

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 9 (1972)

**Artikel:** Theorie, Programmentwicklung und Erfahrung an vorgespannten  
Netzwerkkonstruktionen

**Autor:** Argyris, J.H. / Angelopoulos, T.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-9578>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Theorie, Programmentwicklung und Erfahrung an vorgespannten Netzwerkkonstruktionen

Theory, Development of Programs and Experience on Prestressed Network Constructions

Théorie, développement des programmes et expériences faites sur des constructions de réseaux de câbles précontraints

J.H. ARGYRIS

Prof., Dr., Dr. h.c.

Institut für Statik und Dynamik der Luft-

und Raumfahrtkonstruktionen

Stuttgart, BRD

T. ANGELOPOULOS

Dipl.-Ing.

Übersicht. Es wird ein Überblick über die statische und dynamische Berechnung von vorgespannten Netzwerkkonstruktionen gegeben. Grundlage hierfür ist die Methode der Finiten Elemente und die Matrizenverschiebungsmethode. Ferner werden vorhandene Rechenprogramme und deren Weiterentwicklung beschrieben. Eine Reihe von Beispielen, die zum Teil aus den Berechnungen der Olympischen Bauten in München entnommen wurden, bestätigen erneut die Eleganz der Methode der Finiten Elemente.

Einleitung. Die rasche Entwicklung der elektronischen Rechenanlagen hat einen großen Einfluß auf die Berechnungsmethoden der Technik und vor allem auf die der Statik und Dynamik bewirkt. Die seit 1953 vom Senior Autor aufgestellte und ständig weiterentwickelte Theorie der finiten (endlichen) Elemente [1,2,3] war in erster Linie für die hochkomplizierten Tragwerke der Luft- und Raumfahrt gedacht. Die Methode wird heute in mehreren wissenschaftlichen Zweigen wie z.B. im allgemeinen Maschinenbau und im Bauwesen angewandt. Nichtlineares Verhalten des Materials [6] und/oder der Geometrie (große Verschiebungen) [4] läßt sich sehr elegant für ein-, zwei- und dreidimensionale Kontinua formulieren. Die statische Berechnung der vorgespannten Netzwerkkonstruktionen ist ein nichtlineares Problem bezüglich der Verschiebungen, wobei die Dehnungen im linear-elastischen Bereich bleiben. Auch hierzu wurde bereits 1959 vom Senior Autor [2,3] die Theorie entwickelt. Ihre Anwendung speziell auf Netzwerke fand jedoch erst im Rahmen der Untersuchungen der Zeltdächer [7,13] für die Olympischen Spiele in München statt. Die Theorie ist ausführlich in [7,13] behandelt worden und in diesem Vorbericht wird sie in Kurzform (Abschnitt 1) erläutert. Mit der Matrizenverschiebungsmethode läßt sich das lineare Schwingungsproblem beliebiger Strukturen sehr einfach ermitteln. Für Netzwerke muß zusätzlich das nichtlineare Schwingungsverhalten berücksichtigt werden (s. Abschnitt 1).

Hierzu ist absichtlich ein extrem nichtlineares Beispiel gewählt worden, um einerseits die eindeutige physikalische Interpretation der Nichtlinearität (Geometrische Steifigkeit) und andererseits die Genauigkeit der numerischen Integration [8] zu demonstrieren. Wie schon oben erwähnt wurde, läßt sich die Methode der finiten Elemente nur mit Hilfe von elektronischen Großrechenanlagen, wie z.B. die im ISD (Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart) installierte CDC 6600, verwirklichen. Seit langem werden im ISD große Programmsysteme entwickelt, welche die statische [9] und dynamische [10] Analyse von beliebigen Strukturen erlauben. Speziell für Netzwerkkonstruktionen

ist ein Programmsystem entwickelt worden, welches die statische Berechnung (auch für Netze, die zum Teil Biegeträger aufweisen) ermöglicht. Dieses Programmsystem wird im Abschnitt 2 beschrieben, sowie auch seine weitere Entwicklung (Abschnitt 3). Auch für die statische und dynamische Analyse von sehr hohen Masten können die vorhandenen Programme verwendet werden. Schließlich werden im Abschnitt 4 mehrere Beispiele angeführt, welche die Güte der Methode der finiten Elemente und die Zuverlässigkeit der Rechenprogramme demonstrieren. Die starke Begrenzung der Seitenzahl in diesem Vorbericht erlaubt es uns leider nicht, ausführlich auf die Theorie einzugehen. Wir hoffen aber, dies in den Abhandlungen nachholen zu können, insbesondere für das Schwingungsproblem.

