

**Zeitschrift:** IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

**Band:** 1 (1932)

**Artikel:** Berechnung zentrisch und exzentrisch gedrückter Säulen

**Autor:** Frandsen, P.M.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-715>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BERECHNUNG ZENTRISCH UND EXZENTRISCH GEDRÜCKTER SÄULEN

CALCUL DES COLONNES SOLICITÉES PAR UNE CHARGE AXIALE  
OU EXCENTRIQUE

THE CALCULATION OF CENTRALLY AND ECCENTRICALLY  
LOADED COLUMNS

P. M. FRANDSEN,  
Professor an der Technischen Hochschule, Kopenhagen.

## A. Euler-Engesser'sche Säulenformel.

ENGESSER<sup>1)</sup> hat bekanntlich gezeigt, daß die Tragfähigkeit  $P$  einer zentrisch beanspruchten Säule mit konstantem Querschnitt  $F$ , Trägheitsmoment  $I$  und freien Länge  $l$  immer durch

$$P = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1)$$

angegeben werden kann.

Wenn das Säulenmaterial vollständig elastisch ist, bedeutet  $E$  in der Formel (1) die einer Säulenbruchspannung von  $\sigma = \frac{P}{F}$  entsprechende Tangentenneigung (Elastizitätsmodul)  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  im Spannungsdiagramme (für einen Druckversuch) des Materials  $\sigma = f(\varepsilon)$ . Speziell für Materialien, die dem Hooke'schen Gesetze  $\sigma = E\varepsilon$  gehorchen, gilt, daß  $E$  für alle Werte von  $\sigma$  konstant ist, und (1) wird dann zur Euler'schen Formel.

## B. Engesser-Kármán'sche Säulenformel.

Ist das Säulenmaterial unvollständig elastisch, muß, wie auch ENGESSER nachwies, für  $E$  in Formel (1) eingesetzt werden<sup>2)</sup>:

$$E = E_1 \frac{I_1}{I} + E_2 \frac{I_2}{I}, \quad (2)$$

wo  $E_1$  die der Säulenbruchspannung  $\sigma = \frac{P}{F}$  entsprechende Tangentenneigung  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon_1}$  ist (von dem Spannungsdiagramme (für Druck)  $\sigma = f(\varepsilon_1)$  für die totale Deformation des Materials deriviert), während  $E_2$  die derselben Span-

<sup>1)</sup> Zeitschrift d. hannov. Arch.- u. Ing.-Vereins, 1889, Bd. 35, Seite 455.

<sup>2)</sup> Schweizerische Bauzeitung 1895, Bd. 26, Seite 24. Zeitschrift d. Ver. deutscher Ing., 1898, Seite 927.

nung entsprechende Tangentenneigung  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon_2}$  ist (von dem Spannungsdiagramme  $\sigma = f(\varepsilon_2)$  für die elastische Deformation abgeleitet).

$I_1$  und  $I_2$  sind die Trägheitsmomente der (wegen einleitender Ausbiegung der Säule) mehrbelasteten, beziehungsweise entlasteten Teile des Querschnitts in Bezug auf die Trennungslinie der beiden Querschnittsteile, längs welcher Linie die Mittelspannung  $\sigma = \frac{P}{F}$  unverändert bleibt.

Die Formel (2) in Verbindung mit (1) ist auch von KARMAN<sup>3)</sup> angegeben, der auch die Richtigkeit der Formel durch Versuche mit Stahlsäulen rechteckigen Querschnitts nachgewiesen hat. In dieser Gestalt eignen sich die Formeln nicht unmittelbar für die praktische Anwendung. ENGESSER und andere<sup>4)</sup> haben versucht, diesem Mangel abzuhelfen, indem sie  $E$  empirisch durch Säulenversuche bestimmten.

Bequemer setzt man in Gleichung (2) als Annäherung  $E_2 = E_1$ , wodurch (2)  $E = E_1$  ergibt, und folglich Gleichung (1)

$$P = \frac{\pi^2 E_1 I}{l^2} \quad (3)$$

worin also  $E_1$  aus dem Spannungsdiagramme (für Druck) für die totale Deformation des Säulenmaterials hergeleitet wird.

Da  $E_2 > E_1$  ist, wird (3) kleinere (rechnerische) Werte für die Tragfähigkeit als (1) in Verbindung mit (2) ergeben, stimmt aber gut überein mit KARMAN's Versuchsresultaten (für Stahlsäulen) bis zur Fließgrenze hinauf. Nur für Spannungen zwischen der Fließgrenze und der Bruchgrenze müssen die genaueren Formeln angewendet werden. Da dieses Gebiet durchaus keine praktische Bedeutung hat, bildet Gleichung (3) eine gute Grundlage für praktische Säulenformeln.

### C. Empirische Säulenformeln.

Durch Division durch die Querschnittsfläche  $F$  der Säule in der Formel (3) erhält man für die Bruchspannung  $\sigma$  der Säule

$$\sigma = E_1 \left( \frac{\pi i}{l} \right)^2, \quad (4)$$

worin  $i$  der Trägheitshalbmesser des Querschnitts ist.

Die Steifigkeitszahl  $\left( \frac{\pi i}{l} \right)^2$  ist also gleich der Subtangente  $\varepsilon'$  im Spannungsdiagramm  $\sigma = f(\varepsilon_1)$  des Materials gemessen. Speziell für ein Hookesches Gebiet  $\sigma = E_1 \cdot \varepsilon_1$  ist die Subtangente gleich der Dehnung  $\varepsilon_1$ .

Um rechnerische Ausdrücke der Säulenbruchspannung  $\sigma$  aus Gleichung (4) zu erhalten, ist für jedes Material ein vom Spannungsdiagramm der totalen Deformation abgeleiteter Ausdruck für die Tangentenneigung  $E_1$  als Funktion von  $\sigma$  erforderlich.

Speziell für Eisenbeton hat W. RITTER<sup>5)</sup> schon längst einen bequemen Ausdruck für  $E_1$  angegeben.

<sup>3)</sup> TH. V. KARMAN: Untersuchungen über Knickfestigkeit (Dissert. 1908). Auch in Mitteilungen über Forschungsarbeiten aus dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 81, 1910.

<sup>4)</sup> WANSLEBEN, Eisenbau, 1919, S. 52.

<sup>5)</sup> Schweizerische Bauzeitung, 1899, Bd. 33, S. 60.

Als Verallgemeinerung hiervon lässt sich  $E_1$  für Materialien, deren Spannungsdiagramme anfangs, von Null an, dem Hooke'schen Gesetze gehorchen und nachher von der Proportionalitätsgrenze ( $\sigma_P$ ,  $\varepsilon_P$ ) aus krummlinig verlaufen bis zur Bruchgrenze (etwa wie Holz) oder Fließgrenze (etwa wie Bau-Stahl, Flußstahl), folgendermaßen ausdrücken<sup>6)</sup>

$$E_1 = E_P \frac{C_B - \sigma}{C_B - \frac{\sigma + \varphi \sigma_P}{1 + \varphi}}. \quad (5)$$

Im Hooke'schen Gebiete ist  $\varphi = 0$  und  $E_1 = E_P$  konstant.

Im krummlinigen Gebiete setzt man  $0 < \varphi < \infty$ .

$\sigma = C_B$  entspricht einem Punkte, in dem  $E_1 = 0$  ist.

Mit  $\sigma_P = 0$  gilt Formel (5) auch für Spannungsdiagramme, welche von Null aus krummlinig verlaufen. Speziell mit  $\varphi = \infty$  und  $\sigma_P = 0$  stimmt (5) mit dem Ritter'schen Ausdruck überein.

