

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 9 (1972)

**Rubrik:** Free discussion

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### IIIa

#### DISCUSSION LIBRE • FREIE DISKUSSION • FREE DISCUSSION

##### **Discussion of Structural Lattices with Particular Reference to the Paper by S. Shore and B. Chandari, entitled "Free Vibrations of Cable Networks"**

Discussion sur les treillages structurels, compte tenu en particulier de la contribution de S. Shore et B. Chandari, intitulée "Free Vibrations of Cable Networks"

Diskussion der Gitterwerkstrukturen unter besonderer Berücksichtigung des Beitrages von S. Shore und B. Chandari, betitelt "Free Vibrations of Cable Networks"

D.V. REDDY

Dr.-Ing.

Memorial University  
St. John's, Newfoundland  
Canada

I have a few comments to make regarding the analysis of 'Structural Lattices' with some reference to cable networks and grids discussed today. Structural systems with repetitive configurations and physical quantities with a definite sequential relation between them at regular intervals can be analysed by the Calculus of Finite Differences (1,2,3). The method, which is not to be confused with the numerical analysis of Finite Difference equations, is also useful in establishing the equivalence of interconnected cables to membranes and grids to plates (4).

A structural net analysed by Dean (5) is shown in Fig. 1.

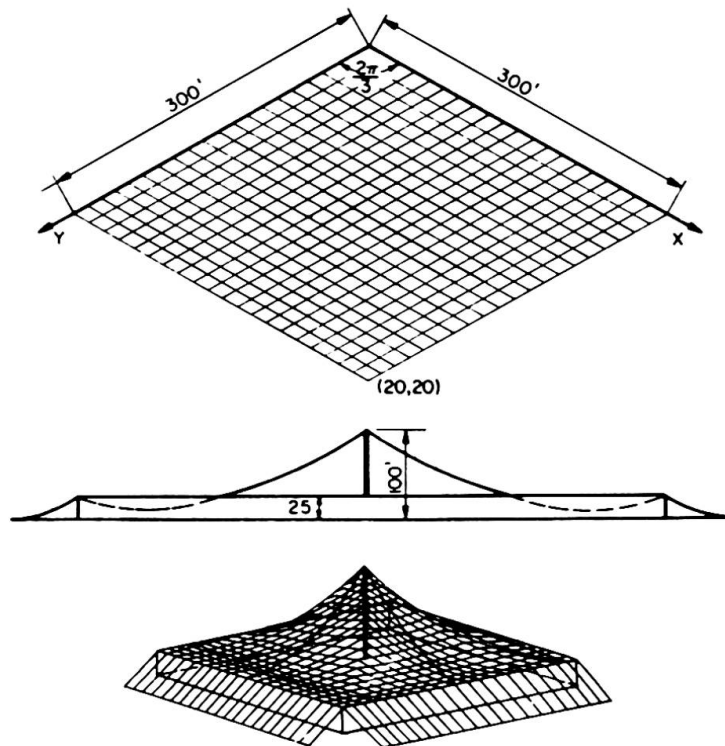


Fig. 1 Doubly threaded structural net with centre pole  
From Dean (5)

The method can be illustrated by the following two examples:

