

Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 1 (1932)

Artikel: Über die Sicherheit des einfach bewehrten Eisenbeton-Rechteckbalkens
Autor: Stüssi, Fritz
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-738>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 29.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ÜBER DIE SICHERHEIT DES EINFACH BEWEHRTEN EISENBETON-RECHTECKBALKENS

LA SÉCURITÉ DE LA POUTRE RECTANGULAIRE EN BÉTON
A ARMATURE SIMPLE

THE SAFETY OF SIMPLY REINFORCED RECTANGULAR BEAMS

Dr. sc. techn. FRITZ STÜSSI,
Zürich.

1. Spannungsverteilung und Rechnungsgrundlagen.

In einem Eisenbetonbalken mit Querschnitt nach Abb. 1 a sind die Längsspannungen infolge eines Biegmomentes M allgemein bestimbar, sobald die Spannungsdehnungsdiagramme des Betons und des Bewehrungs-

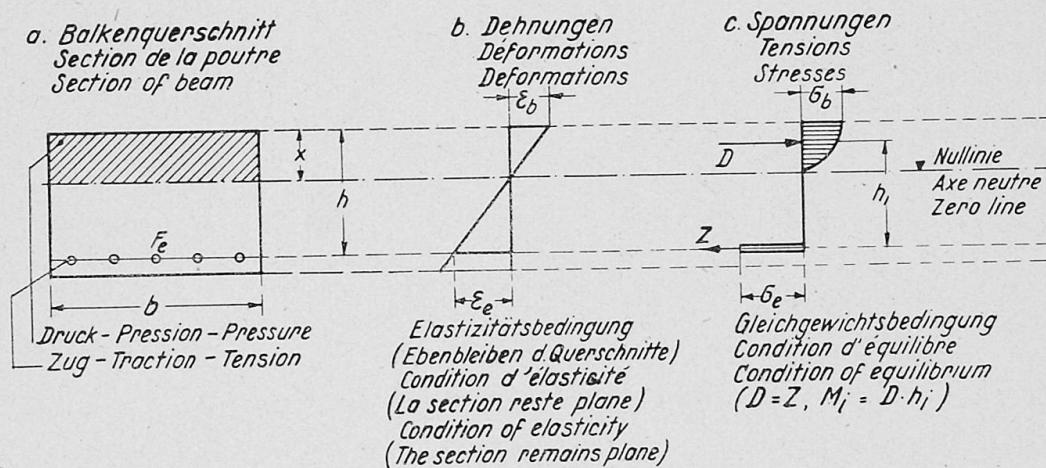


Fig. 1.

materials bekannt sind. Im allgemeinen wird man den Nulllinienabstand x für eine frei gewählte Randspannung σ_b oder σ_e schätzen müssen und diese Schätzung solange verbessern, bis die Gleichgewichtsbedingung

$$\underline{D = Z} \quad (1)$$

erfüllt ist. Diese Berechnung ist solange zu wiederholen, bis das innere Moment M_i

$$\underline{M_i = D \cdot h_i = Z \cdot h_i} \quad (2)$$

mit dem gegebenen äußeren Moment M übereinstimmt. Dieses Verfahren liefert mit verhältnismäßig großem Zeitaufwand die Beanspruchungen von Beton und Eisen bei beliebiger Größe des angreifenden Momentes.

Bei jedem Querschnitt interessiert uns in erster Linie derjenige Wert des Biegunsmomentes, unter welchem der Balken zerstört wird, also der Wert des Bruchmomentes M_B . Für jedes Moment $M < M_B$ kann damit die Sicherheit gegen Bruch

$$\underline{s_B = \frac{M_B}{M}} \quad (3)$$

eindeutig angegeben werden.