Als allgemeine Formel für die Säulenbruchspannung  $\sigma$  ergibt sich dann aus (4)

$$\sigma - \sigma_P = E_1 \left[ \left( \frac{\pi i}{l} \right)^2 - \varepsilon_P \right]$$

oder mit Einführung von  $E_1$  aus (5)

$$\sigma - \sigma_P = E_P \frac{C_B - \sigma}{C_B - \frac{\sigma + \varphi \sigma_P}{1 + \varphi}} \left[ \left( \frac{\pi i}{l} \right)^2 - \varepsilon_P \right].$$

Setzt man hierin  $\varepsilon_P = \frac{\sigma_P}{E_P}$  und  $\sigma_E = E_P \left( \frac{\pi i}{l} \right)^2$ ,

ergibt sich nach einigen Rechnungen<sup>6)</sup>:

$$\frac{\sigma_E - \sigma}{\sigma - \sigma_P} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \cdot \frac{\sigma - \sigma_P}{C_B - \sigma}. \quad (6)$$

Aus Formel (6) gehen zwei besonders einfache Hauptformen der Formeln für zentral beanspruchte Säulen hervor, nämlich:

mit  $\varphi = 0$  der EULER'sche Ausdruck

$$\sigma = \frac{\pi^2 E_P}{\left( \frac{l}{i} \right)^2} \quad \text{für } \sigma < \sigma_P \quad (7)$$

und mit  $\varphi = \infty$

$$\sigma = \frac{C_B - \frac{\sigma_P^2}{\pi^2 E_P} \left( \frac{l}{i} \right)^2}{1 + \frac{C_B - 2 \sigma_P \left( \frac{l}{i} \right)^2}{\pi^2 E_P}} \quad \text{für } \sigma > \sigma_P, \quad (8)$$

beide in üblicher Weise als Funktionen der Schlankheit  $\frac{l}{i}$  geschrieben<sup>7)</sup>.

<sup>6)</sup> P. M. FRANDSEN, Centralt belastede Søjler, Teknisk Forenings Tidsskrift, København (Kopenhagen) 1920, Seite 139—151.

<sup>7)</sup> Vergl. Formeln von H. KREÜGER. Teknisk Tidsskrift 1915. Afd. f. väg-och vattenbyggnadskonst Häfte 9.

Für ideale Säulen aus Materialien, die teilweise dem HOOKE-schen Gesetze gehorchen, braucht man (7) bei  $\sigma < \sigma_P$  und (8) bei  $\sigma > \sigma_P$ . Der Übergangspunkt  $\sigma = \sigma_P$  zwischen den Gültigkeitsgebieten der zwei genannten Formeln soll gerade die Proportionalitätsgrenze des Materials sein. Dies bestätigt sich schön durch die oben erwähnten Versuche KARMAN's mit Säulen aus Martinstahl. Bei diesen Säulenversuchen gelang es, die Zentrierungsverhältnisse sehr gut in Übereinstimmung mit denen der idealen Säule zu bringen. Für Säulen aus Materialien, deren Spannungsdiagramme von Null an krummlinig sind, ist  $\sigma_P = 0$  zu setzen, und Formel (8) gilt dann für alle Werte von  $\sigma$ .

$C_B$  in Formel (8) ist die Druckfließgrenze  $\sigma_F$  bei Baustahl (Flußstahl, Flußeisen), die Druckbruchgrenze  $\sigma_B$  bei Holz und auch die Druckbruchgrenze oder vielleicht eine etwas höhere Zahl bei Gußeisen, Eisenbeton und dergl.

Für praktische Säulen, wo die Zentrierung des Drucks, ebenso die Elastizität und Homogenität des Materials, sowie die prismatische Form der Säule unvollkommen sind, liegt der Übergangspunkt  $\sigma = \sigma_P$  zwischen den Gültigkeitsgebieten der Formel (8) und (7) immer niedriger als die Proportionalitätsgrenze im Spannungsdiagramm des Materials, und zwar desto niedriger, je mehr die erwähnten Mängel hervortreten.

