

# La sécurité des ponts en acier considérée du point de vue probabiliste

Autor(en): **Wierzbicki, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-7839>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## La sécurité des ponts en acier considérée du point de vue probabiliste

*Das Problem der Sicherheit der Stahlbrücken vom probabilistischen Standpunkt aus betrachtet*

*Safety Problem of Steel Bridges Considered from the Probabilistic Point of View*

W. WIERZBICKI

Prof. Dr., Dr. h. c., Membre de l'Académie Polonaise des Sciences, Varsovie

Précisons tout d'abord la notion de «sécurité d'un pont». Nous entendons sous ce terme un état de construction tel que toute possibilité de changements indésirables dus aux charges soit exclue. Bien entendu, les changements purement superficiels, tels que par exemple l'usure du revêtement du tablier, les dégâts subis par les garde-fous, etc. ne nous intéressent pas.

Nous entendons par «catastrophe» du pont l'avènement de changements indésirables dans la construction du pont. Le danger menaçant un élément particulier du pont constitue — dans le sens que nous lui assignons — un danger pour le pont tout entier.

Ainsi, nous allons considérer comme catastrophe du pont aussi bien son effondrement complet que le fait que certaines caractéristiques de la matière de ses éléments ont été dépassées au-delà des limites que nous estimons comme infranchissables pour une cause ou une autre. Dans les deux cas, ainsi que dans les cas intermédiaires, nous aurons à faire à un *indice* de sécurité  $p$ , variant selon le cas. L'indice de sécurité désigne ici la probabilité, admise a priori, que la catastrophe du pont (au sens convenu) n'aura pas lieu.

Dans ce qui suit nous allons considérer le pont à treillis en acier dont le tablier ne suscite pas de doutes quant à sa sécurité. Au cas où la limite élastique d'un élément quelconque du pont se trouvera dépassée, nous dirons que le pont a subi une catastrophe.

La sécurité d'un élément donné du pont dépend de la matière dont il est exécuté, de la nature des charges et, dans certains cas, de ses déformations.

Ces trois facteurs qui, dans leur ensemble, ont une importance décisive pour la sécurité d'un élément donné du pont sont difficiles à évaluer avec une précision égale à l'aide des méthodes statistiques. Certes, les données statistiques concernant les charges sont relativement faciles à obtenir: celles relatives aux caractéristiques de la résistance de l'acier ne peuvent être obtenues, dans nombre de cas, qu'au prix de quelques difficultés. Enfin, les données statistiques concernant les déformations sont difficiles à obtenir.

Il s'ensuit que les données statistiques concernant les trois facteurs mentionnés — vu leur valeur inégale — ne peuvent être considérées conjointement

comme des facteurs aléatoires, même si nous ne reculons pas devant les difficultés du calcul inhérentes au traitement simultané de ces facteurs.

Il en résulte donc qu'il nous faut admettre en premier lieu les charges statiques du pont les mieux appropriées aux circonstances données; en recherchant les *coefficients* de sécurité,  $n$ , ou les contraintes admissibles,  $k$ , nous allons considérer ces charges comme des grandeurs certaines, non-aléatoires, indépendamment de la méthode par laquelle elles ont été obtenues.

Les contraintes provoquées par la traction, la compression et la flexion des éléments du pont en acier calculées pour les charges statiques conformément aux lois générales de la résistance des matériaux peuvent être exprimées par les formules

$$\sigma_0 = \frac{S}{A}, \quad \sigma_0 = \frac{S}{\kappa A}, \quad \sigma_0 = \frac{M}{W}, \quad (1)$$

où  $S$  désigne la force dans un élément soumis à la traction ou à la compression dues à la charge statique du pont,  $M$  le moment de flexion dans un élément subissant la flexion,  $A$  l'aire d'un élément sujet à la traction ou à la compression,  $W$  le module de section d'une barre subissant la flexion et, enfin,  $\kappa$  le coefficient de réduction pour le flambage de la barre.

