Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 2 (1933-1934)

Artikel: Berechnung und Bemessung von einbetonierten Stahlstützen
Autor: Berger, L.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3387

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BERECHNUNG UND BEMESSUNG VON EINBETONIERTEN STAHLSTÜTZEN.

CALCUL ET DIMENSIONNEMENT DES POTEAUX MÉTALLIQUES ENROBÉS DE BÉTON.

ANALYSIS AND DESIGN OF CONCRETE ENVELOPED STEEL COLUMNS.

Dr. Ing. L. BERGER, Zivilingenieur, Haifa (früher München).

In der letzten Zeit hat sich in steigendem Maße die Erkenntnis durchgesetzt, daß die Einbetonierung von Stahlstützen ein sehr wirksames Mittel ist, um an Stahl zu sparen und die Konstruktion wirtschaftlicher zu gestalten. Hinzu kommt, daß die Einbetonierung die Forderungen des Rost- und Feuerschutzes aufs beste befriedigt[1]). Im folgenden werden nun einfache für die Praxis zugeschnittene Verfahren für die Berechnung und Bemessung solcher Stützen mitgeteilt. Behandelt werden rechteckig einbetonierte Stahlstützen mit gewöhnlicher Bügelbewehrung, beansprucht auf zentrischen Druck.

Die zulässige Gesamtbelastung P_{zul} einer steif bewehrten Eisenbetonsäule ergibt sich nach den Versuchen von Professor SALIGER[2]) und in Übereinstimmung mit den Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton 1932 zu:

$$P_{zul} = \sigma_{bzul} \cdot (F_b + n \cdot (F_{es} + F_e)) \tag{1}$$

Hierin bedeuten: σ_{bzul} die zulässige Betondruckspannung, F_b der Betonquerschnitt, F_{es} der Querschnitt der steifen Profileisenbewehrung und F_e der Querschnitt der schlaffen Längsbewehrung.

Bei Verwendung eines gewöhnlichen Säulenbetons mit einer größten Würfelfestigkeit $W_{b28} \leqq 160$ kg/cm² ist n stets gleich 15.

Entspricht der Säulenbeton hohen Anforderungen und ist:
bei einer kleinsten Säulendicke bis 40 cm $W_{b28} \geqq 180$ kg/cm² bezw:
bei einer kleinsten Säulendicke über 40 cm $W_{b28} \geqq 210$ kg/cm²,

so ist: $n = \frac{\sigma_s}{K_b}$, worin σ_s die Quetschgrenze des Stahls und K_b die Würfelfestigkeit des Betons nach 28 Tagen, jedoch nicht mehr als 180 bezw. 210 kg/cm² bedeuten.

Bei Verwendung von St. 37, der im Stahlskelettbau die Regel bilden dürfte, ergibt sich dann mit $\sigma_s = 2400$ kg/cm², $n = 13{,}3$ bezw. 11,4.

---

[1]) Statische Berücksichtigung der Ausbetonierung von Stützen im Stahlskelettbau von Dr. Ing. L. BERGER. „Zement" 1930, Nr. 43.

[2]) Versuche an betonumschnürten Stahlsäulen von Dr. R. SALIGER. „Bauingenieur" 1931, S. 285.

Die Umschnürung soll nach Versuchen von SALIGER und MÖRSCH bei rechteckigen Säulenquerschnitten vernachlässigt werden. Daher ist bei den normalen rechteckig einbetonierten Stahlstützen die Umschnürung an sich zwecklos und wird am besten durch die viel billigere normale Bügelbewehrung ersetzt. Der Einfluß der Umschnürung wurde daher bei der Auswertung der Versuchsergebnisse der erwähnten Autoren durchwegs gestrichen.

Bei Verwendung von St. 52 erhält man n = 20,0 bezw. 17,2.

Man muß hier aber bedenken, daß die Verwendung von hochwertigem Baustahl für die Stützen eines Stahlskelettes bisher nicht üblich war und auch in Zukunft sich erst wird durchsetzen müssen. Auch würde die Erreichung einer hohen Würfelfestigkeit unbedingt die Einhaltung eines niedrigen Wasserzementfaktors, d. h. also die Herstellung eines streng plastischen Betons erfordern, der sich in dem durch die Profileisen ohnedies stark verbauten Querschnitt nur schwer verarbeiten ließe. Daher dürfte vorerst noch die Verwendung eines normalen Baustahles St. 37 und eines plastisch flüssigen (also vom Standpunkt der Druckfestigkeit nicht höchstwertigen) Betons die Regel bilden, zumal da auch noch, wie später nachgewiesen wird, wirtschaftliche Gründe gegen die Ausnützung hoher Betonspannungen sprechen.

Für diesen Normalfall kann daher n als Konstante zu $n = 15$ angenommen werden. Die folgenden Formeln sind jedoch durchwegs so aufgebaut, daß für n auch jeder andere Wert eingesetzt werden kann.

I. Spannungsberechnung.

Gegeben: P_1 die zentrische Druckkraft, die in den Profileisen noch vor der Betonierung bezw. noch vor Erhärtung des Betons auftritt, herrührend z. B. vom Eigengewicht des Stahlgerippes, dem Gewicht der angehängten Schalung und je nach dem Arbeitsvorgang auch der Belastung durch das Eigengewicht der Massivdecken;

P_2 zentrische Druckkraft, die von dem bereits erhärteten Verbundquerschnitt aufzunehmen ist, herrührend z. B. vom Gewicht der Fußbodenbeläge, der Ausmauerungen, sowie der gesamten Nutzlasten;

F_b der volle Betonquerschnitt; die Betonverdrängung durch den Eisenquerschnitt wird vernachlässigt;

F_{es} Querschnitt der steifen Profileisen;

F_e schlaffe Längsbewehrung aus Rundeisen.

Gesucht: σ_{es1} die Vorspannung in den Profileisen infolge P_1;

σ_{es2} die Zusatzspannung in den Profileisen bei der Verbundwirkung infolge P_2;

σ_{es} die Gesamtspannung in der steifen Bewehrung (Profileisen);

σ_e die Spannung in der schlaffen Längsbewehrung (Rundeisen);

σ_b die Betonspannung.

Die gesuchten Spannungen erhält man dann wie folgt:

(2) $$\sigma_{es1} = \frac{P_1}{F_{es}}$$ (reine Druckspannung)

(3) $$\sigma_{es1} = \frac{\omega \cdot P_1}{F_{es}}$$ (Knickspannung)

(4) $$\sigma_{es2} = \sigma_e = \frac{n \cdot P_2}{F_b + n \cdot (F_{es} + F_e)}$$ (Druckspannung in den Profil- und Rundeisen, herrührend von der Verbundwirkung)

(5) $$\sigma_{es} = \sigma_{es1} + \sigma_{es2} = \frac{P_1}{F_{es}} + \frac{n \cdot P_2}{F_b + n \cdot (F_{es} + F_e)}$$ (Größte Druckspannung in den Profileisen)

$$(6) \quad \sigma_b = \frac{P_2}{F_b + n \cdot (F_{es} + F_e)} \quad \text{(Betondruckspannung).}$$

Für den Fall, daß man aus Sicherheitsgründen die schlaffe Rundeisenlängsbewehrung nicht mitberücksichtigen will, braucht in den vorstehenden Formeln (2) bis (6) nur $F_e = 0$ gesetzt zu werden.

II. Bemessung.

Bei der Querschnittsbemessung ist folgendes zu beachten. Da rein zentrischer Druck in der Praxis für sich allein kaum auftritt, vielmehr schon durch die Ausführung und den Zusammenhang der Bauglieder untereinander kleine Biegungsmomente nicht vermeidbar sind, so empfiehlt es sich —

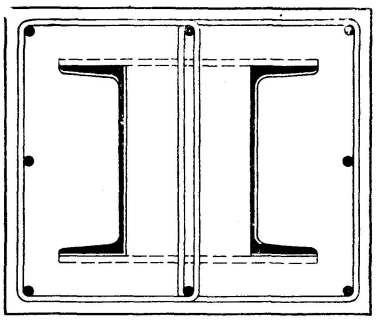

Fig. 1.

ebenso wie im gewöhnlichen Eisenbetonbau — für die Möglichkeit der Aufnahme solcher Momente gewisse Vorkehrungen zu treffen. Im normalen Verbundbau bestehen diese Vorkehrungen bekanntlich darin, daß für Säulen ein Mindestprozentsatz an Bewehrung mit Längseisen vorgeschrieben wird, sodaß die Säule imstande ist, auch ein gewisses Biegungsmoment aufzunehmen. Um die Übernahme geringer Biegungsmomente ohne Spannungsüberschreitung auch bei der steif bewehrten Säule zu gewährleisten, wird für den vorliegenden Fall der Querschnittsbemessung für zentrischen Druck auf die statische Mitberücksichtigung der schlaffen Längseisen F_e verzichtet und lediglich die Festsetzung getroffen, daß deren Querschnitt F_e nicht unter 0,3 % von F_b angenommen werden darf, sowie daß der Bügelabstand den zwölffachen Durchmesser der Längseisen nicht überschreiten soll[3]). Hierdurch wird auch eine ausreichende Bewehrung und Verbügelung des außerhalb der Profileisen liegenden Betonquerschnittes erreicht.

a) Ermittlung der Bewehrung bei gegebenen Betonabmessungen.

Gegeben: P_1 und P_2, $\sigma_{es} = \sigma_{eszul}$ und σ_{bzul}.
Gesucht: F_{es}, F_e und σ_b.

Zur Ermittlung von F_{es} geht man von der Gleichung (5) aus:

$$\sigma_{es} = \frac{P_1}{F_{es}} + \frac{n \cdot P_2}{F_b + n \cdot F_{es}}.$$

Diese Beziehung gibt, nach F_{es} aufgelöst, folgende quadratische Gleichung für F_{es}:

[3]) Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton 1932.

$$F_{es}^2 + F_{es} \cdot \left(\frac{F_b}{n} - \frac{P_1 + P_2}{\sigma_{es}}\right) - \frac{P_1 \cdot F_b}{\sigma_{es} \cdot n} = 0.$$

Schließlich erhält man:

(7) $$F_{es} = -A + \sqrt{A^2 + \frac{P_1 \cdot F_b}{\sigma_{es} \cdot n}}; \quad \text{hierin ist: } A = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{F_b}{n} - \frac{P_1 + P_2}{\sigma_{es}}\right)$$

(8) $$F_e = \text{rd. } 0{,}003\ F_b.$$

Die auftretende Betonspannung ist nach Formel (6) nachzuprüfen, wobei aber $F_e = 0$ zu setzen ist:

$$\sigma_b = \frac{P_2}{F_b + n \cdot F_{es}}.$$

Ergibt sich hierbei für σ_b ein größerer Wert als σ_{bzul}, so haben wir es mit beschränkter Konstruktionsstärke zu tun, und die steife Bewehrung F_{es} ist alsdann mit folgender Formel zu ermitteln:

(9) $$F_{es} = \frac{P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_{bzul}}.$$

Beschränkte Konstruktionsstärke liegt vor, wenn σ_b größer als σ_{bzul} wird. Den Grenzwert zwischen beschränkter und reichlicher Konstruktionsstärke erhält man, wenn man mit Hilfe der Gleichungen (8) und (9) F_{es} eliminiert. Dann ergibt sich nach einigen Umformungen das Kriterium dafür, ob reichliche oder beschränkte Konstruktionsstärke vorliegt:

(10) $$F_b \gtreqless \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} \quad \begin{cases} \text{reichliche Konstruktionsstärke} \\ \text{beschränkte} \quad \text{„} \end{cases}$$

Ist das gegebene F_b größer als der Formelwert auf der rechten Seite der Gleichung, so liegt reichliche, ist er kleiner, so liegt beschränkte Konstruktionsstärke vor. Im ersten Fall ist für die Ermittlung von F_{es} Formel (7), im zweiten Fall Formel (9) zu benutzen.

b) Ermittlung der Bewehrung und der Betonabmessungen bei gegebenen zulässigen Spannungen.