Infolge der TETMAJER'schen Säulenversuche, deren Unvollkommenheiten als unnehmbarer Ausdruck für die Mängel praktischer Säulen betrachtet werden können, kann gesetzt werden:

$$\text{Baustahl (Flußstahl, Flußeisen)} \quad \sigma_P = \frac{1}{2} C_B = \frac{1}{2} \sigma_F$$

$$\text{Holz (Kiefer)} \quad \sigma_P = \frac{1}{3} C_B = \frac{1}{3} \sigma_B$$

$$\text{Gußeisen u. dergl.} \quad \sigma_P = 0.$$

Mit diesen Werten erhält man eine Reihe bekannter Säulenformeln durch Einsetzen in (8):

Stahlsäulen:

$$\sigma = \sigma_F \left( 1 - \frac{\sigma_F}{4 \pi^2 E_P} \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right),$$

also die JOHNSON-OSTENFELD'sche Parabelformel, brauchbar für  $\sigma > \frac{1}{2} \sigma_F$ , für  $\sigma < \frac{1}{2} \sigma_F$  durch die EULER'sche Formel (7) ersetzt.

Holzsäulen:

$$\sigma = \sigma_B \frac{1 - \frac{\sigma_B}{9 \pi^2 E_P} \left( \frac{l}{i} \right)^2}{1 + \frac{\sigma_B}{3 \pi^2 E_P} \left( \frac{l}{i} \right)^2},$$

brauchbar für  $\sigma > \frac{1}{3} \sigma_B$ , und für  $\sigma < \frac{1}{3} \sigma_B$  durch die EULER'sche Formel (7) ersetzt.

Gußeisensäulen u. a.:

$$\sigma = \frac{\sigma_B}{1 + \frac{\sigma_B}{\pi^2 E_P} \left( \frac{l}{i} \right)^2},$$

also die Formeln von GRASHOF, WINKLER, RANKINE und RITTER, brauchbar für alle Werte von  $\sigma$ .

Eine kleine, von A. OSTENFELD ausgeführte Versuchsreihe (siehe Danmarks naturvidenskabelige Samfunds Skrifter, Serie A, Nr. 16, 1928) scheint mir in diesem Zusammenhang von Interesse zu sein, weil die Druckfließgrenzen der Säulen einzeln angegeben sind.

Die Versuche behandelten vier Stahl-Säulen mit besonderer Profilform (schiefes Kreuz), die aus zwei Winkeleisen  $100 \times 100 \times 10$  mm mittels Querverbindungen zusammengesetzt waren. Material St. 37; Zugbruchgrenze  $3760 - 4025$  kg/cm<sup>2</sup> und Zugfließgrenze  $2505 - 2805$  kg/cm<sup>2</sup>.

Die Meßresultate sind unten wiedergegeben.

Säule Nr.	$F$ cm <sup>2</sup>	$l$ cm	$\frac{l}{i}$	$P$ t	$\sigma = \frac{P}{F}$ kg/cm <sup>2</sup>	$C_B = \sigma_F$ kg/cm <sup>2</sup>
1.	$2 \cdot 19,56$	257	69	86,2	2203	2920
2.	$2 \cdot 19,70$	257	69	87,4	2218	2905
3.	$2 \cdot 19,13$	398,6	107	60,8	1589	2955
4.	$2 \cdot 19,66$	398,6	104	67,0	1704	3325

$P$  sind die gemessenen Bruchlasten der Säulen,  $C_B = \sigma_F$  die gemessenen Druckfließgrenzen. Die Probestücke waren unbeschnittene Winkeleisenstücke von 15 cm Länge.

Bei Anwendung der Formel (8) auf diese Versuchsresultate muß zuerst die Größe von  $\sigma_P$  bestimmt werden. Wie oben erwähnt wurde, drückt  $\sigma_P$  die Güte der Zentrierung und den Vollkommenheitsgrad der Säule (als zentrische Säule) aus. Mit  $E_P = 2,1 \cdot 10^6$  kg/cm<sup>2</sup> ergibt sich für die Säulen 1 bzw. 2, 3 und 4:

$$\sigma_P = 0,322 \sigma_F, \quad \sigma_P = 0,341 \sigma_F, \quad \sigma_P = 0,341 \sigma_F \quad \text{und} \quad \sigma_P = 0,326 \sigma_F.$$

Mit der Mittelzahl  $\sigma_P = \frac{1}{3} \sigma_F$  erhält man natürlich aus Formel (8) eine gute Übereinstimmung mit den Meßresultaten.

Nr. 1:  $\sigma_F = 2920$  kg/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_P = \frac{1}{3} \cdot 2920 = 973$  kg/cm<sup>2</sup> und  $\sigma_E = 4412$  kg/cm<sup>2</sup>

$$\sigma = \frac{\frac{2920 - \frac{973^2}{4412}}{2920 - 1946}}{1 + \frac{4412}{4412}} = 2215 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{gemessen } 2203 \text{ kg/cm}^2)$$

Nr. 2:  $\sigma = 2207$  kg/cm<sup>2</sup> (gemessen 2218 kg/cm<sup>2</sup>)

" 3:  $\sigma = 1580$  " ( " 1589 " )

" 4:  $\sigma = 1712$  " ( " 1704 " )

Es scheint also, daß  $\sigma_P = \frac{1}{2} \sigma_F$  wie aus TETMAJER's Versuchen ein zu hoher Wert ist für zusammengesetzte Profile.

Daß eine niedrige Lage der Übergangsspannung  $\sigma_P$  in enger Verbindung mit zentrischen Unvollkommenheiten steht, darauf deutet auch die Verwandtschaft der Formel (6) mit der Formel für exzentrischen Kraftangriff hin, wie unten erwiesen wird.

Für exzentrisch beanspruchte Säulen (Exzentrizität  $f_0$  in einer Hauptachse) ergibt sich die größte Druckspannung

$$\sigma_R = \sigma \left( 1 + \gamma \frac{f_0}{k} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_E}} \right)$$

wo  $k$  die Kernweite ist und  $\gamma = \frac{\text{Druckbruchgrenze (Fließgrenze)}}{\text{Biegungsbruchgrenze}} = \frac{\sigma_B}{s_B}$ .

Die erste Annäherung hierzu ist bekanntlich

$$\sigma_R = \sigma \left( 1 + \gamma \frac{f_0}{k} \cdot \frac{\sigma_E}{\sigma_E - \sigma} \right).$$

Setzt man hierin  $\varphi = \gamma \frac{f_0}{k}$  und  $\sigma_R = C_B(1 + \varphi)$ , erhält man nach einigen Umformungen

$$\frac{\sigma_E - \sigma}{\sigma} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \cdot \frac{\sigma}{C_B - \sigma}, \quad (9)$$

welche Form in (6) enthalten ist.

Formel (6) gilt also auch für exzentrischen Kraftangriff, indem man setzt  $\sigma_p = 0$ ,  $\varphi = \gamma \frac{f_0}{k}$ ,  $C_B = \frac{\sigma_R}{1 + \varphi}$  und  $\sigma_R = \text{Druckbruchgrenze (Fließgrenze)} = \sigma_B$

### Querschnittsberechnung.

Durch Umschreibung von Gleichung (6) erhält man:

$$\frac{\frac{\sigma_E}{\sigma} - 1}{1 - \frac{\sigma_P}{C_B} \cdot \frac{C_B}{\sigma}} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \cdot \frac{1 - \frac{\sigma_P}{C_B} \cdot \frac{C_B}{\sigma}}{\frac{C_B}{\sigma} - 1};$$

Setzt man hierin

$$\frac{C_B}{\sigma} = K_1 \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_E}{\sigma} = K_2, \quad (10)$$

sowie

$$\frac{\sigma_P}{C_B} = \alpha, \quad (10 \text{ a})$$

ergibt sich

$$(K_1 - 1) \cdot (K_2 - 1) = \frac{\varphi}{1 + \varphi} (1 - \alpha K_1)^2. \quad (11)$$

Wird für eine gegebene Belastung  $P$  die Sicherheit  $n$  verlangt, ist die Säulen-Bruchspannung

$$\sigma = \frac{n P}{F},$$

und mittels den Gleichungen (10) erhält man dann:

$$F = K_1 \cdot F_0 \quad \text{und} \quad I = K_2 \cdot I_0,$$

wo

$$F_0 = \frac{n \cdot P}{C_B} \quad \text{und} \quad I_0 = \frac{n P l^2}{\pi^2 E_P}$$

Als Relation zwischen  $K_1$  und  $K_2$  hat man für ähnliche Querschnitte, indem  $\xi = \frac{F^2}{U}$  für solche Querschnitte eine bekannte Größe ist,

$$\frac{K_1^2 F_0^2}{K_2 I_0} = \xi \quad \text{oder} \quad K_2 = \frac{K_1^2}{\beta},$$

wo  $\beta = \frac{C_B l^2}{\pi^2 E_P} \cdot \frac{\xi}{F_0} = \frac{\xi}{\xi_0}$ , indem  $\xi_0 = \frac{F_0^2}{I_0}$ .

Aus Gleichung (11) ergibt sich dann

$$(K_1 - 1) \left( \frac{K_1^2}{\beta} - 1 \right) = \frac{\varphi}{1 + \varphi} (1 - \alpha K_1)^2$$

oder durch Reduktion

$$K_1^3 - \left( 1 + \alpha^2 \beta \frac{\varphi}{1 + \varphi} \right) K_1^2 - \beta \left( 1 - 2\alpha \frac{\varphi}{1 + \varphi} \right) K_1 + \beta \frac{1}{1 + \varphi} = 0 \quad (11a)$$

$$F = K_1 F_0; \quad F_0 = \frac{n P}{C_B}.$$

Für zentral beanspruchte Säulen sind nur zwei Grenzwerte von  $\varphi$  von Bedeutung, nämlich  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \infty$ , den Formeln (7) und (8) entsprechend.

Fall I.  $\varphi = 0$ , EULER'sche Formel (7).

$$K_1^3 - K_1^2 - \beta K_1 + \beta = 0 \quad (K_1^2 - \beta)(K_1 - 1) = 0.$$

Da  $K_1$  größer als 1 sein muß, kann man schreiben  $K_1 = \sqrt{\beta}$ .

Also  $F = F_0 \sqrt{\beta}$  (EULER'sche Formel).

Fall III.  $\varphi = \infty$  Formel (8)

$$K_1^2 - (1 + \alpha^2 \beta) K_1 - \beta (1 - 2\alpha) = 0$$

$$K_1 = (1 + \alpha^2 \beta) \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\beta (1 - 2\alpha)}{(1 + \alpha^2 \beta)^2}} \right).$$

Also  $F = F_0 (1 + \alpha^2 \beta) \left( \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\beta (1 + 2\alpha)}{(1 + \alpha^2 \beta)^2}} \right)$ ,

brauchbar für  $\alpha^2 \beta < 1$ . Mit  $\alpha^2 \beta = 1$  trifft man die Übergangsstelle zwischen Fall II, Formel (8) und Fall I, EULER'sche Formel (7). Beide Formeln ergeben dann

$$F = \frac{1}{\alpha} F_0$$

a) speziell  $\alpha = \frac{1}{2}$  (JOHNSON-OSTENFELD'sche Formel)

$$F = F_0 (1 + \frac{1}{4} \beta).$$

Übergangsstelle zur EULERformel bei:  $F = 2 F_0$ .

b) speziell  $\alpha = 0$  (RANKINE, RITTER etc.)

$$F = F_0 (\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \beta}).$$

Für exzentrisch beanspruchte Säulen ist  $\alpha = 0$  (vergl. Gleichung (9)) und (11a) reduziert sich somit folgendermaßen

$$K_1^3 - K_1^2 - \beta K_1 + \beta \frac{1}{1+\varphi} = 0.$$

In diesem Falle muß man also eine Gleichung dritten Grades auflösen, um  $K_1$  zu bestimmen.

Der Rechnungsgang gestaltet sich aber sehr einfach.

Man setzt  $\sigma_R = \sigma_B =$  Druckbruchgrenze (Fließgrenze); berechnet  $C_B = \frac{\sigma_B}{1+\varphi}$ , indem man die Kernweite  $k$  schätzen muß, um  $\varphi = \gamma \frac{f_0}{k}$  einführen zu können. Man berechnet

$$F_0 = \frac{n P}{C_B} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{C_B l^2}{\pi^2 E_P} \cdot \frac{\xi}{F_0}$$

und erhält dann nach Bestimmung von  $K_1$

$$F = K_1 \cdot F_0.$$

Speziell für reine Biegung ( $P = 0, f_0 = \infty, M_0 = P \cdot f_0$ ) erhält man aus

$$F = K_1 F_0 = K_1 \frac{n P}{C_B} = K_1 \frac{n \cdot P (1 + \varphi)}{\sigma_B}$$

$$\sigma_B = K_1 \cdot \gamma \cdot \frac{n M_0}{W},$$

worin  $\gamma = \frac{\sigma_B}{|S_B|}$ ,  $K_1 = 1$  und somit

$$S_B = \frac{n \cdot M_0}{W} = \text{Biegungsbruchspannung.}$$

### Zusammenfassung.

Ausgehend von der EULER-ENGESSER'schen Formel für vollständig elastisches Säulenmaterial (Gl. 1) und der ENGESSER-KARMAN'schen Formel für unvollständig elastische Säulen (Gl. 1 und 2) wird eine Übersicht gegeben über die sog. empirischen Säulenformeln.

Durch Einführung eines bequemen Ausdrucks (Gl. 5) für die Tangentensteigungen des Druckspannungsdiagramms als Funktion der Säulenbruchspannung wird eine für alle Materialien brauchbare Säulenformel (Gl. 6) aufgestellt.

Von diesem allgemeinen Gesetz werden verschiedene hieher gehörende Säulenformeln abgeleitet, u. a. die JOHNSON-OSTENFELD'sche Parabelformel, sowie die Formeln von GRASHOF, WINKLER, RANKINE und RITTER. Es wird gezeigt, daß in Gl. (6) auch die exzentrische Säulenbeanspruchung enthalten ist.

Für alle diese Fälle wird schließlich die Querschnittsbemessung besprochen.

### Résumé.

En dehors des formules d'EULER-ENGESSER, concernant les poteaux entièrement élastiques et de la formule d'ENGESSER-KARMAN, concernant les poteaux incomplètement élastiques, il est intéressant d'étudier également les formules dites „empiriques“ permettant le calcul de ces éléments.

Grâce à l'introduction d'une expression pratique (équation 5) pour le coefficient angulaire de la tangente au diagramme des compressions, expression dans laquelle on considère cette pente comme une fonction de la charge de rupture du poteau, on arrive à une formule d'application pratique, quel que soit le matériau utilisé (équation 6).

En partant de ce principe général, on peut arriver à différentes formules s'appliquant aux poteaux, telles que la formule parabolique de JOHNSON-OSTENFELD, ainsi que les formules de GRASHOF, de WINKLER, de RANKINE et de RITTER. L'auteur montre que, dans l'équation (6), intervient également l'excentricité des efforts sur les poteaux.

L'auteur étudie en outre, dans tous ces différents cas, la détermination de la section.

### Summary.

Starting from the EULER-ENGESSER formula for completely elastic column material (Eq. 1) and the ENGESSION-KARMAN formula for incompletely elastic columns (Eq. 1 and 2), a review is obtained of the so-called empirical column formulae.

By introducing a convenient expression (Eq. 5) for the inclination of the tangent in the stress-strain-diagram as a function of the breaking stress of the column, a column formula, which can be used for all materials, is obtained (Eq. 6).

From this general law, various column formulae belonging to here are derived, amongst others the JOHNSON-OSTENFELD parabolic formula, and also the formulae of GRASHOF, WINKLER, RANKINE and RITTER. It is shown, that the eccentric stressing of the column is also contained in Eq. (6).

Finally, the cross-sectional dimensions for all these cases are discussed.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**