### Example 1

#### Support Moments of a Continuous Beam (Fig. 2)

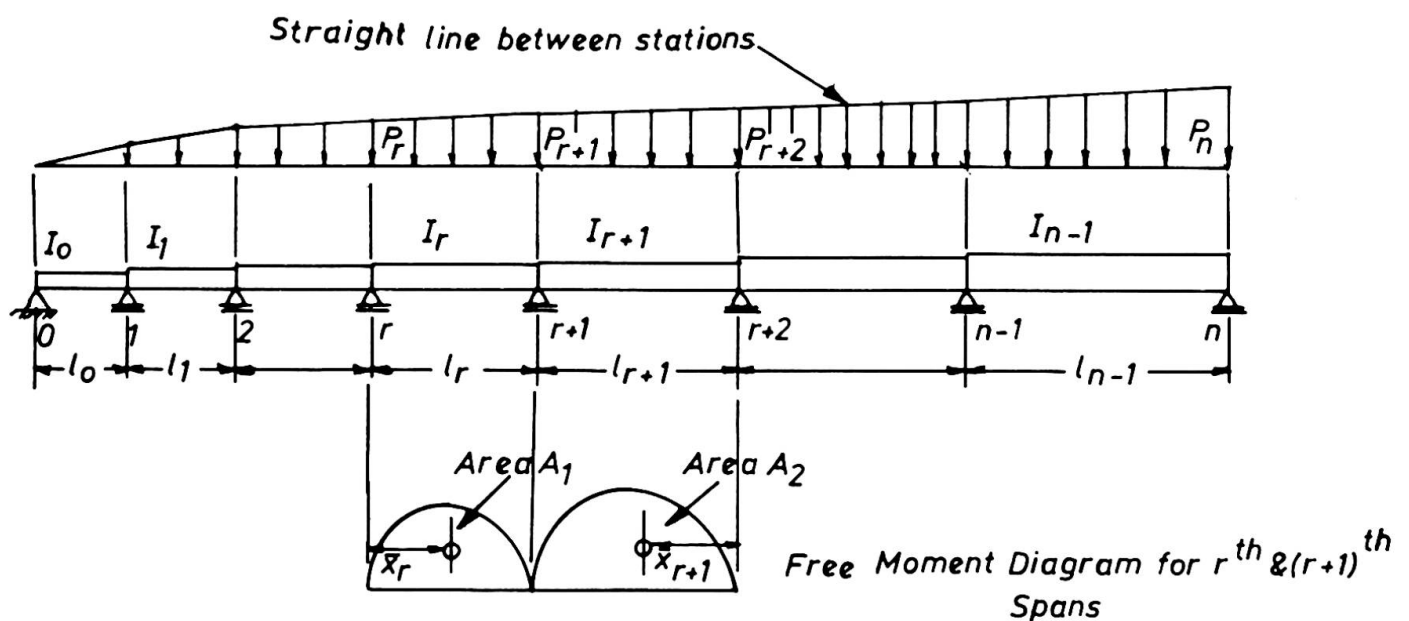


Fig. 2

The general three-moment equation for the  $r$ th and  $(r+1)$ th spans is

$$\begin{aligned} M_{r+2} \left( \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} \right) + 2M_{r+1} \left( \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} + \frac{l_r}{I_r} \right) + M_r \left( \frac{l_r}{I_r} \right) \\ = - \frac{6 A_r \bar{x}_r}{l_r I_r} - \frac{6 A_{r+1} \bar{x}_{r+1}}{l_{r+1} I_{r+1}} \end{aligned} \quad (1)$$

Assuming that (i)  $\frac{l_r}{I_r} = k_1$ , a constant,  $r = 0, 1, 2 \dots n-1$

(ii)  $\frac{l_r}{l_{r-1}} = k_2$ , a constant,  $r = 1, 2, \dots n-1$

and (iii)  $P_r = P_n \left( \frac{r}{n} \right)$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots n$

Eqn. (1) reduces to

$$M_{r+2} + 4M_{r+1} + M_r = \frac{1}{k_1 k_2 I_r} \left( \frac{-6 A_r \bar{x}_r k_2}{l_r} - \frac{6 A_{r+1} \bar{x}_{r+1}}{l_{r+1}} \right) \quad (2)$$

The above can be rewritten in terms of  $l_0$  and  $I_0$  as

$$(E^2 + 4E + 1) M_r = \frac{-P_n l_0^3 k_2^{2r}}{60_n I_0 k_1} \left[ 15r(1+k_2^2) + (22 k_2^2 + 8) \right] \quad (3)$$

Solving the above difference equation and applying the boundary conditions  $M_1 = M_n = 0$  gives

$$M_r = C \left[ D\beta^r + \left( \frac{\beta^{n+r} - \beta^{n-r}}{\beta^{2n} - 1} \right) (G - D\beta^n) - k_2^{2r} \{ 15r(1+k_2^2) + D \} \right] \quad (4)$$

where

$$C = (P \ell_0^3) / [60n I_0 k_1 (1 + 4k_2^2 + k_2^4)]$$

$$D = (-8k_2^6 + 6k_2^4 - 6k_2^2 + 8) / (1 + 4k_2^2 + k_2^4)$$

$$G = k_2^{2n} [15n(1 + k_2^2) + D] \quad \text{and}$$

$\beta = (-2 + \sqrt{3})$ , one of the roots of the auxiliary equation  $(a^2 + 4a + 1) = 0$

Taking  $k_2 = 1$  Eqn. (4) reduces to the form

$$M_r = \frac{P \ell^2}{12} \left[ \frac{\beta^{n+r} - \beta^{n-r}}{\beta^{2n} - 1} - \frac{r}{n} \right] \quad (5)$$

### Example II

Frequency Analysis of a Grid (Fig. 3)  
from Ellington and McCallion (6)

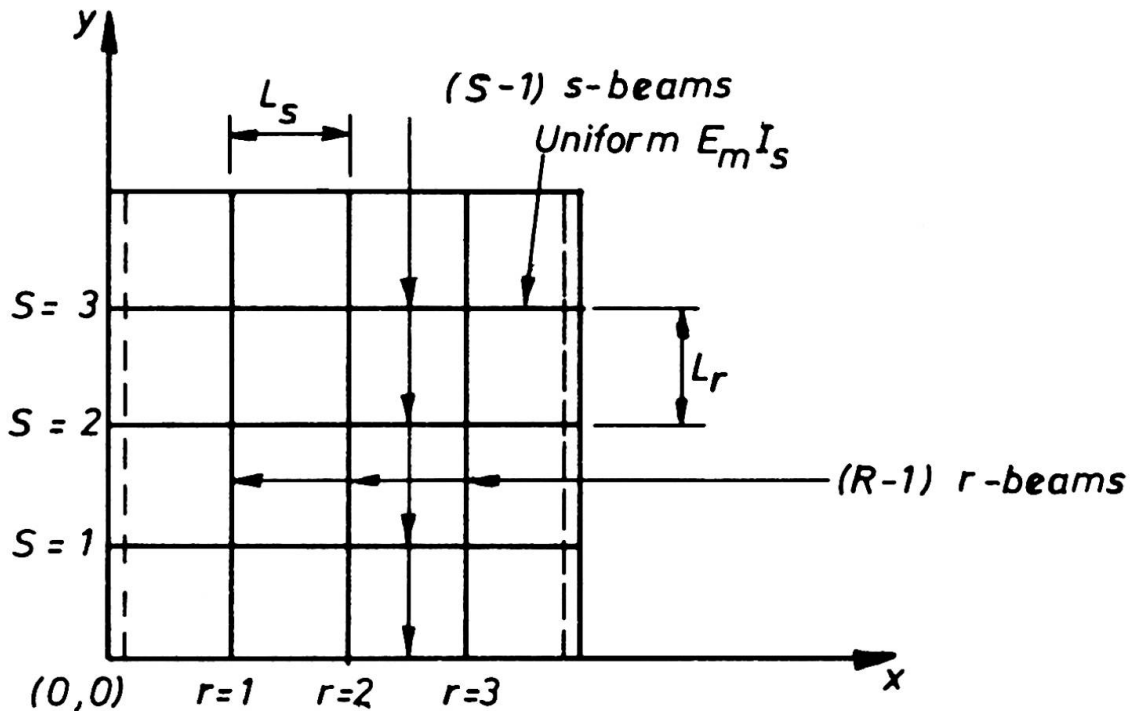


Fig. 3

Considering the grid shown, the two moment equations in the orthogonal directions and the shear equation at the node give the three fundamental equations as follows:-

r direction

$$M_{r+2,s} + 4M_{r+1,s} + M_{r,s} = \frac{6 E_m I_r}{h_r^2} (y_{r+2,s} - 2y_{r+1,s} + y_{r,s}) \quad (6)$$

s direction

$$M_{r,s+2} + 4M_{r,s+1} + M_{r,s} = \frac{6 E_m I_s}{h_s^2} (y_{r,s+2} + 2y_{r,s+1} + y_{r,s}) \quad (7)$$

Equilibrium Eqn. at (r+1, s+1)

$$\frac{M_{r+2,s+1} - 2M_{r+1,s+1} + M_{r,s+1}}{h_r} + \frac{M_{r+1,s+2} - 2M_{r+1,s+1} + M_{r+1,s}}{h_s} = \frac{W}{g} \omega^2 y_{r+1,s+1} \quad (8)$$

Applying the finite difference operators  $E_r$  and  $E_s$  defined by  $E_r^x y_{r,s} = y_{r+x}$  and  $E_s^x y_{r,s} = y_{r,s+x}$  and combining the eqs. (6), (7) and (8) the following basic equation is obtained.

$$\left[ \frac{K_r}{2} \left( \frac{\xi_r^2}{\xi_r + 6} \right) + \frac{K_s}{2} \left( \frac{\xi_s^2}{\xi_s + 6} \right) - \frac{W}{g} \omega^2 \right] y = 0 \quad (9)$$

where  $\xi = \frac{(E-1)^2}{E}$  and  $K = 12 E_m I / h^3$

The deflection function satisfying the particular case of simply-supported edge conditions at  $r = 0$  and  $r = R$  is

$$y = A \sin \left( \frac{p\pi r}{R} \right) e^{\sigma_s} \quad (10)$$

where  $(R-1)$  = total number of 'r' beams

$A$  = an arbitrary constant

$p$  = an integer and  $\sigma$  has to be determined from the boundary conditions.

When the two edges are free the frequency equations obtained are as follows:

$$\frac{\cos h \alpha(Z+1)}{\cos h \alpha Z} - \frac{\cos \beta(Z+1)}{\cos \beta Z} = 0 \quad (11)$$

and 
$$\frac{\sin h \alpha(Z+1)}{\sin h \alpha Z} - \frac{\sin \beta(Z+1)}{\sin \beta Z} = 0 \quad (12)$$

for symmetric and antisymmetric modes respectively  
where  $(2Z+1)$  = number of 's' beams

$$\left. \begin{array}{l} \cos h \alpha \\ \cos \beta \end{array} \right\} = (1 + \lambda) \pm \sqrt{\lambda^2 + 6\lambda}$$

$$\text{in which } \lambda = \frac{W \omega^2}{2gK_s} - \frac{K_r}{2K_s} \left[ \frac{\{\cos(p\pi/R) - 1\}^2}{\cos(p\pi/R) + 2} \right]$$

It is hardly necessary to add that the method is very powerful for discrete models.

#### BIBLIOGRAPHY

- (1) Kármán, T. and Biot, M., 'Mathematical Methods in Engineering', Chap. XI, McGraw Hill, New York (1940).
- (2) Bleich, F. and Melan, E., 'Die gewöhnlichen und partiellen Differenzgleichungen der Baustatik', J. Springer, Berlin (1927).
- (3) Thein Wah and Calcote, L.R., 'Structural Analysis by Finite Difference Calculus', Van Nostrand Reinhold, New York, 1970.
- (4) Renton, J.D., 'On the Gridwork Analogy for Plates', J. Mech. Phys. Solids, 13, 413-420 (1965).
- (5) Dean, D.L. and Ugarte, C.P., 'Analysis of Structural Nets', Pub. IABSE, Vol. 23, 1963, pp. 201-220.
- (6) Ellington, J.P. and McCallion, H., 'The Free Vibrations of Grillages', J. App. Mech. 26, Trans. ASME, Series E, 603-607 (1959)

## SUMMARY

The presentation describes the application of Finite Difference Calculus to obtain analytical solutions for structural systems, like cable networks, involving repetitive configurations and physical quantities with a definite sequential relation between them at regular intervals. Two illustrative examples are presented:

- 1) Analysis of the support moments of a continuous beam and
- 2) Frequency analysis of a grid.

## RESUME

Ce travail décrit l'application du calcul aux différences finies pour obtenir les solutions analytiques pour des systèmes structurés tels que les résilles de câbles, possédant une configuration qui se répète et des grandeurs physiques liées entre elles par une relation continue définie à intervalles réguliers. Deux exemples explicatifs sont présentés:

- 1) Analyse des moments d'appui d'une poutre continue, et
- 2) Analyse des fréquences d'une grille de poutres.

## ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Anwendung der endlichen Differenzenberechnung zur Erzielung analytischer Lösungen für strukturelle Systeme, wie Kabelnetzwerke unter Einschluss wiederholter Konfigurationen und physikalischer Mengen mit bestimmter aufeinanderfolgender Beziehung untereinander in regelmäßigen Intervallen. Es werden zwei illustrative Beispiele gezeigt:

- 1) Analyse der Stützmomente eines durchlaufenden Balkens und
- 2) Frequenzanalyse eines Netzwerkes.



Leere Seite  
Blank page  
Page vide

### IIIa

#### Ein Verfahren für die Formfindung vorgespannter Netzwerkkonstruktionen

A Method for Finding out the Form of Prestressed Cable Suspended Constructions

Un procédé pour l'étude de la forme des constructions formées de résilles de câbles précontraints

J. SZABÓ  
Prof. Dr.-Ing.  
Technische Universität  
Budapest, Ungarn

J. H. Argyris und T. Angelopoulos [1] erläutern in ihrem Aufsatz: "Ein Verfahren für die Formfindung von beliebigen, vorgespannten Netzwerkkonstruktionen" eine interessante Möglichkeit der Formfindung. Unsererseits [2], [3] wurde das Problem in anderer Weise angenähert, und die dabei erhaltenen Ergebnisse sind wohl nicht ohne Interesse. Namentlich wurde die Möglichkeit ausgenutzt, dass die Form des Netzwerkes mit Hilfe der linearen Matrixgleichung (1) eines im Grundriss aus zwei parallelen

$$\mathbf{A}_x \mathbf{Z} + \mathbf{Z} \mathbf{A}_y = \mathbf{Q}$$
$$\mathbf{Q} = \mathbf{H}_y^{-1} \mathbf{P} \mathbf{H}_x^{-1} + \frac{1}{a} \mathbf{H}_y^{-1} \mathbf{Z}_{oy} + \frac{1}{b} \mathbf{Z}_{ox} \mathbf{H}_x^{-1} - \frac{1}{b} \mathbf{W} \mathbf{C}_y \mathbf{H}_x^{-1}$$

Geradenscharen bestehenden rechteckförmigen Seilnetzes schnell und genau berechnet werden kann. Die Berechnung wird einfacher, wenn man die Koeffizienten der Gleichung durch Ähnlichkeitstransformation (2) derart in ein Dreierprodukt transformiert, dass seine beiden Randfaktoren die Inver-

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_x &= \frac{1}{a} \mathbf{H}_y^{-1} \mathbf{C}_x = \mathbf{U}_x \mathbf{\Lambda}_x \mathbf{U}_x^{-1} \\ \mathbf{A}_y &= \frac{1}{b} \mathbf{C}_y \mathbf{H}_x^{-1} = \mathbf{U}_y \mathbf{\Lambda}_y \mathbf{U}_y^{-1} \end{aligned} \right\}$$

sen voneinander sind und der mittlere Faktor eine Diagonalmatrix ist [4].

Die Form des Netzes wird dann durch die in der Gleichung enthaltenen fünf Faktoren bestimmt (Abb. 1):

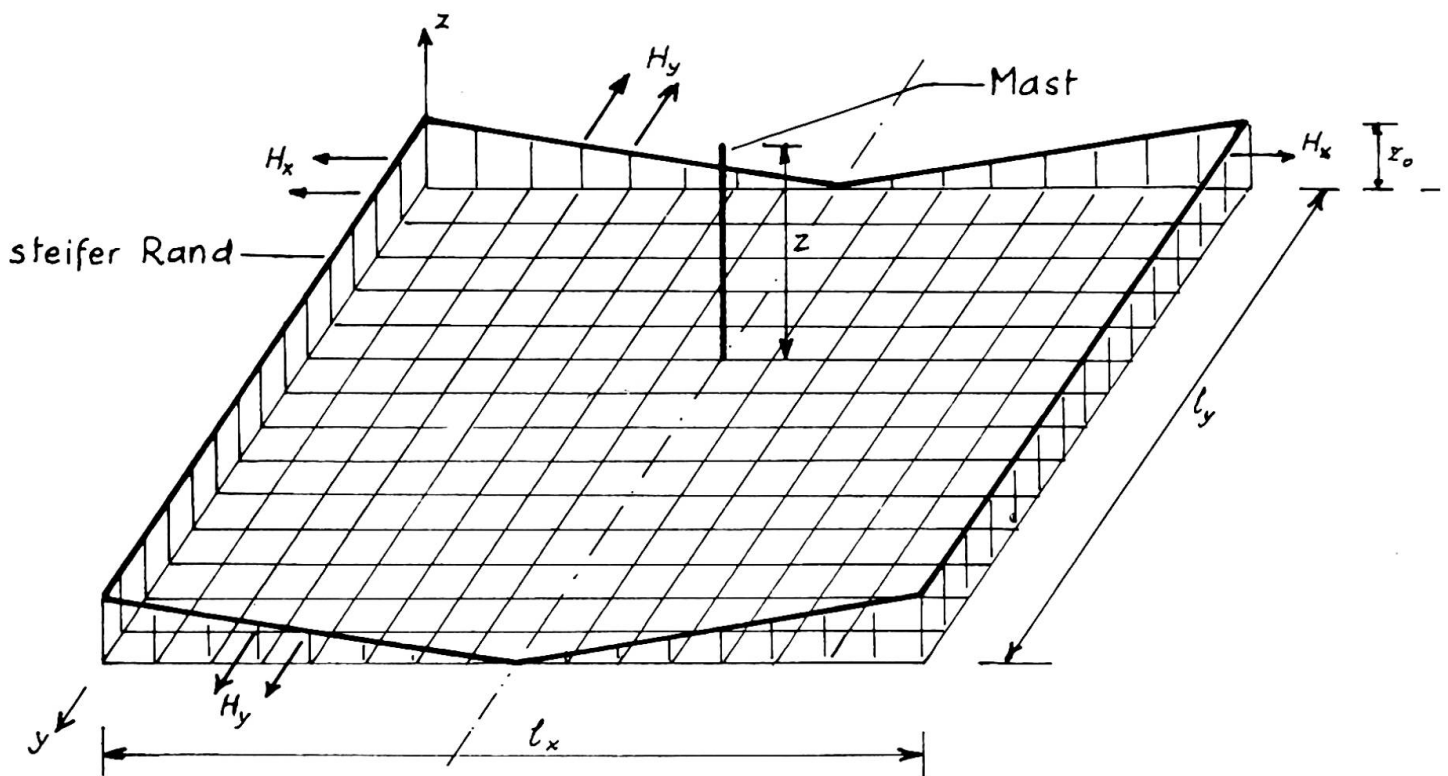


Abb. 1

- 1° vorgegebene Randhöhe ( $\mathbf{Z}_0$ ),
- 2° horizontale Komponente der Seilkräfte ( $\mathbf{H}$ ),
- 3° Knotenpunkt-Höhendifferenz der Seile ( $\mathbf{W}$ ),
- 4° Knotenpunktlast ( $\mathbf{P}$ ),
- 5° Festlegung der Höhenlage einzelner Netzknoten ( $\mathbf{Z}$ ).

Der eigentliche Rand des Seilnetzes kann innerhalb des Randes der

fiktiven Rechteckform eine geschlossene Kurve von beliebiger Form sein und seine Höhenlage beliebig vorgegeben werden. Der eigentliche Rand kann steif oder elastisch sein (Abb. 2) auch am Randkabel (Abb. 3 und 4) liegend vorgegeben werden. Das auf einen fiktiven Rand gespannte Seilnetz kann mit den folgenden drei rechnerischen Mitteln in die dem eigentlichen Rand entsprechende Lage gebracht werden: 1<sup>o</sup> Änderung

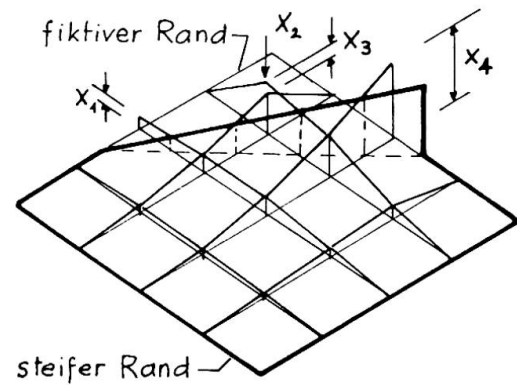


Abb. 2

der Höhenlage der fiktiven Randpunkte (Abb. 2:  $X_1$  und  $X_4$ ); 2<sup>o</sup> Belastung der zwischen dem fiktiven und eigentlichen Rand befindlichen Punkte ( $X_2$ ); 3<sup>o</sup> Variierung der Seilabstände in den Knotenpunkten zwischen dem fiktiven und dem eigentlichen Rand ( $X_3$ ).

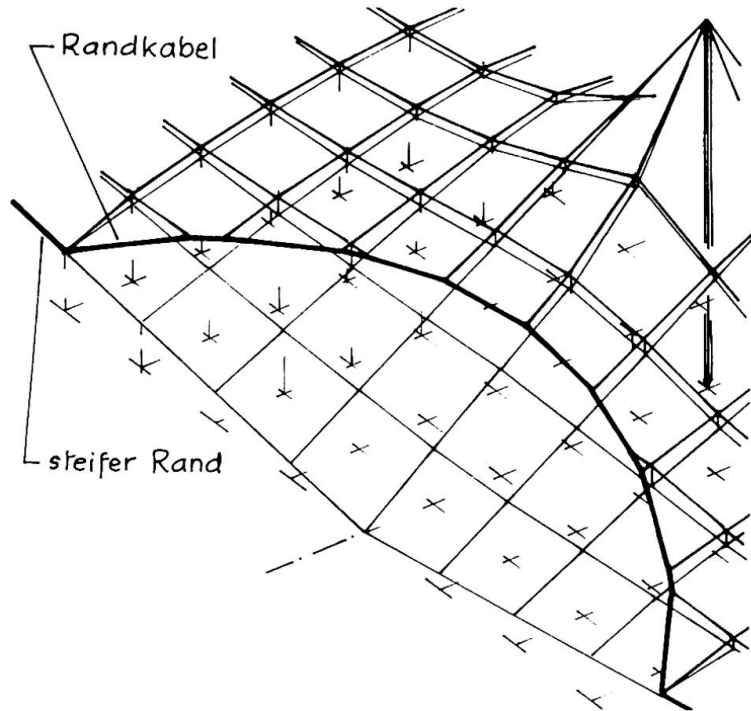


Abb. 3

Das einfach berechenbare rechteckförmige Seilnetz dient als Basisfläche zur Berechnung von beliebigen anderen Netzwerken. Mit seiner Hilfe kann das Richtungsfeld der Hauptkrümmungslinien der "Netzfläche" und damit ein Seilnetz, dessen Seile

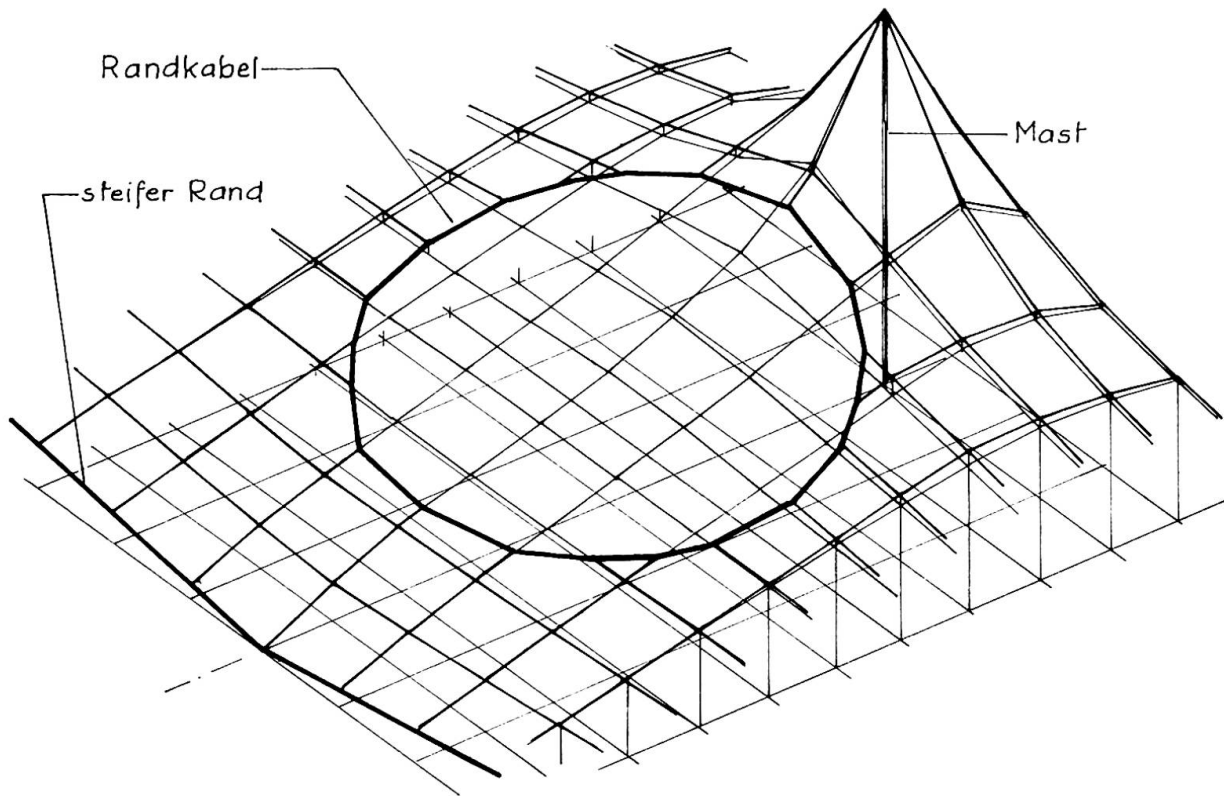


Abb. 4

den Hauptkrümmungslinien entsprechend angeordnet sind, konstruiert werden (Abb. 5).

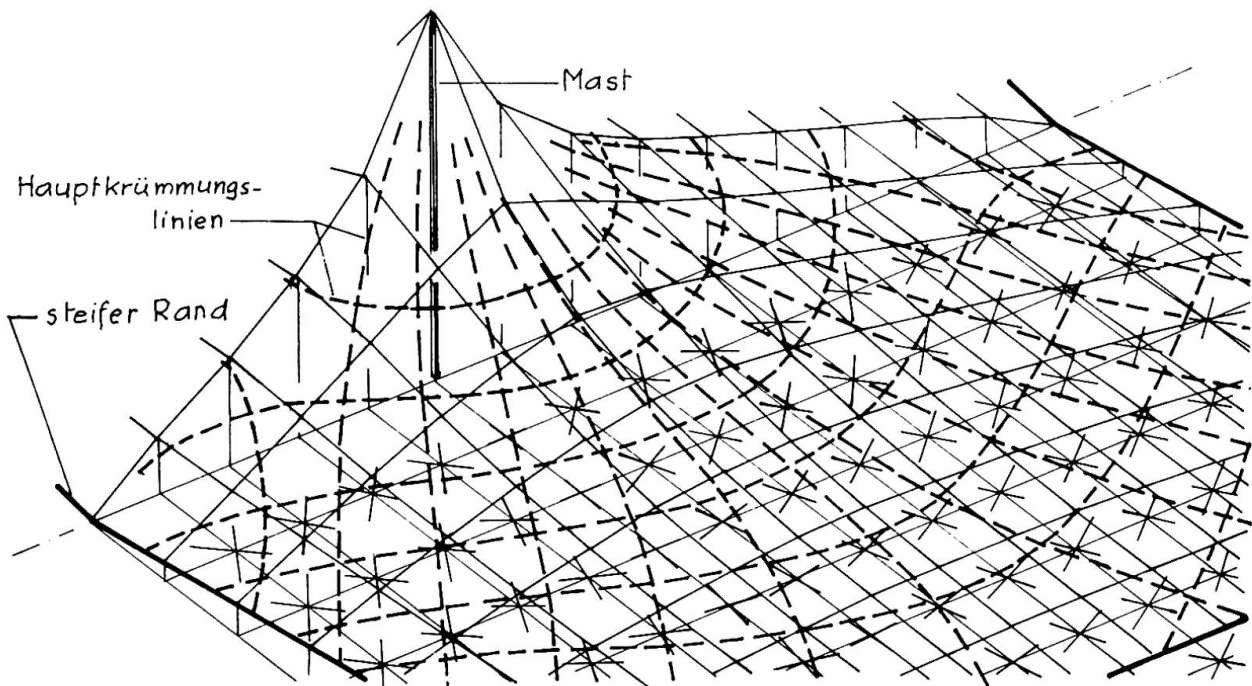


Abb. 5

Literatur

- [1] J.H. Argyris - T. Angelopoulos: Ein Verfahren für die Formfindung beliebigen, vorgespannten Netzwerkstrukturen (IVBH IX. Kongr. Vorbericht, pp 385-397, 1972)
- [2] J. Szabó - M. Berényi: Theorie und Praxis der Berechnung von Seilstrukturen (IVBH Abhandlungen, 32 - I)
- [3] J. Szabó: Bemerkungen zur Berechnung Seilverspannte Konstruktionen (Acta Technica Sc. Hung. 75, 1972 Budapest)
- [4] J. Szabó: Mit Hilfe der kanonischen Form der Matrixfunktionen usw. (Wiss. Zeitschr. TU Dresden, 10 pp 1325-1327, 1961).

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Anfangsform des Netzes kann mit Hilfe eines orthogonalen Seilnetzes bequem bestimmt werden. Die Daten des orthogonalen Seilnetzes können zur Konstruktion eines beliebigen Netzes als Hilfsmittel benutzt werden.

## SUMMARY

The basic shape of the net can easily be determined by the means of an orthogonal cable net. The data of the orthogonal cable net can be utilized for the construction of an arbitrary net.

## RESUME

La forme de départ du réseau peut être déterminée facilement à l'aide d'une grille de câbles orthogonaux. Les données de la grille orthogonale peuvent être employées pour la construction d'un réseau quelconque.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide

### IIIa

#### Zur Frage der Netzseilführung bei gleichmaschigen vorgespannten Seilnetzkonstruktionen

On the Question of the Disposition of the Cables on Prestressed Cable Suspended Constructions of Equal Meshes

La question de la disposition des câbles dans les constructions formées de résilles de câbles précontraints à mailles égales

HARALD EGGER

Dr.techn.

Wien, Oesterreich

Beim Entwerfen von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen stellt sich unter anderem die Frage, wie das gleichmaschige Netz in der zu realisierenden Sattelfläche auslegen. Die Seilführung, das heisst die Richtung in welcher die Seile in der Sattelfläche geführt werden, beeinflusst nämlich entscheidend das Trag- und Verformungsverhalten der gewählten Konstruktion und somit auch

#### Mögliche Seilführungen in antiklastisch gekrümmten gleichmaschigen gespannten Seilnetzflächen und ihr Einfluss auf deren Trag- und Verformungsverhalten


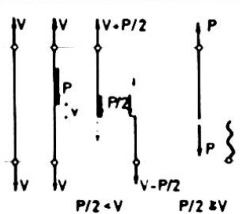
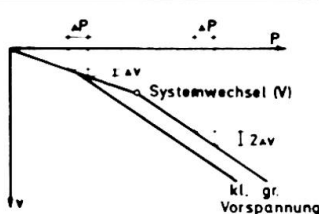
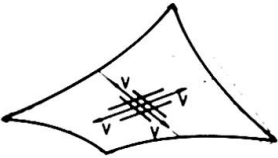
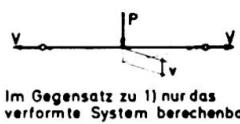
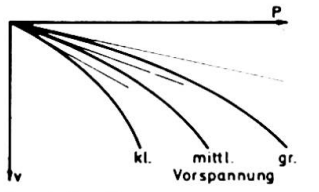
Seilführung	Tragwirkung (schem.)	Last (V,P)-Verformungsverhalten	Anwendung
 <p>1) Netzseile verlaufen weitgehend in Richtung der Hauptkrümmungen</p>	 <p>Wechselsystem mit veränd. Gliederung</p>	 <p>Grad der Vorspannung bestimmt den Systemwechsel</p>	wirtschaftlich
 <p>2) Netzseile verlaufen weitgehend in Richtung der Erzeugenden</p>	 <p>Kein Systemwechsel möglich</p>	 <p>Grad der Vorspannung bestimmt direkt die Verformung</p>	möglich und in Sonderfällen (Montage zw. Zwangspkten) auch sinnvoll
3) Alle Zwischenlagen ausführbar, jedoch von 1) nach 2) hins.d.f. gef. u. notw. Vorsp. zunehmend aufwendiger			

Bild 1: Zusammenhänge zwischen Netzseilführung und Tragverhalten



den zur Realisierung erforderlichen Aufwand.

In der in Bild 1 gezeigten, von vier Randseilen eingefassten Sattelfläche sind zwei Möglichkeiten der Netzseilführung angedeutet:

unter 1) Seile, die weitgehend in Richtung der Hauptkrümmungen und unter 2) Seile, die weitgehend in Richtung der Erzeugenden geführt werden.

Beide Seilführungen, aber auch alle anderen Möglichkeiten der Orientierung des Netzes zwischen diesen beiden Grenzfällen der Seilführung sind möglich, doch nicht gleichwertig, wie in der Literatur an einigen Stellen angegeben.

Schon in der Veröffentlichung über den Deutschen Pavillon in Montreal (1) wurde auf folgende Zusammenhänge hingewiesen:

Werden die Seile in Richtung der Hauptkrümmungen geführt und erfolgt somit die Lastabtragung über sich gegenseitig vorspannende, stehende und hängende Seilbögen, kann die Tragwirkung der vorgespannten Netzfläche mit der eines lotrecht gespannten, mittig achsial belasteten Seiles (Feder) verglichen werden, werden jedoch die Seile in Richtung der Erzeugenden geführt und die Lasten somit über nahezu gerade gespannte Seile in einem verwundenen Seilrost abgetragen, gilt zum Vergleich das Gedankenmodell des waagrecht gespannten, querbelasteten Seiles.

Aus den zugehörigen Last-Verformungsbildern wird aber deutlich, dass die beiden genannten Möglichkeiten sich nicht nur im Verformungsverhalten, sondern auch im statischen System unterscheiden. Im Fall 1) ist es ein Wechselsystem mit veränderlicher Gliederung, bei dessen Berechnung die Verformungen zu berücksichtigen sinnvoll ist, im Fall 2) dagegen ist eine Berechnung überhaupt nur unter Berücksichtigung der Verformungen möglich und der Systemwechsel bleibt aus. Und während im Falle 1) die Intensität der Vorspannung die Grösse der Durchbiegungen an sich nicht beeinflusst, sondern lediglich den Systemwechsel reguliert, nach dessen Eintritt sie sich allerdings verdoppeln, sind im Falle 2) die Durchbiegungen unmittelbar und nichtlinear von der Vorspannintensität abhängig. Weiters folgt, dass für die Lastabtragung im Fall 1), will man gleiche Durchbiegungen zulassen, ein geringerer Aufwand an Vorspannung notwendig sein muss als im Fall 2), bei dem diese, wie bereits erwähnt, abhängig von der Vorspannintensität nichtlinear zunehmen.

Der Vollständigkeit halber sei aber erwähnt, dass bei von biegeweichen Randseilen eingefassten, vorgespannten Netzflächen im Bereich der sich ausbildenden Zwickel die Netzfläche praktisch eben ist und dass sich dort auch im Fall 1) die lastabtragenden Bögen nicht an den Randgliedern sondern in den vorgelagerten nahezu ebenen Netzpartien stützen. Das bedingt aber wieder, dass auch im Falle 1) die Verformungslinien geringfügig von der Vorspannintensität abhängig sein werden und einen nichtlinearen Verlauf zeigen müssen.

#### Literaturnachweis

- (1) H. Egger, E. Haug, F. Leonhardt: Der dt. Pavillon ...  
'Der Stahlbau' 1968, Heft 4 und 5, Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Netzseilführung beeinflusst das Trag- und Verformungsverhalten einer vorgespannten Seilnetzkonstruktion und somit den zur Realisierung notwendigen Aufwand. Zweckmässig sind die Seile annähernd in Richtung der Hauptkrümmungen zu führen.

## SUMMARY

The disposition of the cable net influences the behaviour of capacity and deformation of a prestressed cable net construction and, therefore, the expenditure for its realizing. It is recommended to put the cables in the direction of the main curvatures.

## RESUME

La disposition des câbles influence le pouvoir de charge et de déformation d'une construction réticulée et ainsi la dépense nécessaire à sa réalisation. Il est donc favorable de placer les câbles à peu près dans le sens des courbures principales.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide