

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 10 (1976)

Rubrik: Theme IIc: Examples of computer-aided optimal design of structures

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Optimization of the Prestressing in the Cables of a Cable-Stayed Bridge

Optimisation de la précontrainte dans les câbles d'un pont à haubans

Optimierung der Vorspannung in den Kabeln einer Schrägseilbrücke

DIETHELM FEDER

Dr.-Ing.

M.A.N.

Gustavsburg, GFR

1. Reasons for prestressing

It is well known that the cables of a cable-stayed bridge have to be prestressed in order to utilize the high strength of the cables and to reduce the bending moments in the main girder.

The degree of prestressing required depends on the structural system of the bridge, the relative stiffness of the cables and the girder, and the ratio of live load to dead load. Finding the most economic relation between the longitudinal stiffness of the cables and the bending stiffness of the main girder is a complicated optimization problem in itself.

Here, only a short description is given of how prestress in the cables was optimized for a given structural system. The aim was to get a uniform distribution of moments in the main girder without overloading the cables.

2. The Deggenau cable-stayed bridge

The bridge in question carries a motorway across the Danube in Eastern Bavaria and has two spans of unequal length, i.e. 290 m and 145 m (Fig. 1). It has one central tower and the large opening is back-stayed by three cables to the small opening and mainly to the eastern abutment. The main girder has a two cell box-section of 14 x 4.5 m with cantilevering deck supported by struts.

The cables are composed of spiral strands arranged in three layers in a rectangular pattern (Fig. 2), for more details about this bridge see [1].

3. Optimality conditions

In static analysis the bridge was treated as a space frame in linear elastic theory with the aid of a standard computer program.

The loading case "end displacement" of a certain cable then delivers a complete set of influence coefficients reflecting the effect of prestressing. Thus, from the loading cases "end displacement" of all the cables one can easily obtain the coefficients for the value of any internal force or moment due to prestressing:

$$S_i = \sum_k a_{ik} X_k \quad \text{with } S_i = \text{internal force or moment}$$

$$a_{ik} = \text{influence coefficient}$$

$$X_k = \text{prestressing}$$

$$(\text{end displacement of cable } k)$$

The optimality criteria to be considered were the following (see also Fig. 3):

- The tensions in the cables were not to exceed the maximum allowable values and should not become negative.
- The moments in the main girder were not to exceed the strength of the girder required for cantilever erection.
- The moments at the tower base were to be kept to a minimum.

With 6 different cables, 6 positive and 5 negative limit moments for the main girder, and two limit moments for the tower base this gives a set of 25 inequality conditions for the 6 unknown cable end displacements.

4. Practical solution

Assuming that the system would behave inherently reasonable, the number of inequalities was reduced to 19 by dropping the condition that cable tensions should not become negative.

A further reduction was possible due to the fact that positive bending moments in the girder between cable points were not critical.

It was then tried to solve the remaining set of 13 inequalities by means of a standard computer program for linear programming. As it turned out this program failed to give a reasonable solution because, being geared to economic problems only, it could not handle negative values on the right hand side. Merely changing signs all through the equations concerned did not help.

Since there was neither time nor a specialist available to overcome these difficulties, the number of variables and restrictions was further reduced by engineering judgement. The remaining set of 10 inequalities with 5 unknowns was handled as overdetermined system of linear equations by a computer program producing a least squares solution. This approach gave surprisingly satisfactory results for all the values that were to be optimized.

References

- [1] Feder, D.: Donaubrücke Deggendorf, Strasse Brücke Tunnel 5 (1975), S. 114/17

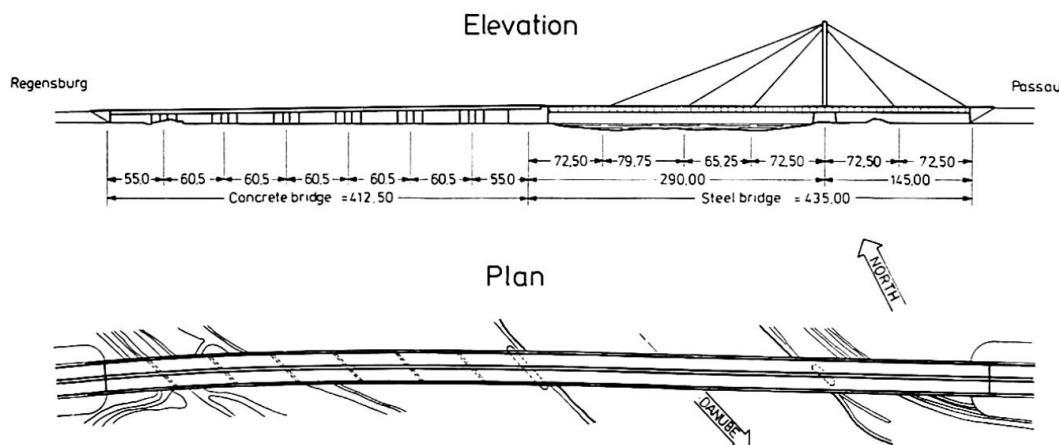


Fig. 1: Deggenau cable-stayed bridge

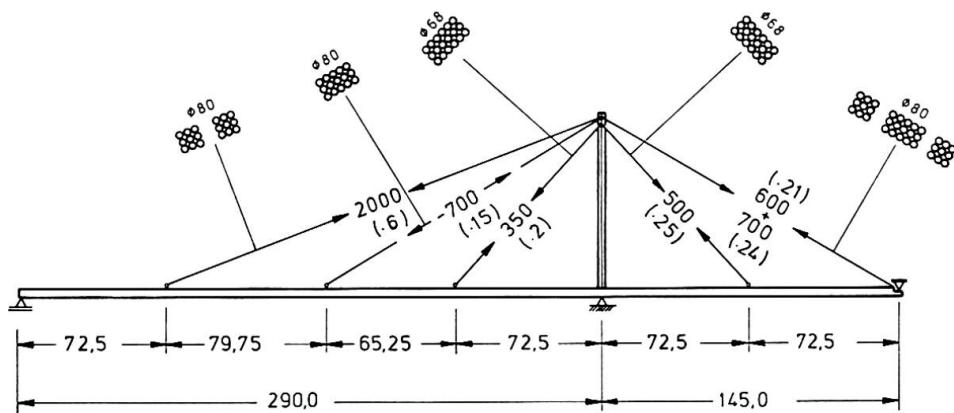


Fig. 2: Cable sections and prestressing:
prestress [kN], (cable end displacements [m])

