point A. Limiting tension and compression zone, and the directions of pure shear without normal stresses.

Relation très simple montrant que la fatigue des frettés est proportionnelle à  $P_i$  et au rayon d'enroulement.

Mais il peut être avantageux pour un calcul de vérification de calculer l'étreinte concentrique, sur le milieu intérieur, correspondant à une fatigue  $R_a'$  des spires métalliques. Il convient de choisir  $R_a'$ , en affectant la limite élastique d'un coefficient de sécurité arbitrairement choisi:  $\beta$  (et non pas la limite de rupture). On peut alors écrire en transformant l'équation (10):

$$P_i = \frac{\beta R_a'}{r_e} \left[ \omega' + \frac{E'}{E_a} \cdot \epsilon \right] \quad (\text{avec } \epsilon = r_e - r_i). \quad (10 \text{ a})$$

$E'$  étant le coefficient d'élasticité de l'enveloppe.

On voit que si l'appoint du tube cylindrique est proportionnel à son épaisseur et à son module de Young  $E'$ , il est inversement proportionnel au coefficient d'élasticité du métal constituant les frettés.

Cette formule ne peut être utilisable qu'après avoir vérifié que la pression  $P_e$  et la pression  $P_i$  ainsi calculées n'entraînent en aucun point de l'anneau une tension supérieure à la limite admissible déterminée par la courbe intrinsèque réduite dans le rapport  $\lambda^2$ ). — Dans le cas contraire et s'il y avait fissuration du tube cylindrique le problème serait différent.

Si l'enveloppe frettante était dépourvue de spires, les deux formules précédentes seraient inapplicables. On obtiendrait alors la limite de l'étreinte  $P_i$  en exprimant que la fatigue tangentielle  $N_2$  est égale à la limite de résistance du matériau à la traction pour le rayon  $r_i$  qui correspond dans ce cas au parallèle le plus tendu.

Si  $\theta$  désigne cette limite, on obtient rapidement de ce qui précède:

$$\theta = P_i \cdot \frac{r_e^2 + r_i^2}{r_e^2 - r_i^2}. \quad (11)$$

On peut dire approximativement que l'étreinte de frettage est proportionnelle à l'épaisseur du tube et à la résistance à la traction de la matière qui le constitue. Cette étreinte  $P_i$  peut s'écrire en pratique, lorsque  $\epsilon$  est négligeable devant  $r$ :

$$P_i = \frac{\text{volume du tube}}{\text{volume du béton}} \times \text{résistance à la traction du matériau}. \quad (11 \text{ a})$$

#### Influence d'une tension préliminaire sur l'anneau.

En enroulant les frettés à une tension déterminée sur l'anneau, on aboutit à une compression radiale qui entraîne la naissance, avant service, de tensions intérieures. On a utilisé à dessein cette sorte d'enroulement pour la construction des conduites d'eau; c'est de la synthèse statique et c'est en somme un procédé suivi depuis bien longtemps par les charbons.

Si  $\zeta$  désigne la tension du fil de frettage et si  $\omega$  est la section unitaire des spires, la pression extérieure  $P_e$  aura pour valeur:

$$P_e = \zeta \cdot \omega \cdot r_e. \quad (12)$$

On a d'autre part  $P_i = 0$ .

La compression radiale varie de 0 à l'intrados à  $-P_e$  à l'extrados.

<sup>2)</sup> On verra dans la dernière partie de notre exposé que l'application de la formule (10 a) comporte encore une réserve, comme d'ailleurs presque toutes celles qui contiennent explicitement ou non les coefficients de Lamé.

La compression tangentielle a pour valeur:

$$N_2 = \frac{-r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \left( \frac{r_i^2}{r^2} + 1 \right) \cdot \omega \cdot \zeta \cdot \frac{1}{r_e}. \quad (13)$$

C'est une compression dont la valeur maxima réalisée à l'intrados est:

$$\frac{-2r_e}{r_e^2 - r_i^2} \cdot \omega \cdot \zeta$$

et dont la valeur minima réalisée à l'extrados est égale à:

$$-\frac{r_e^2 + r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \omega \zeta \cdot \frac{1}{r_e}.$$

La moyenne est voisine de  $\frac{\omega \zeta}{\varepsilon}$  lorsque  $\varepsilon$  est très petit devant  $r$ .

### R e t r a i t.

Ce cas se rattache à celui des variations de dimensions du noyau cylindrique provenant du retrait ou du gonflement du matériau entre l'époque de la fabrication et celle de l'utilisation.

Envisageons le cas d'un retrait  $\varrho$ , le rayon extérieur passe de  $r_e$  à  $r_e(1 - \varrho)$  et cette contraction entraîne une hypertension de frettage égale à:

$$\theta = -E_a \omega \varrho \cdot \frac{1}{r_e}. \quad (14)$$

Si la tension d'enroulement  $\theta_u > \theta$  le contact est perdu entre les spires et le tube. De même un gonflement  $\varrho$  entraînerait une hypertension  $= +E_a \omega \varrho \cdot \frac{1}{r_e}$ . On calculerait très facilement, en partant de ce qui précède, les corrections à apporter aux tensions intérieures du cylindre creux pour tenir compte des variations linéaires provenant de ces effets ou d'une dilatation due à un changement de température.

### Intérêt d'une tension préalable et méthode de calcul d'une enveloppe frettante.

A part les métaux, la plupart des corps susceptibles d'être employés pour former le coffrage proprement dit sont notablement plus résistants à la compression qu'à la traction; il en est ainsi au moins du béton et de l'amiante-ciment. D'autre part le prix des aciers augmente très peu avec leur résistance; il en résulte donc que l'on a toujours avantage à choisir des aciers à haute résistance et à leur donner une tension originelle destinée à augmenter artificiellement la résistance à la traction de l'enveloppe. Le seul inconvénient à éviter est le cisaillement de l'enveloppe par des fils trop sollicités. Il n'y a là qu'une question d'expérience à trancher pour chaque cas.

Pour le calcul d'une enveloppe de rayon et d'épaisseur donnés, devant être capable d'une pression  $P_1$  avec le coefficient de sécurité  $\lambda$  il conviendra de choisir la tension originelle et la section d'acier pour que l'on ait les deux relations suivantes:

$$\theta_0 + \theta_1 = \lambda \gamma_1 \quad (15)$$

$$-|N_0| + |N_1| = \lambda \gamma_2. \quad (16)$$

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$  étant les caractéristiques respectives de l'acier et du matériau constituant le noyau  $\theta_0$  et  $\theta_1$  les tensions originelles et de mise en charge  $N_0$  et  $N_1$  les fatigues tangentielles originelles et de mise en charge.

Les équations (15) et (16) simultanément satisfaites correspondent à un coefficient de sécurité unique pour les éléments constitutifs de l'enveloppe frettante.

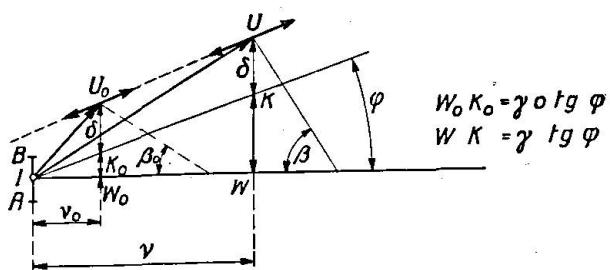


Fig. 4.

Hypothese von Mohr. Bruch nach  $AB$  infolge der Spannung  $IU$ , sodaß  $\delta$  einen Größtwert besitzt.

(die charakteristische Schubspannung des Stoffes.)

$$\begin{aligned}\zeta &= v \operatorname{tg} \varphi + \delta \\ (\delta &= KU \quad v \operatorname{tg} \varphi = WK) \\ \zeta &= WU\end{aligned}$$

Man erhält die Beziehung

$$IW = IN_0 + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot IF \text{ sehr leicht.}$$

Der Kreis vom Mittelpunkt  $O_0$  und Radius  $O_0N_0$  stimmt mit dem Bruch ohne Umschnürung überein. Die Spannung der Umschnürung  $Pi$  wird durch  $IF$  gemessen, die neue Bruchspannung ist durch  $IN$  gegeben.

Hypothèse de Mohr. Rupture suivant  $AB$  due à la tension  $IU$  telle que  $\delta$  soit maxima. ( $\delta$ , tension de cisaillement caractéristique du corps.)

$$\begin{aligned} \zeta &= v \operatorname{tg} \varphi + \delta \\ \left( \begin{array}{l} \delta = KU \\ \zeta = WU \end{array} \quad v \operatorname{tg} \varphi = WK \right) \end{aligned}$$

On obtient très facilement la relation

$$IW = IN_0 + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot IF$$

Le cercle de centre  $O_0$  et le rayon  $O_0N_0$  est celui qui correspond à la rupture sans frettage. La tension de frettage  $P_i$  étant mesurée par  $IF$ , la nouvelle tension de rupture est donnée par  $IN$ .

Hypothesis of Mohr. Rupture along  $AB$  due to stress  $IU$  such that  $\delta$  be a maximum. ( $\delta$  characteristic shear stress of the material.)

$$\zeta = v \operatorname{tg} \varphi + \delta$$

$$\left( \begin{matrix} \delta = KU \\ \zeta = WU \end{matrix} \quad v \operatorname{tg} \varphi = WK \right)$$

The relation  $IW = IN_0 + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot IF$  is easily obtainable.

The circle with centre  $O_0$  and the radius  $O_0N_0$  are those corresponding to rupture without strapping (fretage). The strapping stress  $P_i$  is given by  $IF$ ; the new rupture stress is expressed by  $IN$ .

### III. Application des enveloppes frettantes aux pièces en béton armé soumises à des charges centrées.

Sachant déterminer l'étreinte d'une enveloppe cylindrique pourvue ou non des spires métalliques, il suffit d'appliquer la formule générale du frettage:

$$R = R_0 + C \cdot P_i$$

pour calculer la force portante d'un poteau rond soumis à une charge concentrée (flambement mis à part).

En assimilant la partie intéressante de l'intrinsèque à une droite, ce qui est admissible, on trouve par application de la condition de Coulomb:

$$C = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (\text{voir fig. 4 et 5}).$$

$\varphi$  désignant l'angle de la normale à l'intrinsèque au point de contact du cercle envisagé avec la verticale (angle de frottement interne).