Gegeben: P_1 und P_2, $\sigma_{es} = \sigma_{eszul}$ und σ_{bzul}.
Gesucht: F_{es} und F_b.

Die Berechnung von F_{es} und F_b wurde im vorigen Fall: a) „Ermittlung der Eiseneinlagen bei gegebenen Betonabmessungen“ zum Zwecke der Feststellung, ob beschränkte oder reichliche Konstruktionsstärke vorliegt, bereits durchgeführt. Vorerst ist jedoch festzustellen, welche Betonspannung überhaupt ausgenutzt werden kann.

Der Begriff der Betongrenzspannung.

Bei der Feststellung des Betonquerschnittes nach Formel (10):

$$F_b = \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b}$$

kann für ein hohes σ_b der Wert für F_b negativ werden, d. h. es ergibt sich bei Einhaltung dieser hohen Betonspannung eine so geringe Vorspannung σ_{es} in der steifen Bewehrung, daß diese ohne Mitwirkung des Betons für

sich allein imstande ist, außer der Last P_1 auch die Last P_2 unter Einhaltung der zulässigen Eisenspannung σ_{es} zu übernehmen. Der Grenzfall tritt dann ein, wenn obige Gleichung gleich 0 gesetzt wird:

$$F_b = \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} = 0.$$

Hieraus ergibt sich die theoretische Grenzspannung, bei der $F_b = 0$ wird, zu:

(11) $$\sigma_{bg} = \frac{\sigma_{es}}{n} \cdot \frac{P_2}{P_1 + P_2}$$ (theoretische Betongrenzspannung).

Nun kann aber der Betonquerschnitt aus praktischen Gründen ein gewisses Mindestmaß nicht unterschreiten, das nach den „Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton 1932" im reinen Eisenbetonbau zu $25 \cdot 25 = 625$ cm² festgesetzt ist, bei steif bewehrten Stützen jedoch auf mindestens $30 \cdot 30 = 900$ cm² erhöht werden muß. Somit ergibt sich die praktische Betongrenzspannung aus der Gleichung:

$$F_b = \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} = 900.$$

Diese Beziehung ergibt, nach σ_b aufgelöst, folgende quadratische Gleichung für σ_b:

$$\sigma_b^2 - \sigma_b \cdot \left(\frac{\sigma_{es}}{n} + \frac{P_1 + P_2}{900}\right) + \frac{P_2}{900} \cdot \frac{\sigma_{es}}{n} = 0.$$

Hieraus erhält man die praktische Betongrenzspannung zu:

(12) $$\sigma_{bg} = D - \sqrt{D^2 - \frac{P_2}{900} \cdot \frac{\sigma_{es}}{n}}; \quad \text{hierin ist: } D = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{es}}{n} + \frac{P_1 + P_2}{900}\right).$$

(praktische Betongrenzspannung)

Es ist also nicht immer möglich, eine gegebene hohe Betonspannung auszunützen. Will man die Mindestabmessungen für eine steif bewehrte Stütze finden, so kann man entweder F_b mit 900 cm² annehmen und F_{es} mit Formel (7) bestimmen, oder man kann σ_{bg} mit Formel (12) ermitteln und F_{es} nach Formel (9) berechnen. Beide Ergebnisse müssen natürlich übereinstimmen.

Zusammenfassend gilt für den allgemeinsten Bemessungsfall der Ermittlung der Bewehrung und der Betonabmessungen folgendes Verfahren:

Zunächst ist festzustellen, ob die gegebene zulässige Betonspannung σ_{bzul} ausgenützt werden kann. Zu diesem Zwecke ist nach Formel (12) die praktische Betongrenzspannung σ_{bg} zu bestimmen. Ist diese Betongrenzspannung σ_{bg} kleiner als die gegebene zulässige Betonspannung σ_{bzul}, so kann letztere nicht ausgenützt werden. Mit dem kleineren dieser beiden Werte ist dann die Bemessung nach folgenden Formeln durchzuführen:

(13) $$F_{es} = \frac{P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b}$$

(14) $$F_b = \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b}.$$

In beiden Formeln ist für σ_b der kleinere der beiden Werte σ_{bzul} beziehungsweise σ_{bg} (12) einzusetzen.

c) Wirtschaftliche Bemessung.

Aus den Entwurfsformeln, sowie aus allgemeinen Erwägungen geht hervor, daß man das gegenseitige Verhältnis der in einem steif bewehrten Verbundquerschnitt vorhandenen Massen von Stahl und Beton bis zu einem gewissen Grade willkürlich regeln kann, d. h. man kann Eisen sparen und Beton zugeben und umgekehrt. Der eine Extremfall tritt dann ein, wenn man die Betonspannung σ_b groß wählt; man erhält alsdann zuviel Eisen F_{es}. Der andere Grenzfall ergibt sich, wenn man σ_b niedrig wählt; man bekommt dann wenig Eisen und zuviel Beton. Zwischen diesen Grenzfällen gibt es eine Betonspannung σ_b, bei der die verbrauchten Mengen an Eisen und Beton gerade so ausgeglichen sind, daß die Kosten des Querschnittes möglichst gering werden. Diese wirtschaftliche Betonspannung, deren Kenntnis für ein rationelles Bemessen unerläßlich ist, soll jetzt gesucht werden.