Etant donné que dans la plupart des cas il nous faut déterminer les contraintes dans les ponts se trouvant sous charges mobiles, nous remplaçons dans les formules (1) les grandeurs  $S$  et  $M$  par  $S \vartheta$  et  $M \vartheta$ , le symbole  $\vartheta$  désignant la *coefficient dynamique*. Ainsi, au lieu des formules (1), on aura

$$\sigma = \frac{S \vartheta}{A}, \quad \sigma = \frac{S \vartheta}{\kappa A}, \quad \sigma = \frac{M \vartheta}{W}. \quad (2)$$

L'évaluation de l'influence dynamique des charges sur le pont dans les cas particuliers présente des difficultés sérieuses. Nous allons donc recourir à la détermination expérimentale du coefficient dynamique  $\vartheta$  considéré comme le rapport de la déformation du pont sous charge mobile à celle due à la charge statique. On exprime fréquemment le coefficient dynamique à l'aide de la formule

$$\vartheta = 1 + \frac{a}{2f}, \quad (3)$$

où le symbole  $a$  désigne l'amplitude des oscillations perpendiculaires au fléchissement maximum du pont,  $f$  la flèche statique, les deux grandeurs étant déterminées par des mesures directes.

En tenant compte du mode d'action dynamique des charges sur la construction du pont, le coefficient  $\vartheta$  doit être considéré comme une grandeur aléatoire. Nous allons considérer notamment comme grandeur aléatoire du problème le deuxième terme du binôme (3), c'est à dire la grandeur

$$\alpha_d = \frac{a}{2f}. \quad (4)$$

Pour arriver au traitement probabiliste du problème de la sécurité du pont en acier sujet aux charges dynamiques — ou bien pour arriver au traitement semi-probabiliste — il y a lieu tout d'abord de tracer, pour la grandeur  $\alpha_d$ , un diagramme de la distribution des densités des probabilités. A cette fin, nous utilisons les données qu'on trouve dans la littérature spéciale, notamment, dans une certaine mesure, des données de LESOKHINE [2]. Les valeurs de  $\alpha_d$  dont nous ferons usage se réfèrent aux ponts à treillis avec des portées variant de 45 à 100 m. Dans ce qui suit nous allons nous servir de ces données sans tenir compte de leur provenance ou des portées des ponts  $l$  (dans les limites mentionnées ci-dessus). Nous allons donc construire un histogramme des fréquences relatives  $n/\sum n$  de la grandeur (4) et tracer une courbe correspondante de probabilité (fig. 1).

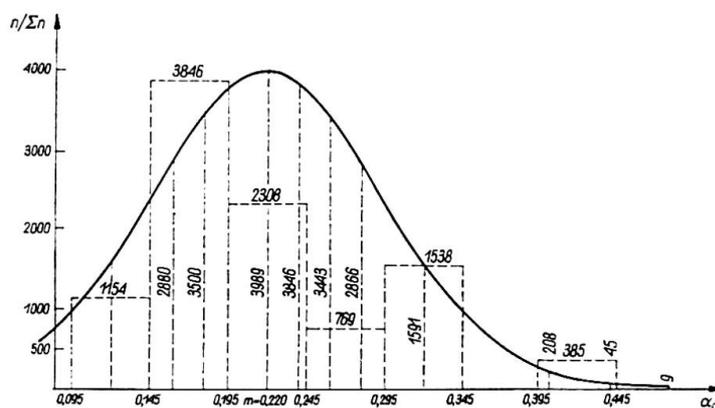


Fig. 1.

Les rectangles tracés sur la fig. 1 à l'aide des lignes discontinues représentent l'histogramme, tandis que la courbe, en trait continu représente la courbe des probabilités. Les chiffres désignent les dix-millièmes.

En passant des nombres mentionnés à la courbe des probabilités de Gauss, il y a lieu de diviser les ordonnées particulières de la fig. 1 par  $\delta = 0,05$ , ce qui nous permet de tenir compte de l'influence qu'exerce la largeur de l'intervalle. Cette influence, d'ailleurs, n'entre en jeu qu'au moment du calcul des surfaces comprises entre la courbe de Gauss et l'axe des abscisses. Sur la fig. 2, où ladite courbe est tracée, les densités des probabilités sont marquées parallèlement à

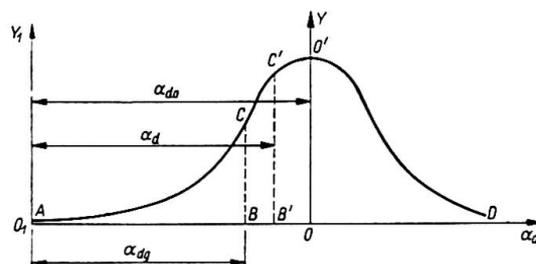


Fig. 2.

l'axe,  $0_1 Y_1$ ; le segment  $\alpha_{d0}$  représentant la valeur moyenne de  $\alpha_d$  désigne la distance entre l'origine des coordonnées et l'axe de la courbe.