Die nachfolgende Untersuchung hat die Bestimmung des Bruchmomentes M_B für einseitig bewehrte Rechteckquerschnitte zum Ziel, die sich für die überwiegende Mehrzahl der praktisch vorkommenden Fälle äußerst einfach durchführen lässt. Wir führen diese Untersuchungen für zwei Betonsorten

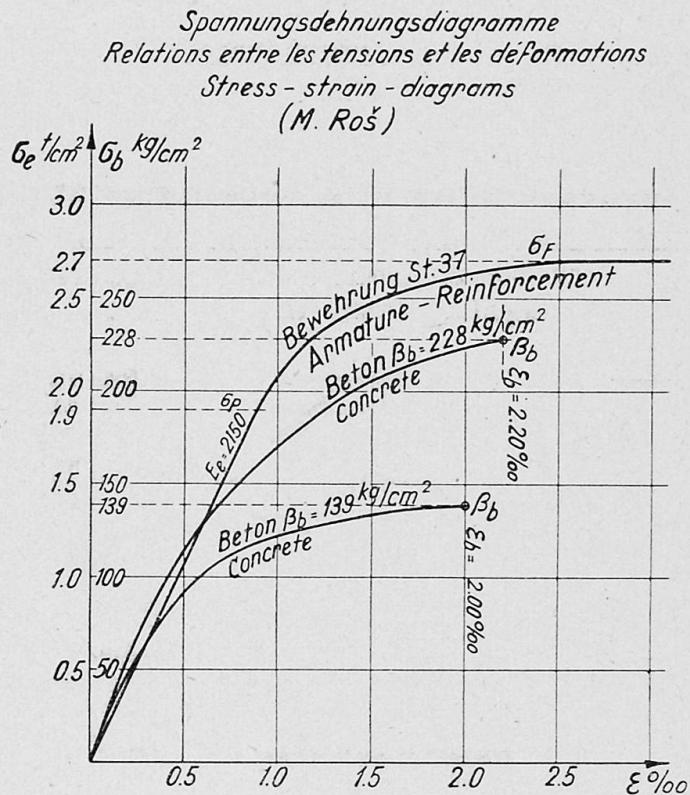


Fig. 2.

mit Prismendruckfestigkeiten von 139, bzw. 228 kg/cm² und einer Bewehrung in normalem Flußeisen St. 37 durch. Die Spannungsdehnungsdiagramme dieser drei Materialien sind in Abb. 2 dargestellt¹⁾.

Da wir den Spannungszustand beim Bruch des Balkens untersuchen, einen Spannungszustand also, in dem die Zugfestigkeit des Betons bis in unmittelbare Nähe der Nulllinie, d. h. fast vollständig erschöpft ist, dürfen wir die Mitwirkung des Betons in der Zugzone vollständig vernachlässigen, ohne dabei einen nennenswerten Fehler zu begehen. Um die Untersuchung des

¹⁾ Entnommen aus: M. Roš: Coefficient d'équivalence $n = \frac{E_{\text{acier}}}{E_{\text{béton}}}$ et tensions admissibles du béton et de l'acier dans le béton armé.

Premier Congrès International du Béton et du Béton armé. Liège 1930.

Bruchzustandes für alle diejenigen Fälle rechnerisch zu vereinfachen, bei denen der Bruch durch Erreichen der Betondruckfestigkeit eintritt, führen wir zur Umschreibung der Betonspannungskurve die folgenden zwei Bezeichnungen ein (Abb. 3):

$$k_1 = \text{mittlere Druckbeanspruchung} \quad (4)$$

$$k_1 = \frac{D}{b \cdot x \cdot \beta_b} = \frac{f_b}{x \cdot \beta_h}$$

$$k_2 \cdot x = \text{Abstand der resultierenden Druckkraft } D \text{ von der Nulllinie.} \quad (5)$$

Die Vorzahlen k_1 und k_2 beziehen sich beide auf den Bruchzustand des Betons; sie sind charakteristische Festwerte des Beton-Spannungsdehnungsdiagrammes. Für die beiden in Abb. 2 dargestellten Betonarten betragen sie:

$$\begin{array}{lll} \text{für } \beta_b = 139 \text{ kg/cm}^2; & k_1 = 0,77, & k_2 = 0,59 \\ & 228 & 0,70, \quad 0,61. \end{array}$$

Als für den Bruch des Balkens maßgebende Betondruckfestigkeit führen wir die Prismendruckfestigkeit ein.