M. Pierre Brice en France et le professeur Ljungberg en Suède ont obtenu des valeurs de  $\varphi$  assez proches et correspondant à une valeur de  $C$  variant de

5 à 8; dans des conditions d'ailleurs fort dissemblables, mais sur des pièces dépourvues d'armatures longitudinales.

Nous avons voulu au contraire procéder à des essais pratiques sur des éprouvettes de dimensions importantes et comportant une armature longitudinale. D'autre part nous avons utilisé un béton préparé sans précautions spéciales et dosé seulement à 300 kg de ciment pour 800 litres de gravier sec à l'anneau de 3; 400 litres de sable de Garonne à l'anneau de 0,5 et 130 litres d'eau par mètre cube mis en place. Ce béton possède une résistance à la traction assez faible et son intrinsèque doit vraisemblablement être moins aplatie que celle des bétons dosés à 650 kg/m<sup>3</sup> de M. P. Brice. C'est ce qui à notre avis explique que le coefficient  $C$  est plus grand dans nos essais que dans les siens.

Nous allons maintenant décrire très rapidement les épreuves entreprises, les discuter et les comparer aux résultats du calcul.

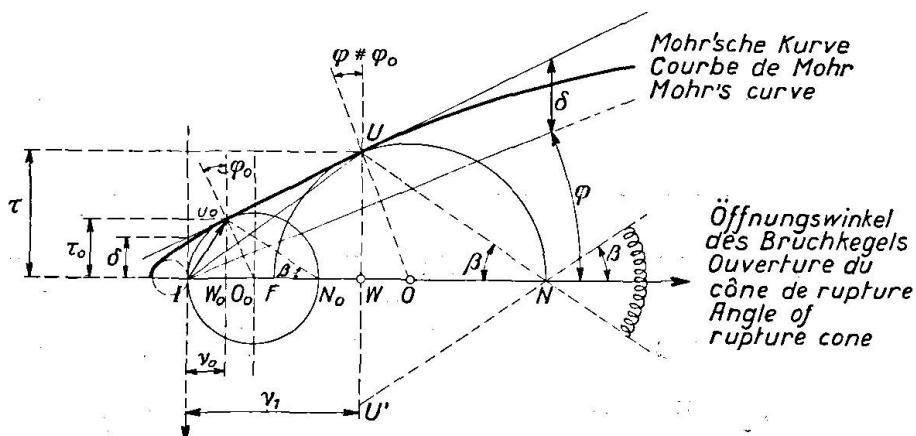


Fig. 5.

Kritischer Kreis für einfachen Druck unter der Umschnürung: Mittelpunkt  $O_0$ , Radius  $O_0 N_0$ . Nach Umschnürung:  $IF$ , der Mittelpunkt des kritischen Kreises kommt nach  $O$  und der Radius von  $O_0 N_0$  nach  $ON$ .

Cercle critique de compression simple sous frettage:  $IF$ , le centre du cercle critique vient en  $O$  et le rayon passe de  $O_0 N_0$  à  $ON$ .

Critical circle for simple compression due to strapping: centre  $O_0$ , radius  $O_0 N_0$ . After stressing due to strapping:  $IF$ , the centre of the critical circle moves to  $O$ , and the radius changes from  $O_0 N_0$  to  $ON$ .

### Détermination des charges appliquées.

A la suite des lectures opérées pendant les essais on a procédé à l'étalonnage des manomètres afin d'opérer les corrections nécessaires. De plus il a été tenu compte, dans l'estimation des charges réellement appliquées, des frottements déterminés par la différence existant entre le poids des organes mobiles et la pression nécessaire pour les faire remonter.

Les lectures et les observations ont été consignées par le bureau Véritas et nous avons établi la relation existant entre ces lectures et les efforts réellement absorbés par les pièces comprimées. Des planches sèches servaient de matelas de répartition des pressions entre le béton et le piston de la presse<sup>3)</sup>.

<sup>3)</sup> Les essais ont été entrepris le 15 septembre 1933 à Ivry, dans les ateliers Morane. Ils ont été dirigés par l'auteur de la note et contrôlés par M. Guérin, Ingénieur civil des Mines, ancien élève de l'Ecole Polytechnique; représentant le bureau Véritas. La presse utilisée avait une puissance normale de 1200 t et comportait trois cylindres, dont un seul a été utilisé; mais on a pu atteindre 546 t au lieu de 400 t.

## Composition des séries essayées.

Chaque série comportait 6 éprouvettes cylindriques de 750 mm de hauteur et d'un diamètre constant. Ces éprouvettes étaient toutes pourvues d'une armature longitudinale identique correspondant à un pourcentage faible. La première éprouvette avait été coffrée dans un moule cylindrique d'amiante-ciment dont on l'avait dépouillé par la suite. La seconde avait été conservée avec son enveloppe frettante nue. La troisième comportait autour de son coffrage d'amiante-ciment un enroulement hélicoïdal obtenu avec un fil de 44/10 de mm au pas de 40 mm avec des soudures à l'étain à chaque extrémité. Les quatrième, cinquième et sixième éprouvettes étaient analogues à la précédente, mais n'en différaient que par le pas des spires métalliques respectivement égaux à 25 mm, 15 mm et 10 mm. L'amiante-ciment employée était de la qualité courante.

## Tableau récapitulatif.

Le tableau suivant résume et précise les renseignements qui précédent, il indique aussi les charges de rupture et les fatigues calculées du béton.

	1 <sup>re</sup> série $\Phi 400$ mm Everite qualité courante épaisseur 10 mm hauteur 750 " armature 6 Ø 12 "	2 <sup>re</sup> série $\Phi 300$ mm Everite qualité courante épaisseur 10 mm hauteur 750 " armature 6 Ø 12 "	3 <sup>re</sup> série $\Phi 250$ mm Everite qualité courante épaisseur 7 mm hauteur 750 " armature 6 Ø 8 "
Eprouvettes nues	Charge de rupture: $P = 208$ T fatigue: $\frac{P}{\Omega+m\omega} = 157$ kg/cm <sup>2</sup>	Charge de rupture: $P = 110$ T fatigue: $\frac{P}{\Omega+m\omega} = 142$ kg/cm <sup>2</sup>	Charge de rupture: $P = 90$ T fatigue: $\frac{P}{\Omega+m\omega} = 170$ kg/cm <sup>2</sup>
Eprouvettes sans spires	$P = 238$ T fatigue: 180 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 150$ T fatigue: 190 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 110$ T fatigue: 209 kg/cm <sup>2</sup>
Spires 44/10 mm pas de 40 mm	$P = 344$ T fatigue: 262 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 250$ T fatigue: 325 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 184$ T fatigue: 348 kg/cm <sup>2</sup>
Spires 44/10 mm pas de 25 mm	$P = 354$ T rupture par claquage de la soudure à l'étain	$P = 329$ T fatigue: 425 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 239$ T fatigue: 450 kg/cm <sup>2</sup>
Spires 44/10 mm pas de 15 mm	$P = 436$ T fatigue: 330 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 368$ T fatigue: 475 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 258$ T fatigue: 485 kg/cm <sup>2</sup>
Spires 44/10 mm pas de 10 mm	$P > 546$ T Pas de rupture possible malgré plusieurs tentatives poussées jusqu'à 546 T	$P = 454$ T fatigue: 590 kg/cm <sup>2</sup>	$P = 368$ T fatigue: 690 kg/cm <sup>2</sup>
	$\Omega+10\omega = 1324$ cm <sup>2</sup> ( $m = 10$ )	$\Omega+10\omega = 773$ cm <sup>2</sup> ( $m = 10$ )	$\Omega+10\omega = 530$ cm <sup>2</sup> ( $m = 10$ ) <sup>4)</sup>

<sup>4)</sup> La Société française de l'Everite a bien voulu procéder à la préparation des éprouvettes et prendre à sa charge les frais que ceux-ci ont entraînés; nous l'en remercions sincèrement. Des essais de renseignement avaient été exécutés au préalable dans son usine de Bassens.

## Analyse des essais.

## A. Eprouvettes dépourvues de spires métalliques.

Nous avons adopté pour  $C = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$  la valeur donnée par les essais consécutifs correspondant pour chaque série à l'éprouvette frettée au pas de 40 mm. Nous référant à un certain nombre d'expériences pratiquées sur des éléments cylindriques, chargés à rupture, nous avons tablé sur une résistance à la traction de 71 kg/cm<sup>2</sup> pour l'éverite de qualité courante<sup>4</sup>).

Ces bases étant fixées, nous avons calculé la fatigue de rupture des cylindres en question en partant de celle des cylindres nus.

Nous avons trouvé:

Pour la 1<sup>ère</sup> série:

$$C = 8.00 \quad R = 71 \text{ kg/cm}^2 \quad r_i = 20 \text{ cm} \quad r_e = 21 \text{ cm} \quad \frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2 + r_i^2} = 0.049$$

$$p_1' = 157 + 8 \cdot 0.049 \cdot 71 = 185 \text{ kg/cm}^2.$$

Pour la 2<sup>ème</sup> série:

$$C = 10.80 \quad R = 71 \text{ kg/cm}^2 \quad r_i = 15 \text{ cm} \quad r_e = 16 \text{ cm} \quad \frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2 + r_i^2} = 0.0645$$

$$p_2' = 142 + 10.80 \cdot 0.0645 \cdot 71 = 192 \text{ kg/cm}^2.$$

Pour la 3<sup>ème</sup> série:

$$C = 8.90 \quad R = 71 \text{ kg/cm}^2 \quad r_i = 12.5 \text{ cm} \quad r_e = 13.2 \text{ cm} \quad \frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2 + r_i^2} = 0.054$$

$$p_3' = 170 + 8.90 \cdot 0.054 \cdot 71 = 204 \text{ kg/cm}^2.$$

Les essais ont donné:

$$p_1' = 180 \text{ kg/cm}^2 \text{ d'où un écart de } -2.22\%.$$

$$p_2' = 190 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad -1.00\%.$$

$$p_3' = 209 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad +2.40\%.$$

Avec des tubes de qualité B nous aurions eu des résultats meilleurs, mais il est bon de remarquer que l'écart entre les indications du calcul et celles des essais est plus faible que ce que l'on aurait pu supposer en raison de la nature de ces expériences et des discordances qui se trouvent habituellement dans les résultats d'essais à la compression. —

## B. Eprouvettes pourvues de spires métalliques.

(Voir fig. 5 a montrant des éprouvettes ayant fait l'objet d'essais préliminaires.)

