

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 10 (1976)

Artikel: Optimierung der Abmessungen vorgespannter Stahlvollwandträger

Autor: Ferjenik, Pavel

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10515>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Optimierung der Abmessungen vorgespannter Stahlvollwandträger

Optimization of Dimensions of Prestressed Steel Girders

Optimisation des dimensions de poutres métalliques précontraintes

PAVEL FERJENČIK

Dozent, Dipl.-Ing., CSc.

Fakultät für Bauwesen der Slowakischen Technischen Hochschule
Bratislava, CSSR

Stahlvollwandträger, die durch ein gerades hochfestes Zugband in der Ebene des Untergurtes vorgespannt sind, bilden das meistverwendete Grundelement vorgespannter Stahlkonstruktionen.

Bei der Ableitung rechnerischer Beziehungen für den optimalen Entwurf des durch gerades Zugband vorgespannten Vollwandträgers ist es notwendig, die Beziehungen unter einzelnen Querschnittscharakteristiken des Trägers zu kennen. Mit genügender Genauigkeit ist es möglich, alle Querschnittsgrößen in Abhängigkeit von der Trägerquerschnittsfläche F unter Anwendung folgender drei Parameter auszudrücken: Trägerasymmetrie $A = \frac{W_{x1}}{W_{x2}} = \frac{h_2}{h_1}$, Stegbeiwert $\varphi_{st} = \frac{F_{st}}{F}$, Stegschlankheit $\lambda = h/d$.

Bei der Ableitung der Beziehungen für den optimalen Entwurf des vorgespannten Vollwandträgers wird vom Festigkeitsgesichtspunkt ausgegangen. Die grösste Tragfähigkeit hat der Träger mit der optimalen Asymmetrie, in dem /bei verschiedenen Belastungsstadien/ möglichst viele Stellen ausgenutzt sind, bei voll ausgenütztem Zugband - Bild 1.

In der Tabelle I. sind übersichtlich die Grundbeziehungen für die Berechnung der geometrischen Größen und der Kraftgrößen des asymmetrischen Querschnittes I, beim optimalen Entwurf des vorgespannten Trägers angeführt. Die optimale Zugbandlänge ℓ_v folgt aus den Festigkeitsbedingungen des Trägers an den Stellen des Zugbandanfangs und Zugbandendes.

Als erste sind die Lösungsergebnisse des vorgespannten Trägers mit freier /nicht vorgeschriebener/ Untergurtafläche F_2 angeführt, d. h. die Fläche F_2 ist ausser Festigkeitsbedingung durch nichts beschränkt. Der Entwurf des vorgespannten Vollwandträgers wird beschleunigt, wenn die Bemessungsbeiwerte φ , φ_1 , φ_{st} , φ_2 , φ_v und ψ_v /Tabelle I./ und das Verhältnis ℓ_v/ℓ berechnet und vereinfacht werden in der Form eines Berechnungshilfsmittels für oft vorkommende Grundbelastungen. Einige Typen aus den Hilfsmitteln für den Entwurf sind auf den Bildern 2a und 2b angeführt. Teil des Hilfsmittels zur Bestimmung der Zugbandlänge ℓ_v ist am Bild 3.

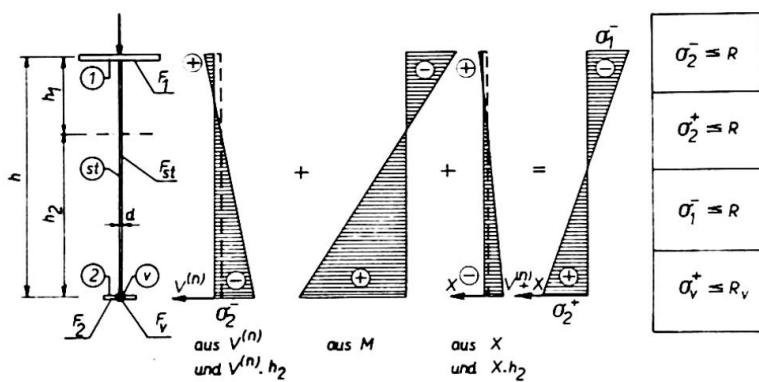


Bild 1. Spannungsbild bei einstufiger Vorspannung. $V^{(n)}$ - Normwert der Vorspannkraft; M - maximales Berechnungsbiegemoment aus der Belastung am Träger ohne Zugband; X - statisch unbestimmte Komponente der Zugbandkraft aus der Berechnungsbelastung; R - Berechnungsbeanspruchung /Index v ist für das Zugbandmaterial/