Vernachlässigt man wie bisher die an sich unbedeutende Rundeisenbewehrung, so gilt die Bedingung:

$$F_{es} \cdot K_s + F_b \cdot K_b = \text{Minimum.}$$

Hierin bedeuten F_{es} den Profileisenquerschnitt, F_b den Betonquerschnitt, K_s und K_b die Einheitskosten für Stahl und Beton. Bezeichnet man das Verhältnis $\frac{K_s}{K_b}$ mit K, so muß auch sein:

$$K \cdot F_{es} + F_b = \text{Minimum.}$$

In diese Gleichung werden für F_{es} und F_b die Werte der Formeln (13) und (14) eingesetzt:

$$K \cdot \frac{P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} + \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} = \text{Min. oder:}$$

$$(K - n) \cdot \frac{P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} + \frac{P_2}{\sigma_b} = \text{Min.}$$

Die wirtschaftliche Betonspannung wird erhalten durch Differentiation obiger Gleichung nach σ_b und durch Nullsetzen der sich ergebenden neuen Gleichung:

$$\frac{d\,\text{Min.}}{d\,\sigma_b} = (K - n) \cdot \frac{n \cdot P_1}{(\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b)^2} - \frac{P_2}{\sigma_b^2} = 0.$$

Die weitere Entwicklung führt auf folgende quadratische Gleichung für σ_b:

$$\sigma_b^2 - \frac{2\,\sigma_b \cdot \sigma_{es}}{n - (K - n) \cdot \frac{P_1}{P_2}} + \frac{\sigma_{es}^2}{n \cdot \left(n - (K - n) \cdot \frac{P_1}{P_2}\right)} = 0.$$

Man setzt: $C = n - (K - n) \cdot \frac{P_1}{P_2} = n \cdot \left(1 - \left(\frac{K}{n} - 1\right) \cdot \frac{P_1}{P_2}\right).$

Schließlich ergibt sich die wirtschaftliche Betonspannung:

$$(15) \quad \sigma_b = \frac{\sigma_{es}}{C} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{C}{n}}\right); \text{ wobei } C = n \cdot \left(1 - \left(\frac{K}{n} - 1\right) \cdot \frac{P_1}{P_2}\right).$$

Für die normalen Fälle im Hochbau — gewöhnlicher Baustahl St. 37, normaler Beton — ist: $\sigma_{es} = 1200$ kg/cm², $n = 15$ und $K =$ rd. 75. Dann erhält man für verschiedene Belastungsverhältnisse folgende wirtschaftliche Betonspannungen:

Für $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}7$ wird $C = 27$ und $\sigma_b = 30$ kg/cm².
„ $= 1{,}0$ „ „ $= 45$ „ „ $= 27$ „
„ „ $= 1{,}3$ „ „ $= 63$ „ „ $= 24$ „

Aus obigem erkennt man, daß eine Änderung des Wertes C das Ergebnis nicht stark beeinflußt. Folglich hat auch eine Variation des Kostenverhältnisses K, soferne diese sich in mäßigen, praktisch möglichen Grenzen bewegt, keinen großen Einfluß, da K nur in C vorkommt. Da zudem die Kostenänderungen in der Nähe des Kostenkleinstwertes unbedeutend sind, so hat eine übergroße Genauigkeit in der Berechnung von σ_b keinen Zweck. Da es außerdem erwünscht ist, die Betonabmessungen klein zu halten und eine solche Ersparnis an Säulenquerschnitt auch einen in obiger Ableitung nicht berücksichtigten Raumgewinn darstellt, so empfiehlt es sich, die oben angegebenen Werte etwas nach oben abzurunden und als Mittelwert $\sigma_b = 30$ kg/cm² zu nehmen. Man erhält also das interessante Ergebnis, daß bei Verwendung von St. 37 mit einer zulässigen Spannung von $\sigma_{es} = 1200$ kg/cm² die Betonspannung σ_b aus rein wirtschaftlichen Gründen nur zu etwa 30 kg/cm² anzunehmen ist.

Dieses Ergebnis ist sehr wichtig und besitzt auch eine große praktische Bedeutung. Dadurch, daß es wirtschaftlich unzweckmäßig ist — bei Verwendung von normalem Baustahl St. 37 —, die Betonspannung über 30 kg/cm² hinaufzutreiben, wird auch verhindert, daß der Betonquerschnitt zur Aufnahme der steifen und schlaffen Bewehrung zu klein wird. Es bleibt also bei wirtschaftlicher Dimensionierung einmal ein gewisser nicht zu großer Bewehrungsprozentsatz gewahrt, andererseits wird von selbst für eine genügende Umhüllung und Überdeckung der Eisen gesorgt.

Die Tatsache, daß bei den normalen Hochbaustützen aus St. 37 die wirtschaftliche Betonspannung nur zu etwa 30 kg/cm² anzunehmen ist, hat auch für den Bauvorgang eine besondere Bedeutung. Da das Ausbetonieren eines Stahlskelettes, sowie die Herstellung der Massivdecken viel Zeit in Anspruch nimmt, so besteht ohne Anwendung einer kostspieligen Vorbelastung oder Anordnung von umständlichen Abstellungen an sich keine Möglichkeit, das gesamte Eigengewicht des Baues lediglich auf den Profileisenquerschnitt der Stützen zu übertragen. Vielmehr werden einige Zeit nach erfolgter Betonierung der Stützen diese bereits als Verbundquerschnitt statisch in Wirksamkeit treten, während noch der Betonierbetrieb in den oberen Geschossen weiter vor sich geht. Dies hat zur Folge, daß besonders bei schnell erhärtendem Beton und langsamem Baubetrieb in dem Verhältnis der Lasten P_1 zu P_2 eine Verschiebung eintritt, derart, daß ein Teil der Last P_1 zu P_2 wandert. Dies hat bei gleichbleibendem Querschnitt zur Folge, daß die Betonspannung sich erhöht:

$$\sigma_b = \frac{P_2 + \Delta P_1}{F_b + n \cdot F_{es}}$$ und die Eisenspannung abnimmt:

$$\sigma_{es} = \frac{P_1 - \Delta P_1}{F_{es}} + \frac{n \cdot (P_2 + \Delta P_1)}{F_b + n \cdot F_{es}}.$$

Die Abnahme von σ_{es} ist jedoch bedeutend geringer als die Zunahme von σ_b. Da nun die ursprüngliche Betonspannung mit $\sigma_b = 30$ kg/cm² an sich niedrig ist, so bringt eine Erhöhung derselben durch Veränderung der Lastanteile P_1 und P_2 durch den Bauvorgang keine Gefahr für die Säule mit sich, zumal die Spannung in den Profileisen sinkt.

Daraus ergibt sich als wichtige praktische Folgerung, daß bei steif bewehrten Skelettbauten, deren Stützen nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten bemessen sind, eine Vorbelastung entfallen kann.

Konstruktive Ausbildung.

Bei den einbetonierten Hochbaustützen werden die Lasten P_2 infolge des monolithischen Zusammenhangs zwischen Stützen und Unterzügen z. T. direkt in den Profilkern z. T. auch unmittelbar in den Beton übergeleitet. Daher wird bei solchen rein zentrisch beanspruchten Druckgliedern die Haftung zwischen Beton und Eisen nicht in dem Maße zur inneren Spannungsübertragung herangezogen als etwa bei Bauteilen, die auf Biegung beansprucht werden und bei denen die Haftung von überragender Bedeutung ist. Trotzdem ist es natürlich erforderlich, auch bei den gedrückten steif bewehrten Stützen für eine möglichst gute Verbundwirkung zu sorgen. Als steife Bewehrung sind daher nur solche Profileisenquerschnitte am Platze, die den Betonquerschnitt nicht übermäßig zerschneiden und die außerdem eine genügend große Oberfläche besitzen. Dieser Forderung würden am besten vier Winkel entsprechen. Doch ist die Konstruktion der Stützen aus vier Winkeleisen umständlich und erfordert eine Aussteifung der Winkel durch regelrechte Füllglieder, wodurch der Preis wesentlich erhöht wird. Auch würde diese Anordnung eine gewisse Revolutionierung für den Stahlskelettbau bedeuten, und es ist nicht wahrscheinlich, daß sich eine Stahlbaufirma bereit finden wird, ein solches Skelett aufzustellen und von ihrer bisherigen bewährten Bauweise abzuweichen. Unter den erwähnten Gesichtspunkten ist eine normale Ausbildung der Stütze aus zwei U-Eisen die geeignetste. Wichtig ist, daß das Überdeckungsmaß der Flanschen mind. 5 cm beträgt und die beiden U-Eisen einen möglichst großen gegenseitigen Abstand erhalten. Die Bindebleche sollen wie bei gewöhnlichen Stahlstützen angeordnet werden. Die schlaffe Längsbewehrung wird außerhalb des von den U-Eisen umgrenzten Raumes verteilt und soll mind. 0,3 % vom Betonquerschnitt betragen. Auch soll als Durchmesser Ø 14 mm nicht unterschritten werden. Die schlaffen Bügel, deren Abstand nicht größer als der zwölffache Durchmesser der schlaffen Längseisen sein darf, sollen so angeordnet werden, daß sie im Verein mit den Bindeblechen der Profileisen eine gewisse Umschnürung des Betonkernquerschnittes bewirken. Der Beton soll möglichst in plastisch-flüssiger Konsistenz eingebracht und besonders gut verarbeitet werden, um in dem stark verbauten Querschnitt die Gefahr von Nesterbildung auszuschließen.

In dem nun folgenden Rechnungsbeispiel werden die entwickelten Bemessungs- und Berechnungsverfahren zahlenmäßig durchgeführt und erläutert.

Beispiel (Zentrischer Druck).

Das Beispiel ist einem vom Verfasser entworfenen Stahlskelettbau in München entnommen.

Kellersäule. $h = 4{,}00$ m.

Last aus Eigengewicht der Stahlkonstruktion (einschließlich der Einbetonierung der Stützen), der Massivdecken und des Daches:	$P_1 = 80$ t
Fußbodenbeläge, Ausmauerungen, Nutzlasten:	$P_2 = 120$ t
	$P = 200$ t

Fall 1: Die äußeren Abmessungen der Stütze können beliebig, d. h. also möglichst wirtschaftlich gewählt werden.

σ_b wirtschaftlich = rd. 30 kg/cm²

nach Formel (13) ist: $F_{es} = \frac{P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} = \frac{80000}{1200 - 15 \cdot 30} = 106{,}5 \text{ cm}^2$

gewählt 2 U—28 mit $F_{es} = 106{,}6$ cm².

Nachprüfung der Knicksicherheit nach Formel (3):

$$\sigma_{es1} = \frac{\omega \cdot P_1}{F_{es}}; \quad \frac{h}{i} = \frac{400}{10{,}85} = 37; \quad \omega = 1{,}09$$

$$\sigma_{es1} = \frac{1{,}09 \cdot 80000}{106{,}6} = 818 < 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Nach Formel (14) ergibt sich der Betonquerschnitt zu:

$$F_b = \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} = \frac{120000}{30} - \frac{15 \cdot 80000}{1200 - 15 \cdot 30} = 4000 - 1600$$

$F_b = 2400$ cm²; gewählt 53/45 mit 2385 cm².

Die schlaffe Längsbewehrung erhält man nach Formel (8):

$$F_e = 0{,}003\, F_b = 0{,}003 \cdot 2385 = 7{,}2 \text{ cm}^2$$

gewählt aus praktischen Gründen: $F_e = 8 \varnothing 14$ mit 12,32 cm².
Bügel Ø 7 mm in $e = 12 \cdot 1{,}4$ = rd. 17 cm Abstand.