Pour ces éprouvettes nous avons calculé le coefficient  $C$  ainsi que l'angle  $\varphi$  correspondant en appliquant la formule obtenue pour l'évaluation de  $P_i$ .

$$P' = P + C \cdot P_i.$$

Les aciers eux-mêmes sont frettés puisque dans une section horizontale, toutes les tensions sont normales et égales à  $P_i$  et qu'en outre le retrait se traduit par un effet analogue. Mais ces efforts centripètes ne paraissent pas devoir présenter un avantage bien appréciable pour la tenue des barres. Dans les épreuves nous avons pris des ronds du commerce, c'est-à-dire correspondant à une limite élastique d'environ 24 kg/mm<sup>2</sup>.

Nous avons calculé la constante de fretage  $C$  par la formule:

$$C = \frac{(P' - P) r_e}{R'_a \left[ \omega' + \frac{E'}{E_a} \cdot \varepsilon \right]} \quad (\text{voir page 446})$$

$$R'_a = 6200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E' = 15000 \text{ "}$$

$$E_a = 2200000 \text{ "}$$

$$\frac{E'}{E_a} = 0.0068 \quad \omega': \text{section unitaire c. à. d. par une hauteur de 1 cm.}$$

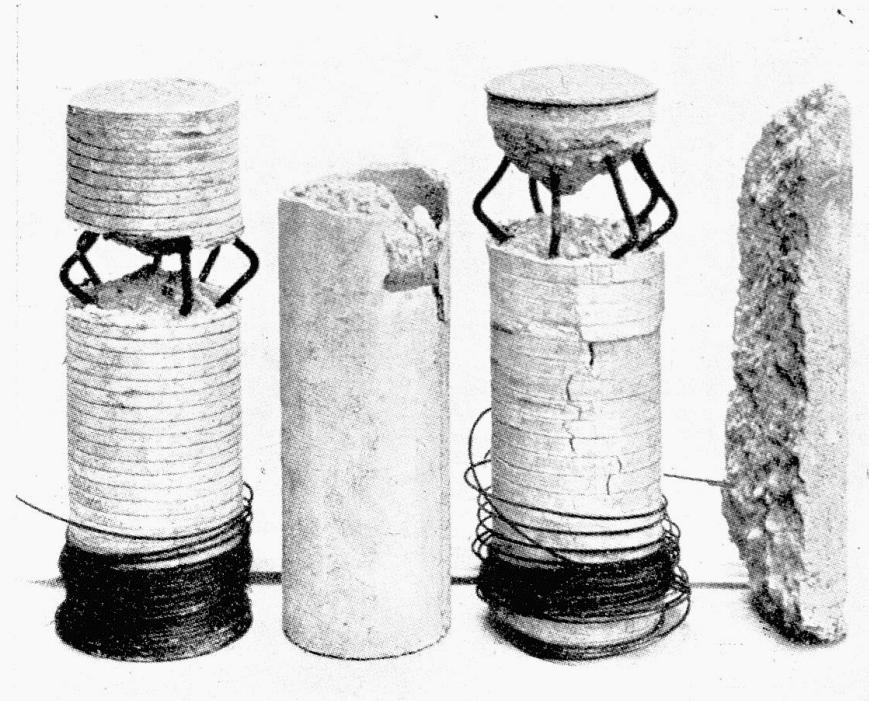


Fig. 5 a.

Photographie der Vorversuche

- 1 Schalung durch Umschnürung
- 2 geschalt ohne Umschnürung
- 3 Schalung durch Umschnürung
- 4 Nackt

Photographie relative à des essais préliminaires

- 1 coffrage frettant
- 2 coiffée sans frettage
- 3 coffrage frettant
- 4 nue

Photographs of advance tests

- |                              |                    |
|------------------------------|--------------------|
| 1 strapping sheath           | 3 strapping sheath |
| 2 sheathed without strapping | 4 bare             |

Première série:

- a) pas de 40 mm  $P' - P = 105 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 21 \text{ cm}$   $\omega' = 0.0375$   $\varepsilon = 1$   
 $C = 8.00$
- b) pas de 25 mm (pas de conclusion)
- c) pas de 15 mm  $P' - P = 173 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 21 \text{ cm}$   $\omega' = 0.10$   $\varepsilon = 1$   
 $C = 5.50$
- d) pas de 10 mm conclusion incomplète:  
( $C > 5$ ).

## Seconde série:

- a) pas de 40 mm  $P' - P = 183 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 16 \text{ cm}$   $\omega' = 0.0375$   $\varepsilon = 1$   
 $C = 10.80$
- b) pas de 25 mm  $P' - P = 283 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 16 \text{ cm}$   $\omega' = 0.060$   $\varepsilon = 1$   
 $C = 10.90$
- c) pas de 15 mm  $P' - P = 333 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 16 \text{ cm}$   $\omega' = 0.10$   $\varepsilon = 1$   
 $C = 8.00$
- d) pas de 10 mm  $P' - P = 448 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 16 \text{ cm}$   $\omega' = 0.15$   $\varepsilon = 1$   
 $C = 7.35$

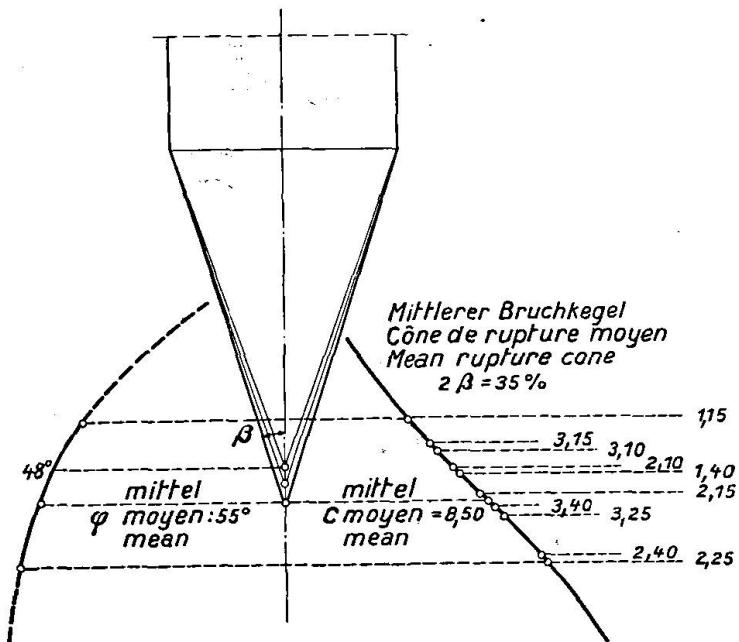


Fig. 6.

Bestimmung der Umschnürungskonstante  $C$  und der inneren Reibung  $\varphi$ . Vor der Spitze des Bruchkegels mit der Öffnung  $2\beta$  aus, sind nach rechts die Werte der Umschnürungskonstanten  $C$  aufgetragen, die nach den Versuchsresultaten berechnet sind; nach links stehen die entsprechenden Reibungswinkel  $\varphi$ .

Détermination des valeurs de la constante de frettage  $C$  et de l'angle du frottement interne  $\varphi$ .

On a porté en abscisse droite à partir de la pointe du cône de rupture d'ouverture  $2\beta$  la valeur du coefficient de frettage  $C$  calculé d'après les résultats d'essais. En abscisse gauche on a figuré la courbe des angles  $\varphi$  correspondants.

Determination of the strapping constant  $C$  and of the angle of internal friction  $\varphi$ . To the right of the point of the cone with opening angle  $2\beta$  are plotted the values of the strapping constants  $C$ , and to the left the corresponding angles of friction  $\varphi$ .

## Troisième série:

- a) pas de 40 mm  $P' - P = 178 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 13,2 \text{ cm}$   $\omega' = 0.0375$   $\varepsilon = 0.7$   
 $C = 8.90$
- b) pas de 25 mm  $P' - P = 280 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 13,2 \text{ cm}$   $\omega' = 0.06$   $\varepsilon = 0.7$   
 $C = 9.20$
- c) pas de 15 mm  $P' - P = 315 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 13,2 \text{ cm}$   $\omega' = 0.10$   $\varepsilon = 0.7$   
 $C = 6.35$
- d) pas de 10 mm  $P' - P = 520 \text{ kg/cm}^2$   $r_e = 13,2 \text{ cm}$   $\omega' = 0.15$   $\varepsilon = 0.7$   
 $C = 6.60$

La figure 6 traduit graphiquement tous ces résultats.

## Commentaires.

Il est bon de rappeler l'esprit avec lequel a été conduit l'expérimentation. C'est à dessein que nous n'avons pas choisi un béton spécialement bon, celui que nous avions employé est même plutôt inférieur à la normale. D'autre part malgré le frettage il est pratiquement interdit de dépasser la limite d'élasticité du béton à la compression. La figure 8 indique l'existence très nette de cette limite que l'on peut situer pour les bétons bien préparés à 500 ou 600 kg/cm<sup>2</sup>.