Auf den Bildern 2a und 2b ist der Bereich mit $F_2 < 0,04 \cdot F$ bei den betreffenden Bemessungsbeiwerten gestrichelt angezeigt; es hat keinen Zweck $F_2 < 0,04 \cdot F$ zu entwerfen. In diesem Falle wird die Grösse der Trägeruntergurtfläche F_2 durch die Beziehung

$$F_2 = \varphi_2 F = / \frac{1}{A+1} - \frac{\varphi_{st}}{2} / F$$

gebunden /vorgeschrieben/.

Die Berechnung der notwendigen Bemessungsbeiwerte für diesen zweiten Fall, d. i. vorgespannter Träger mit vorgeschriebener/ gebundener/ Untergurtfläche F_2 , ist ähnlich wie im ersten Fall, aber es muss auch die oben angeführte Bedingung erfüllt sein.

Wie man aus der Beziehung für φ_{st} /Tabelle I./ sieht, befindet sich in ihr nur eine Unbekannte und zwar Querschnittsasymmetrie A , da φ_2 gewählt wird; es bleibt nur der Beiwert A zu berechnen.

Durch Vergleich der Beziehungen für die Berechnung der Kraft X im Zugband, die aus den Festigkeits- und Verformungsbedingungen bestimmt sind, erhalten wir schliesslich die Beziehung

$$\frac{1 + (A-1) \frac{6A - 2[1 - \varphi_2(A+1)]}{6A - (A+1)2[1 - \varphi_2(A+1)]} - \frac{n_{vd}}{n_{vh}}}{-\alpha \frac{A\{6A - 4[1 - \varphi_2(A+1)]\}}{\{6A - 2[1 - \varphi_2(A+1)](A+1)\} \cdot \left\{ (A-1) \frac{6A - 2(1 - \varphi_2(A+1))}{6A - 2[1 - \varphi_2(A+1)](A+1)} - \frac{n_{vd}}{n_{vh}} \right\}}} = 0$$

aus der die optimale Asymmetrie A in Abhängigkeit vom den gewählten Parameter E , E_v , R , R_v , φ_2 , n_{vd}/n_{vh} und von der Belastungsart bestimmt wird; n_v ist der Koeffizient der Vorspanngenaugigkeit $/n_{vd} \leq 1,0$ - im allgemeinen 0,9, $n_{vh} \geq 1,0$ - im allgemeinen 1,1, $\varphi = ER_v/E_v R$. Nach Bestimmung des Wertes A werden mit seiner Hilfe

Tabelle I.

$$F = \varphi \sqrt[3]{\frac{M^2}{R^2 \lambda}}$$

$$\varphi = \sqrt[3]{\frac{1}{C^2}},$$

$$C = \sqrt{\frac{\varphi_{st}}{3} \frac{3A - \varphi_{st}(A+1)}{3(A+1)}},$$

$$\varphi_1 = \frac{A}{A+1} - \frac{\varphi_{st}}{2},$$

$$\varphi_{st} = F \varphi_1$$

$$F_2 = \varphi_2 F$$

$$F_1 = \varphi_1 F$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{A+1} - \frac{\varphi_{st}}{2},$$

