Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 10 (1976)

Artikel: Détermination par la méthode des éléments finis des évolutions de température pour les structures soumises à l'incendie

Autor: Dotreppe, J.C. / Hogge, M.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10429

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 06.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Détermination par la méthode des éléments finis des évolutions de température pour les structures soumises à l'incendie

Bestimmung des Temperaturverlaufes in brandgefährdeten Hochbauten mittels der Methode der Finiten Elemente

Temperature Transients Determination by the Finite Element Method on the Fire Response of Structures

J.C. DOTREPPE
Chargé de Recherches au FNRS

M. HOGGE
Assistant, Techn. Aéronautiques et Spatiales

Université de Liège
Liège, Belgique

1. INTRODUCTION.

La pratique actuelle pour évaluer la résistance au feu des structures consiste le plus souvent en des techniques expérimentales où une éprouvette est soumise à un test en four. La représentativité d'un tel essai pour une structure complexe est une première difficulté à circonscrire, à laquelle s'ajoute le coût des installations et des mesures.

Cet article présente une alternative à la conduite d'essais : l'élaboration de modèles mathématiques d'éléments finis aptes à simuler les conditions de test. On y envisage le problème de base, à savoir celui de la transmission de chaleur dans les matériaux des divers types de structures en cause.

La souplesse de la méthode laisse en outre présager son extension aux conditions en service de structures réelles.

2. CODE DE CALCUL PAR ELEMENTS FINIS.

Un module faisant partie du code général de calcul par éléments finis SAMCEF [1] a été développé pour répondre à cet objectif. Son principe repose sur la Méthode des Eléments Finis couplée à une intégration temporelle pas à pas : cette approche est bien connue pour les situations linéaires [2,3], mais elle a reçu peu d'applications dans le domaine du transfert non-linéaire de chaleur [4-8] : celui-ci est caractérisé par des propriétés de matériau variant avec la température et des conditions aux limites qui, dans le cas présent, doivent être aptes à reproduire les situations d'incendie. Ces non-linéarités impliquent le plus souvent le recours à une technique incrémentale itérative [4-6].

Un des buts de l'article est de présenter une technique incrémentale basée sur le concept de matrice de conductivité "tangentielle" [7-8] qui permet d'éviter les itérations au cours d'un pas de temps et rend le code aussi économique que pour les problèmes linéaires. La gamme des éléments finis utilisables couvre toutes les formes structurales habituelles uni-, bi- et tridimensionnelles. Les lois de variation des caractéristiques avec la température (éventuellement différentes d'élément à élément) sont à la disposition de l'utilisateur sous forme de polynômes de la température (de degré deux au

plus) ; le choix du pas de temps peut varier au cours du processus pas à pas et est guidé par les considérations de stabilité et de précision dégagées en analyse linéaire [7,8].

2.1. Rappel des équations et conditions aux limites du problème.

La distribution de température dans un corps solide V limité par une surface S et rapporté à un système de coordonnées cartésiennes x, y, z est régie par l'équation aux dérivées partielles non-linéaire :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[k_x(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[k_y(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[k_z(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right]+Q = c(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial t} \qquad (1)$$

assortie de la condition initiale

$$\Theta(x, y, z, o) = \Theta^* \qquad (2)$$

et des conditions aux limites du type

a) température imposée à la frontière $\Theta = \overline{\Theta}$ sur S_1 (3)

b) flux de chaleur connu ou fonction de Θ sur $S_2 + S_3 + S_4$:

$$n_x k_x(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial x} + n_y k_y(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial y} + n_z k_z(\Theta)\frac{\partial\Theta}{\partial z} = q_e + h(\Theta_e - \Theta) + \sigma_o \varepsilon_{ep}(T_e^4 - T^4) \qquad (4)$$

avec $T(x,y,z,t)$ température absolue instantanée ;

$\Theta(x,y,z,t)$ écart de température par rapport à une référence uniforme T_o : $\Theta = T - T_o$;

$k_x(x,y,z,\Theta)$, $k_y(x,y,z,\Theta)$, $k_z(x,y,z,\Theta)$ coefficients de conductivité principaux du matériau ;

$c(x,y,z,\Theta)$ capacité calorifique du matériau par unité de volume ;

$Q(x,y,z,t)$ distribution de sources de chaleur par unité de volume ;

n_x, n_y, n_z cosinus directeurs de la normale extérieure au volume ;

$q_e(x,y,z,t)$ distribution de sources de chaleur par unité de surface ;

$h(x,y,z)$ coefficient d'échange par convection ;

$\Theta_e(x,y,z,t)$ température de la source représentant l'incendie ;

$T_e(x,y,z,t)$ température absolue de cette source ;

σ_o constante de Boltzmann = $4{,}93.10^{-8}$ Kcal/m2.h.(°K)^4

$\varepsilon_{ep}(x,y,z)$ facteur de rayonnement mutuel entre la source rayonnante et la paroi.

2.2. Formulation du problème par la Méthode des Eléments Finis.

La démarche initiale consiste à écrire une forme globale qui puisse traduire à l'échelle d'un petit domaine, appelé élément fini, le bilan calorifique local décrit par (1). En dehors de la conduction de chaleur en régime permanent, pour laquelle il existe un support variationnel vrai [8], cette globalisation est réalisée au mieux par l'application de la Méthode des Résidus Pondérés au système (1-4) : le cas particulier le plus fréquent de celle-ci est la Méthode de Galerkin, par laquelle on orthogonalise les résidus par rapport aux fonctions de base locales $m_k(x,y,z)$ choisies pour le champ de température :

$$\Theta(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{N} m_k(x,y,z) \cdot a_k(t) \qquad (5)$$

Ceci produit le système matriciel élémentaire [8] :

$$K_E(q_E) \cdot q_E(t) + C_E(q_E) \cdot \dot{q}_E(t) = g_E(t) \qquad (6)$$

qui, après assemblage des éléments finis pour reconstituer le domaine,

livre le système différentiel non-linéaire structural :

$$K(q) \cdot q(t) + C(q) \cdot \dot{q}(t) = g(t) \qquad (7)$$

où K_E, K sont les matrices de conductivité élémentaire ou structurale ;

C_E, C les matrices de capacité élémentaire ou structurale ;

q_E, q les vecteurs des températures locales élémentaires ou structurales;

$\dot{q}_E$, $\dot{q}$ les vecteurs des taux de variation des températures élémentaires ou structurales ;

g_E, g les vecteurs des flux thermiques nodaux élémentaires ou structuraux

2.3. Technique incrémentale de solution basée sur la notion de conductivité tangentielle.

La majorité des auteurs qui ont à résoudre le système non-linéaire (7) utilisent des techniques itératives à l'intérieur d'un pas de temps [4-6]. La technique préconisée ici est de linéariser le premier terme du système (7) autour de la solution $q(t)$ à l'instant t et de ne retenir que les termes du développement d'ordre un en Δq :

$$K(q+\Delta q) \cdot (q+\Delta q) \simeq \left[K(q) + \frac{dK}{dq}\Delta q\right] \cdot (q+\Delta q) \simeq K(q).q + \left[K(q) + \frac{dK}{dq} \cdot q\right] \cdot \Delta q$$

où le second terme du dernier membre fait apparaître la matrice (8)
de conductivité tangentielle structurale, qui s'écrit formellement

$$K^T(q) = K(q) + \frac{dK}{dq} \cdot q \qquad (9)$$

L'interprétation graphique de la méthode dans le cas stationnaire à une dimension est présentée figure 1 : elle s'apparente à la méthode bien connue de Newton-Raphson pour la solution d'une équation algébrique non-linéaire.

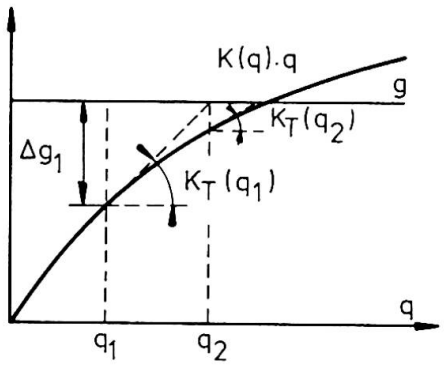

FIG. 1

La seconde étape dans la résolution du système différentiel (7) concerne l'intégration pas à pas proprement dite : pour ce faire, on choisit d'écrire (7) en un instant particulier de l'intervalle de temps

$$t^* = t + \phi\,\Delta t \qquad \phi \in [0,1] \qquad (10)$$

pour lequel le taux de variation des températures est approché par le quotient

$$\dot{q}\,(t^*) = \frac{q(t+\Delta t) - q(t)}{\Delta t} \qquad (11)$$

L'utilisation conjointe de (8) avec $\Delta q = \phi\left[q(t+\Delta t) - q(t)\right]$ et de (10-11) dans (7) produit dès lors le schéma pas à pas

$$q(t+\Delta t) - q(t) = \left\{\frac{1}{\Delta t}\, C\,[q(t)] + \phi\, K^T\,[q(t)]\right\}^{-1} \cdot \left\{g(t+\phi\Delta t) - K[q(t)].\, q(t)\right\} \qquad (12)$$

qui livre le vecteur des températures en $t + \Delta t$ en fonction de sa valeur en t et moyennant la connaissance des flux thermiques nodaux à l'instant t^* ; on réalise souvent une linéarisation de ceux-ci, qui produit :

$$g(t+\phi\Delta t) = (1-\phi)\, g(t) + \phi\, g(t+\Delta t) \qquad (13)$$

le paramètre continu ϕ introduit en (10) compte comme cas particuliers bien connus

$\phi = 0$ le schéma explicite d'Euler ;
$\phi = 0{,}5$ le schéma du trapèze ou de la différence centrée ;
$\phi = 1$ le schéma implicite pur.

Remarquons enfin que la technique (12) implique une matrice incrémentale non-symétrique du fait de la présence de (9), ce qui nécessite une organisation spéciale de l'algorithme de résolution.

3. MODELISATION DU PHENOMENE PHYSIQUE.

Le problème le plus difficile se situe au niveau de la détermination des échanges thermiques éprouvette-four, compte-tenu de l'environnement existant et des propriétés thermiques des matériaux en présence.

La densité de flux de chaleur (4) à laquelle le matériau est soumis peut se mettre sous la forme (cfr. (4))

$$q_e = h\,(\Theta_e - \Theta) + \sigma_o \varepsilon_{ep}\,(T_e^4 - T^4)$$

Les paramètres critiques à déterminer sont les émissivités relatives de la source et de la paroi de l'éprouvette. Le coefficient d'échange par convection a moins d'importance, car les températures atteintes lors de l'exposition au feu sont telles que l'échange radiatif est prépondérant.

En ce qui concerne les échanges par radiation, il est couramment admis [6] que, dans le cas du béton ou de l'acier, l'émissivité des parois vaut 0.8 ou 0.9. L'émissivité de l'environnement, par contre, est beaucoup plus incertaine : elle dépend de l'émissivité de la source rayonnante (flammes ou résistances) et est influencée par les autres surfaces d'échange. Le domaine des valeurs admissibles s'étend de 0,3 à 0,9, mais les comparaisons que nous avons effectuées ont montré que l'on obtient des résultats satisfaisants dans tous les cas en se limitant aux valeurs 0,5 et 0,6.

La modélisation du phénomène est aussi sensible à un autre facteur : il s'agit des propriétés thermiques de l'acier et du béton, et le fait que ces propriétés varient avec la température. Dans le cas du béton, les résultats expérimentaux présentent une dispersion considérable par suite de la nature même de ce matériau dont les propriétés varient avec les ingrédients, leur proportion, l'âge et les conditions d'environnement.

4. EXEMPLE NUMERIQUE.

En Belgique, une vaste recherche à caractère national a été entreprise dans le but d'améliorer les connaissances en matière d'incendie. Certains travaux expérimentaux se rapportent au comportement des matériaux de construction aux températures élevées.

Un de ces essais concerne une éprouvette de béton placée dans un petit four à résistances [12] . Il s'agit d'un prisme de béton de gravier de 18 x 18 x 30 cm placé au centre du four (figure 2). Des thermocouples sont noyés dans la masse à la fabrication, au niveau de l'axe de symétrie du plan médian : ils sont destinés à mesurer la courbe température-temps en ces points.

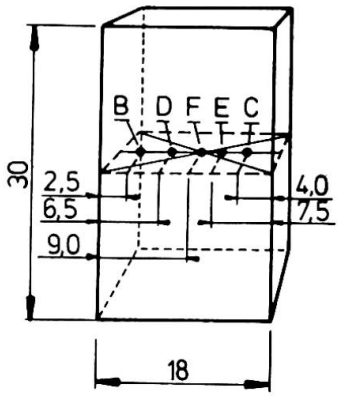

FIG. 2

On ramène l'étude de l'éprouvette à celle de sa section droite dans le plan médian (cfr. figure 3): cette manière de voir les choses est évidemment idéale, puisque l'écoulement n'est pas bidimensionnel. On peut cependant supposer que les influences des pertes de chaleur par les faces supérieure et inférieure ne se fait que peu sentir au niveau du plan médian.

L'échange convectif est régi par un coefficient d'échange h = 7,5 kgcal/h.m2.°C.. En effet, dans le cas de petits fours à résistances, l'environnement est relativement calme, et on peut prendre un coefficient d'échange modéré. Le facteur de rayonnement mutuel ε_{ep} est pris égal à 0.45.

D'une manière générale, la conductivité thermique du béton k_b décroît avec la température. Ce phénomène est représenté ici par la loi linéaire

$$k_b = 1.8 - 10^{-3}\ \Theta$$

où k_b est exprimé en kgcal/h.m2.°C et Θ en °C.

Le modèle adopté est doté d'une capacité calorifique invariante avec la température, soit c_b = 700 kgcal/m3.°C., ce qui ne prend pas en compte l'augmentation brusque de capacité qui se produit au voisinage de 100°C, par suite des réactions endothermiques dans le béton. Cette grande valeur de la capacité thermique renforce l'hypothèse d'un écoulement plan de chaleur.

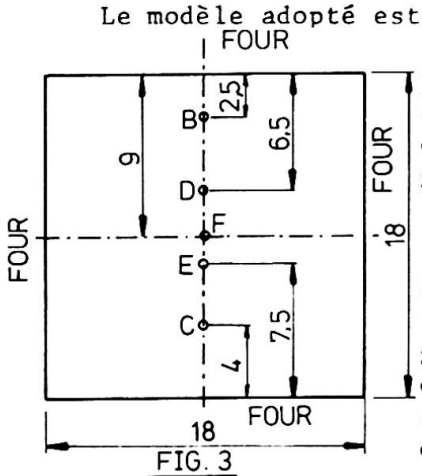

FIG. 3

La discrétisation en éléments finis est limitée à un quart de la section droite par raison de symétrie (figure 4). Elle comporte 64 éléments quadrangulaires plans pour 81 degrés de liberté, les champs de base étant linéaires. On a raffiné la discrétisation au voisinage de la paroi, par suite des gradients de température élevés en ces endroits.

Les résultats théoriques obtenus sont comparés avec ceux fournis par les thermocouples aux figures 5 et 6, pour les points C et E. On peut noter un excellent accord, vu les approximations du modèle. On a noté aussi une excellente concordance pour les points B et D, mais un peu moins bonne pour le point F.

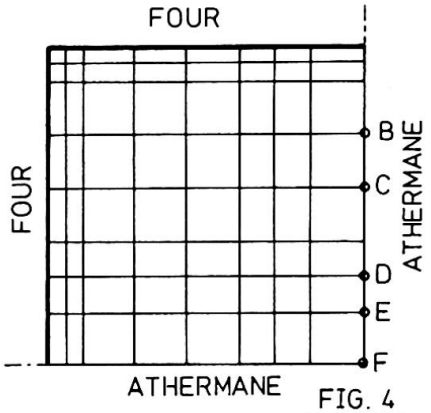

FIG. 4

En conclusion, on peut dire que la Méthode des Eléments Finis fournit un moyen puissant et efficace de modélisation de problèmes complexes et constitue une alternative attrayante à des essais en vraie grandeur. On notera à cet égard sa grande souplesse vis-à-vis d'éventuelles modifications dans les conditions d'environnement.

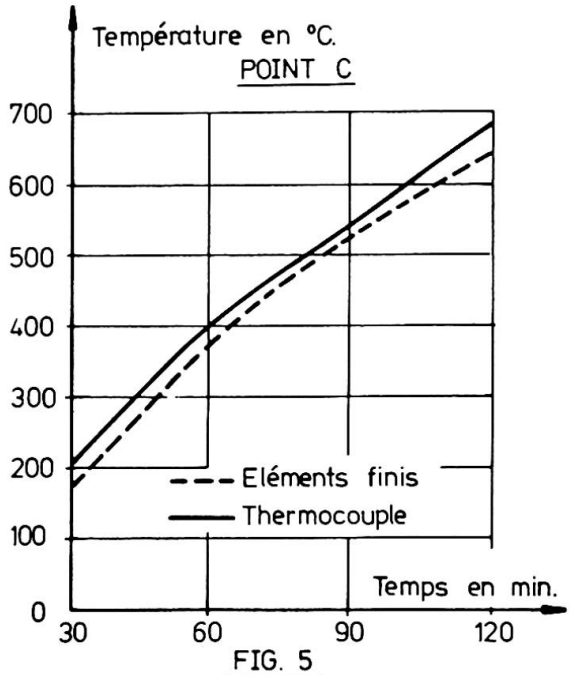

FIG. 5

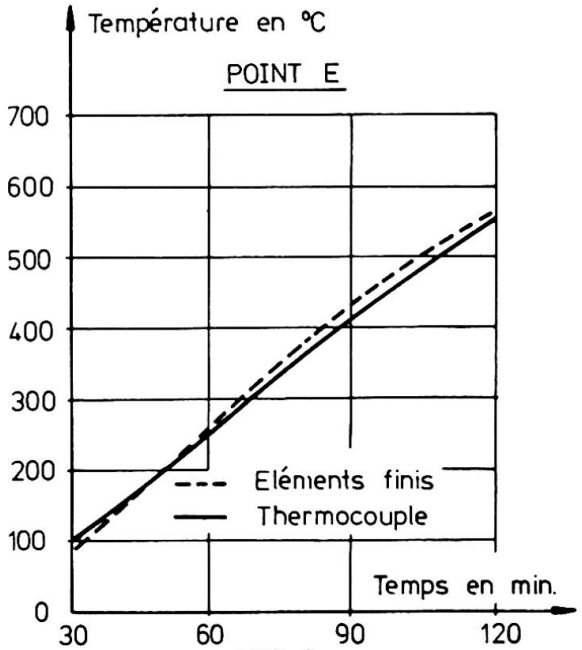

FIG. 6

REFERENCES.

[1] SAMCEF (Système d'Analyse des Milieux Continus par Eléments Finis), Manuels Théorique et Pratique, Lab. Tech. Aér. et Spat., Univ. de Liège.

[2] O.C. ZIENKIEWICZ, The Finite Element Method in Engineering Science, Mc Graw Hill, 1971.

[3] E.L. WILSON and R.E. NICKELL., Application of the Finite Element Method to Heat Conduction Analysis, Nucl. Eng. Design, Vol.4, pp. 276-286, 1966.

[4] E.L. WILSON, K.J. BATHE, F.E. PETERSON, Finite Element Analysis of Linear and Non Linear Heat Transfer, Paper L1/4, 2nd SHIRT Conf., Berlin, Sep.73.

[5] H.D. HIBBIT and P.V. MARCAL., A Numerical Thermo-mechanical Model for the Welding and Subsequent Loading of a Fabricated Structure, Comp. and Str., Vol.3, pp. 1145-1174, 1973.

[6] J.M. BECKER, H. BIZRI and B. BRESLER., FIRES-T, A Computer Program for the Fire Response of Structures, Report UCB FR6 74-1, Dept. Civ. Eng., Univ. Calif., Berkeley, 1974.

[7] M. HOGGE et C. NYSSEN., Transfert Non-Linéaire de Chaleur par Eléments Finis, Rapport SF-27, LTAS, Univ. de Liège, 1974.

[8] M. HOGGE, Transfert de Chaleur et Contraintes Thermiques dans les Structures par la Méthode des Eléments Finis, Thèse de Doct., Univ. de Liège, 1975.

[9] T.Z. HARMATHY., Thermal Properties of Concrete at Elevated Temperatures, Journal of Materials, JMLSA, Vol.5, N°1, March, 1970, pp. 47-74.

[10] Fire Safety in Constructional Steelwork, Results and Conclusions of a European Research Study, 1er Symp. Int. de la CECM, La Haye, Octobre, 1974.

[11] J-C. DOTREPPE, Etude de l'Action du Feu sur les Structures Hyperstatiques, Service des Ponts et Charpentes, Univ. de Liège, 1973.

[12] Evolution de la Température de la Masse du Béton de Gravier Sollicité Thermiquement suivant NBN.713-020, Document GT-TEMP/NT 13bis du Groupe de Travail "Comportement du Matériau Béton en Fonction de la Température" du CRIC, Bruxelles, 1974.

RESUME - On présente un code de calcul, qui permet d'évaluer les évolutions de la température dans les structures soumises à l'incendie. Ce code est basé sur la Méthode des Eléments Finis, et son originalité principale consiste à résoudre le problème incrémental sans itérations en se basant sur la notion de conductivité tangentielle. Les résultats fournis par le code sont comparés à des résultats expérimentaux recueillis lors d'essais en four, et la concordance obtenue est excellente.

ZUSAMMENFASSUNG - Ein Rechenverfahren, das die Erfassung der Temperaturänderungen in einem Tragwerk unter Brandeinwirkung ermöglicht, wird vorgeschlagen. Die Haupteigenschaften dieser auf dem Verfahren der Finiten Elemente ruhenden Methode besteht in der Lösung des Inkrementalproblems ohne Iteration durch das Konzept der tangentialen Leitfähigkeit. Die nach diesem Verfahren erhaltenen Ergebnisse wurden jenen von Brandkammerversuchen gegenübergestellt, wobei sich eine sehr gute Uebereinstimmung ergab.

SUMMARY - A computation code is presented which enables to compute the temperature distribution in structures submitted to fire. This code is based on the Finite Element Method and its main originality in solving the incremental problem without iterations by using the concept of tangential conductivity. The results given by the code are compared with experimental results from fire tests and the agreement obtained is very good.