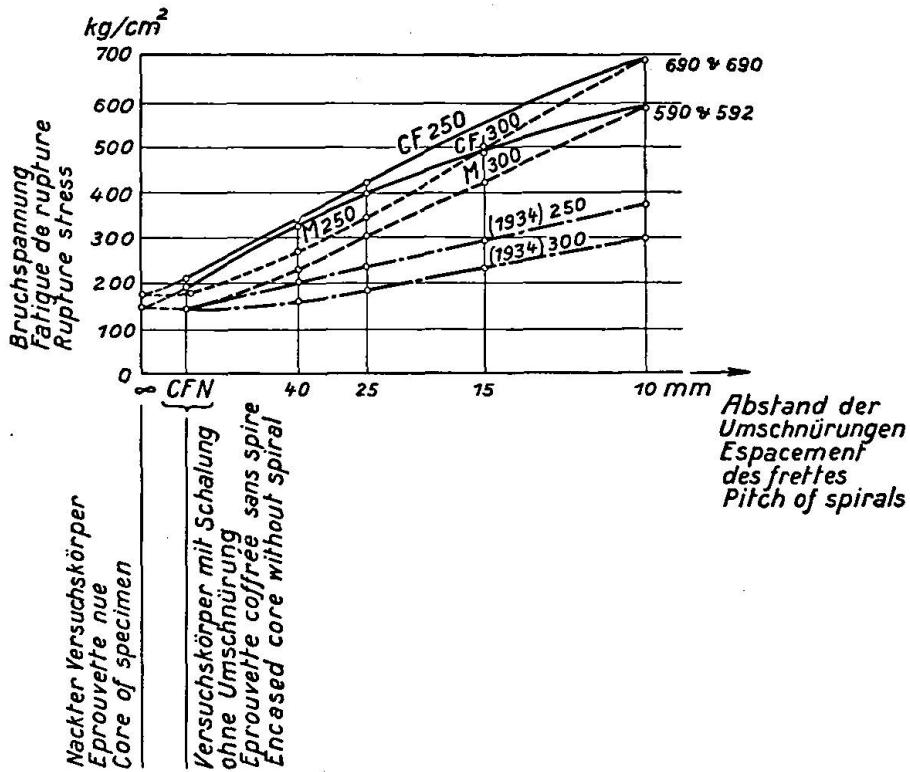


Fig. 7.

Vergleichsdiagramm der Ergebnisse nach den Versuchen (cF), nach dem amtlichen Rundschreiben von 1934 und der Formel der chambre syndicale (M).

Diagramme de comparaison des résultats donnés par les essais (cF) par la circulaire officielle de 1934 et par la formule de la chambre syndicale (M).

Comparison diagrams of the tests (cF) as prescribed by official circular letter of 1934 and according to tests based on the formulae of the "Chambre syndicale" (M).

Il serait dangereux et sans objet sauf à utiliser des bétons de M. Freyssinet de dépasser ces limites, car on aboutirait, surtout pour les constructions soumises à des variations de l'effort, à des déformations inadmissibles<sup>5)</sup>. Par ailleurs la limite de flambement serait très rapidement atteinte avec la décroissance brusque du module élastique.

## Avantages des enveloppes frettantes.

Il ressort néanmoins de ces épreuves que l'acier d'enroulement est utilisé d'une façon excellente et nous ne connaissons pas de type de frettage qui surpassé celui-là par le rendement.

5) L'emploi d'acières mi-durs pour les armatures longitudinales est nécessaire dès que les fatigues dépassent 200 kg/cm<sup>2</sup>.

La fabrication en usine avec tous ses avantages de standardisation et de régularité; l'emploi, comme enveloppe, d'un corps possédant des caractéristiques bien définies; la fourniture du coffrage et les facilités de réception par voie hydraulique<sup>6)</sup> rendent intéressant ce mode de frettage.

Nous parlerons plus loin des dispositifs spéciaux de mise en oeuvre qui semblent aussi très économiques.

A titre indicatif nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux que l'on aurait calculés en suivant d'une part la circulaire ministérielle de 1934 et d'autre part le règlement corporatif de 1931.

Versuche von Pierre Brice. Auszug aus Sciences et Industrie (Januar 1934).

Der umschnürte Beton verhält sich über einer gewissen Grenze wie ein Metall. Für den gewählten Fall liegt die elastische Grenze zwischen 500 und 600 kg/cm<sup>2</sup>.

Expériences de Mr. Pierre Brice. Extrait de Sciences et Industrie. (Janvier 1934.)

Noter que le béton fretté au delà d'une certaine limite se comporte comme un métal, on voit que pour l'exemple choisi par Mr. P. Brice la limite élastique est comprise entre 500 et 600 kg/cm<sup>2</sup>.

Tests of Mr. Pierre Brice. Extract from „Science et Industrie“ january 1934.

Above a certain limit laterally bound concrete behaves like metal. For the case chosen the elastic limit lies between 500 and 600 kg/cm<sup>2</sup>.

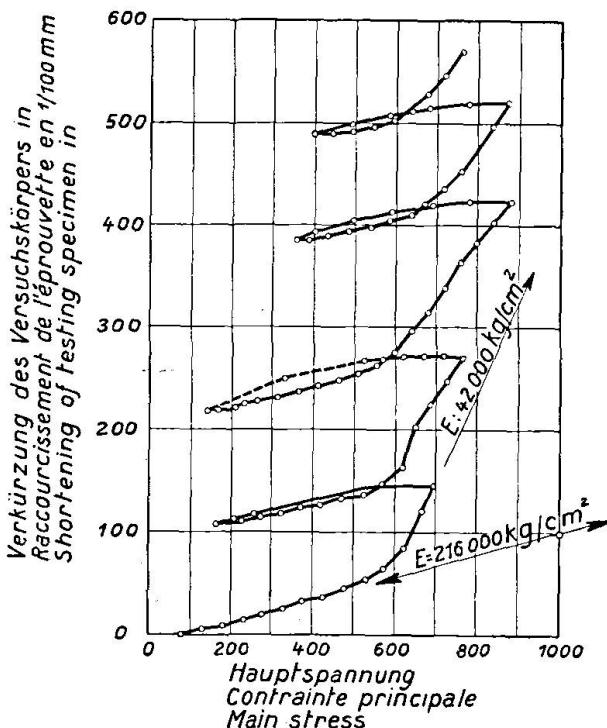


Fig. 8.

Pour faciliter cette double comparaison il nous a paru bon de dresser les courbes de résistance à la rupture correspondant à chacune des éprouvettes essayées dans les seconde et troisième séries, qui sont complètes (fig. 7).

Nous avons été frappés de la concordance entre la formule du document corporatif et celle qui traduirait nos essais. La différence d'ordonnée correspond à peu près à l'influence propre de l'enveloppe en éverite; elle diminue à mesure que la pression augmente et il est très curieux de constater que pour le pas de 10 mm la compression calculée est égale rigoureusement à la compression de rupture observée. Il faut voir là une double coïncidence. Mais cette confrontation nous a conduit à considérer comme parfaitement applicable l'article 34 du document de 1931 et à ne pas chercher d'autre formule; d'autant plus que les différences observées sont favorables à notre système de frettage, ce qui correspond à une augmentation de sécurité surtout pour les pas supérieurs à 20 mm.

Il nous a paru utile d'envisager quelques applications de ce procédé de frettage à divers éléments de construction.

<sup>6)</sup> Il est très simple de réaliser un dispositif d'épreuve permettant de réceptionner à la fois plusieurs tronçons; la pression intérieure étant donnée par de l'eau. C'est une question de joints.

#### IV. Applications des enveloppes frettantes à la construction.

Dans les applications, les pièces comprimées sont presque toujours fléchies; toutefois le constructeur a très souvent la possibilité de réduire les flexions lorsqu'il exécute des charpentes ou des ouvrages triangulés ou même des poteaux de support. Nous supposons dans ce qui va suivre que, sans être négligeable, la flexion n'introduit aucune traction dans les pièces comprimées.

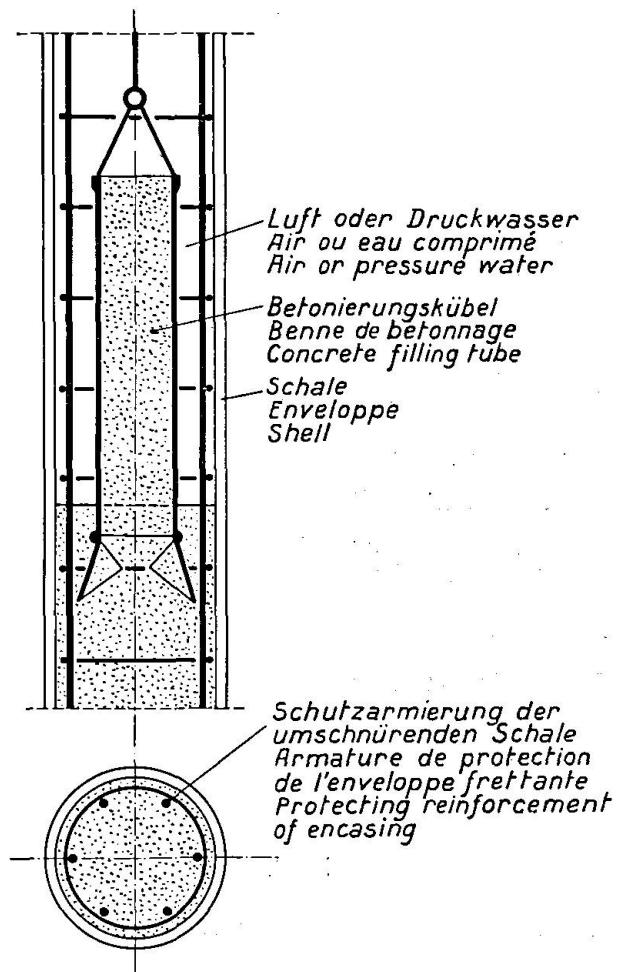


Fig. 9.  
Abgesenkter Pfahl mit Umschnürung.  
Pieu foncé avec enveloppe frettante.  
Pile in execution, with strapping envelope.

En raison de la dilatation transversale variant légèrement d'un point à l'autre de la section droite, l'enveloppe frettante est soumise à une ovalisation très faible et la modification en + ou en — du rayon de courbure étant négligeable; il est légitime de compter sur une contrainte latérale aussi forte que celle que donnerait par le calcul l'application du règlement de la chambre syndicale.

Une première application qui se présente immédiatement à l'esprit est relative à la construction des poteaux sous planchers. On a quelquefois avantage à utiliser la forme ronde, notamment pour les planchers champignons et pour les halls de certains édifices. Les architectes semblent actuellement attirés vers les poteaux ronds très élancés et réduisent souvent les dimensions de ces

organes dans les constructions qu'ils étudient. On pourrait, par application des enveloppes frettantes, faciliter leur goût pour la réduction du diamètre apparent des organes porteurs.