Die Bewehrung beträgt $\frac{106{,}6}{2385} = 4{,}5\,\%$ des Betonquerschnittes, ist also auch nach den Deutschen Eisenbetonbestimmungen noch zulässig.

Spannungsnachweis.

Der Spannungsnachweis soll hier sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung der schlaffen Bewehrung geführt werden:

Nach Formel (5) ergibt sich die Spannung in den Profileisen:

$$\sigma_{es} = \frac{P_1}{F_{es}} + \frac{n \cdot P_2}{F_b + n \cdot (F_{es} + F_e)} = \frac{80000}{106{,}6} + \frac{15 \cdot 120000}{2385 + 15 \cdot (106{,}6 + 12{,}32)}$$

$\sigma_{es} = 750 + 430 = 1180$ kg/cm², bezw.

$$\sigma_{es} = \frac{80000}{106{,}6} + \frac{15 \cdot 120000}{2385 + 15 \cdot 106{,}6} = 750 + 450 = 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Betonspannung erhält man nach Formel (6):

$$\sigma_b = \frac{P_2}{F_b + n \cdot (F_{es} + F_e)} = \frac{120000}{2385 + 15 \cdot (106{,}6 + 12{,}32)} = 28{,}7 \text{ kg/cm}^2$$

bezw. $\sigma_b = \frac{120000}{2385 + 15 \cdot 106{,}6} = 30{,}0$ kg/cm².

Verschiebung in den Lasten P_1 und P_2.

Es werde angenommen, daß der Säulenbeton in den unteren Geschossen bereits erhärtet ist, während in den oberen Geschossen noch betoniert wird. Für diesen Fall vermindere sich P_1 um 40 t auf 40 t, während P_2 um denselben Betrag auf 160 t ansteige. Dann sinkt (bei Vernachlässigung der Rundeisenbewehrung) σ_{es} von 1180 kg/cm² auf:

$$\sigma_{es} = \frac{40000}{106{,}6} + \frac{15 \cdot 160000}{2385 + 15 \cdot 106{,}6} = 375 + 600 = 975 \text{ kg/cm}^2$$

während die Betonspannung von 30,0 kg/cm² steigt auf:

$$\sigma_b = \frac{160000}{2385 + 15 \cdot 106{,}6} = 40{,}0 \text{ kg/cm}^2.$$

Für den extremen Fall, daß P_1 zu 0 wird und demgemäß P_2 auf 200 t ansteigt, erhält man:

$$\sigma_{es} = 750 \text{ kg/cm}^2 \text{ und } \sigma_b = 50{,}0 \text{ kg/cm}^2.$$

Hieraus erkennt man, daß infolge der niederen (wirtschaftlichen!) Wahl der ursprünglichen Betonspannung mit $\sigma_b = 30$ kg/cm² auch eine andere Lastverteilung von P_1 und P_2 die Säule nicht zu gefährden vermag und somit eine Vorbelastung entfallen kann.

Fall II: Die äußeren Betonabmessungen der Stütze seien vom Architekten auf 40/40 cm beschränkt. Wegen beschränkter Bauzeit werde hochwertiger Zement gewählt. Dann ist $\sigma_{bzul} = 45$ kg/cm².

Der Betonquerschnitt beträgt: $F_b = 40 \cdot 40 = 1600$ cm².

Das Kriterium, ob beschränkte oder reichliche Konstruktionsstärke, lautet nach Formel (10):

$$F_b \gtreqless \frac{P_2}{\sigma_b} - \frac{n \cdot P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} \quad \begin{cases} \text{reichliche Konstruktionsstärke} \\ \text{beschränkte} \quad \text{„} \end{cases}$$

$$1600 \gtreqless \frac{120000}{45} - \frac{15 \cdot 80000}{1200 - 15 \cdot 45} = 2665 - 2285 = 380$$

$1600 > 380$; daher liegt reichliche Konstruktionsstärke vor. Daher ergibt sich F_{es} nach Formel (7):

$$F_{es} = -A + \sqrt{A^2 + \frac{P_1 \cdot F_b}{\sigma_{es} \cdot n}}; \quad \text{worin } A = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{F_b}{n} - \frac{P_1 + P_2}{\sigma_{es}}\right)$$

Dann erhält man: $A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1600}{15} - \frac{80000 + 120000}{1200}\right) = -30{,}0$

und $$F_{es} = -30 + \sqrt{30^2 + \frac{80000 \cdot 1600}{1200 \cdot 15}} = 119{,}5 \text{ cm}^2$$

gewählt 2 U-30 mit 117,6 cm²; $F_e = 8$ Ø 14 mm; Bügel Ø 7 mm in $e = 17$ cm.

Nachprüfung der Betonspannung nach Formel (6):

$$\sigma_b = \frac{P_2}{F_b + n \cdot F_{es}} = \frac{120000}{1600 + 15 \cdot 117{,}6} = 35{,}7 \text{ kg/cm}^2.$$

Fall III: Die äußeren Abmessungen der Stütze sollen so klein als irgend möglich gewählt werden. Es wird hochwertiger Beton mit $\sigma_{bzul} = 60$ kg/cm² verwendet.

