

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 10 (1976)

Artikel: Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke

Autor: Cichocki, B.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10517>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke

Optimization of Elastic Plane Frames

Optimisation des cadres plans élastiques

B. CICHOCKI

Dipl.-Ing. Dr. techn.

Institut für Stahlbeton- und Massivbau, TU Graz
Graz, Oesterreich

1. Einführung

Die Optimierung der Tragwerke wurde im Einführungsbericht /1/ in 4 Kategorien eingeteilt. Der vorliegende Bericht beschreibt ein Verfahren, das der 3. Kategorie angehört und gleichzeitig die Aufgabestellung der 4. Kategorie weitgehend erfüllt. Ebene Rahmentragwerke mit linear-elastischem Last-Verformungszusammenhang sollen bei gegebenen Geometrie-, Lagerbedingungen und Belastungszuständen so dimensioniert werden, daß ein Optimalitätskriterium für das gesamte Tragwerk erfüllt und die einzelnen Elemente des diskretisierten Tragwerkes für sich optimal gestaltet sind.

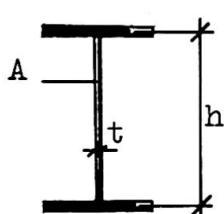
2. Zielfunktion

Mit den Querschnittsflächen A_i als Variablen ist die Zielfunktion für minimales Gewicht oder minimale Kosten zu formulieren. Voraussetzung ist eine stetige und stetig differenzierbare Funktion.

$$f(A_i) \Rightarrow \min \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

3. Optimaler Einzelquerschnitt

Der optimale Einzelquerschnitt ist durch die Erzielung des erforderlichen Biegewiderstandes bei minimaler Querschnittsfläche gekennzeichnet. Die Zusammenhänge zwischen Trägheitsmoment I , Widerstandsmoment W , Bauhöhe h und optimaler Querschnittsfläche sind nach Festlegung der Querschnittsform durch Differentialrechnung zu ermitteln. Unter Verwendung üblicher Näherungen ergibt sich beispielsweise am doppelt-symmetrischen I-Profil, dessen Stegverhältnis $\lambda = h/t$ den Erfordernissen der Stegbeulung entsprechend vorgewählt wird



$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\lambda}{12} \cdot A^2 \\ w &= \left(\sqrt[3]{\frac{16}{3\lambda}} + \sqrt[3]{\frac{2}{3\lambda}} \right)^{-3/2} \cdot A^{3/2} \\ h &= \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cdot A^{1/2} \end{aligned} \right\} (2)$$

Abb. 1. Bezeichnungen am I-Querschnitt

Bei einfach-symmetrischen Profilen sind die Gurtflächen als getrennte Variablen einzuführen.

4. Restriktionssystem

Die nicht-linearen Restriktionen für die Variablen A_i sind durch die Forderung gegeben, daß äußere Schnittgrößen an keiner Stelle des Tragwerkes die inneren Widerstände übersteigen dürfen.

$$\left. \begin{aligned} |M^{\ddot{a}}| &\leq |M^i| \\ |N^{\ddot{a}}| &\leq |N^i| \end{aligned} \right\} (3)$$

Der Einfluß der Querkräfte bleibt unberücksichtigt.

Als Vorsorge gegen Stabilitätsversagen des Systems werden die äußeren Schnittgrößen unter Berücksichtigung von Vorverformungen und ungewollten Lastausmitten im Traglastzustand nach Theorie II. Ordnung errechnet.

Bei Verwendung der verallgemeinerten Deformationsmethode wird die globale Steifigkeitsmatrix $[S]$ durch Summation aus den ins globale System rotierten Stabsteifigkeitsmatrizen $[L]$ gewonnen.

$$[L] = [L^I] + [L^{II}] \quad (4)$$

Die Matrix I. Ordnung enthält die Variablen A_i , die Matrix II. Ordnung die unbekannten Stablängskräfte N . In der Iterationsrechnung dürfen – mit Rücksicht auf die geringe Änderung der Normalkräfte bei Variation der Steifigkeiten – die Längskräfte des vorhergehenden Iterationsschrittes als Konstantwerte verwendet werden.

Die Knotenverformungen $\{v\}$ unter der Belastung $\{P\}$ sind durch

$$\{v\} = [S]^{-1} \cdot \{P\} \quad (5)$$

gegeben. Die Änderung einer Verformung v_k kann im Bereich kleiner Steifigkeitsänderungen genügend genau durch

$$\Delta v_k = \text{grad } v_k \{ \Delta A \} \quad (6)$$

angenähert werden, wobei $\text{grad } v_k$ aus (5) numerisch ermittelt wird. Hierbei kann vorteilhaft von der Näherung

$$[S + \Delta S_i]^{-1} \doteq ([I] - [S]^{-1} [\Delta S_i]).[S]^{-1} \quad (7)$$

Gebrauch gemacht werden /2/, in der $[I]$ die Einheitsmatrix und $[\Delta S_i]$ die Änderung der globalen Steifigkeitsmatrix durch Änderung des Querschnittes A_i bedeuten. Die Matrix $[S]$ muß in jedem Iterationsschritt nur einmal invertiert werden.

Sind $\{w\}$ die aus $\{v\}$ durch Zuordnung und Rotation ins lokale Koordinatensystem gewonnen Stabendverformungen, so gilt für die Schnittgrößen

$$\{M^{\ddot{a}}\} = [L] \{w\} \quad (8)$$

und bei Variation der Flächen A_i

$$\{M^{\ddot{a}}\} = [L + \Delta L] \{w + \Delta w\} \leq \{M^i\} \quad (9)$$

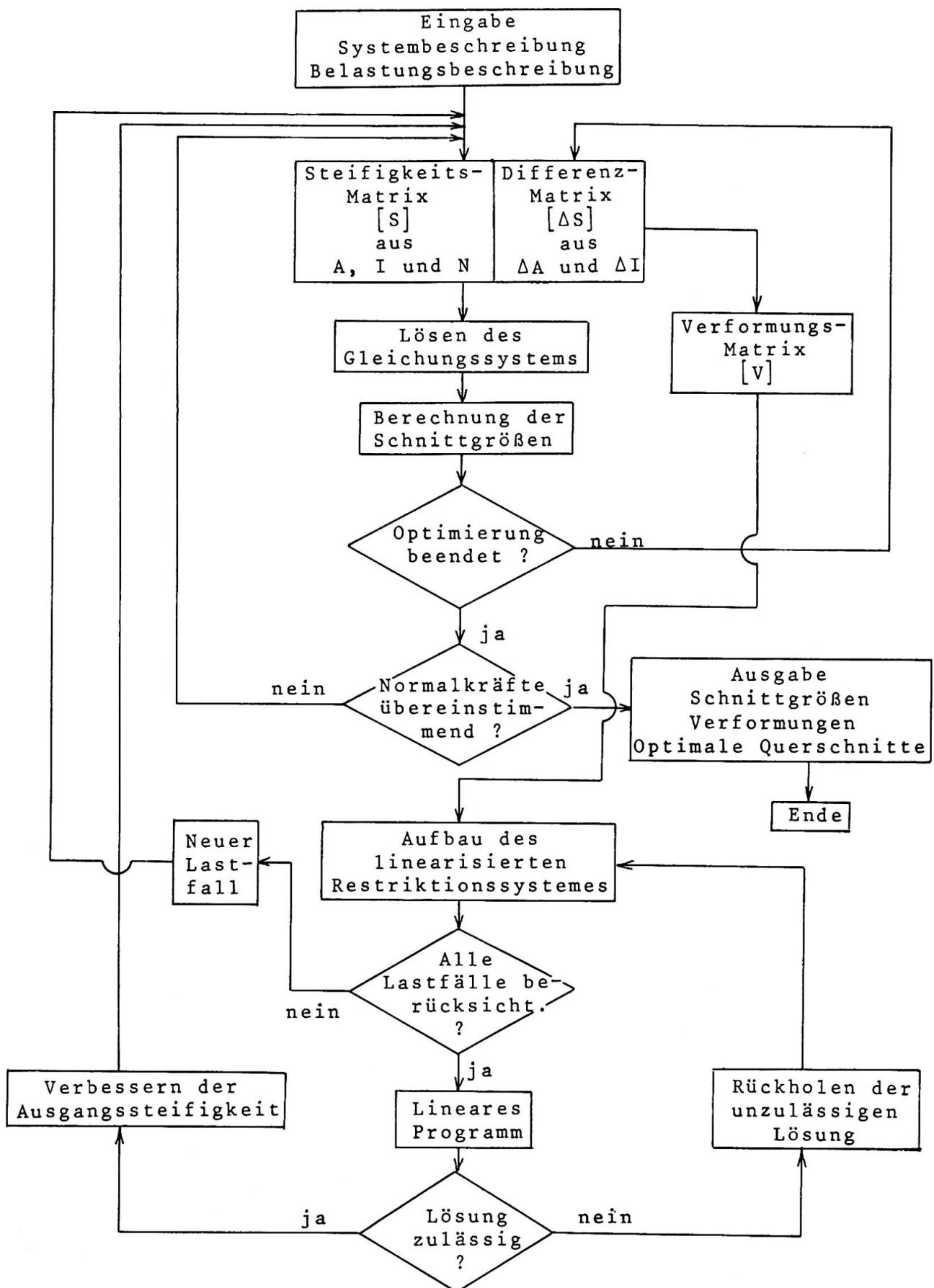


Abb. 2. Schematisches Flußdiagramm

Gleichung (9) an allen Stabenden und für alle Lastfälle formuliert liefert das Restriktionssystem für die Variablen A_i .

5. Mathematische Optimierung

Die Lösung der nicht-linearen Optimierungsaufgabe erfolgt mittels der "Methode der approximierenden Optimierung" /3/, einer Variante der Sequentiellen Linearen Programmierung. Zielfunktion und Restriktionen werden in einem zulässigen Startpunkt $\{A_0\}$ linearisiert und mittels Simplex-Algorithmus die Lösung des Linearen Programmes bestimmt. Der Lösungspunkt $\{\bar{A}\}$, der wegen des Linearisierungsfehlers außerhalb des zulässigen Raumes liegt, wird mit der Vektoraddition

$$\{A^*\} = \frac{1}{2^t} \cdot \{\bar{A}\} + \frac{2^t - 1}{2^t} \cdot \{A_0\} \quad (10)$$

rückgeführt. Die Potenz t wird beginnend mit $t=0$ solange um 1 erhöht, bis $\{A^*\}$ in den zulässigen Grundbereich zu liegen kommt.

Mit den verbesserten Werten für die Querschnittsflächen werden verbesserte Verformungsgradienten errechnet und ein neuerlicher Iterationszyklus durchlaufen.

Der Berechnungsablauf ist an einem schematischen Flußdiagramm erläutert. (Abb.2)

Das Konvergenzverhalten wurde an verschiedenen kleineren Beispielen untersucht. Die Verbesserung des Wertes der Zielfunktion nach 5 Iterationsschritten lag zumeist unter 1 %.

Literaturangaben:

- /1/ TEMPLEMAN, A.B.: "Optimization Concepts and Techniques in Structural Design", Einführungsbericht IVBH 10. Kongress, Tokyo 1971
- /2/ BOMMER, C.M./ SYMONDS, D.A.: "Skeletal Structures", Crosby Lockwood & Son, London 1968.
- /3/ BURKARD, R.E./ GENSER, B.: "Zur Methode der approximierenden Optimierung", Math. Operationsforschung und Statistik 5 (1974).
- /4/ CICHOCKI, B.: "Zur Optimierung ebener Stabtragwerke", Dissertation Technische Universität Graz, 1976.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Bericht behandelt die Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke. Die Lösung des nicht-linearen Programmes erfolgt mit der "Methode der approximierenden Optimierung", einer Variante der sequentiellen linearen Programmierung.

SUMMARY

The paper examines the optimization of elastic plane frames. The solution of the non-linear programming is obtained by the method "Methode der approximierenden Optimierung", a kind of sequential linear programming.

RESUME

L'article traite de l'optimisation des cadres plans élastiques. La solution pour la programmation non-linéaire est obtenue à l'aide de la "Methode der approximierenden Optimierung", une variante de la programmation linéaire séquentielle.