Nous avons pu nous convaincre de la parfaite protection réalisée par l'amiante-ciment contre l'action de l'humidité et de la rouille. Avec une telle enveloppe on peut construire sans crainte des ouvrages immersés pourvu que l'exécution en soit bien faite, qu'il s'agisse de ducs, d'Albes, d'estacades ou plus

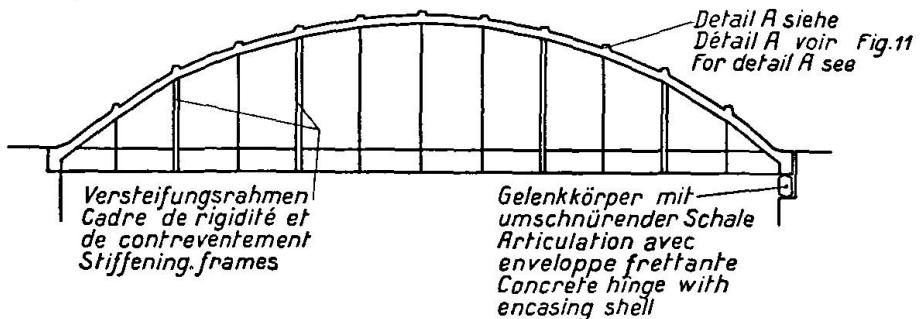


Fig. 10.

Bogenträger mit 48.00 m Spannweite.

Ausführung ohne Lehrgerüst mit steifem Zugband und ummanteltem Bogen.

Bowstring de 48.00 m de portée, exécution sans cintre, à tirant rigide et à arc enrobé.  
Bowstring girder of 48.000 m span with a rigid and enveloped arch, erected without false work.

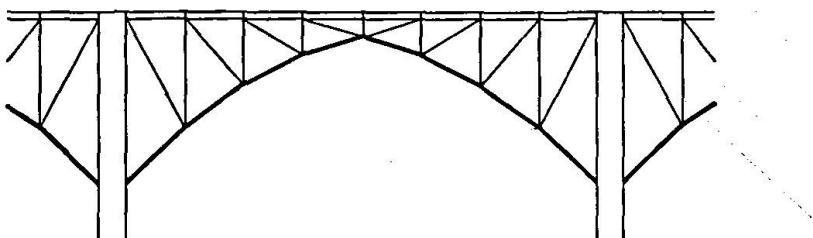


Fig. 10 a.

Schema eines gerüstlosen Bogenträgers.

Gezogene Teile nackt oder ummantelt, gedrückte Stäbe mit Umschnürung. Betonierung durch Einspritzung oder Vibrierung.

Schéma de ferme de pont exécutée sans cintre.

Pièces tendues nues ou enrobées. Pièces comprimées pourvues d'enveloppe frettante.  
Bétonnage par injection ou par pervibration.

Project for girder system without false work.

Tensile members, bare or enveloped.

Compression members enveloped.

Concreting done by injection or by filling under vibration.

simplement de pieux foncés à l'air comprimé. Dans ce dernier cas on obtient un pieu plus résistant à dépense de matière égale et la présence d'une enveloppe extérieure très peu poreuse et très résistante aux actions chimiques, comme l'est l'amiante-ciment, permet de fonder dans des sols saturés d'eau salée, d'eau séléniteuse ou de solutions chimiques, comme on en rencontre dans certaines localités (voir fig. 9).

Il ne faut pas songer à foncer de tels pieux avec des sonnettes à vapeur car le frottement des terres risquerait d'entraîner des dommages par l'enveloppe. A l'heure actuelle il existe quelques procédés de fonçage à l'air ou à l'eau comprimés et qui sont connus de tous les constructeurs.

Nous donnons ci-contre deux figures, l'une d'ensemble, l'autre de détail concernant l'application du procédé à la construction d'un bow-string (fig. 10 et 11). On peut aussi bien l'utiliser par l'établissement d'un pont triangulé sans cintre analogue au schéma également fig. 10 a. Le procédé s'adapte également à la construction métallique, enrobée entièrement ou dans ses parties comprimées seulement, et à la construction en béton armé.

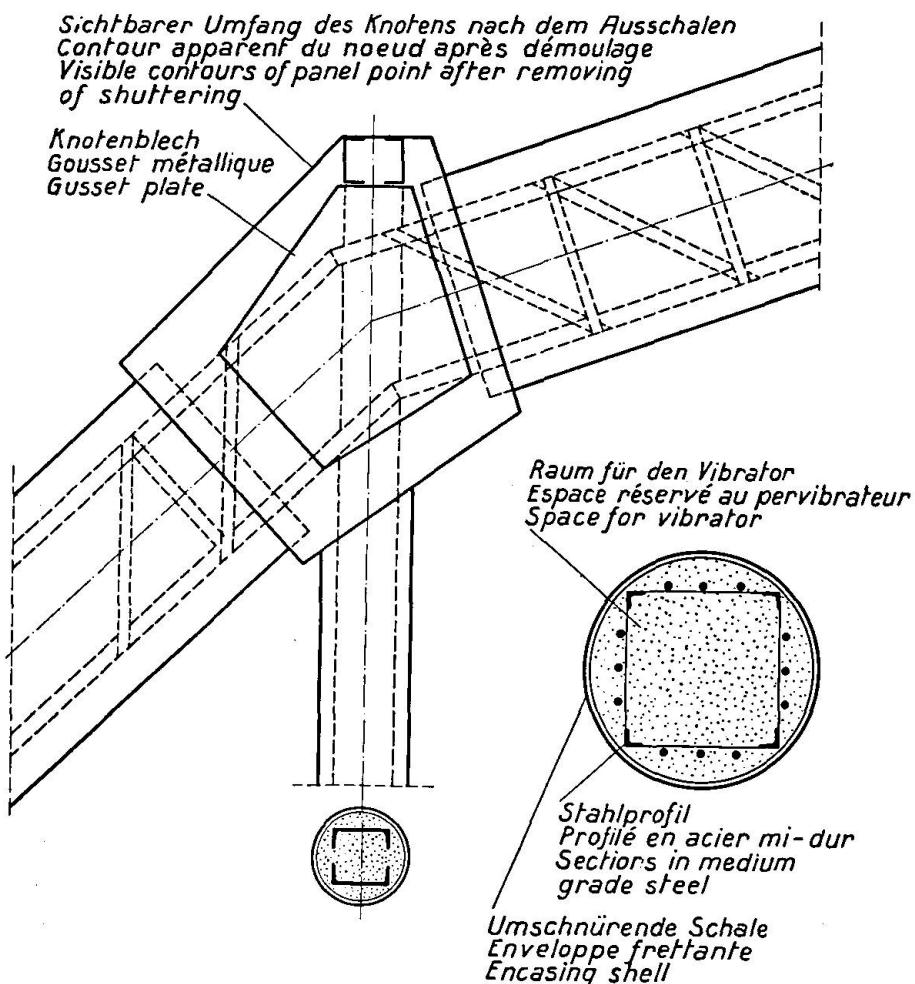


Fig. 11.  
Einzelheit A des Bogenträgers.  
Verkleidung mit nackten U-Eisen. Betonieren durch Einspritzung. Einzelheit eines  
Knotens.  
Détail A du Bowstring.  
Charpente enrobée avec aiguilles nues.  
Bétonnage par injection.  
Détail d'un noeud.  
Detail A of Bowstring girder.  
Encased steel structure of angle irons.  
Concreting by injection.  
Detail of panel point.

Dans le premier cas, qui s'impose pour les ouvrages à réaliser sans cintre, il convient de mettre en place les tronçons en les entourant au préalable de l'enveloppe frettante. Les assemblages sont boulonnés sur place par des charpentiers en fer habitués à ce genre de travaux et l'on procède exactement comme pour la construction métallique. Rien empêche au surplus d'introduire

deux ou trois articulations, ce qui à nos yeux ne présente que des avantages, quitte à les bloquer par la suite.

La jonction des pièces se fait avec une largeur et une hauteur plus grande puisque les fatigues sont nécessairement réduites en ces endroits. On peut établir des moules soignés, en bois, fixés aux goussets métalliques boulonnés, brochés ou rivés.

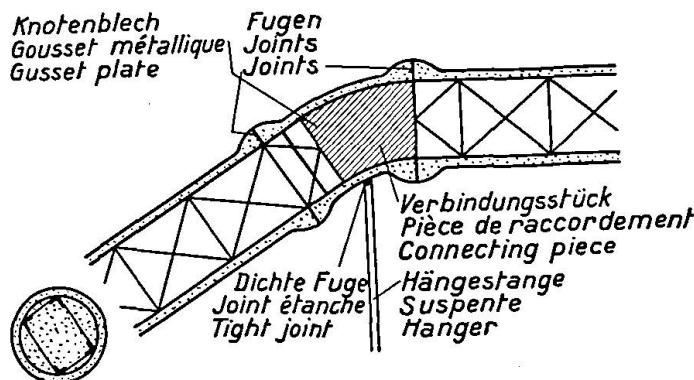


Fig. 11 a.

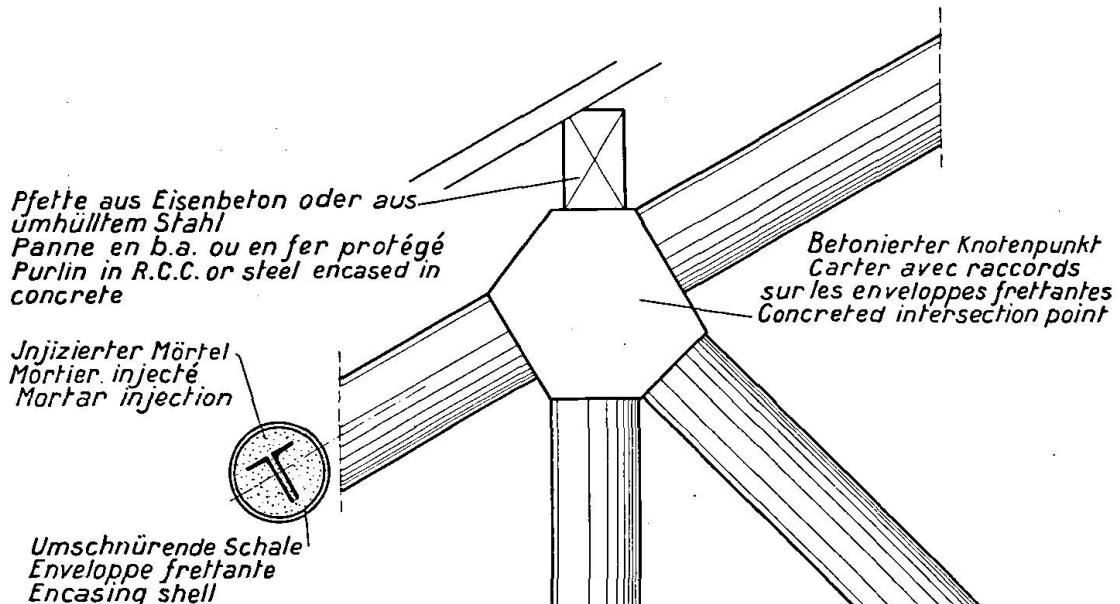


Fig. 12.

Knoten eines geschweißten und geschützten Bauwerks.

Noeud de charpente soudée et protégée.

Panel point of welded and encased structure.

En adoptant pour les éléments métalliques un tracé analogue à celui qui est représenté sur la figure 11 on facilite le bétonnage par pervibration, ce qui fournit un béton bien tassé, homogène et compact. Pour les pièces horizontales ou très peu inclinées, il suffira de munir le gousset d'une petite hausse pour mettre en charge le béton. Mais il serait prudent de réaliser la mise au point du dispositif à employer avant l'exécution de l'ouvrage. Le bétonnage peut être remplacé par une injection à forte pression d'un béton de mignonette.

La protection des organes métalliques de nombreux ouvrages, notamment situés au bord de la mer ou exposés à l'incendie, peut être réalisé très éco-

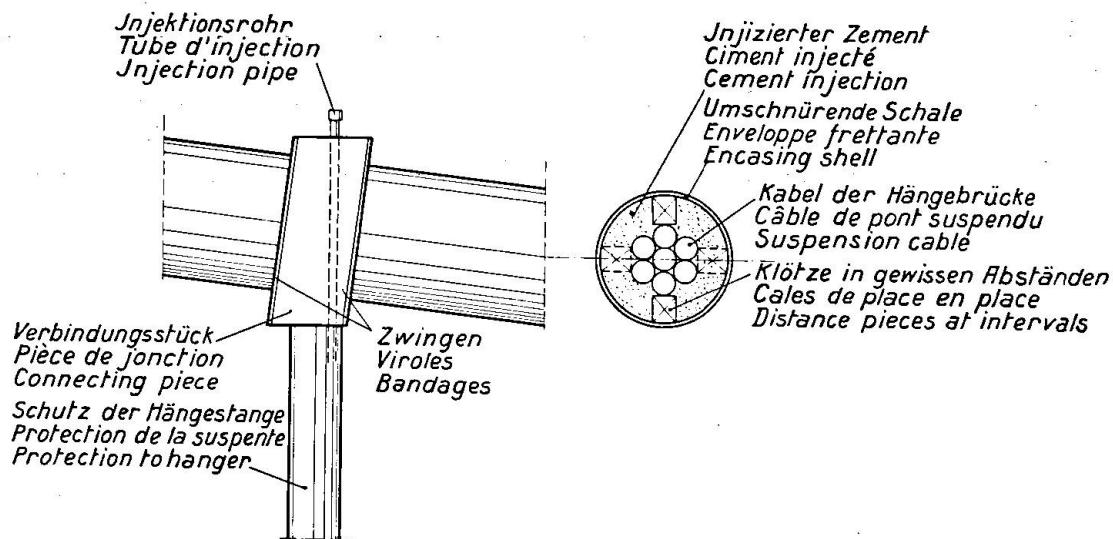


Fig. 13.  
Einzelheit des Schutzes bei Hängebrücken.  
Détail de protection pour pont suspendu.  
Detail of protection for suspension bridge.

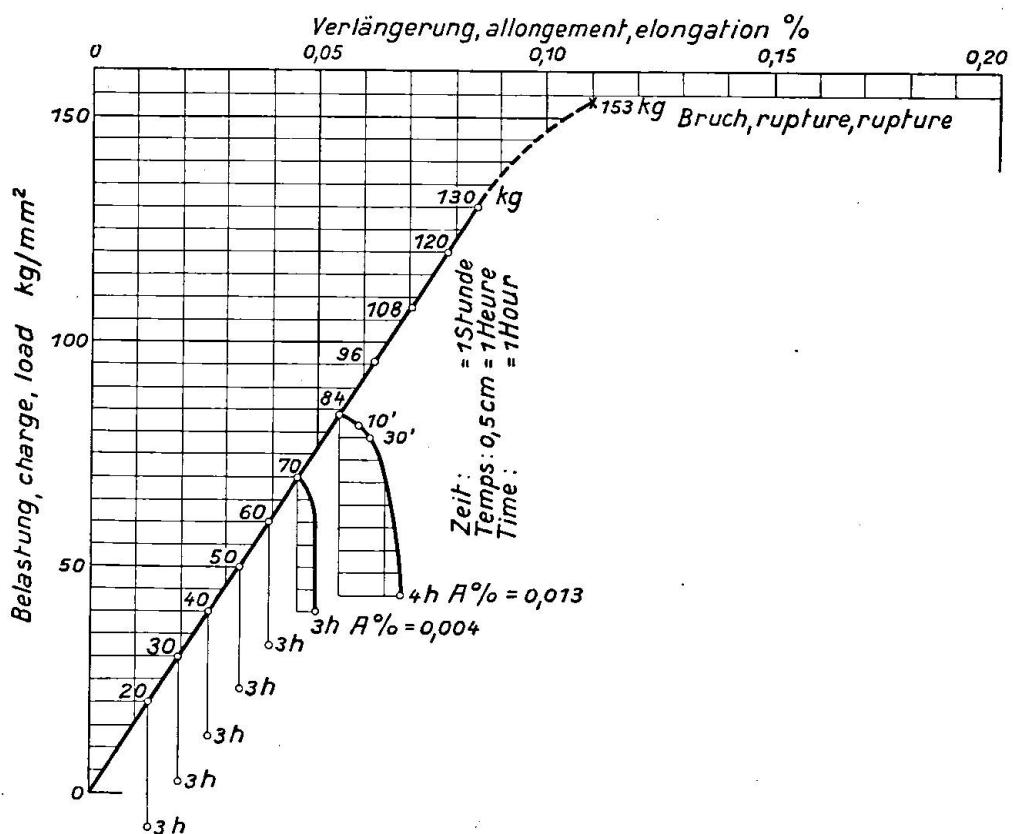


Fig. 14.  
Kurve eines Zugversuches, Verformungen in Abhängigkeit von der Zeit bei gleicher Last  
bei Beanspruchungen von 0—84 kg/cm².  
Courbe d'un essai à la traction avec la mesure des déformations en fonction du temps  
et sous charge constante par des fatigues de 0—84 kg/cm².  
Diagram of tensile test. Deformation in dependence on time for constant loading for  
stresses from 0 to 84 kg/cm².

nomiquement par l'adjonction, au moment du montage, d'enveloppes frettantes convenablement calées. Après l'achèvement de ce montage il est facile d'injecter à forte pression; 8 à 10 atmosphères par exemple, un coulé de ciment protecteur (voir fig. 12 et 13). L'enveloppe peut être essayée en usine à une pression un peu supérieure. La question des joints étanches est résolue; quant à celle de la protection des noeuds, elle ne semble pas nécessiter beaucoup d'efforts d'imagination. Il est possible également d'injecter de l'asphalte liquide ou tout autre produit protecteur. Grâce à l'importance de la pression, il n'est pas nécessaire que l'enveloppe soit beaucoup plus large que la dimension la plus forte de l'organe à enrober; cela permet de réduire l'importance du frettage et du poids mort supplémentaire.

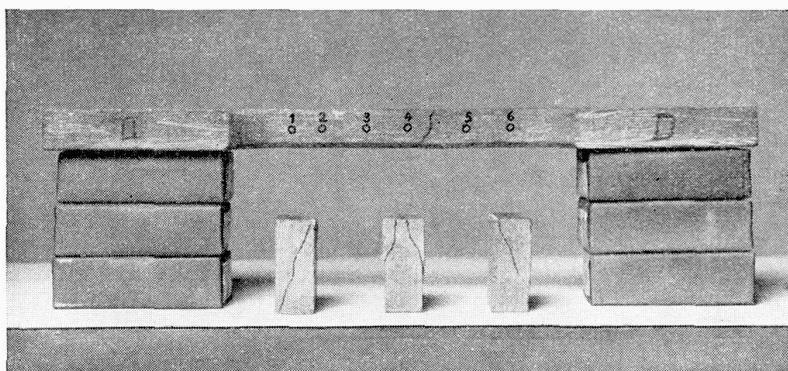


Fig. 15.  
 oben: gezogene Probe.  
 unten: gedrückte Proben.  
 en haut, éprouvette tendue.  
 en bas, éprouvettes comprimées.  
 top: drawn test piece.  
 bottom: compressed test piece.

Ce procédé permettrait, par exemple, la protection économique, légère et durable des ponts suspendus situés à proximité de la mer et contribuerait à en diminuer les frais d'entretien.

Grâce à ce procédé, la charpente métallique des fermes pourrait être également protégée sans augmentation sensible de poids contre les effets de l'incendie ou contre l'action de vapeurs acides (fig. 13).

Nous indiquons toutes ces applications à titre d'exemple et il n'est pas impossible d'en trouver d'aussi intéressantes.

## V. Données expérimentales concernant les matériaux essayés et réflexions s'y rattachant.

Il nous a paru nécessaire d'indiquer brièvement, ci-dessous, les particularités concernant les éléments constitutifs des enveloppes frettantes.

Pour ce qui est relatif aux spires, nous avions fait éprouver des échantillons par le bureau Véritas qui avait indiqué une charge de rupture de  $70 \text{ kg/mm}^2$  après un allongement de 7,6 %, ce qui correspond à une limite élastique de  $6200 \text{ kg/cm}^2$ , chiffre retenu pour les essais.

Les propriétés de l'amiante-ciment nous ont intéressé davantage. Malheureusement nous ne pouvons donner de documentation officiellement contrôlée que pour l'éverite: qualité B, deux fois plus résistante que la qualité B employée dans les essais précédés.