### 1. Überblick über die Statische und Dynamische Berechnungsmethode für vorgespannte Netze

1.1 Iterative Berechnung der Gleichgewichtslage. Die Theorie für die statische Berechnung von vorgespannten Netzwerken wurde schon in [7, 13] ausführlich behandelt. Wir wiederholen hier in Matrizenbeschreibung den Vorgang für die iterative Gleichgewichtsermittlung (siehe auch Abb. 12, 13)

$$\begin{aligned} R_i &= R_{i-1} + \bar{R}_\Delta & R_{u,i} &= R_i - \alpha^t \alpha_{N,i}^t P_{N,i} & r_{\Delta,i} &= [K_E + K_G]_i^{-1} R_{u,i} \\ P_{\Delta,i} &= \alpha^t r_{\Delta,i} & X_{i+1} &= X_i + P_{\Delta,i} \end{aligned} \quad (1)$$

$R$  = Vektor der äusseren Kräfte (Inkrementale Belastung)

$\bar{R}_\Delta$  = Zuwachs der inkrementalen Belastung

$R_u$  = Vektor der Ungleichgewichtskräfte der Knoten

$P_N$  = Vektor der natürlichen Kräfte. Für das  $g$ -te Element gilt  $P_{Ng} = \left( \frac{EA}{L_0} \Delta L \right)_g$

$\alpha_N$  = Boole'sche Matrix (siehe [3])

$\alpha_N$  = Diagonale Hypermatrix  $[\alpha_{N1} \dots \alpha_{Ng} \dots \alpha_{Ns}]$  mit  $\alpha_{Ng} = [-C^t \ C^t]$  und  $C$  = Vektor der Richtungs-Cosinuse des  $g$ -ten Elementes

$r_\Delta$  = Inkrementaler Verschiebungsvektor

$[K_E + K_G]$  = Elastische und geometrische Steifigkeit des Netzes

$P_\Delta$  = Inkrementaler Verschiebungsvektor der Elemente

$X$  = Vektor der aktuellen Koordinaten der Elemente (Entsprechend  $P_\Delta$ ).  
 $= \{X_1 \dots X_g \dots X_s\}$  mit  $X_g = \{x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2\}$

$S$  = Anzahl der Elemente im Netz.

1.2 Das System der Bewegungsgleichungen für große Verschiebungen. Mit Hilfe des Kraft-Weg-Diagrammes für große Verschiebungen und der Lagrange'schen Vorschrift wird das System der Bewegungsgleichungen hergeleitet. Für die Auslenkungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen definieren wir folgende Vektoren für die Freiheitsgrade von  $n$  Knoten

$$r = \{u_1 v_1 w_1 \dots u_n v_n w_n\} \quad (2) \quad \dot{r} = \{\dot{u}_1 \dot{v}_1 \dot{w}_1 \dots \dot{u}_n \dot{v}_n \dot{w}_n\} \quad (3) \quad \ddot{r} = \{\ddot{u}_1 \ddot{v}_1 \ddot{w}_1 \dots \ddot{u}_n \ddot{v}_n \ddot{w}_n\} \quad (4)$$

Die Gesamtsteifigkeitsmatrix des Netzes  $K_1 = [K_E + K_G]_1$ , (auch Tangentiale Steifigkeitsmatrix genannt) wird zu Beginn jedes Integrationsschrittes aus der aktuellen Geometrie und den natürlichen Kräften aufgebaut und bleibt innerhalb des Zeitintervalls konstant. Die Massenmatrix  $M$  (ausnahmsweise für Netzwerke) ist nur in ihrer Diagonale besetzt

$$\text{mit } m_j(u, v, w) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \mu_i L_{oi} \quad M = [m_{1u} \ m_{2v} \ m_{3w} \dots m_{nu} \ m_{nv} \ m_{nw}]$$

$N$  = Anzahl der Stäbe die am Knoten  $j$  anschliessen

$\mu$  = Masse/Länge

Weiterhin ist  $\mathbf{R}_0$  der Vektor der Ungleichgewichtskräfte am Anfang jedes Zeitintervalls und  $\mathbf{r}_\Delta = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0$  der inkrementale Verschiebungsvektor. Die Anfangswerte zur Zeit  $t = t_0$  sind  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$  und  $\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_0$ . Aus dem Energiesatz und unter Berücksichtigung der Nichtlinearität im Diagramm (Abb. 6) gilt

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_1^t M \dot{\mathbf{r}}_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_0^t M \dot{\mathbf{r}}_0 - \mathbf{r}_\Delta^t \mathbf{R}_0 - \frac{1}{2} \mathbf{r}_\Delta^t K_1 \mathbf{r}_\Delta \quad (5)$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_1^t M \dot{\mathbf{r}}_1 - \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_0^t M \dot{\mathbf{r}}_0 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)^t \mathbf{R}_0 + \\ \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1^t K_1 \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_1^t K_1 \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_0^t K_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_0^t K_1 \mathbf{r}_0) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Nach der Lagrange'schen Vorschrift:  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{r}}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}_1} + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}_1} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathbf{r}}_1} = 0 \quad (7)$

mit  $T$ ,  $U$ ,  $F$  Kinetische, Potentielle bzw. Dissipationsenergie wird

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{r}}_1} \right) = M \ddot{\mathbf{r}}_1 \quad (8) \quad \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}_1} = 0 \quad (9)$$

(da die Masse unabhängig vom Verschiebungsvektor ist)

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}_1} = \mathbf{R}_0 + K_1 \mathbf{r}_1 - K_1 \mathbf{r}_0 \quad (10) \text{ und } \frac{\partial F}{\partial \dot{\mathbf{r}}_1} = 0 \quad (11)$$