$$\varphi_v = D \left(1 - \frac{n_{vd}}{n_{vh}} \right) \cdot \frac{A-1}{A+1},$$

$$D = \frac{6A - \varphi_{st}(A+1)^2}{(A+1)(6A - \varphi_{st}(A+1))},$$

$$V^{(n)} = F R \varphi_v$$

$$\varphi_v = \frac{D}{n_{vh}}$$

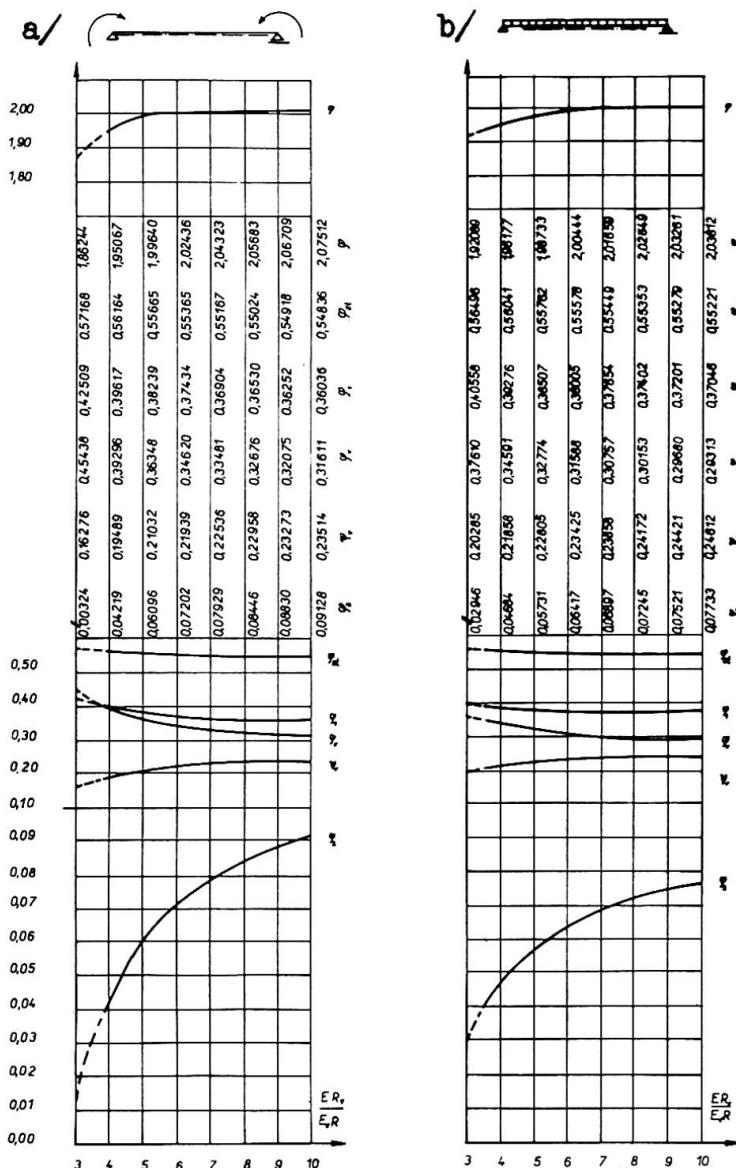


Bild 2. Bemessungsbeiwerte für den Entwurf des vorgespannten Vollwandträgers:
a/ $R_1 = R_2 = R$, $n_{vh} = 1,1$ und $n_{vd} = 0,9$;
b/ $R_1 = R_2 = R$ und $n_{vh} = n_{vd} = 1,0$

alle weiteren Beiwerthe berechnet, die für den optimalen Entwurf des vorgespannten Vollwandträgers gebraucht werden, und zwar φ , φ_1 , φ_{st} , φ_v , ψ_v und ℓ_v/ℓ .

Als Beispiel ist aus der grossen Zahl der Hilfsmittel nur eines angeführt /Bild 4/, mit der grafischen Darstellung und den Zahlenwerten der Bemessungsbeiwerte, die für den optimalen Entwurf des Stahlträgers, der mit geradem Zugband vorgespannt ist, gebraucht werden; der Wert φ_2 ist gewählt. Aus der grossen Zahl tabellarischer Hilfsmittel ist nur eine in der Tabelle II. angeführt.

Der Berechnungsvorgang beim Entwurf ist derselbe wie bei den Trägern mit freier Untergurtfläche; unterschiedlich ist dabei, dass im zweiten Fall φ_2 beim Entwurf gewählt wird.

Literatur:

/1/ Ferjenčík, P.: Ob optimal'nych parametrah predvaritel'no naprjažennych stal'nych balok s zadannoj ploščadju nižnega pojasa. In:

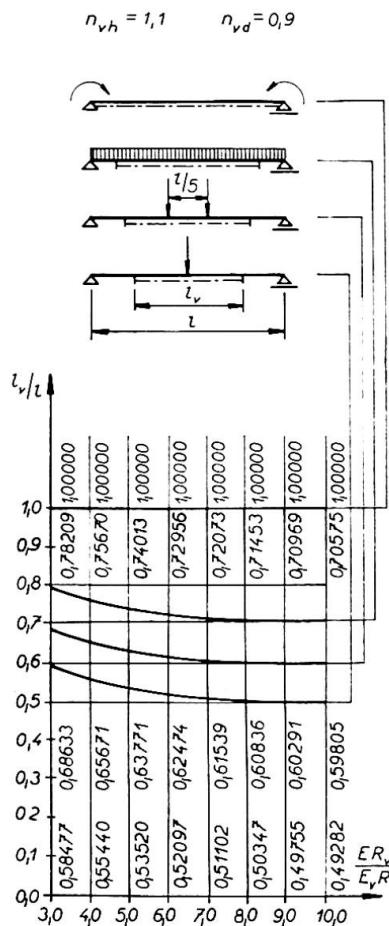


Bild 3. Verhältnislängen ℓ_v/ℓ ; die Zahlenwerte entsprechen den zugehörigen Belastungen in der Reihenfolge wie die Belastung angeführt ist
 $/R_1 = R_2 = R/$

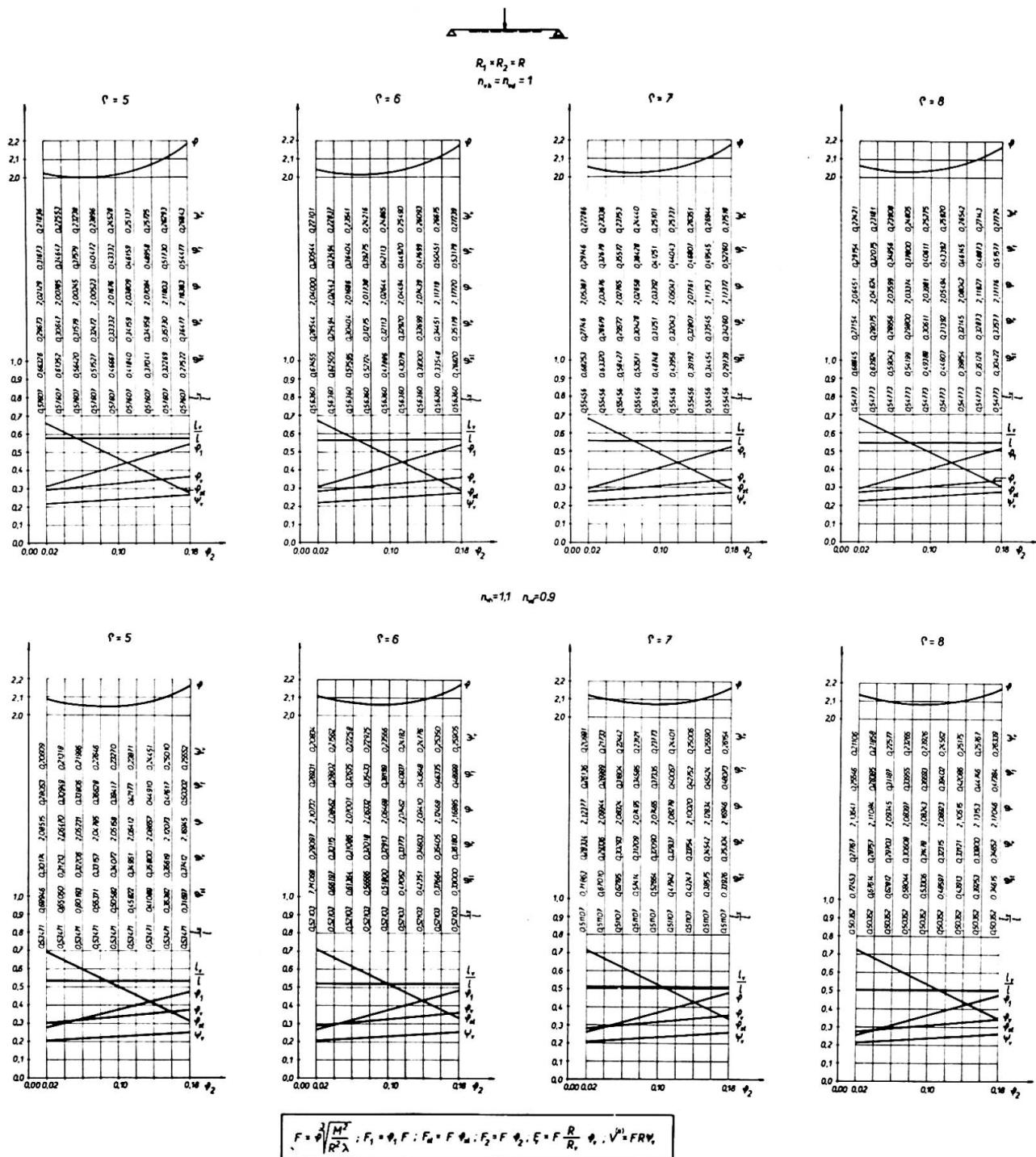


Bild 4. Bemessungsbeiwerte und Beziehungen für den Entwurf des vorgespannten Stahlträgers; Wert φ_2 ist gewählt

- III. Meždunarodnaja konferencija po predvaritelno naprjažennym metalličeskim konstrukcijam. Doklady - tom I., Leningrad 1971.
- /2/ Ferjenčík, P.: Navrhovanie a realizácie predpäťých kovových plnostenných nosníkov. Bratislava, KKDK SvF SVST, 1972.
- /3/ Ferjenčík, P.: Optymalne parametry spręzonych, stalowych dźwigarow pełnosciennych. In: Konstrukcje metalowe, bjurletyn branżowy, Mostostal, Warszawa 1973, č. 3.

Tabelle II. Hilfs- und Ergebnisbeiwerte für den Entwurf des vorgespannten Stahlträgers; Wert φ_2 ist gewählt. $R_1 = R_2 = R$ und $n_{vh} = n_{vd} = 1,0$

↗ ↘

φ	φ_2	A	α	φ_{st}	φ_v	C	D	φ	φ	φ_l	ψ
3	0,02	2,97355	1,00000	0,46332	0,49667	0,40425	0,16555	1,82907	0,51667	1,00000	0,16555
	0,04	3,07985	1,00000	0,41021	0,50978	0,39591	0,16992	1,85466	0,54978	1,00000	0,16992
	0,06	3,18765	1,00000	0,35759	0,52240	0,38391	0,17413	1,89311	0,58240	1,00000	0,17413
	0,08	3,29714	1,00000	0,30542	0,53457	0,36777	0,17819	1,94808	0,61457	1,00000	0,17819
	0,10	3,40850	1,00000	0,25366	0,54633	0,34682	0,18211	2,02579	0,64633	1,00000	0,18211
	0,12	3,52193	1,00000	0,20228	0,55771	0,31997	0,18590	2,13758	0,67771	1,00000	0,18590
	0,14	3,63762	1,00000	0,15125	0,56874	0,28544	0,18958	2,30666	0,70874	1,00000	0,18958
	0,16	3,75573	1,00000	0,10054	0,57945	0,23978	0,19315	2,59090	0,73945	1,00000	0,19315
	0,18	3,87646	1,00000	0,05013	0,58986	0,17424	0,19662	3,20545	0,76986	1,00000	0,19662
4	0,02	2,27839	1,00000	0,57005	0,38994	0,38125	0,19497	1,90192	0,40994	1,00000	0,19497
	0,04	2,34116	1,00000	0,51859	0,40140	0,38011	0,20070	1,90571	0,44140	1,00000	0,20070
	0,06	2,40367	1,00000	0,46760	0,41239	0,37632	0,20619	1,91848	0,47239	1,00000	0,20619
	0,08	2,46602	1,00000	0,41702	0,42297	0,36969	0,21148	1,94136	0,50297	1,00000	0,21148
	0,10	2,52830	1,00000	0,36684	0,43315	0,35995	0,21657	1,97622	0,53315	1,00000	0,21657
	0,12	2,59060	1,00000	0,31700	0,44299	0,34673	0,22149	2,02614	0,56299	1,00000	0,22149
	0,14	2,65297	1,00000	0,26749	0,45250	0,32950	0,22625	2,09617	0,59250	1,00000	0,22625
	0,16	2,71548	1,00000	0,21828	0,46171	0,30746	0,23085	2,19515	0,62171	1,00000	0,23085
	0,18	2,77820	1,00000	0,16935	0,47064	0,27937	0,23532	2,33997	0,65064	1,00000	0,23532
5	0,02	2,05107	1,00000	0,61150	0,34449	0,36644	0,20869	1,95282	0,36449	1,00000	0,20869
	0,04	2,10151	1,00000	0,56484	0,35515	0,36773	0,21309	1,94824	0,39515	1,00000	0,21309
	0,06	2,15142	1,00000	0,51463	0,36536	0,36668	0,21921	1,95197	0,42536	1,00000	0,21921
	0,08	2,20889	1,00000	0,46482	0,37517	0,36314	0,22510	1,96461	0,45517	1,00000	0,22510
	0,10	2,25000	1,00000	0,41538	0,38641	0,36695	0,23076	1,98727	0,48461	1,00000	0,23076
	0,12	2,29880	1,00000	0,36627	0,39372	0,34785	0,23623	2,02178	0,51372	1,00000	0,23623
	0,14	2,34737	1,00000	0,31748	0,40251	0,33549	0,24150	2,07112	0,54251	1,00000	0,24150
	0,16	2,39574	1,00000	0,26897	0,41102	0,31939	0,24861	2,14015	0,57102	1,00000	0,24661
	0,18	2,44396	1,00000	0,22072	0,41927	0,29883	0,25156	2,23725	0,59927	1,00000	0,25156
6	0,02	1,93850	1,00000	0,64061	0,31938	0,35709	0,21292	1,98675	0,33938	1,00000	0,21292
	0,04	1,98316	1,00000	0,59042	0,32957	0,35958	0,21971	1,97755	0,36957	1,00000	0,21971
	0,06	2,02719	1,00000	0,54067	0,33932	0,35988	0,22621	1,97647	0,39932	1,00000	0,22621
	0,08	2,07069	1,00000	0,49131	0,34868	0,35787	0,23245	1,98385	0,42868	1,00000	0,23245
	0,10	2,11374	1,00000	0,44231	0,35768	0,35341	0,23845	2,00050	0,45768	1,00000	0,23845
	0,12	2,15638	1,00000	0,39363	0,36636	0,34630	0,24424	2,02779	0,48636	1,00000	0,24424
	0,14	2,19868	1,00000	0,34525	0,37474	0,33626	0,24982	2,06796	0,51474	1,00000	0,24982
	0,16	2,24067	1,00000	0,29715	0,38284	0,32291	0,25523	2,12459	0,54284	1,00000	0,25532
	0,18	2,28241	1,00000	0,24930	0,39069	0,30569	0,26046	2,20363	0,57069	1,00000	0,26046
7	0,02	1,87138	1,00000	0,65652	0,30347	0,35075	0,21876	2,01061	0,32347	1,00000	0,21676
	0,04	1,91266	1,00000	0,60665	0,31334	0,35396	0,22381	1,99844	0,35334	1,00000	0,22381
	0,06	1,95330	1,00000	0,55720	0,32279	0,35506	0,23056	1,99432	0,38279	1,00000	0,23056
	0,08	1,99337	1,00000	0,50814	0,33185	0,35395	0,23704	1,99846	0,41185	1,00000	0,23704
	0,10	2,03293	1,00000	0,45942	0,34057	0,35052	0,24326	2,01149	0,44057	1,00000	0,24326
	0,12	2,07206	1,00000	0,41102	0,34897	0,34458	0,24926	2,03455	0,46897	1,00000	0,24926
	0,14	2,11079	1,00000	0,36292	0,35709	0,33589	0,25505	2,08949	0,49707	1,00000	0,25505
	0,16	2,14917	1,00000	0,31508	0,36491	0,32412	0,26065	2,11929	0,52491	1,00000	0,26065
	0,18	2,18724	1,00000	0,26750	0,37249	0,30881	0,26606	2,18877	0,55249	1,00000	0,26606
8	0,02	1,82682	1,00000	0,66750	0,29249	0,34620	0,21936	2,02820	0,31249	1,00000	0,21936
	0,04	1,86591	1,00000	0,61785	0,30214	0,34988	0,22660	2,01397	0,34214	1,00000	0,22660
	0,06	1,90433	1,00000	0,56862	0,31137	0,35150	0,23352	2,00775	0,37137	1,00000	0,23352
	0,08	1,94216	1,00000	0,51977	0,32022	0,35100	0,24017	2,00968	0,40022	1,00000	0,24017
	0,10	1,97948	1,00000	0,47125	0,32874	0,34824	0,24855	2,02028	0,42874	1,00000	0,24655
	0,12	2,01632	1,00000	0,42305	0,33694	0,34306	0,25270	2,04053	0,45694	1,00000	0,25270
	0,14	2,05274	1,00000	0,37514	0,34485	0,33526	0,25863	2,07208	0,48485	1,00000	0,25863
	0,16	2,08880	1,00000	0,32750	0,35249	0,32452	0,26437	2,11754	0,51249	1,00000	0,26437
	0,18	2,12451	1,00000	0,28009	0,35990	0,31044	0,26992	2,18110	0,53990	1,00000	0,26992
9	0,02	1,79509	1,00000	0,67553	0,28446	0,34277	0,22124	2,04169	0,30446	1,00000	0,22124
	0,04	1,83262	1,00000	0,62605	0,29394	0,34678	0,22862	2,02592	0,33394	1,00000	0,22862
	0,06	1,86950	1,00000	0,57698	0,30301	0,34879	0,23567	2,01816	0,36301	1,00000	0,23567
	0,08	1,90576	1,00000	0,52828	0,31171	0,34870	0,24244	2,01849	0,39171	1,00000	0,24244
	0,10	1,94149	1,00000	0,47992	0,32007	0,34642	0,24894	2,02733	0,42007	1,00000	0,24894
	0,12	1,97674	1,00000	0,43187	0,32812	0,34179	0,25520	2,04559	0,44812	1,00000	0,25520
	0,14	2,01156	1,00000	0,38410	0,33589	0,33461	0,26124	2,07476	0,47589	1,00000	0,26124
	0,16	2,04599	1,00000	0,33660	0,34339	0,32460	0,26708	2,11720	0,50339	1,00000	0,26708
	0,18	2,08006	1,00000	0,28933	0,35066	0,31138	0,27273	2,17672	0,53066	1,00000	0,27273
10	0,02	1,77135	1,00000	0,68166	0,27833	0,34011	0,22266	2,05234	0,29833	1,00000	0,22266
	0,04	1,80773	1,00000	0,63231	0,28768	0,34436	0,23014	2,03540	0,32768	1,00000	0,23014
	0,06	1,84345	1,00000	0,58337	0,29662	0,34665	0,23730	2,02646	0,35662	1,00000	0,23730
	0,08	1,87855	1,00000	0,53479	0,30520	0,34688	0,24416	2,02556	0,38520	1,00000	0,24416
	0,10	1,91311	1,00000	0,48655	0,31344	0,34495	0,25075	2,03308	0,41344	1,00000	0,25075
	0,12	1,94718	1,00000	0,43861	0,32138	0,34073	0,25710	2,04984	0,44138	1,00000	0,25710
	0,14	1,98082	1,00000	0,39095	0,32904	0,33401	0,26323	2,07723	0,46904	1,00000	0,26323
	0,16	2,01405	1,00000	0,34355	0,33644	0,32454	0,26915	2,11746	0,49644	1,00000	0,26915
	0,18	2,04692	1,00000	0,29640	0,34359	0,31195	0,27487	2,17405	0,52359	1,00000	0,27487

- /4/ Ferjenčík, P. - Tocháček, M.: Podklady pre revíziu a doplnenie ON 73 1405 "Smernice pro navrhování predpjatých ocelových konstrukcí". Tretia dielčia etapa úlohy P 12-124-003-02/2.e Predpäté kovové a lanové konštrukcie. Bratislava, KKDK SvF SVŠT, 1975.
- /5/ Ferjenčík, P. - Tocháček, M.: Die Vorspannung im Stahlbau. Theorie und Konstruktionspraxis. Bauingenieur-Praxis, Heft 38. Verlag von W. Ernst und Sohn, 1975.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Aufsatz befasst sich mit der Optimierung der Abmessungen vorgespannter Stahlvollwandträger. Angeführt werden Berechnungshilfsmittel für den Entwurf, wobei die Trägeruntergurtfläche F_2 im ersten Fall frei und im zweiten Fall gebunden ist.

SUMMARY

This article deals with the optimization of dimensions of prestressed steel girders. Calculation means are given for the design, whereas in the first case the area of the lower flange F_2 is assumed to be free and in the second case it is assumed to be given.

RESUME

L'article traite de l'optimisation des dimensions des poutres métalliques précontraintes. Des tables auxiliaires de calcul sont présentées, avec la section de la semelle inférieure F_2 libre en premier cas et liée en deuxième cas.