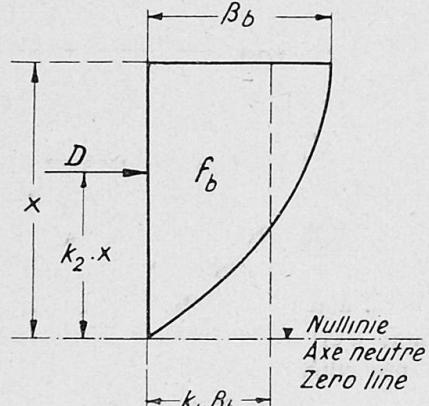


Fig. 3.

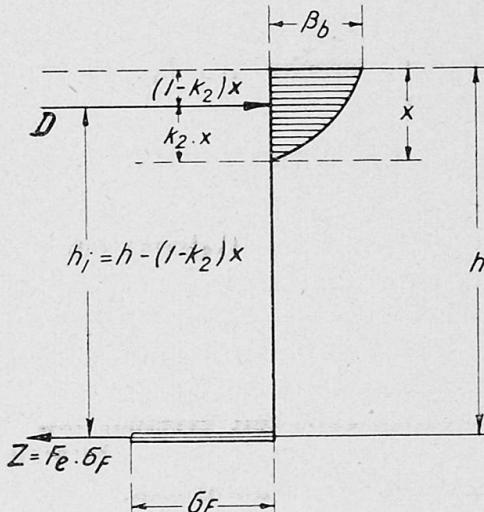


Fig. 4.

2. Die Eisenbeanspruchung im Bruchzustand.

Wir suchen zunächst die zu bestimmten Eisenbeanspruchungen im Bruchzustand zugehörigen Bewehrungsquerschnitte F_e . Die Gleichgewichtsbedingung Gl. (1) liefert uns

$$D = k_1 \cdot \beta_b \cdot x \cdot b = Z = F_e \cdot \sigma_e, \quad (1a)$$

woraus

$$F_e = \frac{k_1 \cdot \beta_b \cdot x \cdot b}{\sigma_e}. \quad (1b)$$

Nach Abb. 1 b beträgt der Nulllinienabstand x

$$x = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_e} \cdot h, \quad (6)$$

woraus in Verbindung mit Gl. (1b) der Bewehrungsquerschnitt F_e folgt

$$F_e = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_e} \cdot \frac{k_1 \cdot \beta_b}{\sigma_e} \cdot b \cdot h. \quad (7)$$

Die Berechnung charakteristischer Bewehrungsquerschnitte F_e für die in den Spannungsdehnungsdiagrammen der Abb. 2 dargestellten Materialien ist in Tabelle 1 durchgeführt.

Tabelle 1: Bewehrungsgrenzwerte.

Bewehrung St. 37			bei Beton mit		} plastischer Zustand der Bewehrung
Bewehrung erreicht im Bruchzustand die	σ_e t/cm ²	ε_e %	$\beta_b = 139$ kg/cm ²	$\beta_b = 228$ kg/cm ²	
			$\varepsilon_b = 2.00$ %	$\varepsilon_b = 2.20$ %	
Proportionalitätsgrenze	1.9	0.884	$F_e = 3.90 \frac{b \cdot h}{100}$	$F_e = 5.98 \frac{b \cdot h}{100}$	
Untere Fließgrenze	2.7	2.5	1.76	2.76	
Obere Fließgrenze	2.7	25 ²⁾	0.29	0.48	
Bruchgrenze	4.0	200	0.025	0.043	

Die Eisenbeanspruchung im Bruchzustand ist nur von der Größe des Bewehrungsquerschnittes F_e , ausgedrückt in Prozenten der Betonfläche $b \cdot h$, abhängig.

Bei Bewehrungsquerschnitten von 0,3 bis 1,8 $\frac{b \cdot h}{100}$ für den Beton mit $\beta_b = 139$ kg/cm², bzw. 0,5 bis 2,8 für Beton mit 228 kg/cm² Druckfestigkeit tritt der Bruch des Balkens beim plastischen Zustand der Bewehrung ein. Dieser Bereich umfaßt die praktisch wichtigen Verhältnisse. Größere Bewehrungsquerschnitte werden schon aus wirtschaftlichen Gründen nur in Ausnahmefällen vorgesehen werden. Bei kleinen Bewehrungsquerschnitten ist eine Verfestigung des Eisens möglich, bevor die Betondruckfestigkeit erreicht ist. Auch diese Fälle werden nur selten vorkommen. Wenn wir ihrer Untersuchung auch den plastischen Zustand der Bewehrung zu Grunde legen, bewegen wir uns dabei in Richtung einer vergrößerten Sicherheit, die mit Rücksicht auf die vorläufig nur oberflächliche Kenntnis des Verhaltens von Eisen oberhalb der Fließgrenze auch anzustreben ist.

Die Zerstörung des Balkens tritt nur bei sehr kleinen Bewehrungsquerschnitten, $F_e \leq 0,025$, bzw. 0,043 % von $b \cdot h$, durch Erreichen der Zugfestigkeit des Eisens ein. In allen andern Fällen ist sie nur durch Erreichen der Betondruckfestigkeit möglich.

3. Das Bruchmoment bei plastischer Bewehrung.

Sobald die Eisenspannung σ_e die Fließgrenze σ_F erreicht hat, ist eine Steigerung des Momentes $M_i = Z \cdot h_i$ nur noch durch Vergrößerung des inneren Hebelarmes h_i möglich. Infolge der stark anwachsenden Eisendehnungen muß sich die Nulllinie in Richtung einer Verkleinerung der Druckzone verschieben. Da mit Rücksicht auf die Gleichgewichtsbedingung Gl. (1) :

²⁾ Nach M. GRÜNING. Vergl. Bericht über die II. Internationale Tagung für Brücken- und Hochbau. Wien 1929. Seite 265.

$D = Z$ die Druckresultierende des Betons konstant bleiben muß, folgt aus der Verschiebung der Nulllinie ein rasches Anwachsen der Betonrandspannung bis zum Erreichen der Druckfestigkeit. Das Spannungsbild dieses Bruchzustandes wird durch die Gleichgewichtsbedingung allein³⁾ festgelegt (Abb. 4).

Setzen wir in Gl. (1 a) die Eisenspannung σ_e gleich der Fließspannung σ_F , so folgt der Nulllinienabstand x

$$x = \frac{F_e \cdot \sigma_F}{k_1 \cdot \beta_b \cdot b}, \quad (8)$$

woraus mit

$$h_i = h - (1 - k_2) x \quad (5a)$$

und mit der Abkürzung

$$k = \frac{1 - k_2}{k_1} \quad (9)$$

das Bruchmoment M_B^{pl} sich direkt anschreiben läßt:

$$\underline{M_B^{pl} = F_e \cdot \sigma_F \left(h - k \cdot \frac{F_e \cdot \sigma_F}{b \cdot \beta_b} \right)}. \quad (10)$$

Die Größe der Vorzahl k (Gl. 9) ist für verschiedene Betonarten nur in sehr geringem Maße veränderlich. Als Mittelwert für die beiden in Abb. 2 dargestellten Spannungsdehnungsdiagramme ergibt sich $k = 0,55$, ein Wert, der mit genügender Genauigkeit als allgemein gültig angenommen werden darf.

Die Gleichung (10) erlaubt die unmittelbare Bestimmung des Bruchmomentes M_B der Querschnitte mit im Bruchzustand plastischer Bewehrung. Sie zeigt auch insbesondere, daß der Einfluß der Betondruckfestigkeit auf die Größe des Bruchmomentes bei normalen Bewehrungsquerschnitten nur ein untergeordneter ist.

4. Das Bruchmoment bei elastischer Bewehrung.

Bei sehr großen Bewehrungsquerschnitten überschreitet nach Tabelle 1 die Eisenspannung auch im Bruchzustand die Proportionalitätsgrenze nicht. Da in diesen Fällen der Elastizitätsmodul E_e des Eisens konstant ist, folgt aus Abb. 1 b:

$$\sigma_e = E_e \cdot \varepsilon_e = E_e \cdot \varepsilon_b \cdot \frac{h - x}{x}, \quad (11)$$

woraus sich in Verbindung mit der Gleichgewichtsbedingung Gl. (1 a) eine quadratische Gleichung zur Bestimmung des Nulllinienabstandes x ergibt:

$$\underline{x^2 + \frac{F_e \cdot E_e \cdot \varepsilon_b}{k_1 \cdot \beta_b \cdot b} \cdot x - \frac{F_e \cdot E_e \cdot \varepsilon_b}{k_1 \cdot \beta_b \cdot b} \cdot h = 0}. \quad (12)$$

³⁾ Diese Erscheinung besitzt eine Analogie bei statisch unbestimmten Tragwerken aus Stahl. Vergl. M. GRÜNING: Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung. Berlin 1926. Z. B. Seite 22: „Der kritische Spannungszustand ist nur Gleichgewichtsbedingungen, keinen Elastizitätsbedingungen unterworfen.“

oder

$$x = \frac{F_e \cdot E_e \cdot \varepsilon_b}{2 k_1 \cdot \beta_b \cdot b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{4 k_1 \cdot \beta_b \cdot b \cdot h}{F_e \cdot E_e \cdot \varepsilon_b}} \right\}. \quad (12a)$$

Damit folgt aus Gl. (2) das Bruchmoment M_B^{el} bei elastischer Bewehrung:

$$M_B^{el} = D \cdot h_i = k_1 \cdot \beta_b \cdot b \cdot x \cdot \{h - (1 - k_2) \cdot x\}. \quad (13)$$

Setzen wir

$$\bar{n} = \frac{E_e \cdot \varepsilon_b}{\beta_b}, \quad (14)$$

so kann Gl. (12 a) noch etwas einfacher geschrieben werden:

$$x = \frac{\bar{n} \cdot F_e}{2 k_1 \cdot b} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{4 k_1 \cdot b \cdot h}{\bar{n} \cdot F_e}} \right\}. \quad (12b)$$

Bei linearer Verteilung der Betondruckspannungen ist $k_1 = 0,5$, womit Gl. (12 b) genau mit der üblichen Formel für x übereinstimmt.

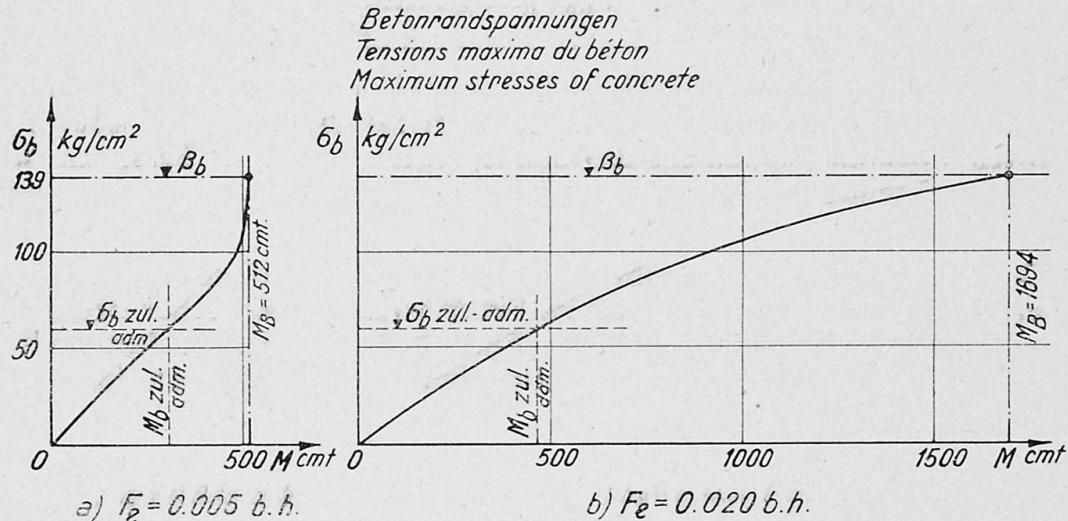


Fig. 5.

Liegt die Eisenspannung im Bruchzustand des Balkens zwischen der Proportionalitätsgrenze und der Fließgrenze, so kann das Bruchmoment M_B auf dem einleitend angedeuteten Wege der wiederholten Schätzung von x bestimmt werden.

5. Zulässige Beanspruchung und Sicherheit.

Der Zweck jeder baustatischen Untersuchung ist die Einhaltung einer bestimmten Mindestsicherheit bei der Ausführung von Baukonstruktionen. Diese Sicherheit wird heute ziemlich allgemein auf Grund der vorhandenen oder rechnerischen Beanspruchung infolge der Gebrauchslast oder vielmehr auf Grund des Verhältnisses dieser Beanspruchung zur Materialfestigkeit beurteilt. Eine derartige Beurteilung der Sicherheit setzt ein zur Belastung lineares Anwachsen der Beanspruchung bis zum Bruchzustand voraus und nimmt keine Rücksicht auf die in großem Spielraum möglichen Änderungen des Spannungsbildes bei wachsender Belastung.

In Abb. 5 a ist der Verlauf der Betondruckspannung bei bis zum Bruch wachsendem Biegmoments M in einem einseitig mit $F_e = 0,005 \cdot b \cdot h$ bewehrten Rechteckquerschnitt von $b = 100$ cm, $h = 20$ cm aus Beton mit 139 kg/cm^2 Druckfestigkeit dargestellt. In Abb. 5 b beträgt der Bewehrungsquerschnitt $0,020 \cdot b \cdot h$. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wurde nicht be-

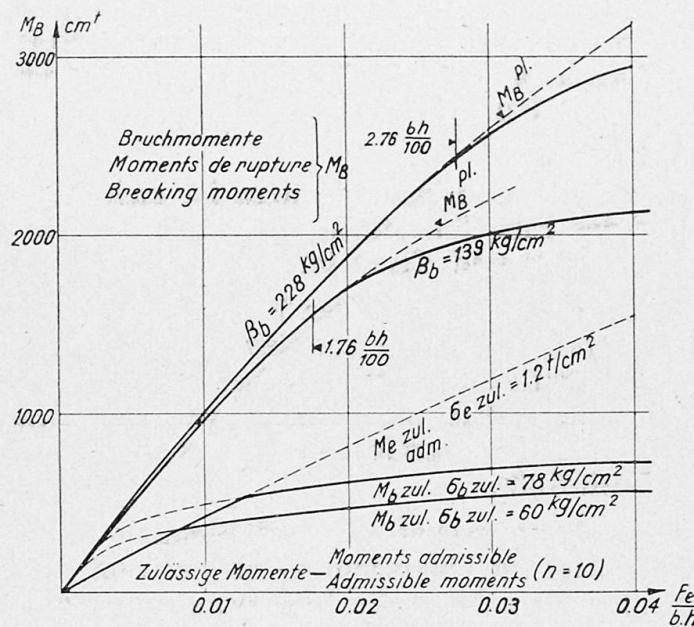


Fig. 6.

rücksichtigt. Aus der Gegenüberstellung der beiden Beispiele zeigt sich, daß das Verhältnis $\frac{M_B}{M_{b,zul.}}$, also die Sicherheit eines mit Rücksicht auf die zulässige Betonbeanspruchung bemessenen Eisenbetonbalkens je nach der

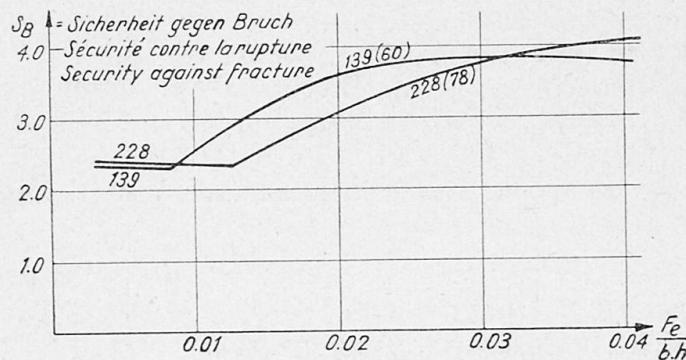


Fig. 7.

Größe der Bewehrung in weiten Grenzen schwankt, trotzdem die zulässige (oder vorhandene) Betonbeanspruchung in beiden Beispielen gleich groß ist.

In Abb. 6 sind, ebenfalls für einen Rechteckquerschnitt von $b = 100$ cm und $h = 20$ cm, die Bruchmomente M_B für die beiden Betonsorten mit 139 , bzw. 228 kg/cm^2 Druckfestigkeit und die nach dem neuen schweizerischen

Vorschriftenentwurf mit $n = 10$ ermittelten „zulässigen Momente“ bei wachsendem Bewehrungsquerschnitt dargestellt. Dabei wurde für den Beton mit 139 kg/cm^2 die für den „Normalbeton“ zulässige Betonspannung $\sigma_{b, zul.} = 60 \text{ kg/cm}^2$, für den Beton von 228 kg/cm^2 Festigkeit der für „hochwertigen Beton“ zulässige Wert $\sigma_{b, zul.} = 78 \text{ kg/cm}^2$ eingeführt.

Abb. 7 zeigt die Sicherheit gegen Bruch dieser auf Grund von zulässigen Beanspruchungen der Einzelbaustoffe bemessenen Querschnitte. Diese Sicherheit schwankt in den untersuchten Beispielen in einem Spielraum von etwa 2,3 bis etwa 4,1. Das heute übliche Bemessungsverfahren befriedigt somit die Forderung gleichmäßiger Sicherheit nicht.

Die Sicherheit von Verbundquerschnitten ist nicht linear abhängig von der Beanspruchung der Einzelbaustoffe. Sie kann nur auf Grund des Zusammenwirkens von Beton und Eisen im Bruchzustand beurteilt werden.

Eine ähnliche Erscheinung zeigt der Verlauf der Stabkräfte in statisch unbestimmten Fachwerken aus Stahl bei Belastungen, unter welchen in einzelnen Stäben die Proportionalitätsgrenze überschritten wird. Auch dort ist die Sicherheit des Tragwerkes nicht linear von der Beanspruchung des schwächsten Stabes abhängig, sondern wird von den Deformationsverhältnissen aller Stäbe beeinflußt.

Die übliche Berechnungsweise von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten liefert für Querschnitte mit auch im Bruchzustand elastischer Bewehrung, also für sehr große Bewehrungsquerschnitte (Tabelle 1), bei passend gewählter Wertigkeitszahl n Spannungsbilder, die sich von den tatsächlichen nur durch die Form der Betonspannungsverteilung unterscheiden. Nur in diesen Fällen, die allerdings praktisch kaum je vorkommen dürften, gibt das übliche Bemessungsverfahren Querschnitte, die die Forderung gleichmäßiger Sicherheit befriedigen können.

6. Schlußbemerkungen.

Die hier zur Bestimmung von M_B^{pl} aufgestellte Gleichung (10) gilt für Rechteckquerschnitte mit normaler Bewehrung bis $F_e = 0,018$, bzw. $0,028 \cdot b \cdot h$. Sie gilt auch streng für Plattenbalken, deren Plattenstärke mindestens gleich dem durch Gl. (8) festgelegten Wert des Nulllinienabstandes x ist. Bei Ausnahmefällen, deren Bruch nicht beim Fließzustand der Bewehrung eintritt und die durch Tabelle 1 umschrieben sind, kann das Bruchmoment M_B ebenfalls ohne Schwierigkeit ermittelt werden.

Es ist zu erwarten, daß die Bemessung von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten früher oder später auf Grund der Forderung nach gleichmäßiger Sicherheit durchgeführt werden wird, wobei künftige Bemessungsverfahren auf der Berechnung des Bruchmomentes und nicht mehr auf der Ermittlung von Beanspruchungen der Einzelbaustoffe aufgebaut sein werden. Eine derartige Entwicklung der Statik des Eisenbetonbaues wird mit ähnlichen Tendenzen im Stahlbau, die wir unter dem Begriff einer „Berücksichtigung der Plastizität“ zusammenfassen können, parallel gehen. In diesem Sinne möchte die vorliegende kleine Untersuchung als Beitrag zum gemeinsamen Weiterausbau von Eisenbeton- und Stahlbauweise aufgefaßt sein.

Zusammenfassung.

Bei einseitig bewehrten Betonbalken mit einem Eisenquerschnitt bis zu etwa $F_e = 2 \frac{bh}{100}$ (Fig. 1) bei Normalbeton (und darüber bei hochwertigem Beton) tritt der Bruch beim Fließzustand der Bewehrung ein. Für diesen „plastischen“ Bruchzustand wird die Elastizitätsbedingung hinfällig; die Größe des Bruchmomentes kann aus einer Gleichgewichtsbedingung allein bestimmt werden. Der Vergleich der Bruchmomente mit den „zulässigen“ Momenten des üblichen Bemessungsverfahrens führt zur Feststellung, daß die auf Grund zulässiger Beanspruchungen bemessenen Eisenbetonquerschnitte je nach der Größe des Bewehrungsquerschnittes stark veränderliche Sicherheit gegen Bruch aufweisen.

Résumé.

Les poutres en béton, armées seulement d'un côté avec une section d'armature d'environ $F_e = 2 \frac{bh}{100}$ (Fig. 1) en cas de béton normal (et d'avantage pour du béton de qualité supérieure) se rompent à la limite d'écoulement de l'armature. Les conditions d'élasticité ne sont plus valables pour cette phase de rupture „plastique“; la valeur du moment de rupture peut être déterminée au moyen d'une équation d'équilibre. En comparant les moments de rupture aux moments „admissibles“ calculés par les méthodes habituelles, on constate que les sections de béton armé dimensionnées à l'aide des efforts admissibles ont une sécurité de rupture très variable suivant la section de l'armature.

Summary.

In concrete beams reinforced on one side with a cross-sectional area of metal up to about $F_e = 2 \frac{bh}{100}$ (fig. 1) in the case of ordinary concrete and higher in the case of high-grade concrete, rupture occurs with yielding of the reinforcement. For this “plastic” state of rupture, the conditions of elasticity do not hold; the magnitude of the moment at rupture can be determined from a condition of equilibrium. Comparison of the moments at rupture with the “permissible” moments given by the usual methods of measurement, leads to the conclusion that reinforced concrete cross-sections with dimensions based on permissible stressing show very variable security against rupture according to the cross-sectional area of the reinforcement.

Leere Seite
Blank page
Page vide