Durch Einsetzen von (8, 9, 10, 11) in (7) ergibt sich  $M \ddot{\mathbf{r}}_1 + K_1 \mathbf{r}_\Delta = -\mathbf{R}_0 \quad (12)$

wobei  $\mathbf{R}_0$  zu Beginn jedes Integrationsschrittes bekannt sein muß. Wir geben hier die Formel für den  $i+1$  Integrationsschritt an:

$$M \ddot{\mathbf{r}}_{i+1} = -\mathbf{R}_0 - \sum_{j=1}^i [K_j (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{j-1})] - K_{i+1} (\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i) \quad (13)$$

1.3 Numerische Integration des Systems. Für die numerische Integration können die Methoden verwendet werden, die auch bei den linearen Schwingungen zum Erfolg geführt haben. Eine sehr genaue Integrationsmethode ist die der "Finite Elements in Time and Space" [8], bei der außer den endlich kleinen Raumelementen auch endlich kleine Zeitelemente eingeführt werden. Wir verwenden hier jedoch eine abgewandelte Methode des in [8] beschriebenen Verfahrens und geben hiervon eine Kurzfassung. Ausführlich soll die Methode noch in [14] behandelt werden. Innerhalb eines Zeitintervalls  $\tau$  soll die Trägheitskraft eine Funktion dritter Ordnung sein

$$M \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{R} = \varphi_1 \mathbf{R}_i + \varphi_2 \dot{\mathbf{R}}_i + \varphi_3 \mathbf{R}_{i+1} + \varphi_4 \dot{\mathbf{R}}_{i+1} \quad (14)$$

die  $\varphi_j$  sind kubische Hermitesche Interpolationspolynome der dimensionslosen Variablen

$$\zeta = t / \tau. \text{ Weiterhin ist } \mathbf{R}' = d\mathbf{R} / d\zeta = \tau d\mathbf{R} / dt = \tau \dot{\mathbf{R}} \quad (15)$$

$$\varphi_1 = 1 - 3\zeta^2 + 2\zeta^3 \quad \varphi_2 = \zeta - 2\zeta^2 + \zeta^3 \quad \varphi_3 = 3\zeta^2 - 2\zeta^3 \quad \varphi_4 = -\zeta^2 + \zeta^3 \quad (16)$$

durch Einsetzen von (16) in (14) und durch zweimalige Integration ergibt sich für  $\zeta = 1$

$$\dot{\mathbf{r}}_{i+1} = \dot{\mathbf{r}}_i + \frac{1}{12} \tau M^{-1} (6\mathbf{R}_i + \tau \dot{\mathbf{R}}_i + 6\mathbf{R}_{i+1} - \tau \dot{\mathbf{R}}_{i+1}) = \dot{\mathbf{r}}_i + d\dot{\mathbf{r}} \quad (17)$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \tau \dot{\mathbf{r}}_i + \frac{1}{60} \tau^2 M^{-1} (21\mathbf{R}_i + 3\tau \dot{\mathbf{R}}_i + 3\mathbf{R}_{i+1} - 2\tau \dot{\mathbf{R}}_{i+1}) = \mathbf{r}_i + d\mathbf{r} \quad (18)$$

Die Beschleunigung lässt sich dann aus  $\ddot{\mathbf{r}}_{i+1} = M^{-1} \mathbf{R}$  berechnen. Man sieht sofort, daß man aus (17) und (18) eine Iterationsprozedur innerhalb jeden Zeitintervalls aufstellen kann, indem man für den Start der Iteration  $\dot{\mathbf{R}}_{i+1} = \dot{\mathbf{R}}_i$  und  $\mathbf{R}_{i+1} = \mathbf{R}_i + \tau \dot{\mathbf{R}}_i$  annimmt.

1.4 Anwendung der Integrationsmethode auf die freie Schwingung eines ebenen vorgespannten Netzes. Ein ebenes, quadratisches vorgespanntes Netz mit Auflager in den vier Ecken, also mit freien Rändern, wurde unsymmetrisch belastet (Abb. 1) und zum Schwingen frei gelassen. Die Querschnitte im Inneren haben einen  $E * A$  Wert ( $EI$ .Mod.  $* Fläche$ ) von 2000  $Mp$  und die der Randseile 10000  $Mp$ . Das Gravitationsfeld wurde vernachlässigt. Bei insgesamt 49 Knoten mußte ein System von 135 Dif. Gleichungen 2ter Ordnung integriert

werden. Die Ergebnisse (Abb. 1) der in 1.3 erläuterten Methode wurden durch die Runge-Kutta Integrationsmethode (4ter Ordnung) voll bestätigt. Zusätzlich wurde eine Energiekontrolle durchgeführt, d.h. zu jeder Zeit (freie Schwingung) soll die kinetische Energie gleich der Summe der über alle Integrationsstufen frei werdenden potentiellen Energie sein

$$\frac{1}{2} \dot{r}_i^t M \dot{r}_i = - \sum_{j=1}^i r_\Delta^t [R_{0,j-1} + \frac{1}{2} K_j r_\Delta] \quad (20)$$

wobei die Methode der "Finite Elements in Time and Space" derjenigen der Runge-Kutta noch überlegen ist (Abb. 2).