Le nombre des valeurs  $\alpha_d$  dont nous disposons étant restreint, le diagramme de Gauss ne peut être considéré comme parfaitement approprié. Néanmoins, vu sa simplicité, nous allons l'utiliser dans le cas d'un nombre restreint d'observations, sans recourir à des diagrammes peut-être plus appropriés.

Pour déterminer la contrainte admissible,  $k$ , pour un élément donné du pont ou le *coefficient* de sécurité,  $n$ , de cet élément il nous faut déterminer la valeur-limite des contraintes  $\sigma$ . A cette fin nous utilisons la formule ([1], p. 146):

$$\sigma_g = \sigma_0 \Pi (1 + \alpha) \quad (5)$$

où  $\Pi$  est le signe du produit, et où  $\alpha$  représente les *taux d'accroissement des contraintes*, désignant, suivant les cas, soit l'accroissement (en pourcent) admissible de la contrainte  $\sigma_0$  calculée d'après les formules (1) (coefficients  $\alpha_i$ ) soit l'influence du facteur dynamique (coefficient  $\alpha_d$ ).

Les coefficients  $\alpha$  — à l'exception du coefficient  $\alpha_d$  décrivant l'action dynamique de la charge — peuvent être considérés soit comme les valeurs-limites des accroissements des contraintes correspondantes (méthode semi-probabiliste), soit comme les valeurs pour chacune desquelles en particulier il existe une certaine probabilité  $\omega$  qu'elles ne seront pas dépassées (méthode probabiliste).

Dans l'ensemble, la probabilité qu'aucun accroissement (en pourcent) de la contrainte  $\sigma_0$  ne dépassera dans le cas de la charge statique la valeur  $\alpha_i$  peut être exprimée, conformément au théorème sur la multiplication des probabilités, par le produit

$$\Omega_s = \Pi \omega_i. \quad (6)$$

Dans le cas où certains des coefficients  $\alpha_i$  seront considérés comme non-aléatoires, les probabilités correspondantes  $\omega_i$  doivent être considérées comme égales à 1.

L'accroissement de la contrainte  $\sigma_0$  dû aux facteurs dynamiques de la charge est exprimé — nous l'avons dit — par le coefficient  $\alpha_d$  mentionné ci-dessus.

Nous pouvons donc écrire la formule (5) sous la forme:

$$\sigma_g = \sigma_0 (1 + \alpha_d) \Pi (1 + \alpha_i) \quad (7)$$

ou bien — ce qui pour les valeurs réduites de  $\alpha_i$  revient presque au même — sous la forme

$$\sigma_g = \sigma_0 (1 + \alpha_d) (1 + \sum \alpha_i). \quad (8)$$

Nous allons désigner la probabilité que le coefficient  $\alpha_d$  et, par suite, la somme  $(1 + \alpha_d)$  aussi, ne dépasseront pas une certaine valeur — limite, par  $\Omega_d$ .

La probabilité que la contrainte à la limite élastique de l'acier dépassera la contrainte-limite  $\sigma_g$  sera désignée par  $\Omega_m$ .

La grandeur  $\Omega_m$  peut être présentée sous forme de la surface  $BCD$  (voir fig. 3). La fig. 3 représente la courbe de Gauss pour les contraintes à la limite élastique  $\bar{R}$ . Le segment  $\bar{R}_0$ , égal à la moyenne arithmétique des valeurs de  $\bar{R}$ , correspond ici à la distance entre l'origine des coordonnées et l'axe de la courbe de Gauss.

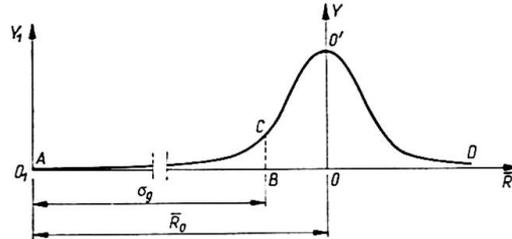


Fig. 3.

Pour que la catastrophe du pont (au sens convenu du terme) ne survienne pas, la concordance simultanée de trois facteurs indépendants est nécessaire, à savoir:

A. Qu'aucun accroissement (en pourcent) de la contrainte  $\sigma_0$  — exprimée à l'aide de l'une des formules (1) — ne dépasse la valeur de  $\alpha_i$  (probabilité  $\Omega_s$ ):

B. Que l'accroissement (en pourcent) de la contrainte  $\sigma_0$  dû aux facteurs dynamiques ne dépasse pas la valeur de  $\alpha_{dg}$  (probabilité  $\Omega_d$ ).

C. Que la contrainte à la limite élastique de l'acier dépasse la contrainte limite  $\sigma_g$  (probabilité  $\Omega_m$ ).

Ainsi, la probabilité  $\Omega$  que la catastrophe ne surviendra pas est une probabilité composée. Elle peut être exprimée par le produit

$$\Omega = \Omega_s \Omega_d \Omega_m. \tag{9}$$

Nous introduisons maintenant l'indice de sécurité,  $p$ , (annoncé plus haut); il désigne la probabilité — admise a priori — que la catastrophe du pont ne surviendra pas. Donc,

$$\Omega = p. \tag{10}$$

Cette équation nous permet de déterminer la contrainte admissible dans un élément donné du pont ou bien le *coefficient* correspondant de sécurité. L'équation (10) peut être écrite aussi sous la forme

$$\Omega_s \Omega_d \Omega_m = p. \tag{11}$$

En appliquant à l'examen de la sécurité du pont la méthode semi-probabiliste nous supposons que toutes les probabilités  $\omega$  sont égales à 1 et, par conséquent, que le premier facteur dans l'équation (11) peut être négligé. Nous obtenons ainsi

$$\Omega_d \Omega_m = p. \tag{12}$$

Il est commode — pour simplifier les calculs — d'admettre que, dans la formule (12),  $\Omega_d = \Omega_m$ . On obtient alors  $\Omega_d = \Omega_m = \sqrt{p}$ . Il y a lieu de remarquer que pour  $p=0,8$  nous obtenons la même valeur  $\bar{R}$  pour les différentes distributions de probabilités et c'est pour cette raison que nous l'avons introduite ([3], p. 133).

$$\text{Si l'on admet} \quad \Omega_d = \sqrt{p}, \quad (13)$$

nous marquons sur le diagramme de la courbe de Gauss pour la grandeur  $\alpha_d$  (fig. 2) la surface  $BCD = \sqrt{p}$  et nous arrivons ainsi à la valeur-limite pour  $\alpha_d$  que nous avons désignée par  $\alpha_{dg}$ .

Après avoir déterminé les valeurs-limites des grandeurs  $\alpha_i$  et  $\alpha_d$ , nous sommes à même de résoudre l'équation (8) par rapport à  $\sigma_0$  et de déterminer ainsi la contrainte admissible,  $k$ , pour un élément donné du pont.

$$k = \sigma_0 = \frac{\sigma_g}{(1 + \alpha_{dg})(1 + \sum \alpha_i)}. \quad (14)$$

Nous admettons encore — nous l'avons expliqué ci-dessus —  $p=0,8$  et  $\Omega_m = \Omega_d = 0,9$ . A la valeur  $\Omega_m = 0,9$  correspond pour l'acier à résistance 3700 kg/cm<sup>2</sup> («37») la valeur  $\sigma_g = \bar{R} = 2240$  kg/cm<sup>2</sup>.

Les valeurs  $\alpha_d$  correspondant aux différentes probabilités  $\Omega_d$  peuvent être trouvées à l'aide de la fig. 2 en faisant usage des nombres donnés sur la fig. 1. Ces probabilités sont représentées par les surfaces  $B'C'D$ . D'après le diagramme on obtient, avec  $\Omega_d = \sqrt{p} = \sim 0,9$ , la valeur  $\alpha_d = 0,126$ , donc  $\vartheta = 1,126$ .

Si la barre du pont a été attachée au gousset d'une façon très précise, si le transport de la barre a été exécuté avec les précautions nécessaires et la position de la barre dans la construction du pont est perpendiculaire, alors la somme  $\sum \alpha_i = 0,51$  [3]. Dans ces conditions, la contrainte admissible  $k$  peut être calculée d'après la formule:

$$k = \sigma_0 = \frac{2240}{1,126 \cdot 1,51} = 1320 \text{ kg/cm}^2. \quad (15)$$

Nous ne donnons cette dernière valeur que pour illustrer nos remarques sans vouloir la considérer comme une recommandation pratique.

### Ouvrages cités

1. W. WIERZBICKI: «Obiektywne metody oceny bezpieczeństwa konstrukcji budowlanych.» Warszawa 1961. (Objective methods of appraisal of the safety of structures.)
2. LESOKHINE: *Mietalitcheskije mosty*, Transzeldorizdat, 1959.
3. W. WIERZBICKI: «Application de la méthode semi-probabiliste au calcul des dimensions des constructions en acier.» (Sixième Congrès de l'AIPC 1960, Publication Préliminaire.)

### Résumé

Le symbole  $p$  désigne l'*indice de sécurité*. Sous ce terme nous entendons la probabilité qu'une catastrophe du pont — pour le cas considéré le dépassement de la limite élastique dans un élément donné du pont — n'advient pas.

La contrainte admissible  $k$  (ou le *coefficient de sécurité*  $n$ ) pour un pont en acier sous une charge mobile peut être déterminée à l'aide de l'équation (11), où  $\Omega_s$  désigne la probabilité qu'au cas d'une charge statique aucun accroissement de la contrainte  $\sigma_0$ , donnée par les équations (1), ne dépassera la valeur  $\alpha_i$ ;  $\Omega_d$  la probabilité que l'accroissement de la contrainte  $\sigma_0$  dû aux facteurs dynamiques ne dépassera pas la valeur  $\alpha_{dg}$ ; enfin  $\Omega_m$  la probabilité que la contrainte à la limite élastique dépasse la contrainte-limite donnée par la formule (8).

### Zusammenfassung

Wir bezeichnen mit dem Symbol  $p$  den Sicherheitsindex der Wahrscheinlichkeit, daß ein Brückeneinsturz — gegebenenfalls die Überschreitung der Fließgrenze in einem Brückenelement — nicht vorkommen wird.

Die Bestimmung der zulässigen Spannung  $k$  (oder des Sicherheitskoeffizienten  $n$ ) für eine Stahlbrücke kann auf Grund der Gleichung (11) erfolgen, worin  $\Omega_s$  die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß eine Zunahme der Spannung  $\sigma_0$  — durch Gleichung (1) bestimmt — den  $\alpha_i$ -Wert nicht überschreiten wird.  $\Omega_d$  bedeutet die Wahrscheinlichkeit, daß die von dynamischen Faktoren herbeigeführte Zunahme der Spannung  $\sigma_0$  den  $\alpha_{dg}$ -Wert nicht überschreiten wird und  $\Omega_m$  die Wahrscheinlichkeit, daß die Spannung an der Fließgrenze die Grenzspannung (siehe Formel (8)) überschreitet.

### Summary

We start by defining the conception of *safety index* (denoted by  $p$ ). It means the probability that the collapse of a bridge will not occur. And by the term "collapse" we mean that for a given element of the bridge the yield point will not be exceeded.

The admissible stress,  $k$  (or the *safety coefficient*,  $n$ ), for a steel bridge subjected to a moving load may be determined by means of Eq. (11), wherein the symbol  $\Omega_s$  stands for the probability that in the case of a static load no increment of the stress  $\sigma_0$ , given by Eq. (1), will exceed the value  $\alpha_i$ ;  $\Omega_d$  denotes the probability that the increment of the stress  $\sigma_0$  due to dynamic factors will not exceed the limiting value  $\alpha_{dg}$  and, finally,  $\Omega_m$  denotes the probability that the stress at the yield point exceeds the limiting stress as given by formula (8).

Leere Seite  
Blank page  
Page vide