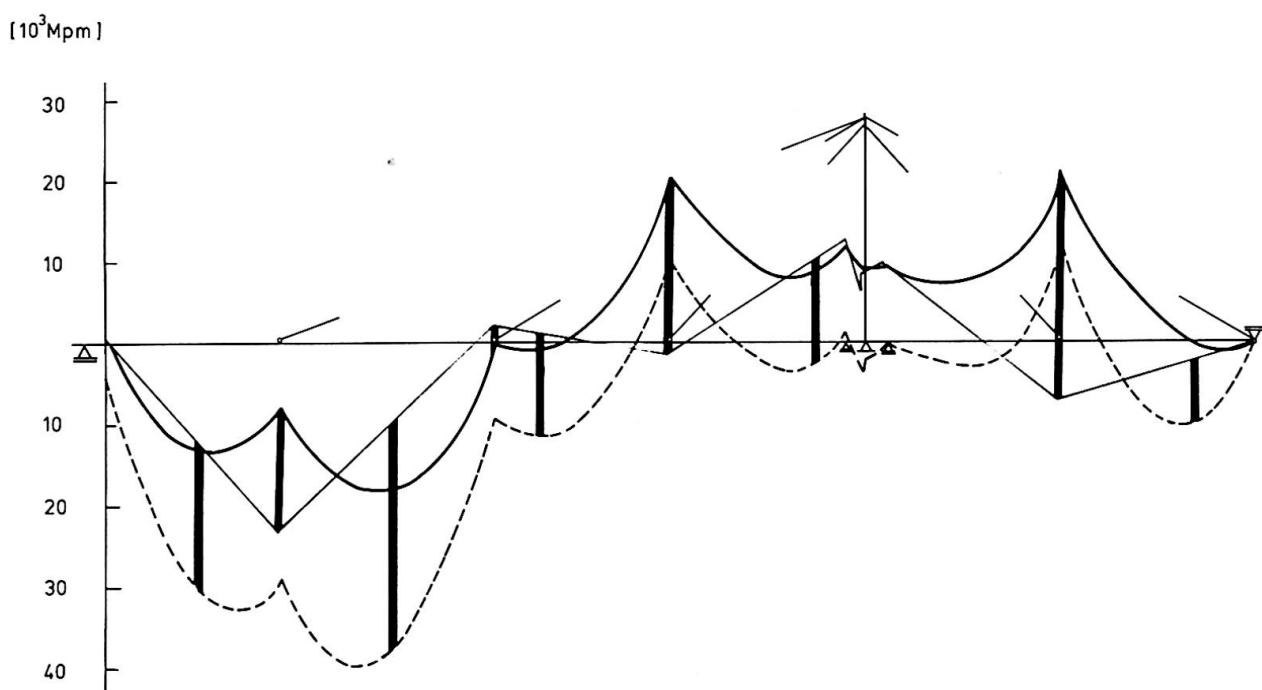


Fig. 3: Optimality criteria and moment distribution
in main girder

SUMMARY

The paper deals with an optimization that has been used in the design of a cable-stayed bridge. The optimality criteria are briefly discussed, difficulties encountered are described, and the engineering approach applied for the solution is outlined.

RESUME

L'article traite de l'optimisation retenue pour le calcul d'un pont à haubans. Les critères d'optimisation sont discutés, les difficultés rencontrées sont décrites, et la méthode d'ingénieur employée est présentée.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Beitrag befasst sich mit einer Optimierung, die bei der Berechnung einer Schrägseilbrücke benutzt wurde. Es werden kurz die Optimalitätskriterien diskutiert, aufgetretene Schwierigkeiten werden beschrieben, und das für die Lösung angewandte ingenieurmässige Vorgehen wird umrissen.

Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke

Optimization of Elastic Plane Frames

Optimisation des cadres plans élastiques

B. CICHOCKI

Dipl.-Ing. Dr. techn.

Institut für Stahlbeton- und Massivbau, TU Graz
Graz, Oesterreich

1. Einführung

Die Optimierung der Tragwerke wurde im Einführungsbericht /1/ in 4 Kategorien eingeteilt. Der vorliegende Bericht beschreibt ein Verfahren, das der 3. Kategorie angehört und gleichzeitig die Aufgabestellung der 4. Kategorie weitgehend erfüllt. Ebene Rahmentragwerke mit linear-elastischem Last-Verformungszusammenhang sollen bei gegebenen Geometrie-, Lagerbedingungen und Belastungszuständen so dimensioniert werden, daß ein Optimalitätskriterium für das gesamte Tragwerk erfüllt und die einzelnen Elemente des diskretisierten Tragwerkes für sich optimal gestaltet sind.

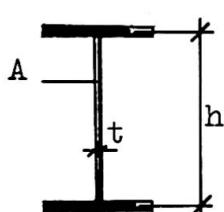
2. Zielfunktion

Mit den Querschnittsflächen A_i als Variablen ist die Zielfunktion für minimales Gewicht oder minimale Kosten zu formulieren. Voraussetzung ist eine stetige und stetig differenzierbare Funktion.

$$f(A_i) \Rightarrow \min \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

3. Optimaler Einzelquerschnitt

Der optimale Einzelquerschnitt ist durch die Erzielung des erforderlichen Biegewiderstandes bei minimaler Querschnittsfläche gekennzeichnet. Die Zusammenhänge zwischen Trägheitsmoment I , Widerstandsmoment W , Bauhöhe h und optimaler Querschnittsfläche sind nach Festlegung der Querschnittsform durch Differentialrechnung zu ermitteln. Unter Verwendung üblicher Näherungen ergibt sich beispielsweise am doppelt-symmetrischen I-Profil, dessen Stegverhältnis $\lambda = h/t$ den Erfordernissen der Stegbeulung entsprechend vorgewählt wird



$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\lambda}{12} \cdot A^2 \\ w &= \left(\sqrt[3]{\frac{16}{3\lambda}} + \sqrt[3]{\frac{2}{3\lambda}} \right)^{-3/2} \cdot A^{3/2} \\ h &= \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \cdot A^{1/2} \end{aligned} \right\} (2)$$

Abb. 1. Bezeichnungen am I-Querschnitt

Bei einfach-symmetrischen Profilen sind die Gurtflächen als getrennte Variablen einzuführen.

4. Restriktionssystem

Die nicht-linearen Restriktionen für die Variablen A_i sind durch die Forderung gegeben, daß äußere Schnittgrößen an keiner Stelle des Tragwerkes die inneren Widerstände übersteigen dürfen.

$$\left. \begin{aligned} |M^{\ddot{a}}| &\leq |M^i| \\ |N^{\ddot{a}}| &\leq |N^i| \end{aligned} \right\} (3)$$

Der Einfluß der Querkräfte bleibt unberücksichtigt.

Als Vorsorge gegen Stabilitätsversagen des Systems werden die äußeren Schnittgrößen unter Berücksichtigung von Vorverformungen und ungewollten Lastausmitten im Traglastzustand nach Theorie II. Ordnung errechnet.

Bei Verwendung der verallgemeinerten Deformationsmethode wird die globale Steifigkeitsmatrix $[S]$ durch Summation aus den ins globale System rotierten Stabsteifigkeitsmatrizen $[L]$ gewonnen.

$$[L] = [L^I] + [L^{II}] \quad (4)$$

Die Matrix I. Ordnung enthält die Variablen A_i , die Matrix II. Ordnung die unbekannten Stablängskräfte N . In der Iterationsrechnung dürfen – mit Rücksicht auf die geringe Änderung der Normalkräfte bei Variation der Steifigkeiten – die Längskräfte des vorhergehenden Iterationsschrittes als Konstantwerte verwendet werden.

Die Knotenverformungen $\{v\}$ unter der Belastung $\{P\}$ sind durch

$$\{v\} = [S]^{-1} \cdot \{P\} \quad (5)$$

gegeben. Die Änderung einer Verformung v_k kann im Bereich kleiner Steifigkeitsänderungen genügend genau durch

$$\Delta v_k = \text{grad } v_k \{ \Delta A \} \quad (6)$$

angenähert werden, wobei $\text{grad } v_k$ aus (5) numerisch ermittelt wird. Hierbei kann vorteilhaft von der Näherung

$$[S + \Delta S_i]^{-1} \doteq ([I] - [S]^{-1} [\Delta S_i]).[S]^{-1} \quad (7)$$

Gebrauch gemacht werden /2/, in der $[I]$ die Einheitsmatrix und $[\Delta S_i]$ die Änderung der globalen Steifigkeitsmatrix durch Änderung des Querschnittes A_i bedeuten. Die Matrix $[S]$ muß in jedem Iterationsschritt nur einmal invertiert werden.