La fig. 14 montre un diagramme d'essai à la traction; on remarque immédiatement qu'au dessus de  $70 \text{ kg/cm}^2$  les déformations s'accroissent asymptotiquement avec le temps; cet accroissement est d'ailleurs élastique, du moins dans le domaine étudié; il correspond à une diminution temporaire du module d'élasticité c'est-à-dire des coefficients de Lamé qui apparaissent ainsi comme des fonctions du temps.

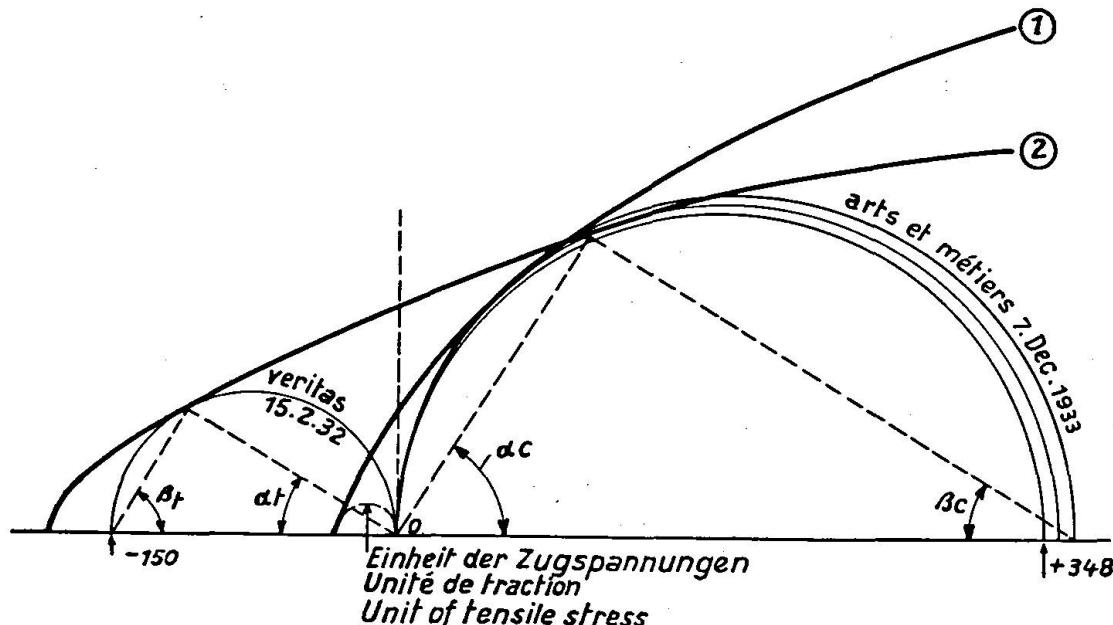


Fig. 16.

Scheinbare Grenzspannungskurve, Everite B.

Courbe pseudo-intrinsèque — Everite qualité B.

Pseudo-intrinsic curve, Everite quality B.

Il est curieux de constater la régularité des résultats obtenus pour la résistance de rupture à la traction qui oscille pour la qualité B autour de  $70 \text{ kg/cm}^2$  et pour la qualité A autour de  $150 \text{ kg/cm}^2$ <sup>7)</sup>. Le module élastique apparent, déduit des essais de rupture sur des cylindres chargés intérieurement jusqu'à l'éclatement et contrôlé par le diagramme ci-annexé est d'environ  $15\,000 \text{ kg/cm}^2$ , soit 12 à 13 fois moins que le béton et 150 fois environ que l'acier.

Poursuivant nos investigations; nous avons étudié la résistance à la compression de ce matériau (qualité B). Les résultats obtenus par le Conservatoire National des Arts et Métiers sont mentionnés dans le tableau suivant:

<sup>7)</sup> Nous avons mis à profit cette régularité et l'importance de la résistance à la traction. Nous avons fait réaliser des voûtes sans charpente d'une épaisseur de 15 mm et d'une portée de 9 m. Nous avons pu aussi acquérir l'assurance que moyennant une modification de la machinerie on pouvait réaliser une toiture sans charpente absolument étanche et pesant moins de 60 kg par  $\text{m}^2$  pour une portée de 20.00 m. Les épreuves ont concerné le montage des éléments et leur contrôle de résistance. Nous avons également prévu un dispositif évitant les effets de la succion du vent sur les éléments de toiture. Il n'y avait ni fermes ni tirants.

## Eprouvette

No. (1) (40×40×15) charge de rupture: 2090 kg/cm<sup>2</sup> fatigue: 348.30 kg/cm<sup>2</sup>

" (2) (40×40×15) " 2030 " " 338.30 "

" (3) (40×40×15) " 2110 " " 351.70 "

(Procès verbal du 7. 12. 33; N° 75 885 du C. N. A. M.)

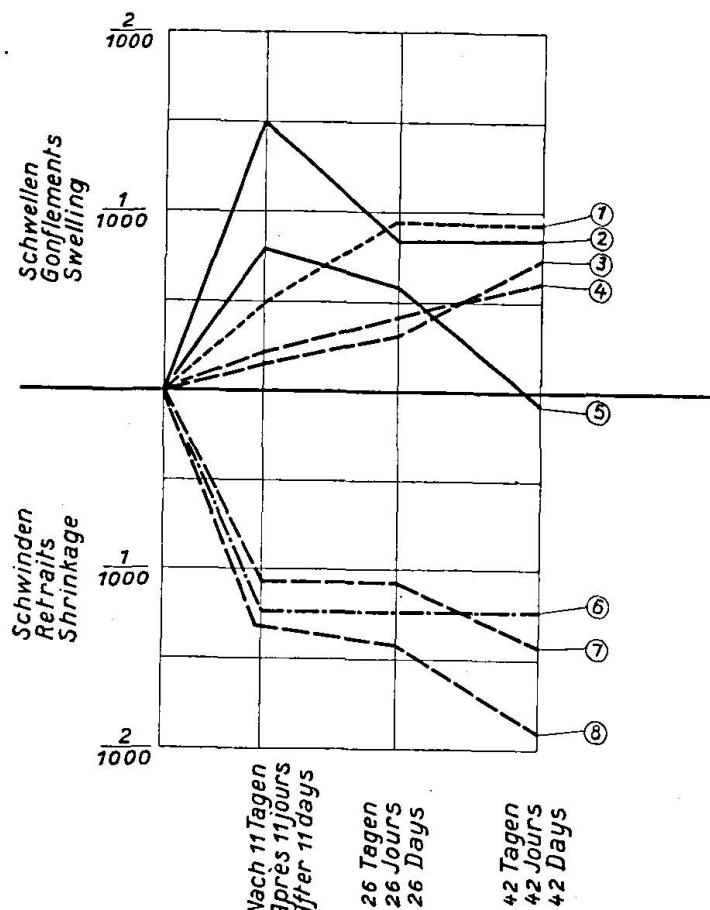


Fig. 17.

Versuche unter Kontrolle des Laboratoire de l'Ecole des Ponts et Chaussées.

gezogen außen  $B^1$  ter  
 außen  $B^1$   
 in der Erde  $B^2$  bis  
 in der Erde  $B^2$   
 außen  $B^1$  bis  
 gezogen  $B^3$  ter  
 Laboratorium  $B^3$  bis  
 Laboratorium  $B^3$

Essais exécutés sous le contrôle du Laboratoire de l'Ecole des Ponts et Chaussées.

tendue dehors  $B^1$   
 dehors  $B^1$   
 dans la terre  $B^2$  bis  
 dans la terre  $B^2$   
 dehors  $B^1$  bis  
 tendue lab.  $B^3$  ter  
 laboratoire  $B^3$  bis  
 laboratoire  $B^3$

Tests executed under the control of the Laboratory of the Ecole des Ponts et Chaussées.

pulled, stored dry  $B^1$  ter  
 stored dry  $B^2$  bis  
 stored under ground  $B^2$  bis  
 stored under ground  $B^2$   
 stared dry  $B^1$  bis  
 pulled, laboratory  $B^3$  ter  
 laboratory  $B^3$  bis  
 laboratory  $B^3$

La photo ci-annexée montre les éprouvettes comprimées avec leurs charges de rupture et, au dessus, l'éprouvette tendu (voir fig. 15).

Ces renseignements nous ont permis de dresser la courbe pseudo-intrinsèque de ce matériau (fig. 16). Nous disons: „pseudo-intrinsèque“ car toutes ses caractéristiques ont été déterminées dans le sens des fibres; c'est-à-dire dans celui qui correspond aux parallèles des tubes et que le corps présente trois axes d'anisotropie.

Enfin, des essais de retrait ont été entrepris au laboratoire de l'Ecole des Ponts et Chaussées sur des tronçons, chargés ou non, soumis à l'action de l'air

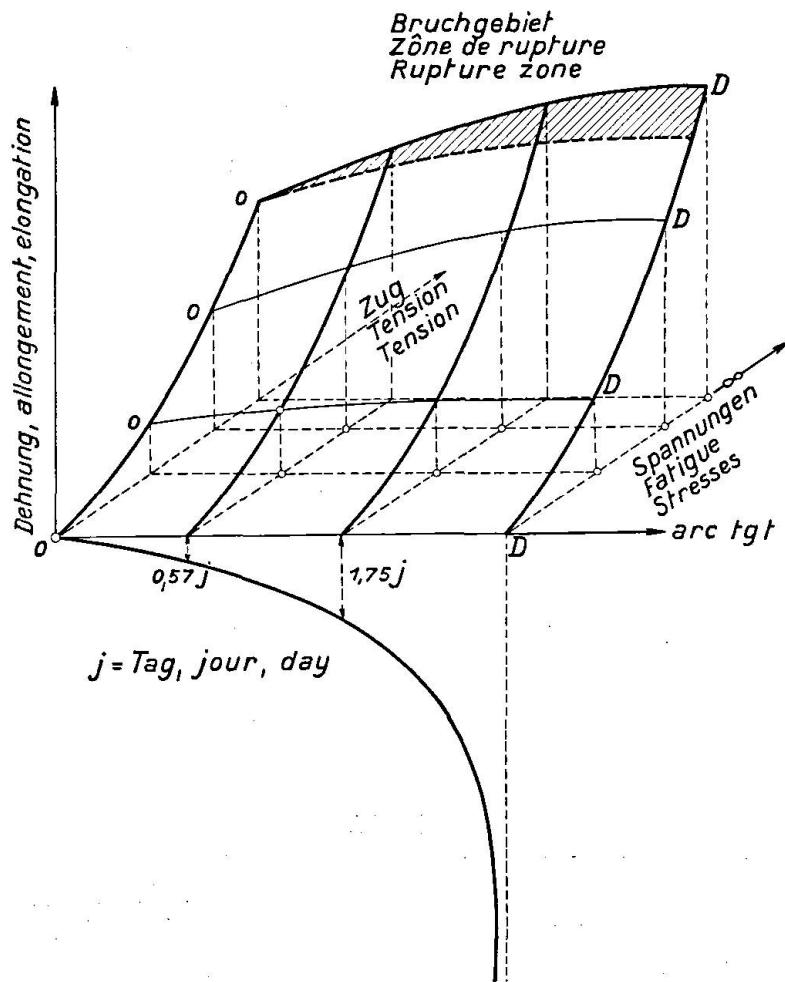


Fig. 18.