2. Beschreibung der vorhandenen Rechenprogramme. Im Rahmen der Untersuchung der Netzdächer in München ist ein Programmsystem (FORTRAN IV) entwickelt worden, welches die vollständige Berechnung solcher Strukturen ermöglicht. Das System besteht zur Zeit aus 6 Untersystemen, die im folgenden beschrieben werden.

2.1 Vorbereitung der Anfangsdaten. Die aus Modellen oder aus analytischen Funktionen ermittelte Fläche des Netzes liegt in Form von Koordinaten in diskreten Punkten vor und entsprechend auch der Spannungsverlauf. Die geometrischen Daten werden dann mit einer Funktion  $Z = f(x, y)$ ,  $Z = \sum_{j=0}^{ny} \sum_{i=0}^{nx} a_{ij} X^i Y^j$  (21) erfaßt (Abb. 7), wobei

die  $a_{ij}$ -Koeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden. Auf die in analytischer Form gegebene Fläche wird das eigentliche Netz gelegt, indem die konstante ungedehnte Länge, der Querschnitt, der Elastizitätsmodul und der vorgegebene Spannungsverlauf berücksichtigt werden. Auch für die Randseile (Abb. 7) werden Ausgleichspolynome berechnet, womit dann der Rand des Netzes im Raum eindeutig festliegt.

2.2 Topologie des Netzes. In diesem Berechnungsschritt wird die topologische Beschreibung des Netzes vorgenommen. Hierzu gehört die Numerierung der Knoten und der zugehörigen Freiheitsgrade (je Knoten drei Freiheitsgrade, d.h. die Verschiebungen  $U, V, W$ ), sowie die Unterdrückung von Verschiebungen an den Knoten, an denen das Netz festgehalten wird.

2.3 Iterative Gleichgewichtsermittlung. Den Kern des gesamten Programmsystems bildet die iterative Gleichgewichtsermittlung. Hier wird der Belastungsvektor, die Steifigkeitsmatrix des Netzes, die Auflösung des linearen Gleichungssystems und die Ermittlung der neuen Koordinaten entsprechend der inkrementalen Verschiebungen vorgenommen. Die einzelnen Schritte werden solange wiederholt (Abb. 13), bis alle Restkräfte an den Knoten hinreichend klein sind. (Abbruchkriterium hierzu etwa:  $10^{-5} \text{ MP}$ ). Die Größe des aufzulösenden linearen Gleichungssystems ist praktisch unbegrenzt, jedoch abhängig von der Konfiguration der jeweiligen Rechenanlage.

2.4 Untersuchung der Lastfälle. Die Lastfälle werden nach der gleichen Prozedur berechnet wie die der Vorspannung (Abb. 12). Die Last, z.B. Schnee, wird nicht in einem Schritt aufgebracht, sondern inkremental. Durch die Belastung und die großen Deformationen entstehen große Ungleichgewichtskräfte. Ungeachtet dessen wird weiter iteriert bis die Last voll aufgebracht ist. Anschließend wird bei konstanter Last iteriert, bis das Netz seine endgültige Gleichgewichtslage erreicht hat. Folgende Lastfälle können berechnet werden: Gleichmäßig verteilter Schnee, örtlich angehäufter Schnee, Wind und Temperatur. Zuletzt soll noch erwähnt werden, daß auch der Einfluss von Fabrikationsfehlern ohne weiteres in Form eines Lastfalles berechnet werden kann.

2.5 Automatische Herstellung von Netzzeichnungen, und Überwachen des Netzes mit Hilfe eines Bildschirmgerätes. Es genügt allein, daß die Koordinaten eines Knotens, oder die Nummer der Knoten eines Elementes falsch angegeben sind, um in größeren Bereichen einen nicht brauchbaren Spannungsverlauf zu bekommen, oder daß die Auflösung des linearen Gleichungssystems unmöglich wird, weil die Steifigkeitsmatrix singulär ist. Automatisch hergestellte Zeichnungen dienen also in erster Linie der Fehlerfindung. Hierzu werden dem Benutzer folgende Möglichkeiten geboten: Drucken des Netz-Grundrisses auf dem Schnelldrucker der Rechenanlage oder Zeichnen des Netzes mit Hilfe einer elektronischen Zeichenanlage (Abbn. 3, 4, 5). Selbstverständlich können diese Zeichnungen auch für andere Zwecke ver-

wendet werden. Eine weitere Möglichkeit, die nicht nur die Fehlersuche erleichtert, sondern auch über weite Strecken das Überwachen des Netzes ermöglicht, ist ein Bildschirmgerät, z.B. das im ISD installierte "Digigraphic CDC 1700"

**2.6 Auswertung der Ergebnisse.** Als letztes übernimmt ein Programm die Auswertung und das Ausdrucken der Ergebnisse in übersichtlicher Form (Abb. 11). Unter anderem können z.B. die Winkeländerungen der Seile zwischen Vorspannung und dem Lastfall Schnee ausgewertet werden. Eine Information, die sehr wichtig für das Verlegen der Platten und der Haut des Netzes ist.

**2.7 Formfindung von Netzwerken.** Siehe Beitrag in diesem Vorbericht - Thema IIIa. J.H.Argyris und T.Angelopoulos: Ein Verfahren für die Formfindung von beliebigen vorgespannten Netzwerkkonstruktionen.

**3. Weitere Programmentwicklung.** Im gleichen Stil, wie die in unserem Institut entwickelten Systeme ASKA [9] und DYNAN [10], soll auch ein komfortables System für vorgespannte Netzwerke entstehen. Zunächst sollen neben dem Stab- und Biegeelement weitere Elemente im System aufgenommen werden. Also: Drei- und Viereck-Membranelemente (große Verschiebungen), die eine Dachhaut auf dem Netz auch unter Berücksichtigung der Anisotropie simulieren können. Die vorhandenen Programme für die Formfindung [12] und dynamische Analyse sollen noch verfeinert und dem Hauptsystem angeschlossen werden. Die dynamische Windlast (d.h. Druck als Funktion der Zeit) ist ein sehr komplexes Problem, das ebenfalls an unserem Institut untersucht wird. Im Rahmen dieser Kurzfassung kann jedoch hierauf nicht näher eingegangen werden.

**4. Erfahrung aus statischen Berechnungen von vorgespannten Netzwerkkonstruktionen.** In den letzten zwei Jahren sind in unserem Institut mehrere Berechnungen an vorgespannten Netzwerken durchgeführt worden. Abgesehen von kleinen Strukturen (z.B. ein hyperbolisches Paraboloid), die nur für Testzwecke verwendet wurden, sind folgende Netze berechnet worden.

**4.1 Sporthalle in München.** Das Bauwerk weist eine sehr komplexe Geometrie auf (Abbn. 3,4), die am Institut für Leichte Flächentragwerke, Universität Stuttgart, anhand von Draht-Meßmodellen entwickelt wurde. Die eigentlichen Anfangsdaten erhielten wir aus dem Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen, ebenfalls Universität Stuttgart, welches mit der Messung und Auswertung der Modelle beauftragt war. Bei einer Maschenweite von 3m ergaben sich 3500 Knoten, etwa 6600 Elemente und 10500 Unbekannte Verschiebungen. Ursprünglich dauerte ein Iterationsschritt, also: Aufbau des Belastungsvektors und der Steifigkeitsmatrix sowie Auflösung des lin. Gl. Systems, etwa 200 Min. Durch geschickte Programmierung ist es uns gelungen, diese Rechenzeit auf ein Zehntel, also auf 20 Min. zu reduzieren. Es muß betont werden, daß die Berechnung der Vorspannung keinesfalls abgeschlossen ist, indem man eine Gleichgewichtslage der Struktur ermittelt. Es muß überall im Netz die erwünschte Vorspannung herrschen. Um das zu erreichen, wird am Rand des Netzes (Abb. 8) nachgespannt, indem man das Element, welches zum Rand anschließt, automatisch aus der Berechnung entfernt und an seine Stelle eine Kraft anbringt. Durch anschließende Iterationen wird die Struktur ins Gleichgewicht gebracht und das Element wieder in die Rechnung eingefügt. Knicke, die am Rand des Netzes während der Berechnungen entstehen (Abb. 10) müssen korrigiert werden, was von den Rechenprogrammen automatisch durchgeführt wird. Das Element C-D wird in die Lage C-B gebracht, wobei seine ungedehnte Länge, entsprechend der erwünschten Spannung im Seil, neu berechnet wird.

**4.2 Niedersachsenstadion in Hannover.** Das Netz wird hier von einem Bogen mit einer lichten Spannweite von ca. 240 m (Abb. 5) getragen. Für diese Struktur wurde kein Modell benötigt, da die Anfangsdaten mit Hilfe von analytischen Funktionen ermittelt wurden. Der Bogen wird mit einem Biegeelement simuliert (Berücksichtigung der großen Verschiebungen). Das Netz ist mit einer Maschenweite von zuerst 6 und dann von 3m untersucht worden. Die Anzahl der unbekannten Verschiebungen beträgt beim 3m Netz unter Symmetrieausnutzung 3200. Der endgültige Zuschnitt, mit einer Maschenweite von 1m, liefert ca. 24000 Unbekannte.

**4.3 Osttribüne des Olympiastadions in München.** Das Netz (Abb. 9) ist auf dem gleichen Prinzip wie das Westdach des Stadions aufgebaut. Die Vorspannung und die Lastfälle sind

mit einer Maschenweite von 3m untersucht worden. Die Anzahl der unbekannten Verschiebungen beträgt 1800. Der endgültige Zuschnitt von 0.75m soll noch exakt ermittelt werden, indem das 3m linear interpoliert und anschließend in seine Gleichgewichtslage ausiteriert wird.

Literaturverzeichnis.

- [1] J.H.Argyris, Energy Theorems and Structural Analysis,a.Part I General Theory, Aircraft Engineering, Bd.26, 1954, Oktober S.347-356, Nov.S.383-387, Bd.27, 1955; Febr.S.42-58, März S.80-94, April S.125-134, Mai S.145-158. Als Buch veröffentlicht, Butterworths, Ldn.60.
- [2] J.H.Argyris, Rechent Developments of Matrix Theory of Structures, Paper presented at the 10th Meeting of the Structures and Materials Panel, AGARD, Aachen, Sept.1959, (nicht veröffentlicht aber in 3 enthalten).
- [3] J.H.Argyris, Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis, Progress in Aeronautical Sciences, Bd.4, London, New York, 1963.
- [4] J.H.Argyris, Three-Dimensional Anisotropic and Inhomogeneous Elastic Media Matrix Analysis for Small and Large Displacements, Ingenieur Archiv, 34.Band, 1.Heft, 1965, S.33-55.
- [5] J.H.Argyris, Continua and Discontinua, Opening Address to the International Conference on Matrix Methods of Structural Mechanics, Dayton, Ohio, Wright-Patterson, U.S.A.F.Base, October 26th, 1965. Veröffentlicht in den Proceedings of the Conference by U.S.Government, S.1-198, Januar, 1967.
- [6] J.H.Argyris, Elasto-Plastic Matrix Displacement Analysis of Three Dimensional Continua, J.of the Royal Aeron.Soc., 69(1965) S.633-636.
- [7] J.H.Argyris und D.W.Scharpf, Berechnung vorgespannter Netzwerke, Bayer. Akad.Wiss., Sonderdruck 4 aus den Sitzungsberichten 1970, München.
- [8] J.H.Argyris und D.W.Scharpf, Finite Elements in Time and Space, J.of the Royal Aeron. Soc. Vol.73, December 1969.
- [9] ASKA User's Manual . ISD Report 73, Universität Stuttgart, November 1969.
- [10] DYNAN User's Reference Manual, ISD Report 97, Universität Stuttgart, 1971.
- [11] T.Angelopoulos, Zur Formfindung, Statik und Dynamik von vorgespannten Netzwerkkonstruktionen. Dr.Ing.Dissertation, zur Vorlage an der Universität Stuttgart.
- [12] J.H.Argyris und T.Angelopoulos, Ein Verfahren für die Formfindung von beliebigen, vorgespannten Netzwerkkonstruktionen, Vorbericht des 9.IVBH Kongresses 1972, Amsterdam - Thema IIIa.
- [13] J.H.Argyris and D.W.Scharpf, Large Deflection Analysis of Prestressed Networks. Journal of Structural Division, ASCE, Vol.98, No.ST3, March 1972.
- [14] J.H.Argyris and T.Angelopoulos, Nonlinear Oscillations Using the Finite Element Technique. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No.3, 1972.

5. Zusammenfassung. Die Methode der finiten Elemente ist ein willkommenes Instrument für den Ingenieur, um die statische und dynamische Analyse komplizierter Tragwerke durchzuführen. In diemsem Beitrag wurde gezeigt, daß ein nichtlineares Problem der Statik, das mit ca. 10500 Gleichungen beschrieben werden kann, mit Erfolg durchgeführt wurde. Auch das nicht-lineare Schwingungsproblem wurde anhand eines extremen Beispieles behandelt. Die Berechnung von vorgespannten Netzwerken ist nahezu unmöglich ohne den Einsatz von Großrechenanlagen, um in vertretbaren Maßen bezüglich der Sicherheit, der erforderlichen Genauigkeit und der Wirtschaftlichkeit bauen zu können. Trotz Vollautomatisierung der Berechnungsmethode ist der Ingenieur in der Lage, auf die Berechnungen Einfluß zu nehmen.

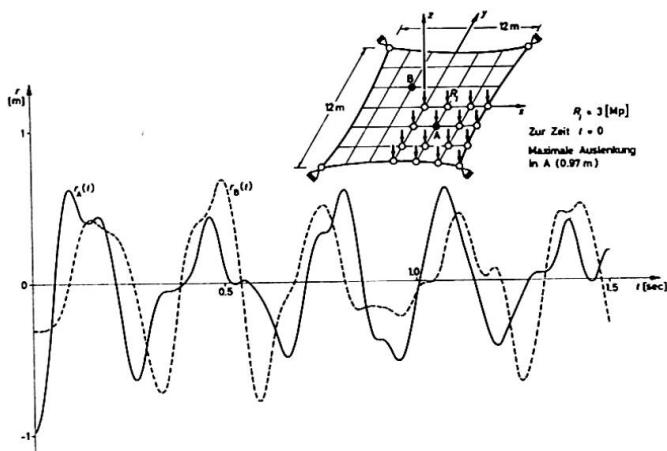


Abb.1 Weg-Zeit-Diagramm der Knoten A, B in z-Richtung

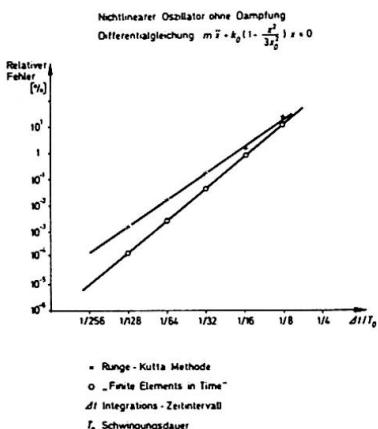
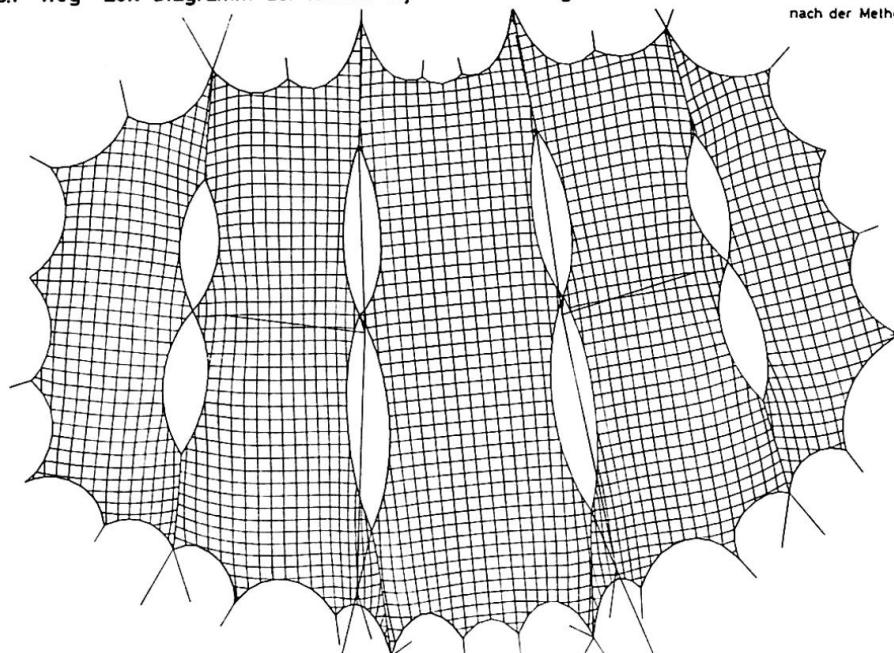
Abb.2 Nichtlinearer Oszillator ohne Dämpfung  
nach der Methode „Finite Elements in Time“

Abb.3 Sporthalle (München)

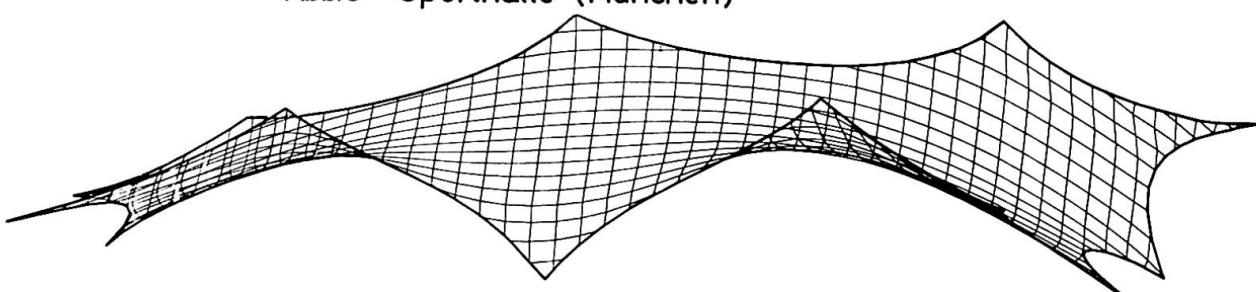
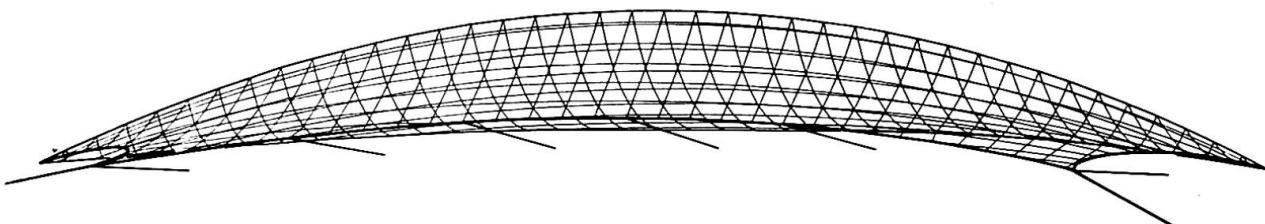


Abb.4 Räumliche Ansicht eines Netzteiles der Sporthalle

Abb.5 Niedersachsenstadion (Hannover)  
3m Netz, symmetrisch, 3350 Unbekannte

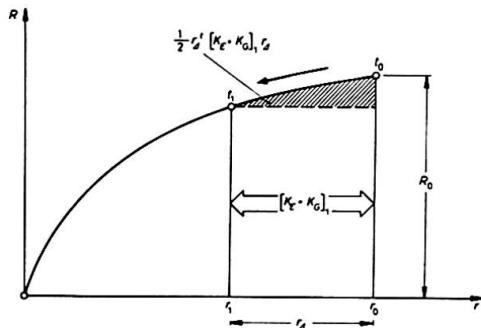
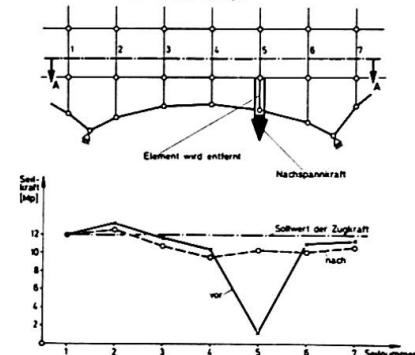
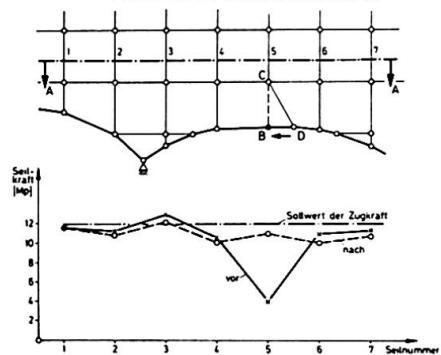
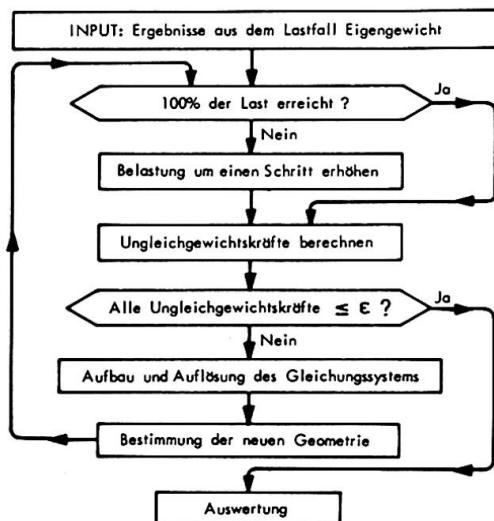
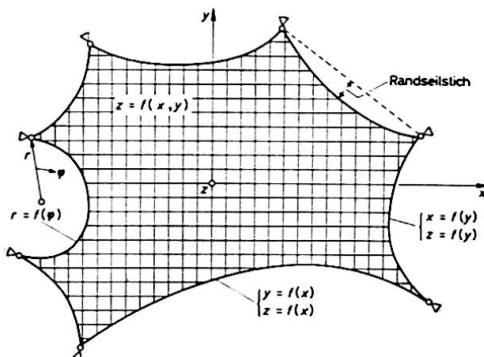
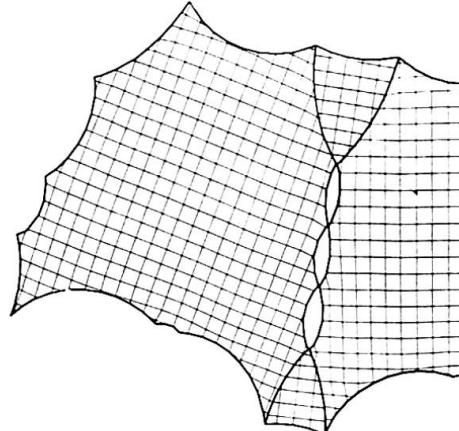
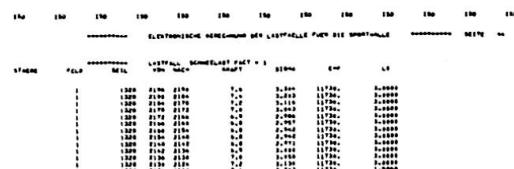
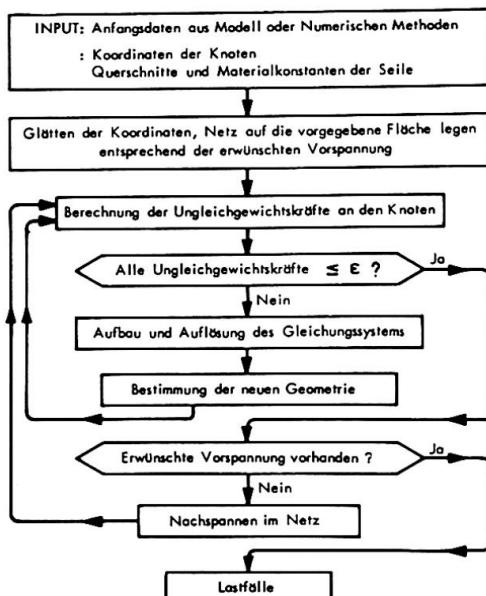
Abb. 6 Kraft-Weg Diagramm  
Große VerschiebungenAbb. 8 Nachspannen am Rand des Netzes  
Kräfteverlauf im Schnitt A-A vor und nach dem NachspannenAbb. 10 Korrektur von Knicken am Rand  
Kräfteverlauf im Schnitt A-A vor und nach der KorrekturAbb.12 Flußdiagramm für die Untersuchung  
der Lastfälle

Abb. 7 Analytische Beschreibung des Netzes

Abb.9 Osttribüne (Olympiastadion München)  
3m Netz , symmetrisch , 3350 UnbekannteAbb.11 Netzwerke  
Endergebnisse der BerechnungenAbb.13 Flußdiagramm für die Untersuchung  
der Vorspannung