Sind $\{w\}$ die aus $\{v\}$ durch Zuordnung und Rotation ins lokale Koordinatensystem gewonnen Stabendverformungen, so gilt für die Schnittgrößen

$$\{M^{\ddot{a}}\} = [L] \{w\} \quad (8)$$

und bei Variation der Flächen A_i

$$\{M^{\ddot{a}}\} = [L + \Delta L] \{w + \Delta w\} \leq \{M^i\} \quad (9)$$

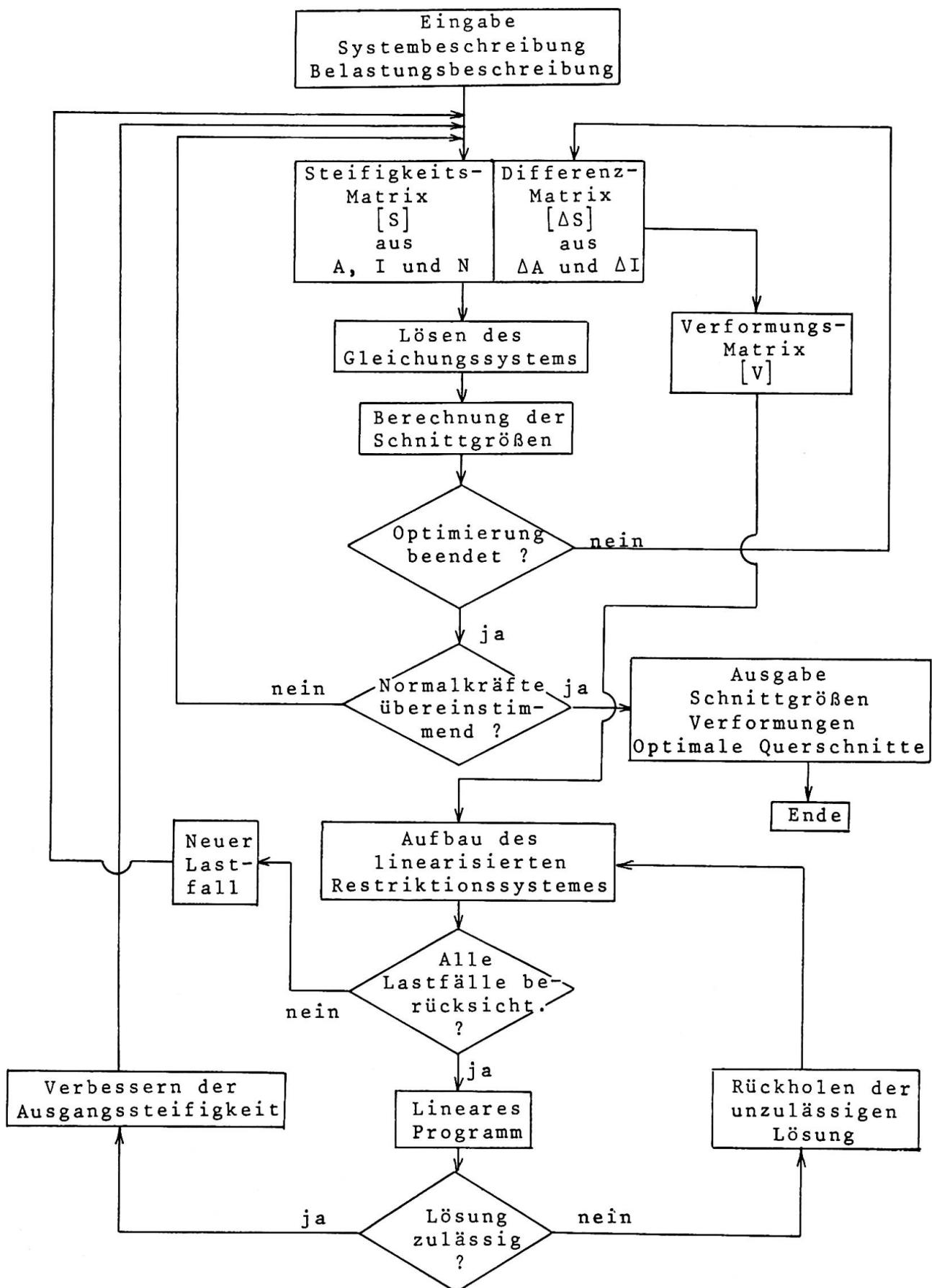


Abb. 2. Schematisches Flußdiagramm

Gleichung (9) an allen Stabenden und für alle Lastfälle formuliert liefert das Restriktionssystem für die Variablen A_i .

5. Mathematische Optimierung

Die Lösung der nicht-linearen Optimierungsaufgabe erfolgt mittels der "Methode der approximierenden Optimierung" /3/, einer Variante der Sequentiellen Linearen Programmierung. Zielfunktion und Restriktionen werden in einem zulässigen Startpunkt $\{A_0\}$ linearisiert und mittels Simplex-Algorithmus die Lösung des Linearen Programmes bestimmt. Der Lösungspunkt $\{\bar{A}\}$, der wegen des Linearisierungsfehlers außerhalb des zulässigen Raumes liegt, wird mit der Vektoraddition

$$\{A^*\} = \frac{1}{2^t} \cdot \{\bar{A}\} + \frac{2^t - 1}{2^t} \cdot \{A_0\} \quad (10)$$

rückgeführt. Die Potenz t wird beginnend mit $t=0$ solange um 1 erhöht, bis $\{A^*\}$ in den zulässigen Grundbereich zu liegen kommt.

Mit den verbesserten Werten für die Querschnittsflächen werden verbesserte Verformungsgradienten errechnet und ein neuerlicher Iterationszyklus durchlaufen.

Der Berechnungsablauf ist an einem schematischen Flußdiagramm erläutert. (Abb.2)

Das Konvergenzverhalten wurde an verschiedenen kleineren Beispielen untersucht. Die Verbesserung des Wertes der Zielfunktion nach 5 Iterationsschritten lag zumeist unter 1 %.

Literaturangaben:

- /1/ TEMPLEMAN, A.B.: "Optimization Concepts and Techniques in Structural Design", Einführungsbericht IVBH 10. Kongress, Tokyo 1971
- /2/ BOMMER, C.M./ SYMONDS, D.A.: "Skeletal Structures", Crosby Lockwood & Son, London 1968.
- /3/ BURKARD, R.E./ GENSER, B.: "Zur Methode der approximierenden Optimierung", Math. Operationsforschung und Statistik 5 (1974).
- /4/ CICHOCKI, B.: "Zur Optimierung ebener Stabtragwerke", Dissertation Technische Universität Graz, 1976.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Bericht behandelt die Optimierung elastischer, ebener Rahmentragwerke. Die Lösung des nicht-linearen Programmes erfolgt mit der "Methode der approximierenden Optimierung", einer Variante der sequentiellen linearen Programmierung.

SUMMARY

The paper examines the optimization of elastic plane frames. The solution of the non-linear programming is obtained by the method "Methode der approximierenden Optimierung", a kind of sequential linear programming.

RESUME

L'article traite de l'optimisation des cadres plans élastiques. La solution pour la programmation non-linéaire est obtenue à l'aide de la "Methode der approximierenden Optimierung", une variante de la programmation linéaire séquentielle.

An Optimality Criterion Method for Composite Bridge Deck Design

Une méthode basée sur le critère de l'optimalité pour le calcul du tablier composite d'un pont

Eine Optimierungsmethode für die Berechnung von Verbunddecken im Brückenbau

T.A.I. AKEJU

Lecturer, Department of Civil Engineering
University of Lagos
Lagos, Nigeria

Gellatly and Dupree (1) have discussed some of the important limitations which arise from application of mathematical programming techniques to structural problems. The need amongst others for the evaluation of derivatives of objective functions and constraints in most mathematical programming methods often leads to the expenditure of large computer time for the solution of realistic size structures, whose accurate description depend on large numbers of design variables. Whilst recognising that some new developments are directed towards ameliorating some of these problems, there is yet no indications that all of them have been solved.

On the other hand the broad group of methods, classed as optimality criterion approach, employ completely different techniques from those of mathematical programming and are thereby free from the weaknesses of the latter, although they have their peculiar shortcomings. In this discussion an example of the application of the method to the optimum cost design of composite bridge deck is presented.

In developing an optimality criterion approach for this problem, it is considered necessary to introduce the following simplifying assumptions:

1. The width of the bridge deck is fixed and the configurations of the deck are as shown in Figure 1.
2. For the steel girders, only universal beam sections with tabulated section properties from manufacturers are used.
3. The design of shear connectors is not considered although it is assumed that adequate shear connectors are provided between the slab and the beam to make it possible to use transformed section theory.
4. Shored construction is assumed to reduce the number of load cases to be considered.

The characteristics of the objective function are studied (2) through the aid of a computer program written to design the deck to the requirements of the British Code for Composite Construction (CP 117 1967 Part 2) and for Design of Steel Girder Bridges (BS 153 1966 Part 3 & 4).

Amongst the characteristics studied are:

1. The variation of deck cost with depth of slab for different cost of concrete, μ for a given girder. A typical example Figure 2 shows that the cost of concrete has very little influence on the cost of the deck.
2. The variation of deck cost with depth of slab for different cost of steel, λ . Figure 3 shows that the cost of girder has a predominant effect on the cost of the deck.
3. The variation of the deck cost with depth of slab for girders of the same serial size but of different weights. Figure 4 for four 914mm x 305mm girders shows that if a feasible design region exists with the possibility of choice of girders, the optimum design is obtained for the girder with the lowest value of weight per unit length.

These points dictate the mode of procedure for the optimization process. It is considered reasonable from the relatively minor contribution of the slab cost to choose, as a first approach, a slab depth based only on satisfaction of strength and deflection constraints. The table of girder section properties is ordered with respect to the weight per unit length to create a logical direction of search. A direct search method (3) with variable travel steps, controlled by a sensitivity device, is used to determine the optimum girder.

One of the main points to be emphasised here is the fact that the assumptions stated above, though restrictive, are necessary for application of the concept of optimality criteria. Secondly the knowledge of the characteristics of the problem is the principal factor responsible for the easy development of the simple direct search scheme. Lastly the problem falls into the first class of hierarchy discussed by Gellatly and Dupree (1) and further illustrates the point that optimality criterion methods are very efficient at dealing with only one or two of the hierarchy at a time.

R E F E R E N C E S

1. GELLATLY, R.A. and DUPREE, D.M.
Examples of Computer-Aided Optimal Design of Structures.
Introductory Report 10th Congress IABSE, Tokyo, 1976
pp. 77-105.
2. ORANGUN, C.O. and AKEJU, T.A.I.
A Study of Some Characteristics of Optimum Design of Composite Bridge Deck.
To appear in Rilem Bulletin, Materials and Structures, 1977.
3. AKEJU, T.A.I. and ORANGUN, C.O.
Optimum Design of Composite Bridge Deck Using Available Universal Beams.
To be published.

APPENDIX 1 - NOTATION

c_c Cost of concrete per cubic metre.

c_r Cost of reinforcement per cubic metre.

c_g Cost of girder per 100 kilogram.

$$\lambda = c_g/c_c$$

$$\mu = c_r/c_c$$

SUMMARY

An example of the application of an optimality criterion method to the design of composite bridge deck for minimum cost is presented. Simplifying assumptions which facilitated the application of the method are discussed. It is argued that a study of the characteristics of the problem contributed immensely to the development of a simple direct search scheme for the optimal solution.

RESUME

On donne un exemple de l'application d'une méthode basée sur le critère de l'optimalité pour le calcul du tablier composite d'un pont, pour des frais minima. Puis des hypothèses simplificatrices qui ont facilité l'application de cette méthode sont considérées. Il est montré qu'une étude des caractéristiques du problème a contribué énormément au développement de combinaisons simples et directes pour la recherche d'une solution optimale.

ZUSAMMENFASSUNG

Ein Beispiel für die Anwendung einer Optimierungsmethode zur Berechnung von Verbunddecken mit minimalen Kosten im Brückenbau wird angegeben. Vereinfachende Voraussetzungen werden diskutiert, welche die Anwendung der Methode erleichtern. Das Studium der Problemscharakteristiken hat sehr viel dazu beigetragen, dass ein einfacher und direkter Lösungsweg gefunden werden konnte.

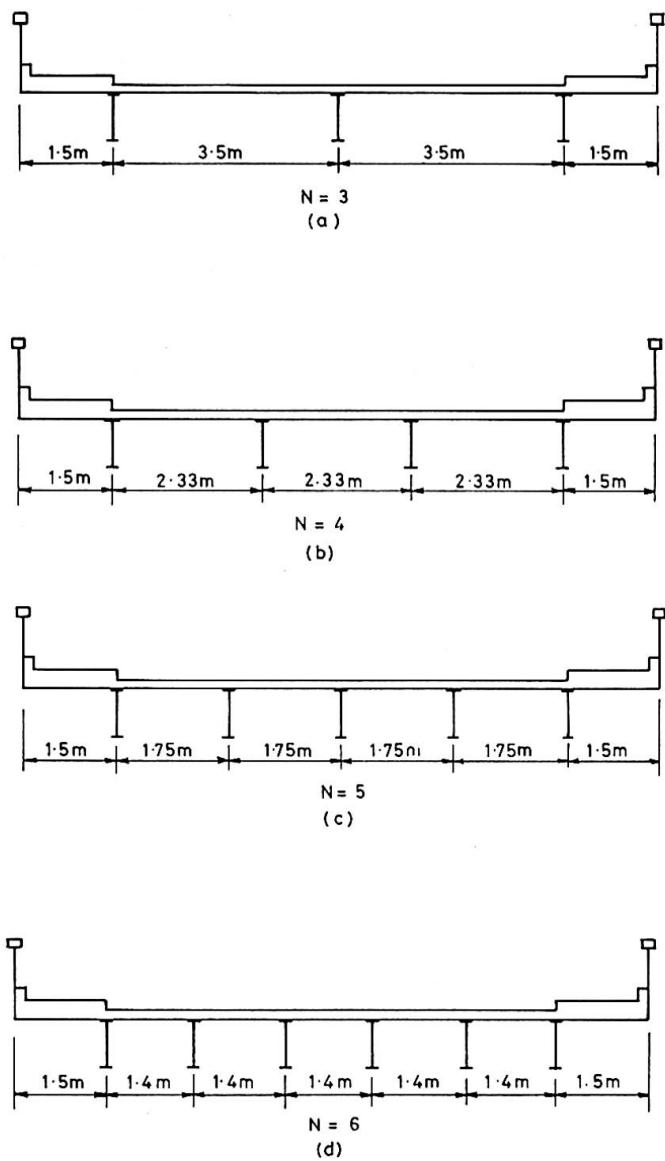


FIGURE 1
BRIDGE DECK CONFIGURATION

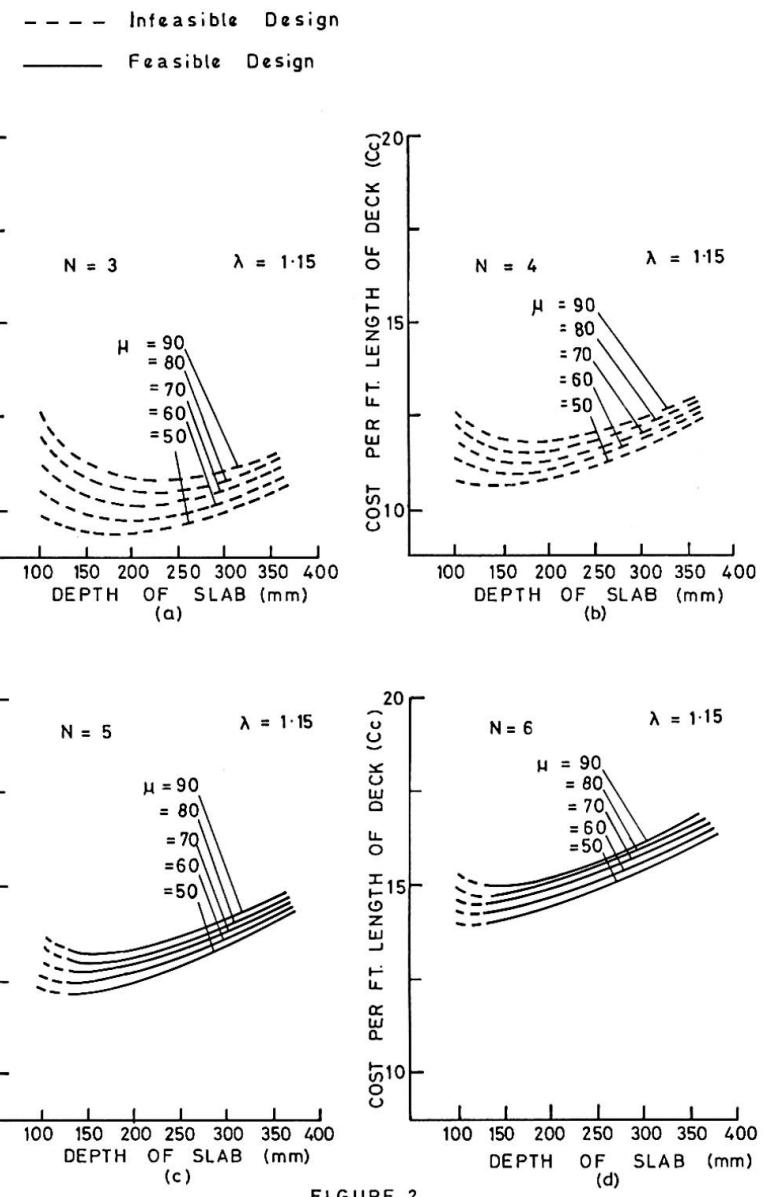


FIGURE 2
VARIATION OF DECK COST WITH DEPTH OF SLAB
FOR DIFFERENT μ (762mm x 267mm x 194kg UB)

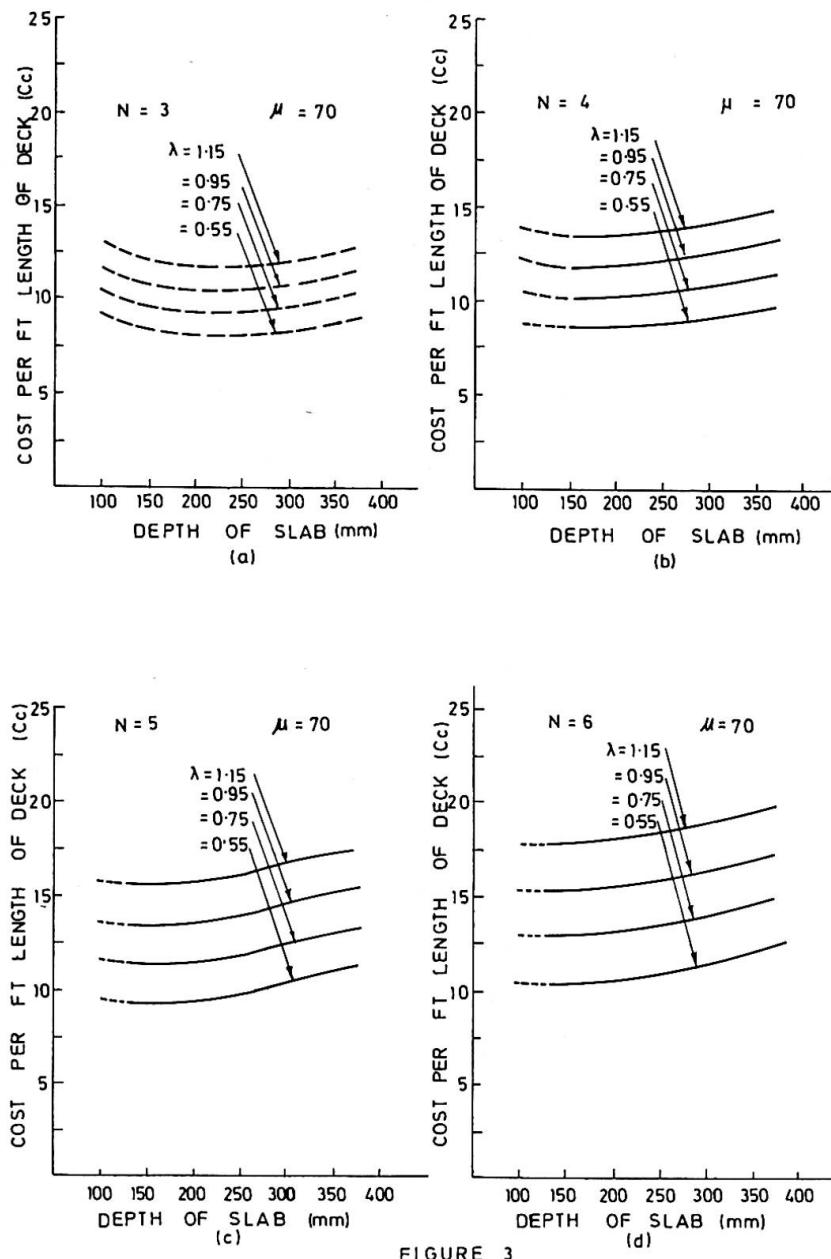


FIGURE 3

VARIATION OF DECK COST WITH DEPTH OF SLAB
FOR DIFFERENT λ (914mm x 305mm x 224kg UB)

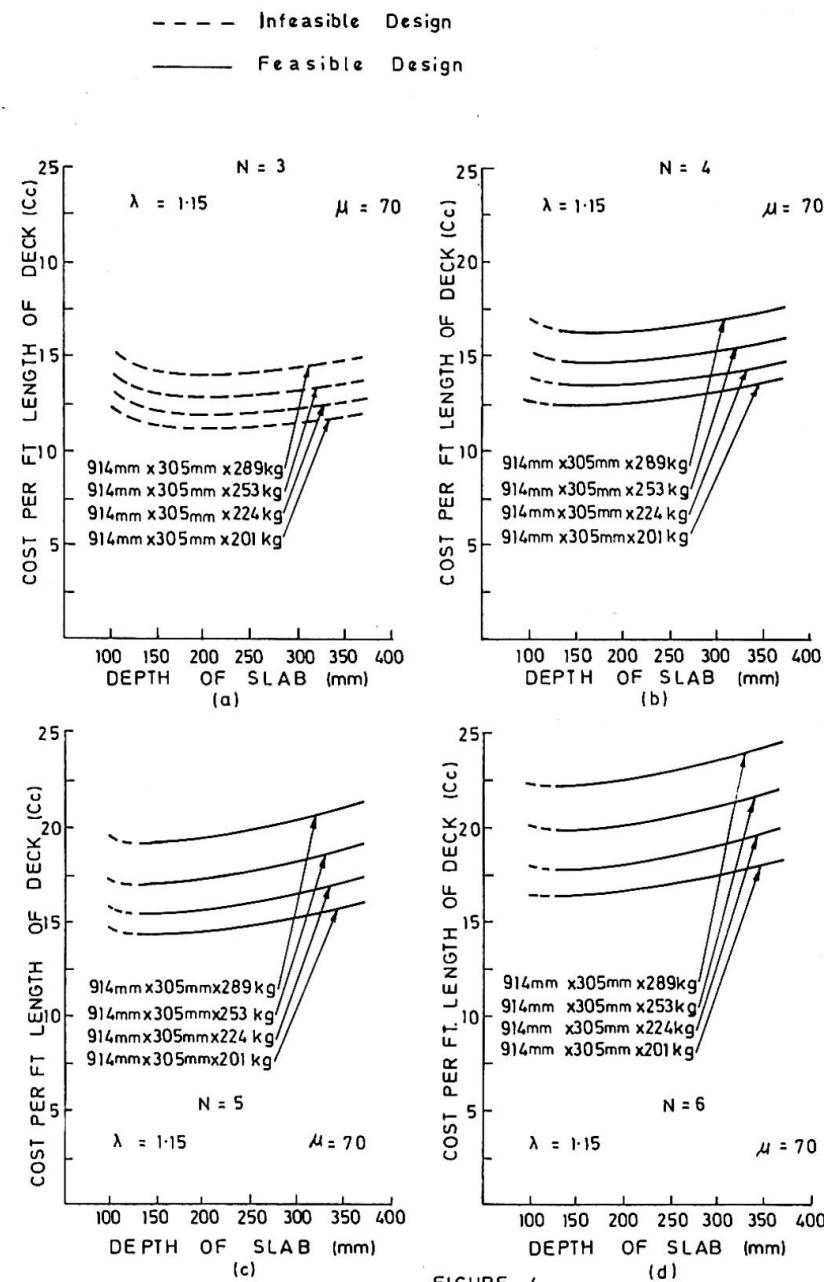


FIGURE 4

VARIATION OF DECK COST WITH DEPTH OF SLAB
FOR GIRDERS OF SAME SERIAL SIZE

Leere Seite
Blank page
Page vide

Über die praktische Behandlung von Optimierungsaufgaben

On the Treatment of Optimization Problems for Better Use

Le traitement pratique des problèmes d'optimisation

NIKOLA S. DIMITROV

Prof. Dr.-Ing.

Institut für Tragkonstruktionen und konstruktives Entwerfen
Stuttgart, BRD

Mit Hilfe moderner Computer kann man heute ungleich komplexere Probleme angehen, als es zu den Zeiten der mechanischen Rechenautomaten möglich war. Diese Entwicklung ist natürlich zu begrüßen, leider hat sie auch eine Kehrseite. Neben den großen Vorteilen des Gebrauchs von EDV-Anlagen, wie

- hohe Kapazität
- schnelle Bearbeitungszeit
- Erledigung lästiger Routinearbeit

werden auch Nachteile sichtbar.

So verführt die Rechengeschwindigkeit der Automaten dazu, ein anstehendes Problem "simpel" zu lösen, z.B. unbekannte Funktionen durch einstellige Treppenfunktionen anstatt mehrstelliger Verfahren, welche bei finiten Elementen eine Menge von Unbekannten ausschalten, oder daß viele Optimierungsaufgaben durch ungezählte Iterationen gelöst werden, ohne sich ernsthaft mit der Möglichkeit einer direkten Lösung zu befassen.

Weiterhin wird durch die Maschinen die Suche nach einfacheren oder effizienteren Lösungswegen gebremst. Man hat ja ein Programm, wieso soll man nach einer neuen Methode zur Vereinfachung suchen?

So hängt dann leider nur zu oft die Arbeit des entwerfenden Ingenieurs von der Verfügbarkeit eines Programms, bzw. einer Rechenanlage ab. Nicht jeder ist aber in der glücklichen Lage, an ein Rechenzentrum angeschlossen zu sein. Es sollte daher, bei positivster Wertung der bisherigen Erfolge der EDV-Anlagen, nicht jener Grenzbereich vergessen werden, wo ein Problem nach entsprechender Behandlung auch mit einem Tischrechner, statt einer größeren Maschine gelöst werden könnte.

Bei solchen Forschungen kann der Ingenieur in den Entwurfsbüros am meisten profitieren. Er wäre dann imstande, noch mehr Probleme selbstständig zu lösen, und nur noch bei wenigen Aufgaben auf große Rechenanlagen angewiesen.

An einem einfachen Beispiel soll demonstriert werden, wie sich aus einem anfänglichen Computerprogramm ein mit Tischrechnern lösbarer Algorithmus entwickelte.

Die Aufgabe ist es, einen Holz- Leimschichtträger als Einfeldträger so zu bemessen, daß er unter allen möglichen Rechteckquerschnitten die kleinste Fläche hat. Siehe Fig.1 u. Fig.2 .

Die Zielfunktion, sowie vier der Randbedingungen sind nichtlinear. In der ersten Bearbeitungsstufe wurde ein iteratives Programm mit Nullstellensuche nach Newton formuliert, welches den jeweils optimalen Punkt lieferte. Diesem Programm entspricht etwa die konventionelle zeichnerische Lösung. Siehe Fig.3 .

Zielfunktion:

$$Z: F = b \cdot h = \alpha \cdot h^2 \rightarrow \text{Minimum !}$$

Nebenbedingungen:

$$\textcircled{1}: \frac{\text{vorh } \tau - \text{zul } \tau \leq 0}{\text{vorh } \tau = \frac{q \cdot e \cdot l}{b}} \rightarrow \text{erf } h_1 = \sqrt[2]{q \cdot e \cdot l} \cdot P_1$$

$$\textcircled{2}: \frac{\text{vorh } \sigma - \text{zul } \sigma_B \leq 0}{\text{vorh } \sigma = \frac{q \cdot e \cdot l^2}{b \cdot h}} \rightarrow \text{erf } h_2 = \sqrt[3]{q \cdot e \cdot l^2} \cdot P_2$$

$$\textcircled{3}: \frac{\text{vorh } f - \text{zul } f \leq 0}{(\text{zul } f = l/n_f)} \rightarrow \text{erf } h_3 = \sqrt[4]{q \cdot e \cdot l^3 \cdot n_f} \cdot P_3$$

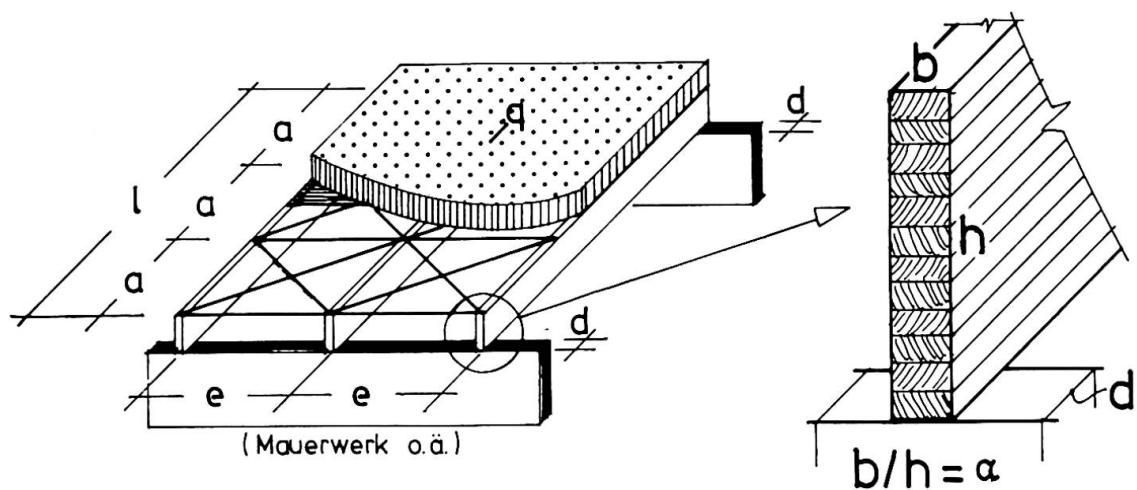
$$\textcircled{4}: \frac{v_{\text{kipp}} \cdot \text{vorh } \sigma_B - \sigma_{\text{kipp}} \leq 0}{(\text{vorh } a = l/n_a)} \rightarrow \text{erf } h_4 = \sqrt[4]{q \cdot e \cdot l^3 \cdot \frac{1}{n_a}} \cdot P_4$$

$$\textcircled{5}: \frac{\text{vorh } \sigma_{D\perp} - \text{zul } \sigma_{D\perp} \leq 0}{\text{vorh } \sigma_{D\perp} = \frac{q \cdot e \cdot l}{d}} \rightarrow \text{erf } h_5 = q \cdot e \cdot l \cdot \frac{1}{d} \cdot P_5$$

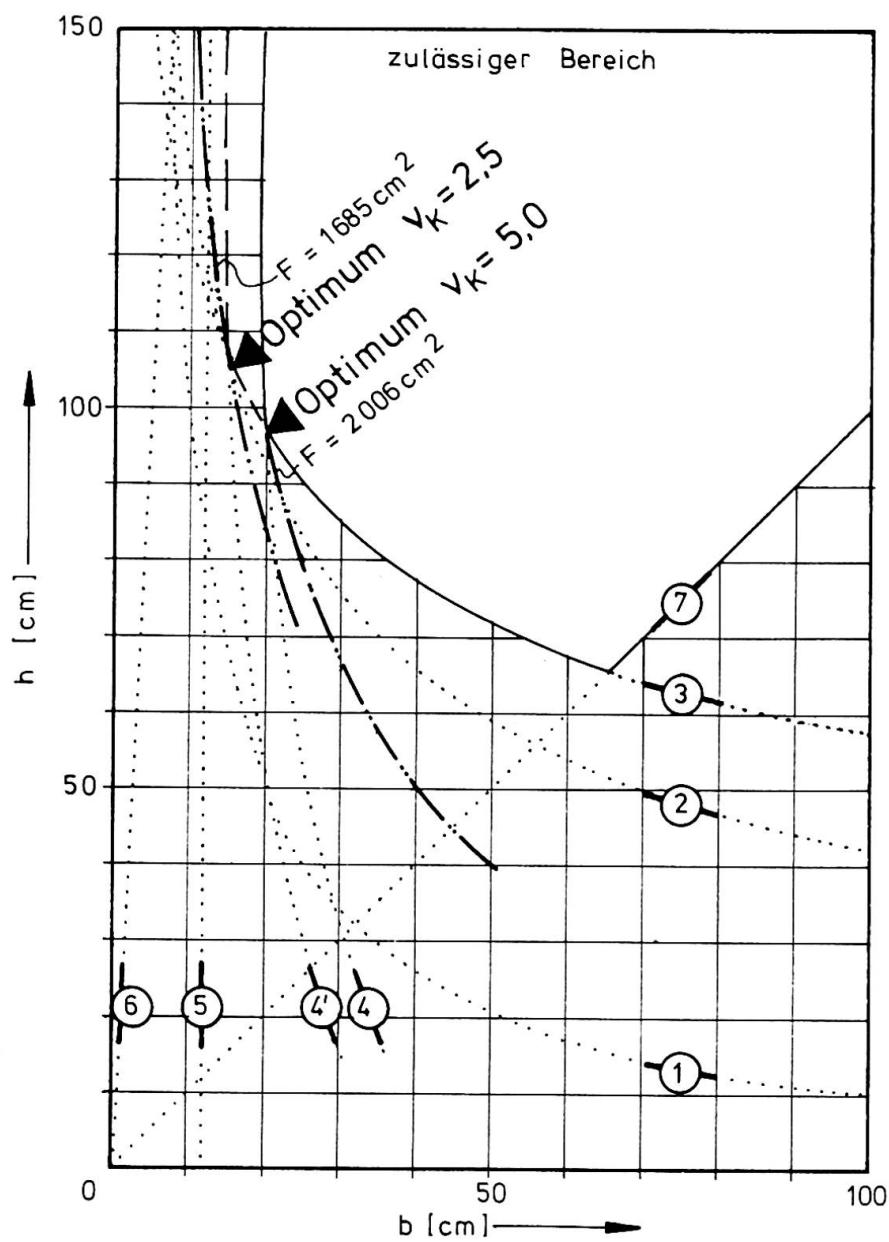
$$\textcircled{6}: \frac{h/b - 25 \leq 0}{h/b = 1} \rightarrow \text{min } \alpha = 0,04$$

$$\textcircled{7}: \frac{1 - h/b \leq 0}{h/b = 1} \rightarrow \text{max } \alpha = 1,0$$

Figur 1.: Zielfunktion und Nebenbedingungen



Figur 2.: Schema der Aufgabenstellung



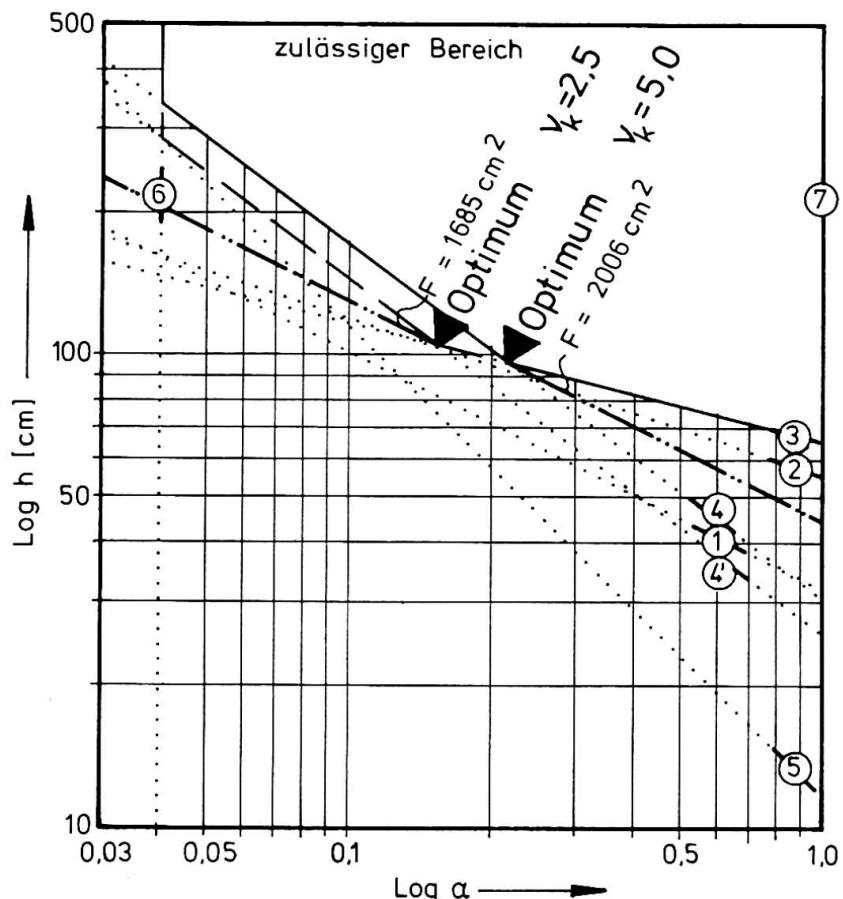
Figur 3.: Konventionelle zeichnerische Lösung

Das Beispiel ist für einen Brettschichtträger aus Nadelholz GKL I mit einer Spannweite von 20m, einer Last von 8,125kN/m, einer freien Kipplänge von 5m und einer zulässigen Durchbiegung von 1/200 gerechnet.

Werden keine ungewollten Ausmitten in der Berechnung berücksichtigt, sollte man mit einer Kippsicherheit von 5,0 rechnen, anderenfalls mit der Kippsicherheit $\nu_{\text{kipp}} = 2,5$. Dies ist beim Gebrauch der Tabellen zu beachten.

Die zeichnerische Darstellung ist umständlich und wegen der Nichtlinearitäten ungenau. Daher bestand die zweite Bearbeitungsstufe in der Einführung des logarithmischen Maßstabes, wodurch die Funktionen im praktisch vorkommenden Bereich linearisiert werden. So konnte ein Nomogramm entwickelt werden, welches die Suche nach dem optimalen Querschnitt innerhalb eines gegebenen Sortiments oder nach einer ganzzahligen Lösung sehr erleichtert.

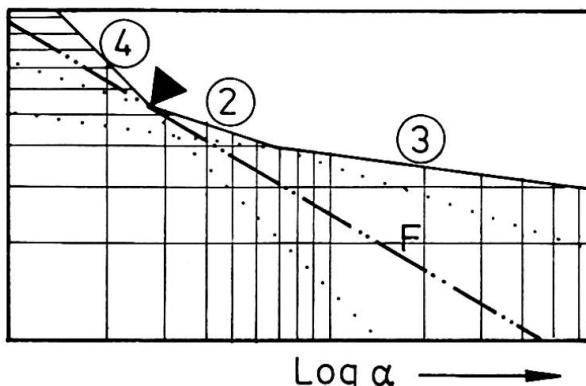
Mit den Gleichungen aus Fig.2 und den Faktoren aus Tab.1 berechnet man für jede Randbedingung jeweils die erforderliche Querschnittshöhe für die Verhältnisse $b/h = \alpha = 0,03$ und $\alpha = 1,0$, trägt diese Werte auf Logarithmenpapier auf, verbindet zusammengehörige Punkte mit einem Lineal und hat so den Lösungsbereich. Die Zielfunktion F verläuft parallel zur Randbedingung ① und wächst nach oben an. Siehe Fig.4. .



Figur 4.: Nomogramm

Für die Fälle, bei denen Ganzzahligkeit keine Bedingung ist und bei denen die Randbedingungen ① und ⑤ vernachlässigbar sind, kann noch ein weiterer Bearbeitungsschritt gemacht werden. Durch Vereinfachung der Randbedingung ④ (Fehler auf der sicheren Seite und kleiner 5%) kann die kontinuierliche Lösung direkt angegeben werden, wenn festgestellt ist, welcher Fall maßgebend ist: 2+4 Biegespannung + Kippen, oder 3+4 Verformung + Kippen. Siehe Fig.5. .

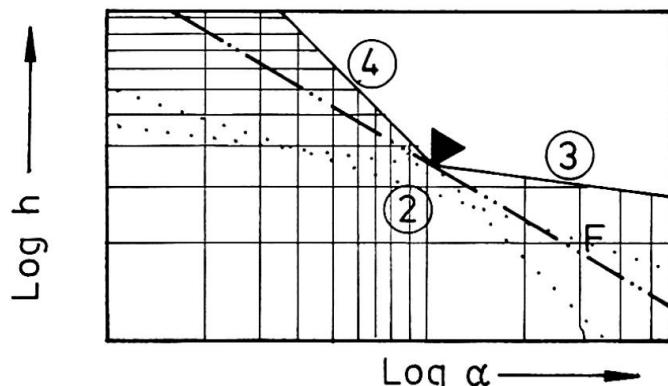
Fall 2 + 4



$$h = H \sqrt[5]{(qe)^2 l^3} \quad \text{Gl. 1a}$$

$$b = B \sqrt[5]{qe l^4} \quad \text{Gl. 1b}$$

Fall 3 + 4



$$h = H \sqrt[4]{qe l^3} \quad \text{Gl. 2a}$$

$$b = B \sqrt[4]{qe l^3} \quad \text{Gl. 2b}$$

Figur 5.: Unterscheidung praktisch vorkommender Fälle

Hierzu berechnet man nach Gl.1a und Gl.2a die für den jeweiligen Fall erforderliche Querschnittshöhe h . Der Fall mit dem größeren Wert für h ist maßgebend und optimal. Die zugehörige Querschnittsbreite errechnet sich dann nach Gl.1b bzw. Gl.2b.

Die Faktoren H und B sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Setzt man die Spannweite in m und die Last in kN/m ein, ergeben sich die Querschnittsabmessungen in cm.

So ist aus einem Programm für einen Kleincomputer ein einfacher Algorithmus für die Praxis geworden.

Europ. Nadel - holz	GKL	P_1	P_2	P_3	P_4		P_5	$\alpha =$
Kant - holz	I		3.864 12.436		$v_{kipp} = 2,5$	$v_{kipp} = 5,0$		
	II	2.887 16.667	4.217 13.572	1.118 2.686			0.025 0.833	1,0 0,03
	III		4.750 15.286	31.956 38.002				
Leim - quer - schnitt	I	2.500 14.434	3.770 12.132	1.092 2.623	2.276 31.577	2.707 37.552	0.025 0.833	1,0 0,03
	II		4.085 13.148					

Tabelle 1: Faktoren zum Nomogramm

$n_a =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
$2+4$	I	4.913 2.219	5.644 1.682	6.121 1.430	6.483 1.275	6.779 1.166	7.031 1.084	7.251 1.019	7.447 0.966	7.625 0.922	7.787 0.883	H B
	II	5.678 2.115	6.523 1.603	7.074 1.363	7.493 1.215	7.835 1.111	8.126 1.033	8.380 0.971	8.607 0.920	8.812 0.878	8.999 0.842	H B
$3+4$	200	5.056 2.198	5.514 1.695	5.800 1.456	6.013 1.307	6.183 1.202	6.325 1.123	6.448 1.060	6.557 1.008	6.654 0.964	6.742 0.927	H B
	300	5.886 2.089	6.419 1.611	6.753 1.384	7.000 1.242	7.198 1.143	7.364 1.067	7.507 1.007	7.634 0.958	7.747 0.917	7.850 0.881	H B

Tabelle 2a: Faktoren H und B für eine Kippsicherheit von 5,0

$n_a =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
$2+4$	I	5.644 1.682	6.483 1.275	7.031 1.084	7.447 0.966	7.787 0.883	8.076 0.821	8.329 0.772	8.555 0.732	8.759 0.698	8.945 0.670	H B
	II	6.523 1.603	7.493 1.215	8.126 1.033	8.607 0.920	9.000 0.842	9.334 0.783	9.626 0.736	9.887 0.698	10.122 0.665	10.338 0.638	H B
$3+4$	200	5.514 1.695	6.013 1.307	6.325 1.122	6.557 1.008	6.742 0.927	6.898 0.866	7.032 0.817	7.150 0.777	7.256 0.744	7.353 0.715	H B
	300	6.419 1.611	7.000 1.242	7.364 1.067	7.634 0.958	7.850 0.881	8.031 0.823	8.187 0.777	8.325 0.739	8.448 0.707	8.560 0.679	H B

Tabelle 2b: Faktoren H und B für eine Kippsicherheit von 2,5

ZUSAMMENFASSUNG

An einem einfachen Beispiel wird demonstriert, wie aus einem Computerprogramm ein mit Tischrechnern lösbarer Algorithmus entwickelt werden kann.

SUMMARY

It is shown, how from an initial computer program a simple algorithm for table-top calculators can be developed.

RESUME

On montre à l'aide d'un exemple simple, la façon dont un algorithme soluble par calculateur de poche a pu être développé à partir d'un programme d'ordinateur.