Zunächst ist festzustellen, welche größte Betonspannung überhaupt erreicht werden kann. Die praktische Betongrenzspannung ergibt sich nach Formel (12):

$$\sigma_{bg} = D - \sqrt{D^2 - \frac{P_2}{900} \cdot \frac{\sigma_{es}}{n}}; \quad \text{worin } D = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{es}}{n} + \frac{P_1 + P_2}{900}\right)$$

$$D = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{1200}{15} + \frac{80000 + 120000}{900}\right) = 151$$

$$\sigma_{bg} = 151 - \sqrt{151^2 - \frac{120000}{900} \cdot \frac{1200}{15}} = 41 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Eisenquerschnitt ergibt sich dann nach Formel (13) zu:

$$F_{es} = \frac{P_1}{\sigma_{es} - n \cdot \sigma_b} = \frac{80000}{1200 - 15 \cdot 41} = 136{,}8 \text{ cm}^2.$$

Man kann natürlich auch so vorgehen, daß man F_b mit 900 cm² annimmt und F_{es} mit Formel (7) ermittelt:

$$A = \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{900}{15} - \frac{200000}{1200}\right) = -53{,}4$$

$$F_{es} = 53{,}4 + \sqrt{53{,}4^2 + \frac{80000 \cdot 900}{1200 \cdot 15}} = 136{,}8 \text{ cm}^2.$$

Es ergibt sich also, wie natürlich, für F_{es} der gleiche Wert wie bei dem anderen Verfahren.

Gewählt:	2 Flacheisen 20/200 mm	=	80,0 cm²
	4 Winkel 75/75/10 mm	=	56,4 „
			136,4 cm²

Im folgenden sind die nach den drei untersuchten Fällen sich ergebenden Querschnitte aufgezeichnet. Man erkennt, daß es beim Querschnitt III mit

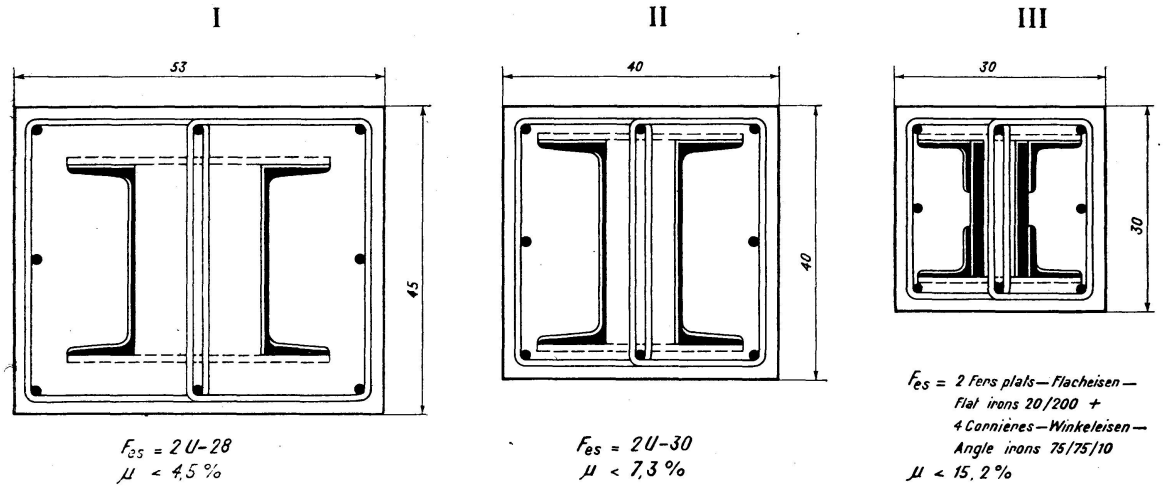

Fig. 2.

der hohen Betonspannung schon schwierig wird, die Bewehrung einwandfrei unterzubringen. Die bereits mehrfach erwähnte Unzweckmäßigkeit hoher Betonspannungen bei Verwendung von St. 37 als Bewehrung wird hier also auch praktisch vor Augen geführt.

Zusammenfassung.

In der letzten Zeit hat sich in steigendem Maße die Erkenntnis durchgesetzt, daß die Einbetonierung von Stahlstützen ein sehr wirksames Mittel ist, um an Stahl zu sparen und die Konstruktion wirtschaftlicher zu gestalten. Hinzu kommt, daß die Einbetonierung die Forderungen des Rost- und

Feuerschutzes aufs Beste erfüllt. In der vorliegenden Arbeit werden nun einfache, für die Praxis geeignete Verfahren für die Berechnung und Bemessung solcher Stützen mitgeteilt, wobei die vorliegenden Versuchsergebnisse besondere Berücksichtigung fanden. Aus den entwickelten Entwurfs- und Bemessungsformeln, sowie aus allgemeinen Erwägungen geht hervor, daß man das gegenseitige Verhältnis der in einem steif bewehrten Verbundquerschnitt vorhandenen Massen von Stahl und Beton bis zu einem gewissen Grade willkürlich regeln kann, d. h. man kann an Eisen sparen, Beton zugeben und umgekehrt. Zwischen den Extremfällen gibt es eine Betonspannung σ_b, bei der die verbrauchten Mengen an Eisen und Beton gerade so ausgeglichen sind, daß die Kosten des Querschnittes möglichst gering werden. Diese wirtschaftliche Betonspannung erhält man bei Verwendung von gewöhnlichem Baustahl St 37 mit einer zulässigen Spannung $\sigma_{es} = 1200$ kg/cm² zu $\sigma_b = 30$ kg/cm². Dieses Ergebnis ist sehr wichtig und besitzt eine große praktische Bedeutung. Durch diese verhältnismäßig niedrige Betonspannung wird einmal verhindert, daß der Betonquerschnitt zur Aufnahme der steifen und schlaffen Bewehrung zu klein wird, und es bleibt von selbst ein gewisser nicht zu großer Bewehrungsprozentsatz gewahrt. Da ferner die Ausbetonierung eines Stahlskeletts sowie die Herstellung der massiven Decken viel Zeit in Anspruch nimmt, so besteht ohne Anwendung einer kostspieligen Vorbelastung oder Anordnung von umständlichen Abstellungen an sich keine Möglichkeit, das gesamte Eigengewicht des Baues wie beabsichtigt lediglich auf den Profileisenquerschnitt der Stützen zu übertragen. Verfolgt man diese durch den Bauvorgang eintretende Verschiebung in den den Profileisenquerschnitt bzw. Verbundquerschnitt beanspruchenden Lasten, so erhält man im ungünstigen Fall eine Erhöhung der Betonspannung σ_b und eine Verminderung der Eisenspannung σ_{es}. Da nun die wirtschaftliche Betonspannung $\sigma_b = 30$ kg/cm² an sich niedrig ist, so bringt die durch den Bauvorgang eintretende Erhöhung derselben keine Gefahr für die Säule mit sich, zumal die Spannung in den Profileisen sinkt. Daraus ergibt sich als wichtige praktische Folgerung, daß bei steif bewehrten Skelettbauten, deren Stützen nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten bemessen sind, eine Vorbelastung, wie sie etwa bei den steif bewehrten Bogenbrücken der Bauweise Melan-Spangenberg üblich ist, entfallen kann.

Résumé.

Au cours de ces dernières années, on s'est rendu compte d'une manière de plus en plus nette du fait que l'enrobage des appuis métalliques dans le béton constitue un moyen très intéressant pour réaliser des économies de métal et réduire le prix de revient des constructions. Il faut ajouter en outre que cette méthode répond aux exigences de la protection contre la rouille et contre le feu. Le présent mémoire a pour but d'exposer des méthodes simples et pratiques pour le calcul et la détermination des dimensions de tels appuis, méthodes qui tiennent un large compte des résultats expérimentaux déjà acquis. Des formules de calcul qui ont été mises au point, ainsi d'ailleurs que de considérations générales, il ressort que l'on peut régler à volonté, dans une certaine mesure tout au moins, les proportions réciproques d'acier et de béton rentrant dans une section comportant des armatures rigides, c'est-à-dire que l'on peut forcer sur le béton, pour économiser l'acier et inversement.

Entre les cas extrêmes, il existe une contrainte σ_b dans le béton pour laquelle les proportions de béton et d'acier emloyées s'équilibrent réciproquement de manière telle que l'on réalise la section de prix minimum. On peut arriver à cette contrainte économique du béton en employant l'acier de construction ordinaire St 37 sous une contrainte admissible $\sigma_{es} = 1200$ kg/cm², pour $\sigma_b = 30$ kg/cm². Ce résultat est très intéressant et présente une grosse importance pratique. L'adoption pour le béton de cette contrainte relativement faible permet d'éviter que la section du béton ne soit trop faible pour recevoir une armature rigide ou non rigide et assure un pourcentage d'armature non excessif. Comme, en outre, le bétonnage de la charpente métallique et des planchers massifs exige beaucoup de temps, si l'on ne fait pas appel à une charge préliminaire dont la mise en oeuvre est coûteuse ou à des dispositifs particuliers de réserves, on n'a alors aucune possibilité de faire supporter le poids total propre de la construction, comme on peut l'envisager, par le métal des appuis lui-même. Si l'on reporte alors la déformation provoquée par la construction elle-même sur les charges auxquelles sont soumises la section du métal ou la section mixte d'enrobage et de métal, on obtient, dans le cas le plus défavorable, une augmentation de la contrainte σ_b dans le béton et une réduction de la contrainte dans le fer σ_{es}. Or, la contrainte économique $\sigma_b = 30$ kg/cm² est faible par elle-même, de sorte que la majoration introduite du fait de la construction elle-même n'apporte aucun risque pour les poteaux, la contrainte dans les profilés étant par ailleurs diminuée. La conclusion pratique de ce qui précède est que dans les charpentes métalliques rigides dont les appuis sont calculées d'après des considérations économiques, on peut supprimer la charge préliminaire à laquelle il est courant de faire appel pour la construction des ponts en arc à armatures rigides suivant le système MELAN-SPANGENBERG.

Summary.

Recently it has become more and more recognised that a very effective means of obtaining a saving in steel and making construction more economical is to encase the steel supports in concrete. Such encasing serves in addition as an excellent protection against rust and fire. In the present paper mention is made of simple methods, suitable for using in practice, for calculating and dimensioning such supports, particular consideration being paid to the test results here given. From the formulae developed for designing and dimensioning, and also from general considerations, it follows that the interdependence of the masses of steel and concrete in a compound cross-section can be regulated to a certain degree, i. e. steel can be saved, concrete added, and vice versa. Between the extreme cases there is a certain stress σ_b in the concrete, at which the quantities of steel and concrete are exactly in such a proportion that the cost of the cross-section is the lowest possible. This economical stressing of the concrete is obtained, when using ordinary structural steel St 37 with a permissible stressing $\sigma_{es} = 1200$ kg/cm², with $\sigma_b = 30$ kg/cm². The result is very important and of great practical significance. The comparatively low stressing allowed for the concrete prevents on the one hand the cross-section of the concrete being too small for taking the rigid and slack reinforcements, and a certain percentage of reinforcement — which is not too large naturally remains ensured. Further, since the encasing of a steel framing in concrete, and also the construction of the heavy ceilings, require much time, there is in itself no possibility of

carrying the whole dead weight of the building as intended solely on the cross-section of the steel supports, without adopting a costly method of preliminary loading or other complicated remedies. If the changes which take place during construction in the loads stressing the cross-section of the structural steel or of the compound section are followed up, it will be found that there is an increase in the stressing σ_b of the concrete and a reduction in the stressing σ_{es} of the steel work. But since the economical stressing of the concrete, $\sigma_b = 30$ kg/cm², is in any case low, any increase caused in it during the progress of the building entails no danger to the columns as long as the stressing in the steel work falls. From this the important practical conclusion may be drawn, that in a steel framework with stiff reinforcement and with the dimensions of the supports based on economical considerations, it is unnecessary to adopt a preliminary loading, such as is usual, for example, in arched bridges with stiff reinforcement of the MELAN-SPANGENBERG type.