Bestimmung der Funktionen  $\lambda$  und  $u$  von Lamé — Fläche der Moduli von Young.

Détermination des fonctions de Lamé  $\lambda$  et  $u$  — surface des modules de Young.

Determination of the Lamé functions  $\lambda$  and  $u$  — Surface of Young's moduli.

ambiant ou conservés dans le sol. Ils ont confirmé les résultats obtenus par M. Freyssinet dans ses études préliminaires relatives au célèbre pont de l'Elorn. Il ne faut pas oublier que l'amiante-ciment est, après tout, un béton particulier (voir fig. 17).

En examinant les diverses épreuves, en se reportant également aux essais de M. Brice, on peut, à la réflexion, constater, une fois de plus, que les caractéristiques des matériaux les plus souvent employés dans les calculs hyperstatiques ne sont immuables que pour des valeurs réduites des fatigues.

En d'autres termes, on devrait introduire dans les calculs d'élasticité méritant une précision particulière des fonctions du temps et de la fatigue elle-même pour exprimer les coefficients de Lamé.

Il suffirait d'une série d'essais bien choisis pour chaque matière essayée. C'est ainsi qu'une détermination du module de Young, une détermination du module élastique et une détermination du coefficient de compressibilité permettraient d'obtenir trois systèmes de 2 équations indépendantes à deux inconnues et de calculer ainsi dans des conditions identiques de fatigue et de durée 3 groupes de valeurs:

$$\lambda_1 \mu_1, \quad \lambda_2 \mu_2, \quad \lambda_3 \mu_3.$$

En prenant les moyennes:

$$L = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3}, \quad M = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3}$$

on obtiendrait des fonctions bien définies.

Les calculs d'élasticité tels qu'on les pratique couramment serviraient à dégrossir le problème et à fixer la valeur approximative des fatigues. Ceci une fois fait, on utiliserait des fonctions  $L$  et  $M$  que l'on substituerait à  $\lambda$  et  $\mu$  pour avoir la détermination d'un état élastique se rapprochant davantage de la réalité.

Pour les organes de mécanique soumis à des actions dynamiques on trouverait par  $L$  et  $M$  des fonctions périodiques.

En vue de parer à la difficulté de représentation des variables  $\lambda$  et  $\mu$  en fonction des fatigues et du temps on pourrait imaginer une représentation analogue à celle de la figure 18.

### Résumé.

La note présentée concerne un mode particulier de frettage se rattachant au frettage continu proposé il y a une quinzaine d'années par Charles Rabut. La continuité du frettage est réalisée grâce à l'interposition entre les frettes et la matière intérieure, d'un tube continu.

La première partie de la note est relative au calcul de ce tube continu désigné sous le nom d'enveloppe frettante. Celle-ci est soumise d'une part à l'action des spires très rapprochées situées à sa périphérie et d'autre part à la réaction du milieu intérieur qui peut être, un corps cohérent comme le béton des poteaux, un corps pulvérulent comme le sable d'une boîte de décintrement ou un fluide comme l'eau d'une conduite d'alimentation.

L'état élastique de l'enveloppe frettante étant déterminé en fonction des données il nous a été facile d'en déduire la tension des aciers du frettage; celui-ci est constitué dans les essais entrepris et pour les applications envisagées, par un enroulement d'acier à haute résistance avec jonctions soudées. Les notions de frettage hydrostatique, de frettage rigide et de frettage élastique nous ont permis, par leur définition même, d'obtenir une formule donnant la fatigue des frettes en fonction de la pression intérieure et des autres données; le cas d'une enveloppe nue assez intéressant dans la pratique a également été envisagé.

Nous avons aussi examiné l'influence d'une tension préliminaire des frettages et celle du retrait ou du gonflement de la matière constituant l'enveloppe.

Toutes ces considérations conduisent à une méthode rationnelle de calcul.

Dans la seconde partie de la note nous avons relaté les essais entrepris sur des éléments de colonnes pourvues d'enveloppes frettantes; le tube était constitué par de l'amiante-ciment de qualité courante.

Les résultats d'essais ont été analysés à la lumière des travaux de M. Pierre Brice et de M. le Professeur Ljungberg.

La concordance du calcul et des résultats obtenus a été satisfaisante. Nous avons trouvé que la formule de la circulaire rédigée pour la Chambre Syndicale Française pouvait être considérée comme parfaitement applicable aux enveloppes frettantes.

Ce type de frettage est d'un rendement très supérieur au frettage courant et il permet d'atteindre avec sécurité et pour des bétons courants une fatigue de service de 150 à 250 kg/cm<sup>2</sup>.

La troisième partie de notre étude concerne quelques applications envisagées par l'auteur de la note; l'une des plus importantes concerne la construction en charpente enrobée avec gaîne de mortier injecté sous pression.

La note s'achève sur quelques considérations accessoires relatives aux matériaux employés dans les essais.

### Zusammenfassung.

Die Abhandlung befaßt sich mit einer besondern Art der Umschnürung im Anschluß an die von Charles Rabut schon vor 15 Jahren vorgeschlagene fortlaufende Umschnürung. Diese wird durch Einfügung eines Rohres zwischen den Umschnürungen und dem innern Teil dargestellt.

Der erste Teil des Aufsatzes bezieht sich auf die Berechnung dieses durchlaufenden Rohres, genannt „enveloppe frettante“, Umhüllung. Sie ist einesseits der Wirkung der sehr engen, daraufliegenden Spiralen und andererseits dem Gegendruck des inneren Teiles ausgesetzt, der ein zusammenhängender Stoff wie Beton von Stützen, ein pulverförmiger Stoff wie Sand in einem Sandtopf oder eine Flüssigkeit wie Wasser einer Leitung sein kann. Da der elastische Zustand der Umhüllung in Abhängigkeit der bekannten Größen bestimmt ist, war es leicht, daraus die Stahlspannung der Umschnürung abzuleiten. Diese Umhüllung besteht bei den unternommenen Versuchen und den betrachteten Anwendungen aus einem Stahlrohr mit hoher Festigkeit und geschweißten Stößen. Die Auffassung der hydrostatischen, starren und elastischen Umschnürung erlaubte gemäß ihrer Bedeutung, eine Formel für die Beanspruchung in Abhängigkeit vom Innendruck und anderer Größen zu finden. Der in der Praxis auch sehr wichtige Fall einer „nackten“ Umhüllung, d. h. ohne Umschnürung, wird auch untersucht.

Wir haben auch den Einfluß einer Vorspannung der Umschnürung sowie das Zusammenziehen und Auseinandergehen des Hüllmaterials untersucht.

Alle diese Betrachtungen führen zu einem brauchbaren Rechnungsverfahren.

Im zweiten Teil haben wir die an umhüllten Säulenteilen unternommenen Versuche bekannt gegeben. Das Rohr war mit Zementmörtel von üblicher Güte gefüllt.

Die Versuchsergebnisse wurden nach den Arbeiten von Pierre Brice und von Prof. Ljungberg untersucht.

Die Übereinstimmung der Berechnung und der erhaltenen Resultate war genügend. Wir haben gefunden, daß die von der Chambre Syndicale Française verwendete Formel auf die Umhüllungen sehr gut angewendet werden kann.

Diese Umschnürungsart hat einen hohen Wirkungsgrad gegenüber der üblichen Ausführungsweise und erlaubt, bei normalem Beton eine Betriebsbeanspruchung von 150 bis 250 kg/cm<sup>2</sup> zu erreichen.

Der dritte Teil unserer Studien enthält einige Anwendungen. Eine der im Hochbau wichtigsten ist die mit Druckmörteleinspritzung ummantelte Stütze.

Die Abhandlung schließt mit einigen Nebenbetrachtungen über die bei den Versuchen verwendeten Werkstoffe.

### Summary.

The paper deals with a particular type of lateral binding developed after a method of continuous lateral binding suggested 15 years ago by Mr. Charles Rabout. This method consists in inserting a pipe between lateral binding and inner portion.

The first part of the paper refers to the calculation of this continuous pipe, which is termed "enveloppe frettante" (pressure envelope). This element is on the one hand exposed to the action of closely fitting spirals and on the other to the effects of a counterpressure from inside which may be due to a coherent material such as concrete in columns, or a powdery material such as sand in a pressure container, or a liquid like the water of a pressure pipe. Since the elastic condition of the "envelope" was known, in relation to known factors, the task of determining the steel stresses of the lateral binding was an easy one. This lateral binding as employed for the tests consisted of butt welded steel pipes of high resistance. The definition of hydro-static strapping (frettage), rigid strapping, and elastic strapping, made it possible to find a formula for the stressing in relation to the internal pressure, and other factors.

The case of "naked" strapping, in other words no strapping, a case very frequently occurring in practice, has also been investigated.

All these investigations have led to useful methods of calculation. The second part of the paper describes the tests carried out on laterally strapped (lateral binding) columns. The pipe was filled with cement-mortar in the usual way.

The test results were also examined by Mr. Pierre Brice and Prof. Ljungberg. The comparison between calculated and test results showed fair agreement. We also found that the formula of the Chambre Syndicale Française as used for bindings is useful in application.

The third part of the paper refers to applications. One of the most important applications in structural engineering is the column reinforced by injection of mortar under pressure.

The paper concludes with some remarks on the nature of the materials used in tests.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide