

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 10 (1976)

Artikel: Considérations sur la sécurité par rapport à différents types de comportements

Autor: Frangopol, D. / Dotreppe, J.-C.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10497>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 04.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Considérations sur la sécurité par rapport à différents types de comportements

Sicherheitsbetrachtungen mit Rücksicht auf verschiedene Verhaltenstypen

Considerations on Safety in Relation to Different Types of Behaviour

D. FRANGOPOL
Assistant
Institut des Constructions
Bucarest, Roumanie

J-C. DOTREPPE
Chargé de Recherches au F.N.R.S.
Université de Liège
Liège, Belgique

1. INTRODUCTION

Dans notre contribution au Rapport Préliminaire [1], nous avons examiné, du point de vue probabiliste, deux types de comportements structuraux : le comportement du type "chaîne" et le comportement du type ductile. Les raisonnements ont été effectués à partir de modèles très schématiques, qui ne permettent de couvrir qu'une gamme assez restreinte de problèmes. C'est le cas, par exemple, de l'étude de la sécurité des structures isostatiques où la ruine d'un élément amène la ruine de l'ensemble de la structure (comportement schématisé par le modèle série - figure 1.-), et de l'étude de la sécurité des structures hyperstatiques dans lesquelles se produit une adaptation plastique entre toutes les sections critiques avant la ruine (comportement schématisé par le modèle parallèle ductile - figure 2.-).

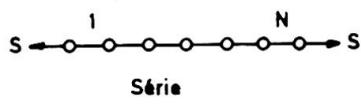


Figure 1

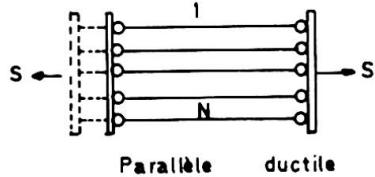
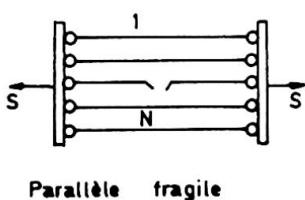


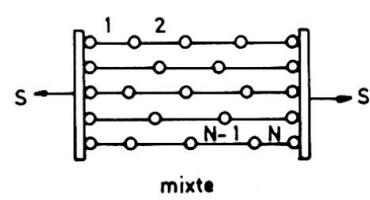
Figure 2

L'objet de cette discussion est de mettre en évidence l'existence d'autres modèles permettant d'étudier la sécurité de constructions dont le comportement est plus complexe, et de présenter un certain nombre de considérations sur ces modèles.

Parmi ceux-ci, on peut citer le modèle parallèle fragile (figure 3), et le modèle mixte (figure 4) constitué par l'association de capacités portantes, en partie en série et en partie en parallèle.



Parallèle fragile



mixte

Figure 3

Figure 4

2. COMPORTEMENT DU TYPE PARALLELE FRAGILE.

Ce type de comportement est caractéristique des constructions hyperstatiques dont les sections ne possèdent pas de capacité de déformation plastique avant la ruine, comme par exemple les structures en béton précontraint. La rupture d'un élément n'engendre pas la ruine d'ensemble de la structure, mais amène une majoration des efforts dans les éléments restants et conduit, par conséquent, à une diminution de la probabilité de survie de ces éléments.

Une des difficultés de l'évaluation de la probabilité globale de survie de la structure réside dans le fait qu'on doit utiliser la théorie des probabilités conditionnelles et considérer l'ensemble des chemins conduisant à la ruine de la structure ("failure paths").

La survie du modèle exige la survie à tous les $N!$ chemins de ruine possibles. La probabilité globale de survie du modèle parallèle fragile (voir figure 3) s'écrit donc [4], [8] :

$$P_{(+)} = P \left(\bigcap_{i=1}^{N!} E_{(+i)} \right) \quad (1)$$

où $E_{(+i)}$ représente l'événement survie par rapport au i -ème chemin de rupture

$N!$ représente le nombre total de chemins de ruine possibles

La probabilité d'apparition du i -ème chemin de ruine, qui pourrait, par exemple, être constitué par la rupture des éléments dans l'ordre $1, 2, 3, \dots, N$, est donnée par l'expression suivante :

$$P_{(-i)} = P_{(-i)}^{(1)} \cdot P_{(-i)}^{(2/1)} \cdot \dots \cdot P_{(-i)}^{(k/1, 2, \dots, k-1)} \cdot P_{(-i)}^{(N/1, 2, \dots, N-1)} \quad (2)$$

où $P_{(-i)}^{(k/1, 2, \dots, k-1)}$ représente la probabilité (conditionnelle) de rupture du k -ème élément dans le i -ème chemin de ruine, étant donné que les $k-1$ éléments précédents se sont déjà rompus.

Les inégalités suivantes :

$$P_{(-i)}^{(1)} < P_{(-i)}^{(2/1)} < \dots < P_{(-i)}^{(N/1, 2, \dots, N-1)} \quad (3)$$

sont évidemment respectées.

Dans le cas général, le calcul analytique de $P_{(+)}$ s'avère difficile. On se bornera ici à encadrer la probabilité globale de survie par deux nombres plus simples à calculer [5], [6] :

$$\prod_{i=1}^{N!} P_{(+i)} \leq P_{(+)} \leq \min_{i=1}^{N!} (P_{(+i)}) \quad (4)$$

Il faut noter que la probabilité donnée par la borne inférieure se trouve du côté de la sécurité. Elle s'obtient en supposant que les $N!$ chemins sont statistiquement indépendants. Cette probabilité sera d'autant plus proche de $P_{(+)}^o$ que la corrélation entre les chemins de ruine sera faible.

En supposant les N éléments identiques et en imposant que la probabilité de survie du modèle $P_{(+)}^o$ soit au moins égale à une valeur de référence $P_{(+)}^o$ acceptée a priori, on peut écrire la relation :

$$P_{(+)}^o = (P_{(+)}^o)^N$$

Une relation simple peut aussi être établie en ce qui concerne les probabilités de ruine :

$$P_{(-)}^o = 1 - P_{(+)}^o = 1 - (1 - P_{(-)}^o)^N \approx N! P_{(-)}^o$$

3. BREVE COMPARAISON ENTRE LES MODELES SERIE, PARALLELE FRAGILE ET PARALLELE DUCTILE.

3.1. Pour illustrer cette comparaison, on considère l'exemple simple d'une poutre encastrée-appuyée soumise à une charge concentrée P (figure 5.a). La poutre possède deux sections potentiellement critiques 1 et 2.

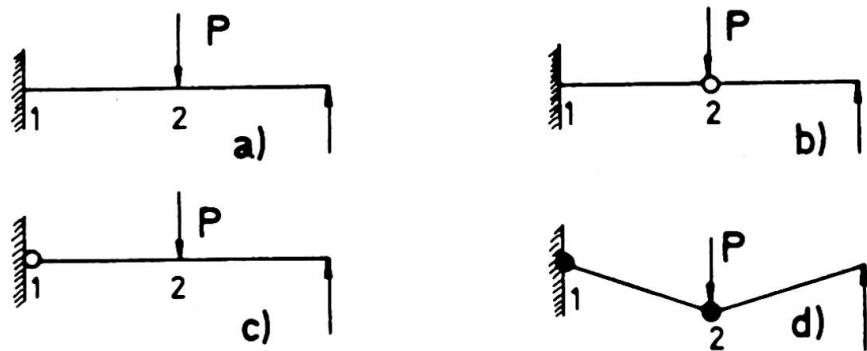


Figure 5

- a) Lorsqu'on applique le concept du dimensionnement élastique, le modèle de comportement est, du point de vue probabiliste, un modèle série. Dans ce cas en effet, on considère que la structure est mise hors service quand on atteint la sollicitation maximum admissible dans la section 1 ou dans la section 2.
- b) On considère à présent comme état-limite l'effondrement du système et on suppose que le matériau a un comportement du type fragile (sections à très faible ductilité). Dans ce cas, on peut définir deux chemins de ruine tout à fait distincts :
 - la poutre cède d'abord en 2, mais en conservant une résistance suffisante à l'effort tranchant. La section 2 se transforme donc en une rotule (figure 5.b.). L'effondrement du système se produit quand la poutre cède dans la section d'enca斯特rement ;
 - la poutre cède d'abord en 1, qui devient une rotule libre (figure 5.c.). Le système se comporte alors comme une poutre biarticulée jusqu'au moment où il cède en 2, ce qui amène son effondrement.

Dans ce cas, le comportement du système peut être représenté par un modèle parallèle fragile.

c) S'il s'agit d'un matériau possédant une ductilité appréciable (par exemple une poutre en acier), la rupture se produit par formation du mécanisme de ruine de la figure 5.d.

Le modèle de comportement est alors le modèle parallèle ductile.

3.2. En ce qui concerne la relation entre la sécurité d'un élément et la sécurité d'ensemble, la figure 6 permet de comparer le coefficient n' , correspondant au modèle série, avec le coefficient n'' , correspondant au modèle parallèle ductile. Ils ont été définis par l'un des auteurs [6] comme le facteur par lequel il faut multiplier le coefficient de sécurité central d'un élément isolé pour que la probabilité de survie de la structure soit la même que celle de l'élément isolé.

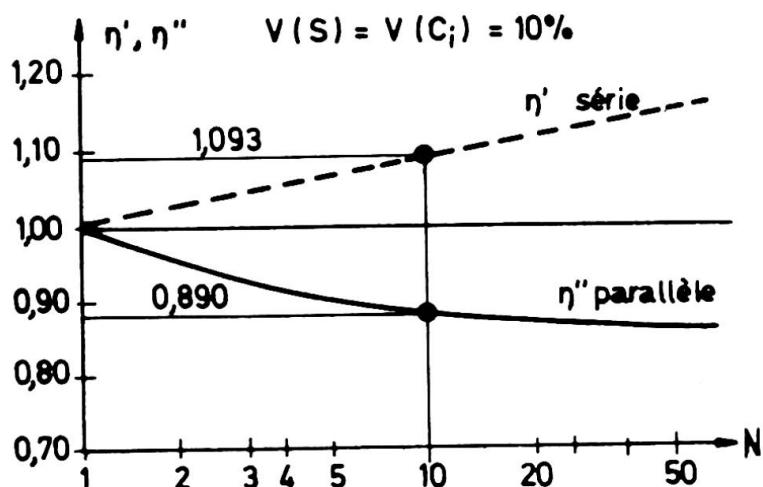


Figure 6

La comparaison est établie pour une probabilité de survie de la structure de $1 - 10^{-3}$ et une même distribution (logarithmo-normale) de l'action et des capacités portantes des éléments.

On considère par exemple le cas d'une association de $N = 10$ éléments identiques dont la capacité portante est caractérisée par un coefficient de variation $V(C_i) = 10\%$, qui doit supporter avec une sécurité de $1 - 10^{-3}$, une action S de coefficient

de variation $V(S) = 10\%$. Si les 10 éléments sont disposés en série, le coefficient n' doit avoir la valeur 1.093. S'ils sont disposés en parallèle, n'' doit valoir 0.890.

Le tableau ci-dessous indique la valeur qu'il faut donner à la probabilité de survie d'un élément pour assurer à l'ensemble des 10 éléments une probabilité de survie de $1 - 10^{-3}$ dans les trois associations envisagées.

Modèle	série	parallèle fragile	parallèle ductile
$P_{(+)}^o$	$1 - 10^{-4}$	$1 - 53 \cdot 10^{-4}$	$1 - 120 \cdot 10^{-4}$

3.3. Pour le modèle série qui schématisé le comportement des constructions dont la ruine d'un élément amène la ruine d'ensemble, nous avons montré [1], [4], [6] que chaque élément doit avoir une probabilité de survie égale à

$\sqrt[N]{P_{(+)}^o}$ (N = nombre d'éléments) pour que la probabilité de survie de la structure soit au moins égale à $P_{(+)}^o$.

Puisque pour n'importe quelle valeur de $N > 2$ l'inégalité

$$\sqrt[N]{P_{(+)}^{\circ}} < \sqrt[N!]{P_{(+)}^{\circ}} \quad (5)$$

est vérifiée, on peut affirmer que :

Pour un même nombre d'éléments, N , et pour une même probabilité de survie du système, $P_{(+)}^{\circ}$, la sécurité d'un élément faisant partie d'un modèle série est toujours inférieure à la sécurité d'un chemin de ruine possible associé à un modèle parallèle fragile.

4. COMPORTEMENT DU TYPE MIXTE.

Beaucoup de structures se caractérisent par un comportement mixte (ductile-fragile) [2]. C'est le cas des constructions dont les sections ne possèdent qu'une capacité limitée de déformation plastique avant la ruine. Dans certaines circonstances, les deux types de comportement peuvent apparaître successivement. Par exemple, si plusieurs éléments mixtes (acier-béton) d'une structure sont soumis à un effort de traction, le béton épouse rapidement sa capacité de résistance en traction et se rompt (comportement fragile). L'effort est alors repris uniquement par l'acier dont le comportement est essentiellement ductile.

Une telle structure peut être schématisée par un modèle mixte présentant des éléments disposés à la fois en série et en parallèle (cfr. figure 4). L'évaluation exacte de la probabilité de survie s'avère, dans ce cas, pratiquement impossible. Néanmoins, on peut établir des bornes d'un intervalle qui encadre la valeur exacte de cette probabilité [4].

5. CONCLUSIONS.

Cette étude complète notre contribution au Rapport Préliminaire [1]. On analyse, du point de vue probabiliste, deux autres types de comportements : parallèle fragile et mixte.

La complexité du problème rend pratiquement impossible l'évaluation exacte de la sécurité, mais de tels modèles fournissent à l'ingénieur des indications précieuses pour l'évaluation de la sécurité des structures par rapport aux différents types de comportements structuraux.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] DOTREPPE, J-C., et FRANGOPOL, D. : Sensitivité de la Sécurité des Constructions par rapport aux Types de Comportements Structuraux. Rapport Préliminaire, 10ème Congrès de l'AIPC., Tokyo, Septembre, 1976, pp.51-56.
- [2] ESTEVA, L. : Lessons from Some Recent Earthquakes in Latin America. Proceedings, 4 th World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969.
- [3] FRANGOPOL, D. : Statistical Properties of the Structural Reliability in the Elastic and Elasto-Plastic Range. Revue Roumaine de Sciences Techniques, Série de Mécanique Appliquée, No.5, Bucarest, 1974, pp. 879-889.

- [⁴] FRANGOPOL, D. : Modèles d'Analyse de la Sécurité et de l'Optimisation des Structures dans un Contexte Probabiliste. Rapport No.49, Service de Mécanique des Matériaux et de Statique des Constructions, Université de Liège, Juin, 1974.
- [⁵] FRANGOPOL, D., et DOTREPPE, J-C. : Considérations sur la Sécurité des Structures par rapport aux Différents Etats Limites de Comportement. Rapport Préliminaire, Colloque Inter-Associations AIPC-FIP-CEB-RILEM-IASS, Liège, Juin, 1975, pp. 501-511.
- [⁶] FRANGOPOL, D. : Etude Probabiliste de la Sécurité des Constructions. Thèse de Doctorat, Université de Liège, 1976.
- [⁷] FRANGOPOL, D. : Structural Systems Reliability Analysis. 2nd International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, September, 1975, pp.131-140.
- [⁸] YAO, J.T.P., et YEH H-Y. : Formulation of Structural Reliability. Journ. Struct. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST.12, December, 1969, pp.2611-2619.

RESUME

On examine du point de vue probabiliste deux types de comportements structuraux: le comportement du type parallèle fragile et le comportement du type mixte. On présente une comparaison qualitative et quantitative entre les différents modèles.

ZUSAMMENFASSUNG

Man untersucht durch wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtungen zwei Typen von strukturellem Verhalten : das parallele spröde und das gemischte Verhalten. Ein qualitativer und quantitativer Vergleich der beiden Modelle wird angestellt.

SUMMARY

Two types of structural behaviour are considered from a probabilistic point of view: the parallel brittle and the mixed types of behaviour. Qualitative and quantitative comparisons are made between different models.